

조간대 처리 기법을 포함한 3차원 Semi-Implicit 수역학모델 개발

Development of a Three-Dimensional, Semi-Implicit Hydrodynamic Model with Wetting-and-Drying Scheme

이경선* · 박 경* · 오정환*

Kyung-Sun Lee*, Kyeong Park*, and Jeong-Hwan Oh*

요 旨 : Princeton Ocean Model(POM)에서 지배방정식을 반음해법으로 차분화하여 mode splitting을 제거하고 조간대 처리 기법을 도입한 3차원 semi-implicit 모델을 수립하였다. 운동방정식의 순압경도력항과 수직방향 외동점성항, 그리고 수심적분된 연속방정식의 속도발산항을 음해법으로 처리하여 빠르게 움직이는 표면중력파가 야기하는 수치안정조건을 제거하여 더 큰 time step을 사용할 수 있는 semi-implicit 모델을 수립하였다. 수립한 3차원 semi-implicit 모델의 유효성과 계산 효율을 확인하기 위하여 이상적인 3차원 수로에 적용한 결과 semi-implicit 모델이 POM과 같은 결과를 주었으나 POM보다 약 4.4배 정도 빠르게 수행되어 향상된 계산 효율을 보여주었다. mode splitting 기법을 사용하는 POM의 유속 결과는 조간대에서 발생한 noise가 주 수로에까지 전파되어 불안정한 결과를 준 반면에, semi-implicit 모델 결과는 더 큰 time step을 사용함에도 불구하고 조간대와 주 수로 모두에서 noise가 없는 안정된 결과를 주었다. 3차원 semi-implicit 모델의 현장 적용성을 확인하기 위하여 경기만에 적용한 결과 semi-implicit 모델이 모델영역 전반에 걸쳐 관측된 조석 및 조류의 크기 및 전파 양상을 잘 재현하였다.

핵심용어 : 3차원 수역학모델, 반음해법, 조간대 처리 기법, mode splitting 기법

Abstract □ Princeton Ocean Model (POM) is modified to construct a three-dimensional, semi-implicit hydrodynamic model with a wetting-and-drying scheme. The model employs semi-implicit treatment of the barotropic pressure gradient terms and the vertical mixing terms in the momentum equations, and the velocity divergence term in the vertically-integrated continuity equation. Such treatment removes the external mode and thus the mode splitting scheme in POM, allowing the semi-implicit model to use a larger time step. Applied to hypothetical systems, both the semi-implicit model and POM give nearly the same results. The semi-implicit model, however, runs approximately 4.4 times faster than POM showing its improved computational efficiency. Applied to a hypothetical system with intertidal flats, POM employing the mode splitting scheme produces noises at the intertidal flats, that propagate into the main channel resulting in unstable current velocities. Despite its larger time step, the semi-implicit model gives stable current velocities both at the intertidal flats and main channel. The semi-implicit model when applied to Kyeonggi Bay gives a good reproduction of the observed tides and tidal currents throughout the modeling domain, demonstrating its prototype applicability.

Keywords : three-dimensional hydrodynamic model, semi-implicit scheme, wetting-and-drying scheme, mode splitting scheme

1. 서 론

최근 연안해역에서 해수유동, 퇴적물 이동, 부영양화 현상, 산소결핍증 등 다양한 현상에 대한 수치모델 연

구가 많이 수행되고 있다. 이런 모든 현상들에 있어서 기본적인 공통 부분은 해수의 움직임에 의한 대상 물질의 이동이다. 수치모델 연구에서는 통상적으로 연속방정식, 운동방정식과 염·열보존방정식으로 구성된 수역

*인하대학교 해양학과 (Department of Oceanography, Inha University, Incheon, 402-751, Korea)

학모델을 적용하여 물질의 이동 모의에 필요한 해수면 변동과 유속장을 구한다. 국내외의 연안해역을 대상으로 3차원 수역학모델을 적용한 연구가 많이 수행되어 왔다(예, 정, 1998; 서, 1999; Moustafa and Hamrick, 1994). 많은 3차원 수역학모델들은 계산 효율을 향상시키기 위하여 external mode에서 짧은 time step 동안 수심적분된 연속방정식과 운동방정식만을 풀어 빠른 표면중력파의 움직임을 계산하고 internal mode에서 상대적으로 긴 time step 동안 3차원 연속방정식, 운동방정식과 염·열보존방정식을 풀어 3차원 유속장과 염분·수온 분포를 계산하는 mode splitting 기법을 사용한다(정, 1998; Wang, 1982; Blumberg and Mellor, 1987; Moustafa and Hamrick, 1994). 전형적인 연안해역에서는 internal mode time step(Δt_i)이 external mode time step(Δt_e)의 30-80 배 정도이어서, mode splitting 기법은 작은 time step을 요구하는 표면중력파와 복잡한 3차원 방정식의 해를 각자 그 특성에 맞게 효율적으로 계산하는 장점이 있다(Mellor, 1996). 그러나 각 mode에서 얻어진 물리량들의 일관성을 꼭 확인해야 하는 등 몇 가지 단점도 있다(이, 2000; Casulli and Cheng, 1992).

수심이 얇은 조간대를 합리적으로 처리하지 못하는 수역학모델은 조석과의 전파를 제대로 재현할 수 없으므로(Kuo and Park, 1995) 우리나라 서해안처럼 조간대가 넓게 발달한 연안해역에 수역학모델을 적용할 때에는 조간대 처리 기법을 반드시 도입하여야 한다. 조간대가 발달하지 않은 해역에서는 mode splitting 기법이 계산 효율을 향상시키는 좋은 방법이지만 조간대가 발달된 연안해역에서는 mode splitting 기법을 합리적으로 적용할 수 없다. 예를 들어 $\Delta t_i=30\Delta t_e$ 일 때에, mode splitting 기법을 사용하는 수역학모델은 수심적분된 연속방정식을 Δt_e 마다 풀어 조위를 계산하고 각 조간대 격자의 wet/dry 상태를 점검하는 계산을 30번 되풀이한 뒤, Δt_i 시간 간격에 대하여 3차원 운동방정식을 풀어 유속장을 계산한다. 그러나 만약 30번의 wet/dry 점검 시 특정 조간대 격자에서 처음 15번은 wet하고 나머지 15번은 dry한 경우가 발생하면 Δt_i 시간 간격에 대하여 3차원 운동방정식을 풀 때 이 격자의 wet/dry 상태를 결정할 수가 없다. 따라서 mode splitting 기법을 사용하는 3차원 수역학모델에는 조간대 처리 기법을 합리적으로 도입할 수가 없다.

최근에 퇴적물 이동, 부영양화 현상, 산소결핍증 등의 생지화학적 작용들을 모의하는 수치모델들이 활발하게 개

발되어 많은 연안해역에 적용되고 있다. 생지화학적 작용들을 모의하는 수치모델들은 수역학모델의 지배방정식(연속방정식, 운동방정식 및 염·열보존방정식)뿐만 아니라 모의하고자 하는 상태변수들에 대한 질량보존방정식도 함께 풀어야 한다. 예를 들어 Park *et al.*(1995)의 3차원 수질모델은 21개의 수질상태변수를 포함하므로 수역학모델과 함께 21개의 질량보존방정식을 풀어야 한다. 또한 해안선 모양이 복잡하거나 수심 변화가 심한 연안해역에서 수치모델이 실제 지형을 충실하게 반영하기 위해서는 격자 크기가 매우 작아져야 하므로 계산 시간이 중요한 변수가 된다. 따라서 연안해역에서 수역학모델과 함께 여러 개의 질량보존방정식을 풀어야 하는 수치모델에서는 전체적인 계산 효율을 증가시키기 위하여 time step을 증가할 필요성이 있다(예, Moustafa and Hamrick, 1994).

본 연구에서는 Princeton Ocean Model(POM: Blumberg and Mellor, 1987)의 3차원 지배방정식을 Casulli and Cheng (1992)의 반음해법으로 차분화하여 mode splitting을 제거하고 Flather and Heaps(1975)의 조간대 처리 기법을 도입한 3차원 semi-implicit 수역학모델을 수립하였다. 본 모델은 운동방정식의 순압경도력항과 수직방향 외동점성항, 그리고 수심적분된 연속방정식의 속도발산항을 음해법으로 처리한다. 본 semi-implicit 모델은 mode splitting 기법을 사용하지 않아 수심이 얇은 조간대를 합리적으로 처리할 수 있고, 수심적분된 운동방정식을 풀지 않고 time step이 Δt_i 로 증가하여 전체적인 계산 효율도 향상되었다. 수립한 semi-implicit 수역학모델의 유효성과 계산 효율을 확인하기 위하여 이상적인 3차원 수로에 적용하여 POM과 비교하였다. 조간대가 있는 이상적인 수로에 적용하여, mode splitting 기법을 사용하는 POM과는 달리, 본 semi-implicit 모델이 조간대를 합리적으로 처리할 수 있는 것을 보여주었다. 또한 경기만에 대하여 본 모델을 적용하여 조위 및 조류에 대하여 관측자료와 비교함으로써 본 모델의 현장 적용성을 보여주었다.

2. 3차원 Semi-Implicit 수역학모델

2.1 Princeton Ocean Model(POM)

POM에 대한 자세한 설명은 Blumberg and Mellor.(1987)에 수록되어 있고, 본 논문에서는 본 연구와 관계되는 부분만 간략하게 설명하였다. 수직방향으로 σ -좌표계와 Arakawa C-grid를 사용하는 POM에서는 수직방향 혼합

항에서 기인하는 수치안정조건을 제거하기 위하여 수직 방향 외동점성항과 난류확산항만을 음해법으로 처리하고, 나머지 모든 항을 양해법으로 차분화한다. POM에서 빠르게 움직이는 표면중력파와 느리게 움직이는 내부중력파를 포함하는 지배방정식을 풀 때 external mode와 internal mode로 나누어 계산을 수행하는 mode splitting 기법을 사용한다. external mode에서는 수심적분된 2차원 연속방정식과 운동방정식만을 짧은 Δt_E 간격으로 풀어 해수면 변동과 수심평균 유속장을 계산하고, internal mode에서는 3차원 연속방정식, 운동방정식과 염·열보존방정식을 상대적으로 긴 Δt_I 간격으로 풀어 3차원 유속장과 염분·수온 분포를 계산한다. POM에서 3차원 운동방정식의 순압경도력항에 의하여 결정되는 external mode의 time step 조건과 내부파 전파에 의하여 결정되는 internal mode의 time step 조건인 CFL 수치안정조건은 다음과 같다(Mellor, 1996).

$$\Delta t_E \leq \frac{1}{C_i} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)^{-1/2} \quad (1)$$

$$\Delta t_I \leq \frac{1}{C_T} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)^{-1/2} \quad (2)$$

여기서, Δt_E =external mode의 time step; Δt_I =internal mode의 time step; $\Delta x, \Delta y$ =각각 x-방향, y-방향 격자 크기; C_i =표면 중력파의 최대 전파속도; C_T =내부중력파의 최대 전파속도. 전형적인 연안해역에서는 $\Delta t_I/\Delta t_E$ 가 대략 30-80 정도이다(Mellor, 1996).

2.2 3차원 semi-implicit 수역학모델

본 연구에서는 Casulli and Cheng(1992)과 Cheng *et al.* (1993)의 반음해법에 기초하여 POM의 3차원 지배방정식을 차분화하여 mode splitting을 제거하고, Flather and Heaps(1975)의 조건대 처리 기법을 도입한 3차원 semi-implicit 수역학모델을 수립하였다. 본 semi-implicit 모델에 도입한 조건대 처리 기법에 관한 자세한 설명은 Flather and Heaps(1975)와 Park and Oh(1998)에 수록되어 있다.

semi-implicit 모델의 지배방정식은 수심적분된 연속방정식과 3차원 연속방정식, 운동방정식 및 염·열보존방정식이다. 수심적분된 연속방정식의 속도발산항과 3차원 운동방정식의 순압경도력항을 음해법으로 차분화하고, 지배방정식의 나머지 모든 항들은 기존 POM과 같은 수치방법으로 해석한다. 수심적분된 연속방정식의 속

도발산항을 음해법으로 차분화하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} \overline{\Delta x_{i,j} \Delta y_{i,j}} \\ & + \left(\sum_k u_{i+1/2,j,k}^{n+1} \overline{D_{i+1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i+1/2,j}^x} \Delta \sigma_k \right. \\ & \left. - \sum_k u_{i,j,k}^{n+1} \overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i-1/2,j}^x} \Delta \sigma_k \right) \\ & + \left(\sum_k v_{i,j,k+1}^{n+1} \overline{D_{i,j+1/2}^{n+1} \Delta x_{i,j+1/2}^y} \Delta \sigma_k \right. \\ & \left. - \sum_k v_{i,j,k}^{n+1} \overline{D_{i,j-1/2}^{n+1} \Delta x_{i,j-1/2}^y} \Delta \sigma_k \right) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, η =평균해수면 기준 해수면 수위; Δt =time step; u, v =각각 x-방향과 y-방향의 유속; D =총수심; $\Delta \sigma$ =무차원 수직방향 층 두께. 식 (3)에서 $\overline{\quad}$ 와 $\overline{\quad}$ 는 각각 x-방향과 y-방향의 평균을 의미하고, 아래첨자 i, j, k 는 각각 x-방향, y-방향 및 σ -방향의 공간 index이고, 위첨자 $n-1$ 과 $n+1$ 은 각각 old time step과 new time step을 의미하는 시간 index이다. 수평방향 3차원 운동방정식의 순압경도력항과 수직방향 외동점성항을 음해법으로 차분화하면 각각 u 및 v 에 대하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & u_{i,j,k}^{n+1} \overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i-1/2,j}^x} - u_{i,j,k}^{n-1} \overline{D_{i-1/2,j}^{n-1} \Delta y_{i-1/2,j}^x} = -2\Delta t g \overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \frac{\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta x_{i-1/2,j}^x}} \\ & + 2\Delta t \left[\frac{A_{i-1/2,j,k}^{n+1} \overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i-1/2,j}^x} - u_{i,j,k-1}^{n+1} \overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i-1/2,j}^x}}{\left(\overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i-1/2,j}^x} \right)^2} \frac{\Delta \sigma_{k-1/2}^\sigma}{\Delta \sigma_{k-1/2}^\sigma} \right. \\ & \left. - \frac{A_{i-1/2,j,k+1}^{n+1} \overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i-1/2,j}^x} - u_{i,j,k+1}^{n+1} \overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i-1/2,j}^x}}{\left(\overline{D_{i-1/2,j}^{n+1} \Delta y_{i-1/2,j}^x} \right)^2} \frac{\Delta \sigma_{k+1/2}^\sigma}{\Delta \sigma_{k+1/2}^\sigma} \right] \\ & - \frac{2\Delta t}{\Delta x_{i-1/2,j}^x \Delta y_{i-1/2,j}^y} UAD_{i,j,k}^n \quad (4) \\ & v_{i,j,k}^{n+1} \overline{D_{i,j-1/2}^{n+1} \Delta x_{i,j-1/2}^y} - v_{i,j,k}^{n-1} \overline{D_{i,j-1/2}^{n-1} \Delta x_{i,j-1/2}^y} = -2\Delta t g \overline{D_{i,j-1/2}^{n+1} \frac{\eta_{i,j}^{n+1} - \eta_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y_{i,j-1/2}^y}} \\ & + 2\Delta t \left[\frac{A_{i,j-1/2,k}^{n+1} \overline{D_{i,j-1/2}^{n+1} \Delta x_{i,j-1/2}^y} - v_{i,j,k-1}^{n+1} \overline{D_{i,j-1/2}^{n+1} \Delta x_{i,j-1/2}^y}}{\left(\overline{D_{i,j-1/2}^{n+1} \Delta x_{i,j-1/2}^y} \right)^2} \frac{\Delta \sigma_{k-1/2}^\sigma}{\Delta \sigma_{k-1/2}^\sigma} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{A_{ij-\frac{1}{2},k+1}^n}{\left(D_{ij-\frac{1}{2}}^n\right)^2} v_{ij,k}^{n+1} D_{ij-\frac{1}{2}}^{n+1} - v_{ij,k+1}^{n+1} D_{ij-\frac{1}{2}}^{n+1} \right] \\
 & - \frac{2\Delta t}{\Delta x_{ij-\frac{1}{2}} \Delta y_{ij-\frac{1}{2}}} VAD_{ij,k}^n \quad (5)
 \end{aligned}$$

여기서, A =수직방향 외동점성계수. 식 (4)와 식 (5)에서 $-\sigma$ 는 σ -방향의 평균을 의미하고, 위첨자 n 은 현재 time step을 의미하는 시간 index이고, $UAD_{ij,k}^n$ 와 $VAD_{ij,k}^n$ 는 각각 x -방향과 y -방향에서 양해법으로 해석한 이류항, 코리올리항, 경압경도력항, 수평방향 외동점성항을 포함하는 항이다.

식 (4)와 식 (5)를 식 (3)에 대입하여 해수면 조위에 대한 penta-diagonal matrix를 계수 행렬로 갖는 연립방정식을 구할 수 있고, 이를 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[A][\eta^{n+1}]=[b] \quad (6)$$

여기서, $[A]=N \times N$ 계수 행렬; $[\eta^{n+1}]=N \times 1$ 미지수 벡터; $[b]=N \times 1$ 상수 벡터; N =격자 개수. 행렬 $[A]$ 는 성분이 대부분 zero인 sparse matrix이며, 대각성분이 우세(diagonally dominant)하고 대칭적이며 양의 값을 갖는 계수 행렬이므로, 식 (6)은 unique한 수치해를 갖는다(Casulli and Cheng, 1992). 그러나 격자 개수가 증가함에 따라 행렬 $[A]$ 는 매우 큰 기억용량을 필요로 하기 때문에 식 (6)을 풀 때 기억용량을 최소화하고 수렴속도를 빠르게 하는 반복기법이 필요하다. 비교적 단순한 반복기법인 conjugate gradient method(CGM)는 수렴속도가 느려 계산의 효율성이 떨어지므로 본 모델에서는 preconditioner를 사용하여 CGM의 수렴속도를 증가시킨 preconditioned conjugate gradient method(PCGM)로 식 (6)을 풀어 해수면 조위(η^{n+1})를 구한다. preconditioner로는 계수행렬 $[A]$ 가 대칭적이며 양의 값을 갖는 특징을 이용하여 일반적인 LU-factorization의 특수한 경우인 Cholesky factorization 방법을 사용하였다(Hager, 1988: pp. 84-102; Kincaid and Cheney, 1991: pp. 133-134). 또한 기억용량을 감소시키기 위하여 checkerboard(black-white=red-black) 기법을 사용하였다(Hageman and Young, 1981: pp. 170-189; Buchanan and Turner, 1992: pp. 690-700). PCGM에 대한 일반적인 설명은 Meijerink and Vorst(1977), Strikwerda(1989: pp. 323-346) 등에 자세

히 기술되어 있다. 이렇게 구한 η^{n+1} 을 식 (4)와 식 (5)에 대입하여 유속장(u^{n+1} , v^{n+1})을 구한다. η^{n+1} , u^{n+1} , v^{n+1} 을 사용하여 3차원 연속방정식으로부터 수직방향 유속을 구하고, 염·열보존방정식으로부터 염분과 수온을 구한다.

본 semi-implicit 모델의 time step을 제한하는 수치안정조건은 POM에서 internal mode의 CFL 제약조건인 식 (2)와 동일하다. 이는 표면중력파에 기인하는 제약조건인 식 (1)에서 벗어나 POM의 Δt_E 보다 약 30배 이상 더 큰 Δt 를 사용할 수 있다는 것을 의미한다. 본 모델에서 질량보존방정식의 이류항을 upwind difference로 해석함에 따라 발생하는 time step 제약조건은 다음과 같다(Roache, 1972).

$$\Delta t \leq \left[\frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} + \frac{|w|}{\Delta \sigma} + 2K \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right]^{-1} \quad (7)$$

여기서, K =수평방향 난류확산계수. 따라서 본 연구에서 구성한 semi-implicit 모델의 time step은 식 (2)와 식 (7) 중 작은 것에 의하여 결정된다.

3.3차원 수로에서의 모델 적용

위에서 수립한 semi-implicit 수역학모델의 유효성과 계산 효율을 확인하기 위하여 이상적인 3차원 수로에서 mode splitting 기법을 사용하는 POM과 비교하였다. 조건대를 포함하지 않는 수로와 포함한 수로 두 가지 경우에 대하여 비교하였다.

3.1 조건대를 포함하지 않는 3차원 수로

조건대를 포함하지 않는 이상적인 3차원 수로로 x -방향으로 100 km, y -방향으로 7 km이고, 10 m의 일정한 수심을 갖는 직사각형 모양의 수로를 설정하였다(Fig. 1). 수로의 입구에서 진폭이 1 m인 조석이 전파되어 들어오고, 나머지 3면은 육지로 둘러싸여 있다고 가정하였다. 모델영역을 $\Delta x = \Delta y = 1$ km의 격자로 그리고 수직방향으로 3개의 층을 가지는 $100 \times 7 \times 3$ 의 격자망을 구성하였다. 본 모델격자에서 식 (1)과 식 (2)에 의한 Δt_E 와 Δt_i 는 각각 약 30 및 290 s 정도이고, 식 (7)에 의한 Δt 는 약 350 s 정도이다(수평방향 외동점성계수의 order는 $100 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 정도). 본 모델 적용에서 semi-implicit 모델의 Δt 로는 60 s를 사용하였고, POM의 Δt_E 로는 2 s와 Δt_i 로는 60 s를 사용하였다($\Delta t_i/\Delta t_E=30$). 조위와 유속은 cold start를 하였고, 모델결과는 4일 이후에 정상상태에 도달하였다. 모

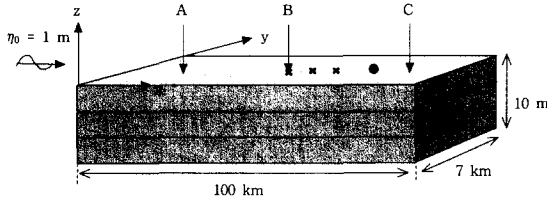


Fig. 1. A hypothetical three-dimensional rectangular channel without intertidal flats. The semi-implicit model and POM are compared for surface elevation and current velocity at three locations (A, B and C), and for mass concentration at three locations (×); ●=location of mass release (20 km downriver from the closed end).

텔계산이 4일이 되는 날부터 수로 입구에서 80 km 떨어진 지점에서 보존성 물질을 1 kg s⁻¹ 만큼 연속 방류하였다.

수로 입구로부터 각각 10, 50, 90 km 떨어진 세 지점(Fig. 1의 A, B, C)에서 semi-implicit 모델과 POM의 조위와 유속에 대한 시계열 결과를 각각 Fig. 2와 Fig. 3에 비교하였다. semi-implicit 모델결과는 조위와 유속의 진폭과 위상의 크기 및 양상 등 모두가 POM 결과와 잘 일치하였고, 조위의 경우 하류로부터 상류로 갈수록 조석파가 전파되는 양상도 동일하게 재현하였다. 보

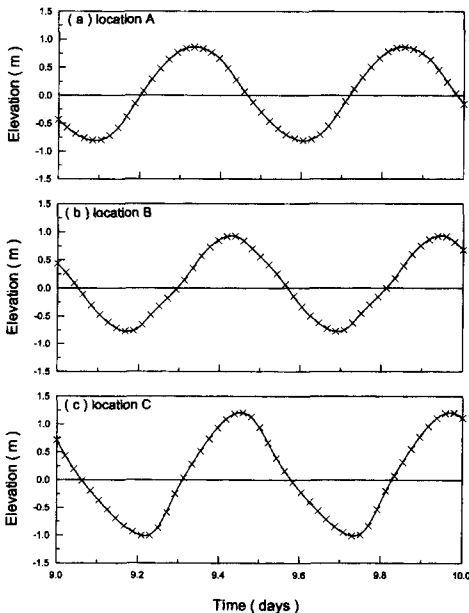


Fig. 2. Comparison between the semi-implicit model (—) and POM (×) for surface elevation in the channel without intertidal flats at three locations A, B and C in Fig. 1.

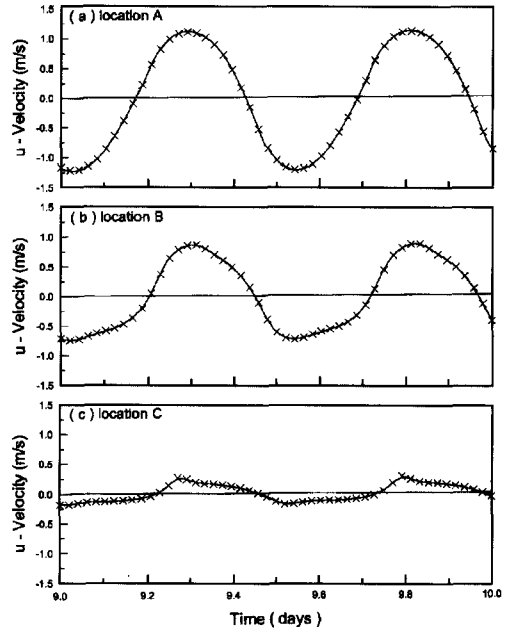


Fig. 3. Comparison between the semi-implicit model (—) and POM (×) for along-channel velocity in the channel without intertidal flats at three locations A, B and C in Fig. 1.

존성 물질의 농도의 경우 방류 지점으로부터 하류 쪽으로 각각 10, 20, 30 km 떨어진 세 지점에서 시계열 결과를 비교하였다(Fig. 4). Semi-implicit 모델결과가 POM 결과와 잘 일치하였고, 방류 지점으로부터 멀어질수록 농도가 줄어드는 양상도 동일하게 재현하였다. Semi-implicit 모델결과와 POM 결과가 거의 일치하는 Fig. 2부터 Fig. 4까지의 결과는 본 연구에서 수립한 semi-implicit 수역학모델의 유효성을 입증한다. 같은 기종의 컴퓨터(DEC-alpha 600)에서 순수한 계산시간을 비교한 결과, semi-implicit 모델이 mode splitting 기법을 사용하는 POM보다 약 4.4배 더 빨리 수행되었다. 이는 mode splitting이 제거되어 수심적분된 운동방정식을 풀지 않고 time step이 Δt_r 로 증가한 semi-implicit 모델의 계산 효율이 향상되었음을 입증한다.

3.2 조건대를 포함하는 3차원 수로

상류 경계로부터 하류 쪽으로 10 km 지점까지 조건대가 분포하는 이상적인 3차원 수로를 설정하였다(Fig. 5). x-방향으로 100 km, y-방향으로 7 km인 수로의 입구에서는 진폭이 4 m인 조석파가 전파되어 들어오고, 나머지

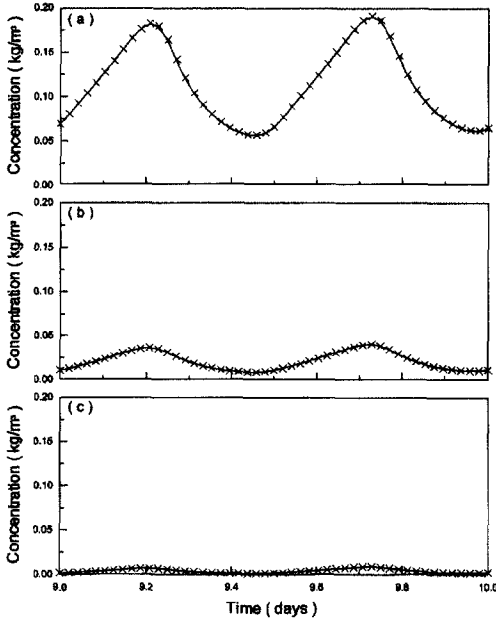


Fig. 4. Comparison between the semi-implicit model (—) and POM (×) for mass concentration in the channel without intertidal flats at 10 km (a), 20 km (b) and 30 km (c) downriver from the release point.

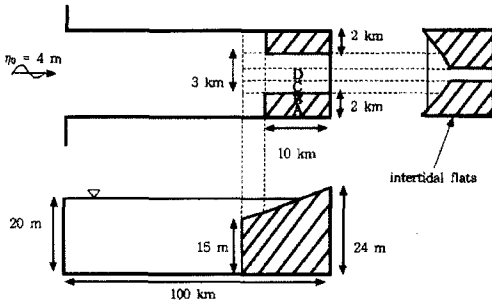


Fig. 5. A hypothetical three-dimensional channel with intertidal flats in x-y plane (a) and in x-z plane (b). The semi-implicit model and POM are compared for surface elevation and current velocity at four locations (A, B, C and D).

3면은 육지로 둘러싸여 있다고 가정하였다. 모델영역을 $\Delta x = \Delta y = 1$ km의 격자로 그리고 수직방향으로 3개의 층을 가지는 $100 \times 7 \times 3$ 의 격자망을 구성하였다. 본 모델영역에서 해수로 채워져 유효한 수치 계산이 이루어지는 격자(total active cell)의 개수는 2,100개이며, 이 중에서 조간대 격자의 개수는 120개이다. 본 모델격자에서 식 (1) 과 식 (2)에 의한 Δt_E 와 Δt_I 는 각각 약 20 및 140 s 정도이고, 식 (7)에 의한 Δt 는 약 200 s 정도이다(수평방향

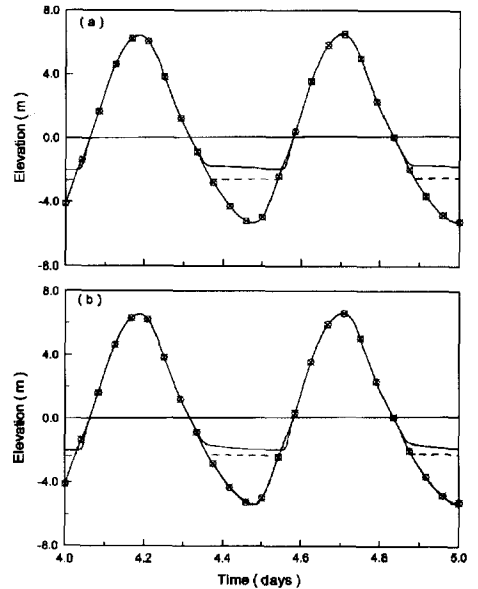


Fig. 6. Comparison between the semi-implicit model (a) and POM (b) for surface elevation in the channel with intertidal flats at four locations A (—), B (····), C (⊖) and D (×) in Fig. 5.

와동점성계수의 order는 $100 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ 정도). 본 모델 적용에서 semi-implicit 모델의 Δt 로는 60 s를 사용하였고, POM의 Δt_E 로는 2 s와 Δt_I 로는 10 s를 사용하였다($\Delta t_I/\Delta t_E = 5$). 조간대가 있는 경우에 $\Delta t_I/\Delta t_E = 30$ 을 적용하여 Δt_I 로 60 s를 사용하면 조간대 격자에서의 불안정한 유속 때문에 POM 수행이 가능하지 않았다. 조위와 유속은 역시 cold start를 하였고, 정상상태에 도달한 4일 이후의 모델결과만을 사용하였다.

조간대의 2 지점과 주수로 2 지점에서(Fig. 5의 A, B, C, D) semi-implicit 모델과 POM의 조위와 유속에 대한 시계열 결과를 각각 Fig. 6과 Fig. 7에 비교하였다. 조위에 대해서는 semi-implicit 모델결과와 POM 결과가 수로에서는 거의 유사하게 나타나나, POM의 경우 저조시에 주수로 격자에서 미세하게 불안정한 결과를 보여준다(Fig. 6). 또한 조간대 각 격자에서 wet/dry 시점이 semi-implicit 모델과 POM이 약간 다르게 나타나고, 이는 POM에서는 2 s(Δt_E)마다 wet/dry를 판단하나 semi-implicit 모델에서는 60 s(Δt)마다 wet/dry를 판단하기 때문이다. 유속의 경우에는 semi-implicit 모델과 POM이 상당히 다른 결과를 보여준다(Fig. 7). 10 s(Δt_I)마다 유속을 계산하는 POM에서는(즉, $\Delta t_I/\Delta t_E = 5$) time step이 짧

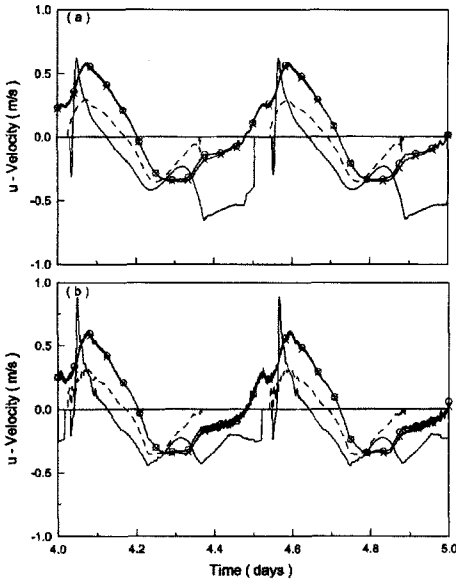


Fig. 7. Same as Fig. 6 except for along-channel velocity.

인데도 불구하고 조간대 격자에서 noise가 발생하고, 이들이 주 수로 격자에까지 전파되어 주 수로 격자에서도 유속을 불안정하게 만든다(Fig. 7b). 60 s(Δt)마다 유속을 계산하는 semi-implicit 모델에서는 time step이 더 크면서도 불구하고 조간대 격자와 주 수로 격자 모두에서 noise가 없는 안정된 유속 결과를 보여준다(Fig. 7a). 이는 조간대가 존재하는 연안해역에서는 mode splitting 기법을 사용하는 3차원 수역학모델에 조간대 처리 기법을 합리적으로 도입할 수 없는 반면, 본 semi-implicit 모델에는 조간대 처리 기법을 합리적으로 도입할 수 있다는 것을 입증한다.

4. 경기만 조석 및 조류에 대한 모델 적용

본 연구에서 수립한 semi-implicit 모델의 현장 적용성을 확인하기 위하여 경기만의 조석 및 조류에 대하여 적용하였다. 모델영역은 북위 36°46'~37°54', 동경 125°53'~126°55' 사이의 경기만 해역으로, 강 상류쪽으로는 신곡수중보까지, 임진강, 예성강을, 동쪽으로는 아산만까지를, 남쪽으로는 태안반도까지를 그리고 서쪽으로는 백야도 외해 해역까지를 포함한다(Fig. 8). 설정된 모델영역은 동서 방향으로 약 92 km이고, 남북 방향으로는 약 126 km이다. 해안선 굴곡 및 수심 변화가 심한 본 모델영역을 정확하게 반영하기 위하여 수평방향으로는 가

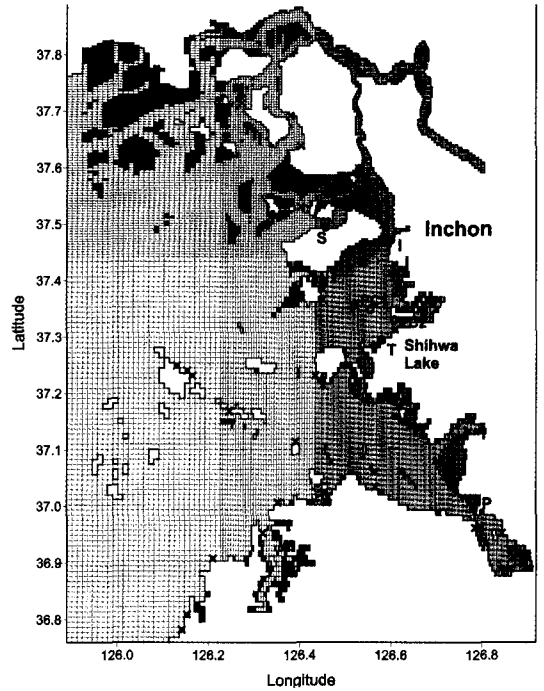


Fig. 8. Grid structure for Kyeong-Ki Bay showing 37 tidal stations (X), 4 time-series stations for surface elevation (I, S, T and P), and 2 time-series stations for current velocity (PC1 and PC2). Shaded areas are intertidal flats.

변 격자를 사용하였다. 육지 부근 해역은 250×500 m 격자로, 외해로 나가면서 500×500 m, 500×1000 m, 1000×1000 m 격자로 격자망을 구성하였다(Fig. 8). 수직방향으로는 6개의 층을 가져 239×175×6의 격자망을 구성하였다. 이 격자망에서 유효한 수치 계산이 이루어지는 표층 해수 격자는 총 15,423개이며, 이중 조간대 격자는 3,781개이다. 본 모델 적용에 사용된 격자 및 수심은 임(1999)에 사용된 것과 동일하다. 본 semi-implicit 모델 적용의 Δt 로는 45 s를 사용하였다. 바다마찰은 Manning의 마찰계수를 이용한 quadratic stress law를 사용하였고, 바람 응력은 고려하지 않았다. 조위와 유속은 cold start를 하였고, 정상상태에 도달한 5일 이후의 모델결과만 사용하였다. 외해측 개방경계에서 관측된 조석의 조화상수 자료와 최(1987)의 등조석도를 참고하여 조석의 주요 4대 분조(M_2 , S_2 , K_1 , O_1)에 대한 개방경계조건을 구하여 시간에 따라 변하는 진폭과 지각을 지정하여 주었다(김, 1997; 임, 1999).

모델결과는 모델영역내 37개 지점(Fig. 8)에서 관측된 조석의 주요 4대 분조의 조화상수 자료(송, 1992; Choi,

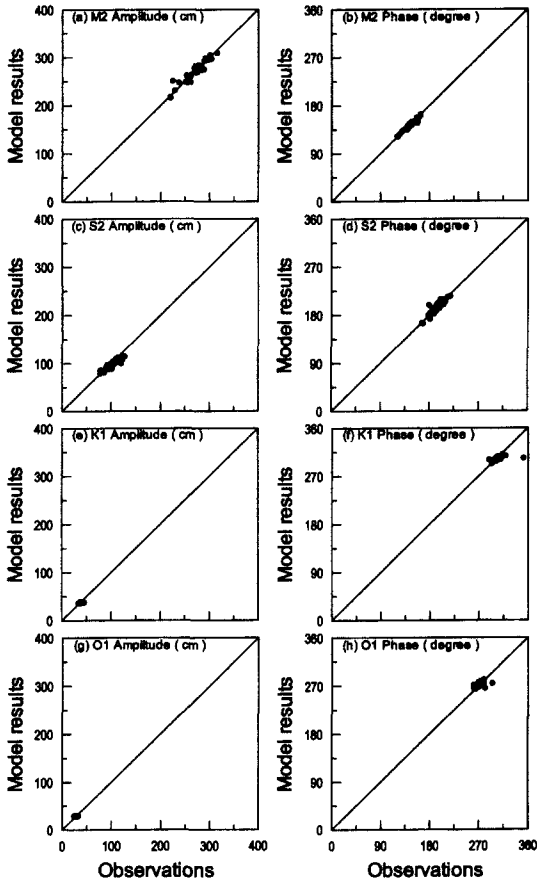


Fig. 9. Comparison between the observed and model-calculated amplitudes and phases of M_2 , S_2 , K_1 and O_1 tidal constituents.

1980; 최, 1987; 한국해양연구소, 1996 등)와 비교하였다. 이 37개 정점이 모델 영역 내에 골고루 분포하므로 조석과의 진폭뿐만 아니라 전파에 대해서도 모델결과를 검토할 수 있었다. 모델적용 결과 Manning의 마찰 계수는 0.025로 결정하였다. M_2 , S_2 , K_1 , O_1 분조의 진폭과 지각에 대하여 모델결과와 관측자료를 일대일로 비교한 것이 Fig. 9에 제시되어 있다. 모델결과의 정확도를 정량적으로 살펴보기 위하여 모델결과에 대한 절대오차(absolute relative error=ARE)와 오차(error=E)를 계산하였고, 37개 정점에서 4대 분조의 진폭과 지각에 대한 평균 ARE와 평균 E가 Table 1에 제시되어 있다. Fig. 9와 Table 1에 제시된 모델-자료 비교 결과는 모델영역 전반에 걸쳐 본 semi-implicit 모델 적용결과가 조석의 진폭 및 전파 양상을 잘 재현한다는 것을

Table 1. Absolute relative error (ARE) and error (E) averaged over 37 tidal stations.

Tidal Constituents	Amplitude		Phase	Number of Observations
	ARE (%)	E (cm)	E (degree)	
M_2	2.0	0.6	-0.5	37
S_2	4.5	-3.5	0.7	37
K_1	3.6	-0.8	-2.5	37
O_1	4.8	0.3	0.3	37

입증한다.

인천항, 삼목도, 대부도 및 평택항(Fig. 8의 I, S, T, P)에서 관측된 조위 시계열 자료와 팔미도 부근 해역 2개 정점(Fig. 8의 PC1, PC2) 중층에서 관측된 조류 시계열 자료를 이용하였다. 조위의 관측기간은 인천항에서는 1996년 1월부터 1997년 1월까지(국립해양조사원, 1997), 그리고 정점 S에서는 1995년 12월부터 1996년 11월까지 각각 1년간이다(수도권신공항건설공단, 1996). 정점 T에서는 1997년 1월 24일부터 2월 22일까지와 1997년 7월 13일부터 8월 11일까지이고(인천광역시 공영개발사업단, 1997), 정점 P에서는 1995년 1월 26일부터 2월 24일까지와 1995년 7월 8일부터 8월 7일까지이다(인천광역시 공영개발사업단, 1995). 조류의 관측기간은 정점 PC1과 PC2에서 각각 1997년 1월 24일부터 2월 22일까지와 1997년 7월 13일부터 8월 11일까지이다(인천광역시 공영개발사업단, 1997). 본 모델 적용은 4대 분조(M_2 , S_2 , K_1 , O_1)에 의한 tidal forcing만을 포함하므로, 모델결과는 4대 분조에 대한 시스템의 반응만을 보여준다. 그러나 실제 경기만에서는 4대 분조 이외의 분조들에 의한 tidal forcing, 수평 방향 밀도차에 의한 경압력, 민물 유입에 의한 순압력, 바람 등 다양한 기작들에 의한 해수순환이 존재한다. 따라서 관측된 시계열 자료의 4대 분조 조화상수를 이용하여 재구성된 관측치와 모델결과를 비교하였다. 본 모델 적용결과는 4개 정점 모두에서 조위에 대한 시계열 관측자료를 진폭과 지각에 대하여 잘 재현하였다(예로 Fig. 10에 인천항과 평택항에서의 비교 제시). 정점 PC1과 PC2의 중층에서의 모델결과도 관측된 조류의 세기와 지각을 잘 재현하였다(예로 Fig. 11에 정점 PC1에서의 비교 제시). 특히 모델 결과가 조류의 지각을 잘 재현한다는 것은 인천연안에서 본 semi-implicit 모델이 계산한 물질의 이동 방향이 정확하다는 것을 의미한다. 대조기 인천항에서 최대 썰물일 때 모델이 계산한 표층과 저층에서의

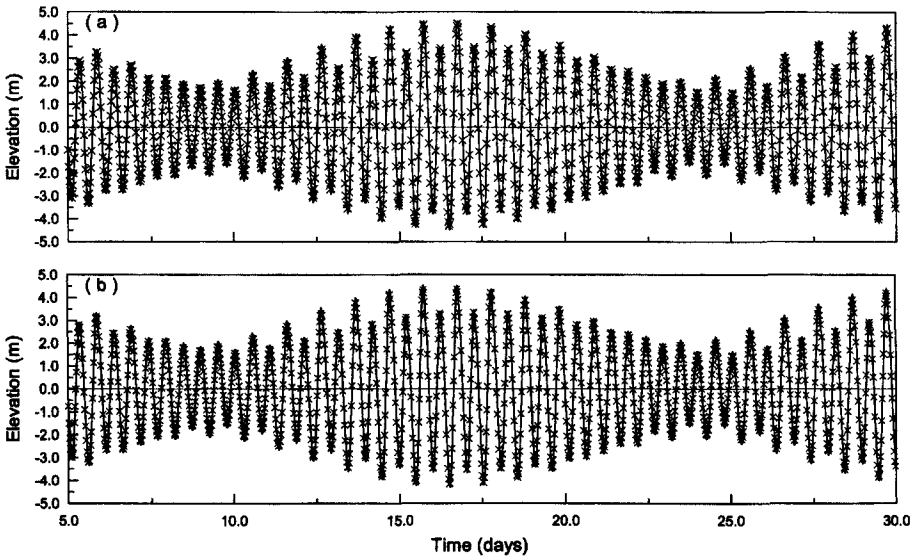


Fig. 10. Comparison between the time-series observations (\times) and model results (—) for surface elevation at the stations I (a) and P (b) in Fig. 8.

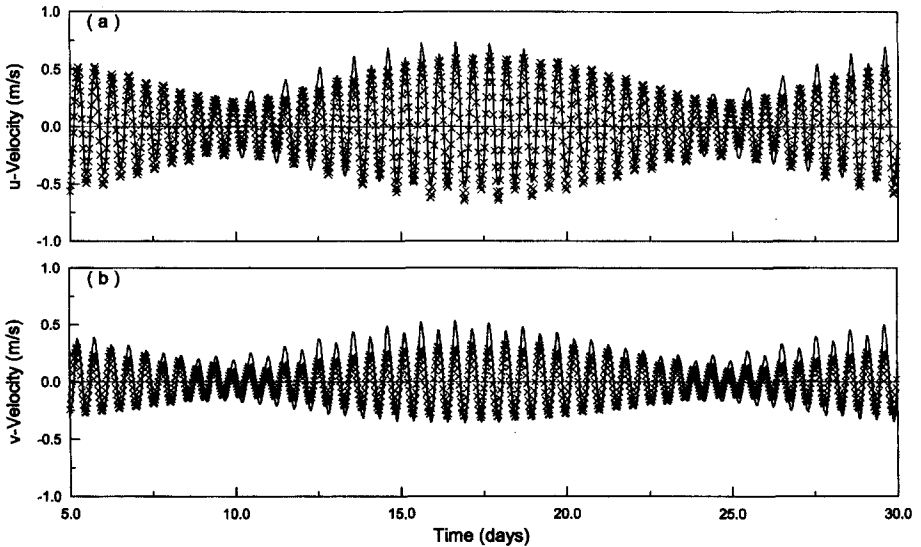


Fig. 11. Comparison between the time-series observations (\times) and model results (—) for tidal velocity at the mid-depth of the station PC1 in Fig. 8: u-velocity (a) and v-velocity (b).

유속분포가 Fig. 12에 제시되어 있다.

Mode splitting 기법을 사용하는 3차원 POM을 경기 만에 적용할 때에는 넓게 발달한 조간대 때문에 $\Delta t/\Delta t_E$ 로 5 이하의 값을 사용해야만 모델 수행이 가능하였고, 이 경우에도 조간대 격자와 인접한 수로 격자에서 계산된 유속에 noise가 발생하였다. $\Delta t/\Delta t_E$ 로 5 이하의 값을 사용하는 것은 작은 time step을 요구하는 표면중

력과의 복잡한 3차원 방정식의 해를 각자 그 특성에 맞게 다른 time step으로 풀어 계산 효율을 향상시키고자 하는 mode splitting 기법의 장점을 살리지 못하는 것이다. 본 semi-implicit 모델 적용에서는 사용한 격자 크기를 고려할 때(Fig. 8) 3차원 모델로서는 상대적으로 큰 time step인 45s를 사용할 수 있어서 계산효율이 향상된 것을 보여주었다.

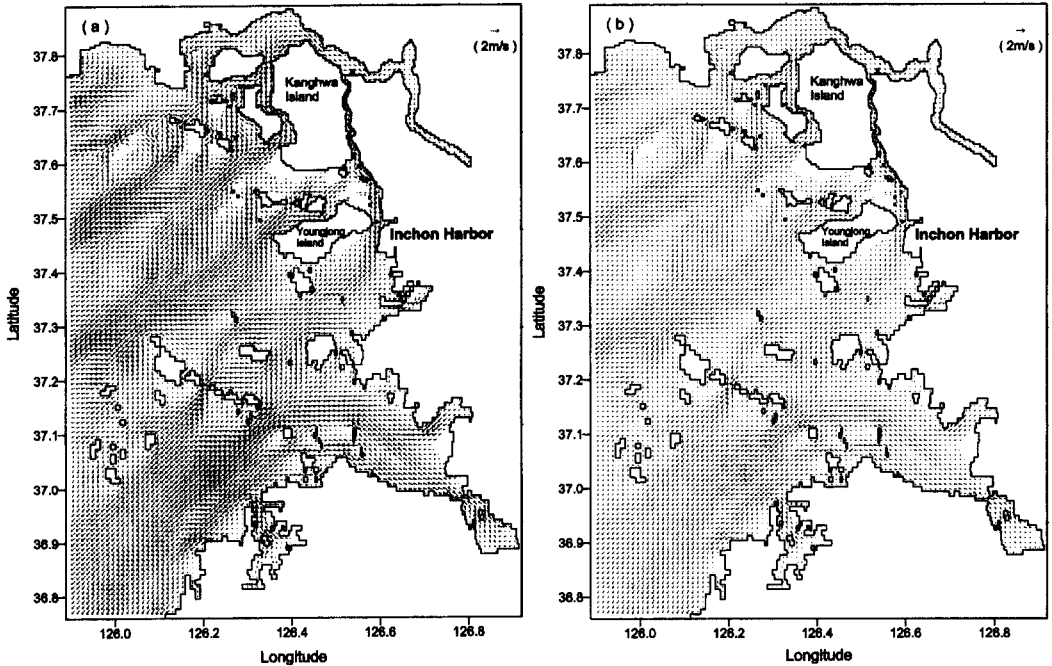


Fig. 12. Model-calculated velocity distribution at surface (a) and bottom (b) layers at the time of maximum ebbing at Incheon Harbor in spring tide.

5. 결 론

POM에서 운동방정식의 순압경도력항과 수직방향 와동점성항을 그리고 수심적분된 연속방정식의 속도발산항을 음해법으로 차분화하여(Casulli and Cheng, 1992) mode splitting을 제거하고 조간대 처리 기법(Flather and heaps, 1975)을 도입한 3차원 semi-implicit 모델을 수립하였다. 3차원 운동방정식과 수심적분된 연속방정식을 함께 풀어 조위에 대한 penta-diagonal matrix를 계수행렬로 갖는 연립방정식을 유도하였다. 이 계수행렬은 대각성분이 우세하고 대칭적이며 대각성분이 양의 값을 가지므로 unique한 수치해가 존재한다. 수렴 속도를 증가시키기 위하여 preconditioning 방법으로 Cholesky factorization을 이용하고 기억용량을 감소시키기 위하여 checkerboard 기법을 사용하는 PCGM을 적용하여 이 연립방정식의 해를 구하였다(Meijerink and Vorst, 1977).

조간대를 포함하지 않는 3차원 수로에서 semi-implicit 모델과 POM을 적용한 결과, 두 모델이 조위, 유속 및 보존성 물질 농도에 대하여 거의 동일한 결과를 보여주었다(Fig. 2부터 Fig. 4). 그러나 모델 수행 시간에 있어서는 semi-implicit 모델이 POM보다 약 4.4배 정도

빠르게 수행되어 계산 효율이 향상되었다는 것을 입증하였다. 조간대를 포함하는 3차원 수로에서는 POM이 조간대 및 주 수로에서 조위와 유속에 대하여 불안정한 결과를 보여준 반면 더 큰 time step을 사용한 semi-implicit 모델은 조간대와 주 수로에서 안정된 결과를 보여주었다(Fig. 6과 Fig. 7). 이는 조간대가 넓게 발달한 연안해역에서는 mode splitting 기법을 사용하는 POM에는 조간대 처리 기법을 합리적으로 도입할 수 없는 반면, 본 semi-implicit 모델에는 조간대 처리 기법을 합리적으로 도입할 수 있다는 것을 입증한다. 3차원 semi-implicit 모델을 조간대가 넓게 발달한 경기만에서 조석 및 조류에 대하여 적용하여 현장 적용성을 보여주었다. 모델영역내 37개 정점에서 관측된 조석의 4대 분조(M_2 , S_2 , K_1 , O_1)의 조화상수 자료를 이용한 모델-자료 비교에서 본 모델이 조석의 진폭 및 전파를 잘 재현하였다(Fig. 9). 또한 4개 정점에서의 조위에 대한 시계열 자료와 2개 정점에서 조류에 대한 시계열 자료를 이용한 모델-자료 비교에서도 본 모델이 관측자료를 충실하게 잘 재현하였다(Fig. 10과 Fig. 11). 따라서, 본 연구에서 수립한 semi-implicit 모델은 조간대를 합리적으로 모의할 수 있고 계산 효율이 증가되어, 조간대가 넓게 발달한

연안해역을 대상으로 폭 넓게 적용될 수 있을 것이다.

사 사

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구(981-0405-017-2)지원으로 수행되었음.

참고문헌

- 국립해양조사원, 1997. 광역해양정보제공시스템 구축 사업 수치모형실험 중간보고서, (주)한국해양과학기술.
- 김홍선, 1997. 경기만에서의 해수 유동과 염분 분포에 대한 수치모델링, 인하대학교 석사학위논문, 61 pp.
- 서승원, 1999. 비선형 3차원 조화유한요소모형을 이용한 황해의 천해조석발생, 대한토목학회논문집, 19(II-3), pp 389-399.
- 송철호, 1992. 조석·조류 개론, 수로국, 94 pp.
- 수도권신공항건설공단, 1996. 수도권 신공항 해상 및 기상 관측 6차 보고서, (주)한국해양과학기술.
- 이경선, 2000. 3차원 semi-implicit 수역학모델 개발에 관한 연구, 인하대학교 석사학위논문, 52 pp.
- 인천광역시 공영개발사업단, 1995. 송도지역 공유수면 매립 공사 사후환경관리용역 종합보고서, 인천광역시.
- 인천광역시 공영개발사업단, 1997. 송도지역 공유수면 매립 공사 사후환경관리용역(4차분) 종합보고서, 인천광역시.
- 임효혁, 1999. 경기만에서 수치모델링을 이용한 한강수 유입 연구, 인하대학교 석사학위논문, 56 pp.
- 정태성, 1998. 물의 순환에 관한 3차원 유한요소 모형, 한국해양·해양공학회지, 10(1), pp. 27-36.
- 최병호, 1987. 인천만 조석의 주분조, 한국항만협회지 항만, pp. 37-50.
- 한국해양연구소, 1996. 한반도 주변 조석 조화상수 자료집, 한국해양연구소, 282 pp.
- Blumberg, A.F. and Mellor, G.L., 1987. A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model, In: *Three-Dimensional Coastal Models* (N.S. Heaps, ed.), AGU, Washington, D.C., pp. 1-16.
- Buchanan, J.L. and Turner, P.R., 1992. *Numerical Methods and Analysis*, McGraw-Hill, NY, 751 pp.
- Casulli, V. and Cheng, R.T., 1992. Semi-implicit finite difference methods for three-dimensional shallow water flow, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 15, pp. 629-648.
- Cheng, R.T., Casulli, V. and Gartner, J.W., 1993. Tidal, residual, intertidal mudflat (TRIM) model and its applications to San Francisco Bay, California, *Est. Coast. Shelf Sci.*, 36, pp. 235-280.
- Choi, B.H., 1980. A tidal model of the Yellow Sea and the Eastern China Sea, *KORDI report 80-02*, KORDI, 72 pp.
- Flather, R.A. and Heaps, N.S., 1975. Tidal computations for Morecambe Bay, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 42, pp. 489-517.
- Hageman, L.A. and Young, D.M., 1981. *Applied Iterative Methods*, Academic Press, NY, 386 pp.
- Hager, W.W., 1988. *Applied Numerical Linear Algebra*, Prentice Hall, NJ, 424 pp.
- Kincaid, D. and Cheney, W., 1991. *Numerical Analysis*, Brooks/Cole Pub. Co., Pacific Grove, CA, 690 pp.
- Kuo, A.Y. and Park, K., 1995. A framework for coupling shoals and shallow embayments with main channels in numerical modeling of coastal plain estuaries, *Estuaries*, 18(2), pp. 341-350.
- Meijerink, J.A. and van der Vorst, H.A., 1977. An iterative solution method for linear system of which the coefficient matrix is a symmetric M-matrix, *Math. Comp.*, 31(137), pp. 148-162.
- Mellor, G.L., 1996. Users guide for a three-dimensional primitive equation, numerical ocean model, Princeton Univ., Princeton, NJ, 40 pp.
- Moustafa, M.Z. and Hamrick, J.M., 1994. Modeling circulation and salinity transport in the Indian River Lagoon, In: *Estuarine and Coastal Modeling III* (M.L. Spaulding, K.W. Bredford, A.F. Blumberg, R.T. Cheng and J.C. Swanson, eds.), ASCE, NY, pp. 381-395.
- Park, K., Kuo, A.Y., Shen J. and Hamrick, J.M., 1995. A three-dimensional hydrodynamic eutrophication model (HEM-3D): description of water quality and sediment process submodels, *Special Rep. in Appl. Marine Sci. and Ocean Engrg. No. 327*, Sch. of Marine Sci./Virginia Inst. of Marine Sci., The College of William and Mary, VA, 102 pp.
- Park, K. and Oh, J.-H., 1998. Calibration and verification of a hydrodynamic model in Chunsu Bay and adjacent coastal water, *J. Korean Soc. of Coastal and Ocean Engrs.*, 10(3), pp. 109-119.
- Roache, P.J., 1972. *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa, Albuquerque, NM, 434 pp.
- Strikwerda, J.C., 1989. *Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations*, Wadsworth & Brooks/Cole Advanced Books & Software, Pacific Grove, CA, 386 pp.
- Wang, D.-P., 1982. Development of a three-dimensional, limited-area (island) shelf circulation model, *J. Phys. Oceanogr.*, 12, pp. 605-617.