

천수에서 2차원 수치파 수조에 대한 계산

이호영 · 임춘규 · 신현경
울산대학교 수송시스템공학부

A Numerical Study on 2-Dimensional Tank with Shallow Draft

HO YOUNG LEE, CHOON GYU LIM AND HYUN KYOUNG SHIN
School of Transportation Systems Engineering, University of Ulsan, Ulsan 680-749, Korea

KEY WORDS: Non-linear wave 비선형파, Cauchy's integral equation method 코시 경계 적분법, Semi-lagrangian time-stepping method 세미 라그랑지안 시간 전진방법, Transicnt green function 과도 그린 함수

ABSTRACT: A numerical analysis for wave motion in the shallow water is presented. The method is based on potential theory. The fully nonlinear free surface boundary condition is assumed in an inner domain and this solution is matched along an assumed common boundary to a linear solution in outer domain. In two-dimensional problem Cauchy's integral theorem is applied to calculate the complex potential and its time derivative along boundary.

1. 서 론

수조 내에서 운동 계측 실험, 선박 저항 계측 실험, 해상공항 실험, 조종 실험등을 실시 하기 위해서는 심수에서 뿐만 아니라 천수상태에서도 실험이 필요하다.

특히 해상공항과 같이 거대한 배수량을 가진 물체에 대한 해석은 천수 상태에서 파도의 비선형을 고려한 해석이 필요하다.

선형이론은 이상 유체 가정과 함께 파 기울기가 작다는 가정을 전제로 하므로 큰 파장에 놓인 부유체 운동은 선형 이론에 의해 정확히 추정될 수 없다. 따라서 본 논문에는 비선형이론을 취급하였고 실험 시 심수인 수조에 천수 테이블을 설치하여 천수 효과를 만들어 실험하는데 기인하여 2차원 수치 수조를 만들어 실험과 같은 방법으로 천수 테이블을 설치하고 가상적인 조파기를 설치하여 테이블의 유무에 따른 파도 특성의 변화를 알아보았다.

본 논문에서는 물체 표면 경계 조건과 자유 표면 경계 조건 모두 비선형으로 취급할 수 있는 Semi-Lagrangian Time-Stepping 방법을 이용하였다(Lonquet-Higgins *et al.*, 1976).

물체 표면과 자유 표면에 특이점을 분포하여 완전한 물체 표면 조건과 자유 표면 조건을 만족시키면서 초기조건을 부가하며 천수상태에서 비선형 자유 표면과 문제에 대한 수치 해석을 실시하였다.

수치해를 구하는데는 비선형 자유 표면과 문제의 해법으로 잘 알려진 코시 경계 적분법을 이용하여 제 2종 프레드홀름(Fredholm) 경계 적분 방정식을 도출하고 이를 이산화시켜 처리하였다(이, 1992; Lee, 1998).

시간 적분은 Runge-Kutta-4th order 방법과 Hamming's predictor correcter 방법을 적용하였다.

부한 원방은 과도 그린 함수를 이용하여 파의 반사를 막았고,

초기 조기는 조파기(flap type)를 사용하여 완전한 2차원 수치 수조를 형성하였다.

2. 문제의 정식화

본 논문은 규칙파중에서의 시간영역 이차원 경계치 문제의 해를 비선형 자유표면 경계조건과 완전한 물체표면 경계조건을 만족하도록 구하였다.

수치 수조의 개략적 모양은 Fig. 1, 2, 3에 나타내었다.

좌표계는 Fig. 1에서와 같이 x 축을 정수면에 두고 y 축은 윗 방향으로 하는 공간 고정 좌표계이다.

표면 장력은 무시하고 유체는 비점성, 비압축성 유체이며 유체 입자의 비회전 운동을 가정하여 속도 포텐셜이 존재한다.

$$\beta(z, t) = \phi(x, y, t) + i\psi(x, y, t) \quad (1)$$

where $z=x+iy$

속도 포텐셜 $\phi(x, y, t)$, 그리고 유동함수 $\psi(x, y, t)$ 는 Laplace 방정식을 만족함에 따라 β 는 유체 영역에서 해석적이고 코시이론을 적용할 수 있다.

$$\oint_C \frac{\phi + i\psi}{(z - z_0)} dz = 0 \quad (2)$$

z_0 는 유체 안의 폐 경계 C 바깥쪽에 있다. 여기에서 C는 자유표면, 물체표면, 정합면으로 구성된다. 식(2)에서 실수부와 허수부를 취하면 다음과 같이 Fredholm 제2종 적분 방정식을 얻을 수 있다.

$$a\psi(x_0, y_0, t) + \text{Re} \left[\oint_C dz \frac{\phi + i\psi}{z - z_0} \right] = 0 \quad (3)$$

for z_0 on C_ϕ

$$\alpha \Phi(x_0, y_0, t) + \text{Im} \left[i \oint_C dz \frac{\Phi + i\Psi}{z - z_0} \right] = 0$$

for z_0 on C_Ψ (4)

α 는 z_0 에서 C 의 두 접선 사이의 각이다.

식(3), (4)는 경계주위의 다른 점들에서 미지수 Φ , Ψ 를 포함하고 있으므로 주지 적분은 알 수가 없다. 그래서 적분경계 C 를 따라 z_j 으로 분할하고 선형 요소를 따라 복소 포텐셜의 선형 변화를 생각하면 다음처럼 표현할 수 있다(Vinje *et al.*, 1981).

$$\beta(z) = \sum_{j=1}^N A_j(z) \beta_j, \quad (5)$$

$$A_j(z) = \frac{z - z_{j+1}}{z_j - z_{j+1}}$$

for z on C between z_j and z_{j+1}

$$= \frac{z - z_{j-1}}{z_j - z_{j-1}}$$

for z on C between z_{j-1} and z_j

$$= 0 \quad \text{otherwise}$$

식 (3), (4)를 이산화시켜 행렬식으로 표현하기 위해 식 (5)를 식 (3), (4)에 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\text{Re} \int_C \frac{\Phi + i\Psi}{z - z_k} dz = \text{Re} \left[\sum_{j=1}^N T_{k,j} \beta_j \right] = 0$$

for z_k on C_Φ (6)

$$\text{Re} i \int_C \frac{\Phi + i\Psi}{z - z_k} dz = \text{Re} \left[i \sum_{j=1}^N T_{k,j} \beta_j \right] = 0$$

for z_k on C_Ψ (7)

여기서 N 는 총 요소 수이고 영향함수 $T_{k,j}$ 는 다음과 같다

$$T_{k,j} = \frac{z_k - z_{j-1}}{z_j - z_{j-1}} \log \frac{z_j - z_k}{z_{j-1} - z_k} + \frac{z_k - z_{j+1}}{z_j - z_{j+1}} \log \frac{z_{j+1} - z_k}{z_j - z_k} \quad (8)$$

외부 영역에서의 선형해의 정립을 위해서 Wehausen and Laiton(1960)의 2차원 과도 그린함수(Transient Green Function)를 사용하고 델타(Delta)함수 성질을 이용하여 코시리안 관계를 사용하면 정합면에서의 외부영역은 다음과 같이 표현된다(이, 1992; Lee, 1998).

$$2\pi \varphi(P, t) = \int_0^t d\tau \int_{C_0} dC \left(\varphi \frac{\partial G}{\partial n} - \psi \frac{\partial G}{\partial s} \right) + \int_0^t d\tau [G\psi]_s \quad (9)$$

식(9)에서 C_0 는 정합면이고 s_1 과 s_2 는 자유표면과 정합면의 교차점이고 s 는 정합면에서 접선방향의 단위 벡터, n 은 정합면으

로부터 유체 영역안으로 향하는 법선방향의 단위 벡터이다. 정합조건은 아래와 같다(Lee, 1998).

$$\begin{aligned} \Phi &= \varphi \\ \Phi_n &= \varphi_n \end{aligned} \quad (10)$$

Φ , Φ_n 은 비선형포텐셜이고 φ , φ_n 은 선형포텐셜이다.

3. 계산 결과 및 고찰

본 논문에서는 천수 효과를 나타내기 위해 가상의 테이블을 설치하였고 이를 심수에서와의 비교를 통하여 파도의 변화를 나타내었다.

다음은 각 형태 별 입력값을 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Input data

ω	2.5	3.0	3.5
	0.05	0.05	0.05
amplitude of wavemaker	0.1	0.1	0.1
	0.2	0.2	0.2

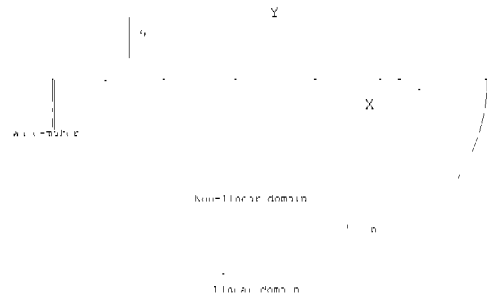


Fig. 1 Deep water

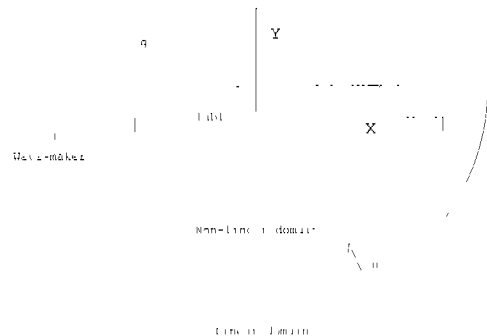


Fig. 2 Shallow water I (without inclination table)

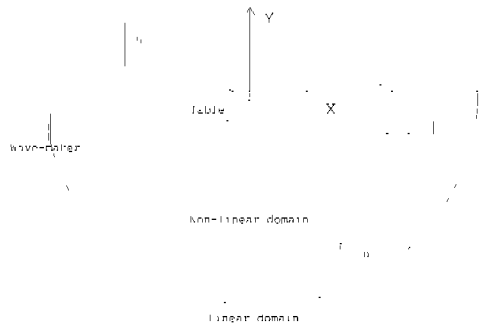


Fig. 3 Shallow water Π (with inclination table)

천수일 경우 자유표면과 테이블 사이의 거리는 0.5m 이고, 조파기의 높이는 0.8m 경사 테이블의 각도는 10° 이다. 조파기(flap type)의 작동은 아래의 식과 같다.

$$y = a \sin \omega t \tag{11}$$

a = 조파기 진폭

ω = 조파기 진동수

Table 1 의 진동수와 진폭에 의해 조파기를 작동 했을 때 심수와 천수일 경우 즉 테이블의 유무에 따라 나타나는 파형을 Fig. 4에 나타내었다.

이때 시간 간격은 파주기의 약 1/40로 하여 나타내었고, 파장 당 45개로 이산화 하였다. 경사테이블(inclination-table)을 설치 했을 때 파형이 다른 두 경우와 완전히 달라 지는 것을 확인할 수 있다.

그리고 심수일 경우에 비하여 천수일 경우 파장의 변화가 현저하게 나타남을 볼 수 있다.

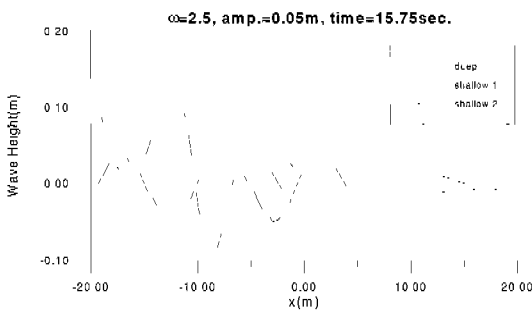


Fig. 4-a Wave profile ($\omega=2.5$, amp=0.05m)

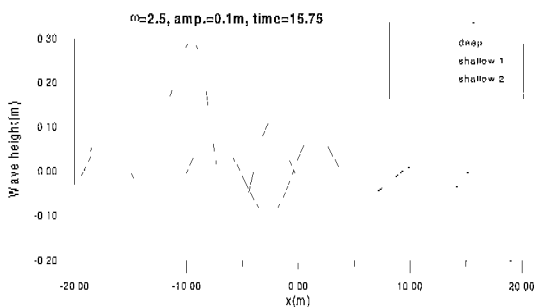


Fig. 4-b Wave profile ($\omega=2.5$, amp=0.1m)

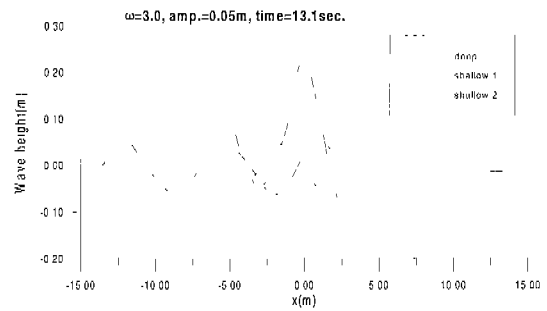


Fig. 4-c Wave profile ($\omega=3.0$, amp=0.05m)

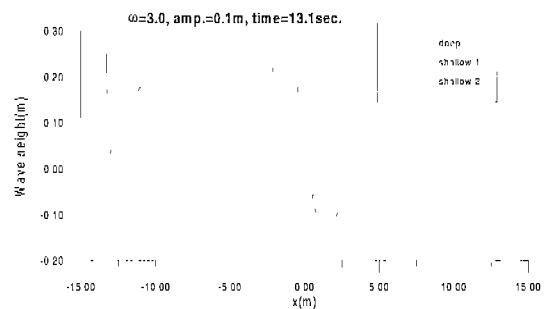


Fig. 4-d Wave profile ($\omega=3.0$, amp=0.1m)

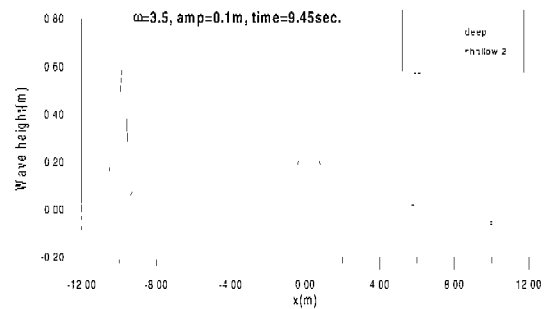


Fig. 4-e Wave profile ($\omega=3.5$, amp=0.1m)

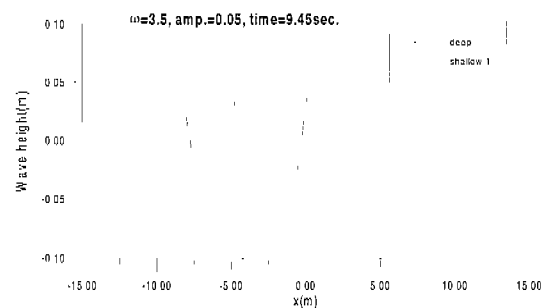


Fig. 4-f Wave profile ($\omega=3.5$, amp=0.05m)

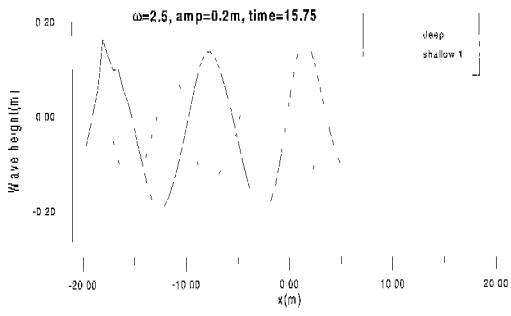


Fig. 4-g Wave profile ($\omega=2.5$, amp=0.2m)

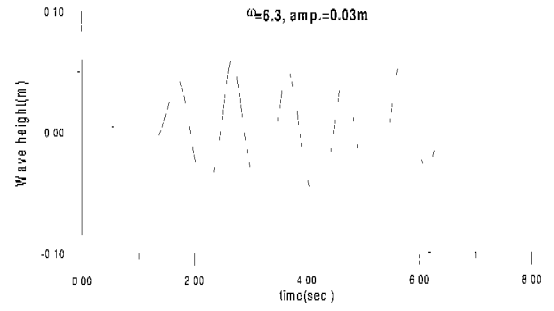


Fig. 6 Wave elevation at the $x=0$

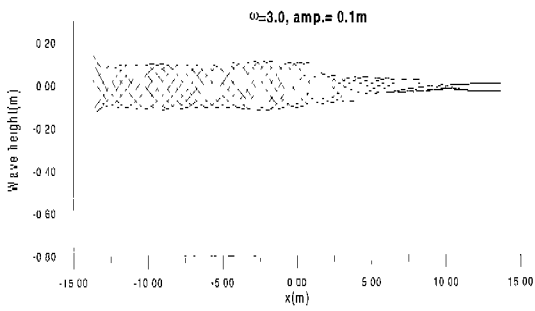


Fig. 5-a Free-surface elevation(deep water)

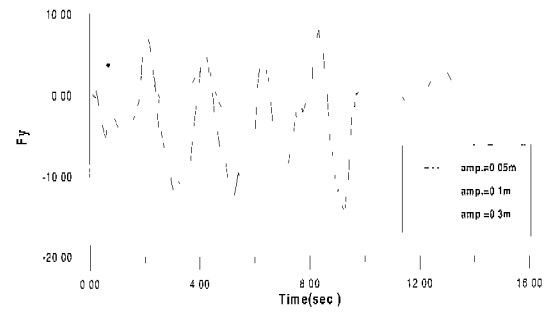


Fig. 7 Vertical force of flat table ($F_y = \pi a \omega^2$)

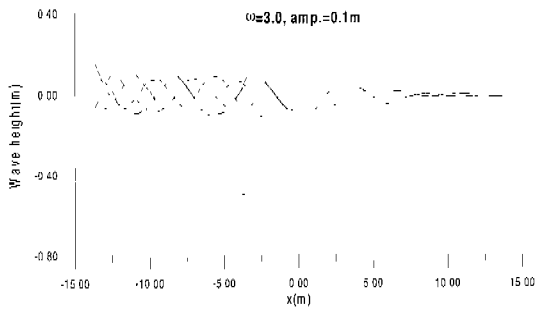


Fig. 5-b Free-surface elevation and flat table

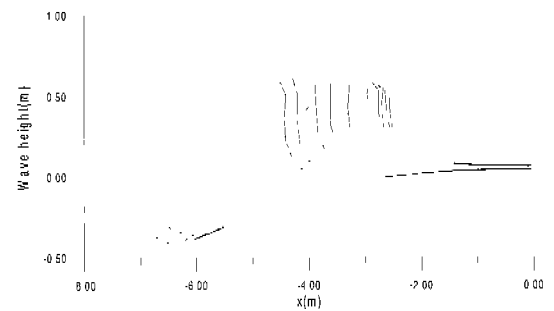


Fig. 8-a Wave profile(deep water)

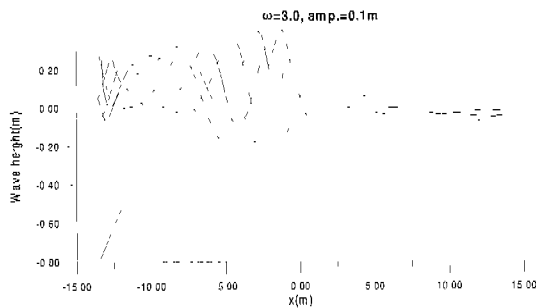


Fig. 5-c Free-surface elevation and inclination table

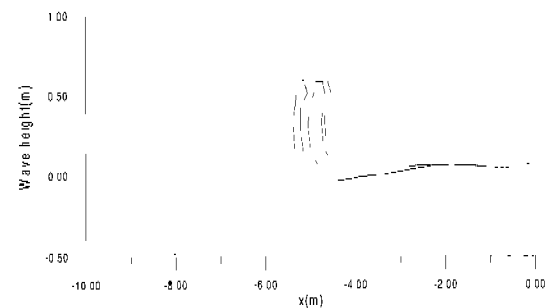


Fig. 8-b Wave profile (shallow water I)

특히 경사테이블이 설치되었을 경우 다른 두 경우와 달리 파고의 변화가 크게 나타난다.

Fig. 5-a, b, c는 심수, 평판 및 경사판을 설치한 경우에 대해서 파가 진행하는 모습을 보여주고 있다. 심수 및 평판을 설치한 경우에 조파기의 작동에 따라 파가 잘 형성되는 반면에 경사판을 설치한 경우는 파가 잘 형성되지 못함을 알수있다.

Fig. 6은 $x=0$ 인 좌표에 시간에 따른 파고를 도시하였다. 파가 전반적으로 잘나오나 파고가 약간씩 변하는 것을 볼 수 있는데, 이유는 자유표면과 조파기가 만나는 점의 singular한 영향이라고 생각된다.

Fig. 7은 물밑에 평판을 설치한 경우에 작용하는 수직방향의 힘을 도시하였다. 진폭비가 커짐에 따라 수직방향의 힘이 커지고 강한 비선형 효과가 보인다.

조파기 진동수(ω)와 진폭(a)를 조절하면 파형이 깨어져서 나오는 것을 볼 수 있는데 Fig. 8는 시간 전진해 가면서 나타나는 파형이다. 이 때 $\omega=4$, amp.=0.4m, 시간 간격은 파주기의 1/80일 경우이다.

했기 때문에 파도가 fully develop 되지 않음에 기인한다.

4. 결 론

2차원 수치 수조를 개발하여 비선형 자유표면파 문제의 해법으로 잘 알려진 코시 경계 적분법을 이용하여 파형을 심수와 천수에서 결과를 서로 비교하였다.

본 논문에서 채택한 flap type의 조파기로는 유한 수심파를 완전하게 생성하기는 어렵다고 생각 되지만, 본 대학의 수조 특성상 flap type의 조파기로서 파도를 생성하여 이를 비교하였다.

천수에서 경사 테이블 설치에 따른 파형의 변화가 심함을 알 수 있었고 평판 테이블만을 설치할 경우 심수에서와 비슷한 파형이 나타남을 알 수 있고, 천수파를 형성하기 위해서는 경사 테이블 보다 길이가 긴 평판 테이블을 설치하는 것이 유효하다고 생각된다.

앞으로 실제 실험과의 비교를 통해 본 계산법을 검증할 필요가 있다.

Table 2 Comparison of wave length

	Deep water		Shallow water	
	(wave length)		(wave length)	
ω	theory	cal.	theory	cal.
2.5	9.86m	9.35m	5.27m	7.38m
3.0	6.84m	6.45m	4.28m	4.80m
3.5	5.03m	5.03m	3.56m	4.57m

Table 2는 조파기에 의한 파가 제대로 형성되는 것을 확인하기 위해서 파의 분산관계를 이용하여 심수와 평판을 설치한 경우에 대하여 파장을 비교하였다.

$$\omega^2 = gk \tanh kh \tag{12}$$

k ; wave number
 h ; water depth

Table 2에서 알 수 있듯이 심수에서 파장은 이론과 수치결과가 잘 일치하고 있으나, 천수에서 전반적으로 잘 일치하지 않고 있다. 이는 수치계산에서 파장을 산정할 때 조파기 근처에서 계산

참 고 문 헌

이호영(1992). "수중의 물체 운동에 연관된 2차원 비선형 경계치 문제의 해석", 서울대학교, 박사학위 논문.
 Lee, Ho-Young(1998). "A Numerical study of Nonlinear Free-Surface Flows Generated by Motion of Two Dimensional Cylinders", 한국해양과학기술지, 제12권 제1호.
 Longuet-Higgins, M. S. and Cokelet, E. D.(1976). "The Deformation of Steep Surface Waves of Water. I. A Numerical Method of Computation", Proc. Soc. London A.350.
 Vinje, T. and Brevig, P.(1981). "Nonlinear Ship Motion", Proc. 3rd Intl. Conf. on Num. Ship Hydro.
 Wehausen, J. V. and Laitone, E. V.(1960). "Surface Waves", Encyclopedia of Physics, Vol. 9, Springer-Verlag.

1999년 11월 17일 원고 접수

1999년 12월 20일 수정본 채택