

## 블록이 반복된 균형 $n - ary$ 이면교배 \*

배종성<sup>1)</sup>

요약

본 논문에서는 반복된 블록으로 구성된 부분적으로 균형된 삼각형계획을 이용하여 블록이 반복된 균형  $n - ary$  이면교배 실험을 설계하고 효율에 대해서 연구하였다. 또한 설계 가능한 계획을 나열하였다.

주요용어: 부분이면교배, 균형  $n - ary$  이면교배, 총체적 최적.

### 1. 서론

이면교배실험(diallel cross experiments)은 동물이나 식물, 특히 식물의 동계교배실험(inbreeding experiments)에서 자식대(off spring)의 근교계통(inbred lines)의 유전적인 성질을 분석하여 어미대의 유전적인 성질을 연구하는데 사용되는 짝짓기 계획(mating design)이다. 서로 다른  $p$  개의 근교계통에서  $i$ 번 근교계통과  $j$ 번 근교계통의 교배(cross)를 ( $i \times j$ ),  $i, j = 1, 2, \dots, p$ 로 나타내고 실험에서 사용되는 교배의 수를  $n$ 이라 하자. Griffing(1956)은 가능한 종류의 근교계통 쌍을 교배로 사용한다는 의미에서 사용되는 교배의 종류에 따라  $n = p^2$ ,  $n = p(p + 1)/2$ ,  $n = p(p - 1)$ ,  $n = p(p - 1)/2$  일 경우 각각 타입 1, 2, 3, 4라하고 이들을 완전이면교배(Complete Diallel Cross : CDC)라 하였으며 그 중 타입 4를 수정된 혹은 반 이면교배(modified or halfdiallel cross)라 하였다. 그 중 타입 4가 보편적으로 가장 많이 사용되는 방법이다(Singh 과 Hinkelmann:1995). Griffing의 타입 4에서  $p$ 가 증가하면 실험할 교배의 수가 급격히 증가하여 실제로 실험하기 힘든 경우 타입 4에서 일부분의 교배( $n = ps/2$ , ( $s < p - 1$ ))만 사용하는 이면교배실험을 부분이면교배 (Partial Diallel Cross : PDC)실험이라 하고, 부분이면교배 실험에 대응된다는 의미에서 통계학자들은 타입 4를 완전이면교배 실험이라 한다.

균형  $n - ary$  블록 디자인은 Tocher(1952)에 의해 소개되었으며 균형  $n - ary$  이면교배실험이란 용어는 Agarwal과 Das(1987)에서 사용한 정의대로 따르기로 한다.  $n - ary$  이면교배실험에 관한 연구로 Agarwal과 Das(1987, 1990a, 1990b)는 균형된 불완비 블록계획(Balanced incomplete block design : BIBD) 및 부분적으로 균형된 삼각형 계획(triangular partially balanced incomplete block design : triangular PBIBD)을 이용하여 균형  $n - ary$  이면교배실험을 설계하고 분석하였고, Divecha와 Ghosh(1997)는 동반부류수 2인 PBIBD를 이용하여 부분이면교배를 블록화하였다. Singh과 Hinkelmann은 삼각형 PBIBD에서 처리

\* 이 논문은 1998년도 전남대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

1) (500-757) 광주광역시 북구 용봉동 300, 전남대학교 자연과학대학 통계학과, 교수

E-mail: jsbae@chonnam.chonnam.ac.kr

를 근교계통에 대응시켜  $\lambda_2$ 에 해당하는 처리(근교계통) 끼리 교배하여 부분이면 교배를 블록화하였다. Das 등(1998)은  $\lambda_1 = 0$ 인 삼각형 PBIBD를 이용하여 구성된  $n$ -ary 이면교배 계획은 총체적 최적(universally optimal)계획이 됨을 보였다. 배중성과 김공순(1999)은 이어진 블록계획(linked block design)중에서 대칭 균형된 불완비 블록계획을 이용하여 설계된 균형  $n$ -ary 이면교배계획은 균형된 불완비 블록계획을 이용해서 설계한 계획들 중에서 가장 효율이 높은 균형  $n$ -ary 이면교배 계획이 됨을 보였다.

이번 연구는 반복된 블록으로 구성된 삼각형 PBIBD(표 2.1 및 표 2.2의 Clatworthy 등(1973)의 삼각형 PBIBD의 \*가 있는 디자인. 예 T3\*2)를 이용하여 Agarwal과 Das(1987)의 방법에 따라 균형  $n$ -ary 이면교배 계획을 설계하고 반복이 없는 블록으로 구성된 삼각형 PBIBD(표 2.2의 T1, T12, T13, ..., T70)를 이용한 경우와 효율을 비교한다. 블록이 반복된  $n$ -ary 이면교배 계획을 이용하면 다음과 같은 이점이 있을 것이다.

1. 같은 블록을 반복해서 실험하기 때문에 실험이 단순해지고 시간과 노력이 절약된다.
2. 블록이  $w$ 반복된 디자인에서 하나의 반복만 사용하는 경우 실험의 수는  $w^{-1}$ 만큼 줄어 든다.
3. 반복된 블록을 반복으로 사용하여 반복효과를 구할 수 있다.

## 2. 디자인 설계 및 분석

본 연구에서는 Agarwal과 Das(1987)의 (정리 2.1)을 이용하여 디자인을 설계하기 때문에 (정리 2.1)을 먼저 소개한다.

**정리 2.1**  $D_1$ 은 처리 수  $v_0 = p$ , 블록 수  $b_0 = p(p-1)/2$ , 반복 수  $r_0 = p-1$ , 블록의 크기  $k_0 = 2$ , 동반 수  $\lambda_1 = 1$ 을 모수로 갖는 BIBD이고  $p(p-1)/2$ 개의 블록에 각각  $(1,2)(1,3)\dots(1,p)(2,3)(2,4)\dots(p-1,p)$  인 번호를 대응시킨다.  $D_2$ 는 처리 수  $v = p(p-1)/2$ , 블록 수  $b$ , 반복의 수  $r$ , 블록의 크기  $k$ , 동반 수  $\lambda_1, \lambda_2$ , 동반행렬  $P_{ij}^k(i, j, k = 1, 2)$ 을 모수로 갖는 PBIBD라면 디자인  $D_2$ 에서 블록내의 각 처리에 디자인  $D_1$ 에 대응된 번호  $((1,2)(1,3)\dots(1,p)(2,3)(2,4)\dots(p-1,p))$ 로 바꾸어 주면  $D_2$ 는 모수  $V = v_0 = p$ ,  $B = b$ ,  $K = 2k$ ,  $R = rr_0 = r(p-1)$ ,  $\Delta = r + (v_0 - 2)(3\lambda_1 + p_{1_2}^1\lambda_2)$ 를 갖는 균형  $n$ -ary 이면계획이다(Agarwal과 Das:1987).

처리 수  $v$ , 블록 수  $b$ , 반복 수  $r$ , 블록의 크기  $k$ , 동반 수  $\lambda_1, \lambda_2$ , 동반행렬  $P_{ij}^k$ 을 모수로 하는 삼각형 PBIBD를  $D(v, b, r, k, \lambda_1, \lambda_2)$ 라 하고 이 계획을 이용하여 설계된 근교계통의 수  $P$ , 블록의 수  $B$ , 블록의 크기  $K$ , 각 근교계통의 반복 수  $R$ 을 갖는 균형  $n$ -ary 이면교배 계획을  $D(P, B, R, K)$ 라 하자.  $D(P, B, R, K)$ 를 설계하기 위해서

$D(v, b, r, k, \lambda_1, \lambda_2) = D(v, b/w, r/w, k, \lambda_1/w, \lambda_2/w)$ (단,  $w \geq 2$ 인 양의 정수)의 조건을 만족하는  $w$ 가 존재하는 디자인을 Clatworthy 등에서 조사하여 설계 가능한 18종류의  $D(P, B, R, K)$ 를 (표 2.1)에 도시하였다. (표 2.1) 및 (표 2.2)에서 각 디자인의  $T_i$ 는 Clatworthy 등의 삼각형 PBIBD 번호이고  $w$ 값은  $T_i$ 의 뒤에 \*로 표시하였다. 즉  $T_i$  디자인을  $w$  반복하면

표 2.1: 설계가능한 블록이 반복된 균형  $n - ary$  이면교배 계획

디자인	Clatworthy번호	$v$	$b$	$r$	$k$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E$	$n - ary$ 디자인
1	T4 *3	10	45	9	2	0	3	0.833	$D(5, 45, 36, 4)$
	T3 *2	10	30	6	2	0	2	0.833	$D(5, 30, 24, 4)$
	T2	10	15	3	2	0	1	0.833	$D(5, 15, 12, 4)$
2	T11 *3	10	30	9	3	3	0	0.556	$D(5, 30, 36, 6)$
	T10 *2	10	20	6	3	2	0	0.556	$D(5, 20, 24, 6)$
	T9	10	10	3	3	1	0	0.556	$D(5, 10, 12, 6)$
3	T15 *2	15	40	8	3	2	0	0.500	$D(6, 40, 40, 6)$
	T14	15	20	4	3	1	0	0.500	$D(6, 20, 20, 6)$
4	T19 *3	15	45	9	3	0	3	1.000	$D(6, 45, 45, 6)$
	T17 *2	15	30	6	3	0	2	1.000	$D(6, 30, 30, 6)$
	T16	15	15	3	3	0	1	1.000	$D(6, 15, 15, 6)$
5	T21 *2	21	70	10	3	2	0	0.467	$D(7, 70, 60, 6)$
	T20	21	35	5	3	1	0	0.467	$D(7, 35, 30, 6)$
6	T32 *5	10	25	10	4	5	0	0.625	$D(5, 25, 40, 8)$
	T30 *3	10	15	6	4	3	0	0.625	$D(5, 15, 24, 8)$
	T28	10	5	2	4	1	0	0.625	$D(5, 5, 8, 8)$
7	T31 *2	10	20	8	4	4	0	0.625	$D(5, 20, 32, 8)$
	T29	10	10	4	4	2	0	0.625	$D(5, 10, 16, 8)$
8	T36 *2	10	20	8	4	2	4	0.938	$D(5, 20, 32, 8)$
	T33	10	10	4	4	1	2	0.938	$D(5, 10, 16, 8)$
9	T47 *3	10	18	9	5	3	6	1.000	$D(5, 18, 36, 10)$
	T46 *2	10	12	6	5	2	4	1.000	$D(5, 12, 24, 10)$
	T44	10	6	3	5	1	2	1.000	$D(5, 6, 12, 10)$
10	T52 *5	15	30	10	5	5	0	0.600	$D(6, 30, 50, 10)$
	T51 *4	15	24	8	5	4	0	0.600	$D(6, 24, 40, 10)$
	T50 *3	15	18	6	5	3	0	0.600	$D(6, 18, 30, 10)$
	T49 *2	15	12	4	5	2	0	0.600	$D(6, 12, 20, 10)$
	T48	15	6	2	5	1	0	0.600	$D(6, 6, 10, 10)$

(계속)

디자인	Clatworthy번호	$v$	$b$	$r$	$k$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E$	$n$ -ary 디자인
11	T59 *3	10	15	9	6	6	3	0.833	$D(5, 15, 36, 12)$
	T57	10	5	3	6	2	1	0.833	$D(5, 5, 12, 12)$
12	T64 *2	15	20	8	6	2	4	1.000	$D(6, 20, 40, 12)$
	T62	15	10	4	6	1	2	1.000	$D(6, 10, 20, 12)$
13	T69 *5	21	35	10	6	5	0	0.583	$D(7, 35, 60, 12)$
	T68 *4	21	28	8	6	4	0	0.583	$D(7, 28, 48, 12)$
	T67 *3	21	21	6	6	3	0	0.583	$D(7, 21, 36, 12)$
	T66 *2	21	14	4	6	2	0	0.583	$D(7, 14, 24, 12)$
	T65	21	7	2	6	1	0	0.583	$D(7, 7, 12, 12)$
14	T75 *4	28	32	8	7	4	0	0.571	$D(8, 32, 56, 14)$
	T74 *3	28	24	6	7	3	0	0.571	$D(8, 24, 42, 14)$
	T73 *2	28	16	4	7	2	0	0.571	$D(8, 16, 28, 14)$
	T72	28	8	2	7	1	0	0.571	$D(8, 8, 14, 14)$
15	T82 *5	36	45	10	8	5	0	0.563	$D(9, 45, 80, 16)$
	T81 *4	36	36	8	8	4	0	0.563	$D(9, 36, 64, 16)$
	T80 *3	36	27	6	8	3	0	0.563	$D(9, 27, 48, 16)$
	T79 *2	36	18	4	8	2	0	0.563	$D(9, 18, 32, 16)$
	T78	36	9	2	8	1	0	0.563	$D(9, 9, 16, 16)$
16	T90 *5	45	50	10	9	5	0	0.556	$D(10, 50, 90, 18)$
	T89 *4	45	40	8	9	4	0	0.556	$D(10, 40, 72, 18)$
	T88 *3	45	30	6	9	3	0	0.556	$D(10, 30, 54, 18)$
	T87 *2	45	20	4	9	2	0	0.556	$D(10, 20, 36, 18)$
	T86	45	10	2	9	1	0	0.556	$D(10, 10, 18, 18)$
17	T93 *2	15	12	8	10	6	4	0.900	$D(6, 12, 40, 20)$
	T92	15	6	4	10	3	2	0.900	$D(6, 6, 20, 20)$
18	T100 *5	55	55	10	10	5	0	0.550	$D(11, 55, 100, 20)$
	T99 *4	55	44	8	10	4	0	0.550	$D(11, 44, 80, 20)$
	T98 *3	55	33	6	10	3	0	0.550	$D(11, 33, 60, 20)$
	T97 *2	55	22	4	10	2	0	0.550	$D(11, 22, 40, 20)$
	T96	55	11	2	10	1	0	0.550	$D(11, 11, 20, 20)$

$T_i * w$  디자인이 된다. 또한  $T_i * w$ 로 설계할 수 있는  $D(P, B, R, K)$  및 상대효율(E)을 도시하였다.

다음으로 블록 반복이 안된 디자인과 효율을 비교하기 위하여 (표 2.1)에서  $v, b, r, k$  값은 동일하지만  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 는 다른( $\lambda_1 \neq \lambda_1^*, \lambda_2 \neq \lambda_2^*$ )  $D(v, b, r, k, \lambda_1^*, \lambda_2^*)$ 인 디자인을 Clatworthy 등에서 조사하여 8개의 디자인( $D_1, D_2, \dots, D_8$ )을 찾아 (표 2.2)의 각 디자인의 1행에  $D(v, b, r, k, \lambda_1^*, \lambda_2^*)$ ,

2행에  $D(v, b, r, k, \lambda_1, \lambda_2)$ , 3행에  $D(v, b/w, r/w, k, \lambda_1/w, \lambda_2/w)$  를 도시하였다. 8종류의 삼각형 PBIBD를 이용하여 설계할 수 있는  $D(P, B, R, K)$ 를  $n - ary$  디자인 아래 열에 표시하였다.

표 2.2 효율 비교가 가능한  $D(P, B, R, K)$

디자인	Clatworthy번호	$v$	$b$	$r$	$k$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E$	$n - ary$ 디자인
D1	T1	10	30	6	2	1	0	0.416	$D(5, 30, 24, 4)$
	T3 *2	10	30	6	2	0	2	0.833	
	T2 *	10	15	3	2	0	1	0.833	
D2	T12	10	20	6	3	1	2	0.833	$D(5, 20, 24, 6)$
	T10 *2	10	20	6	3	2	0	0.556	
	T9 *	10	10	3	3	1	0	0.556	
D3	T13	10	30	9	3	1	4	0.925	$D(5, 30, 36, 6)$
	T11 *3	10	30	9	3	3	0	0.556	
	T9 *	10	10	3	3	1	0	0.556	
D4	T22	21	70	10	3	0	2	0.933	$D(7, 70, 60, 6)$
	T21 *2	21	70	10	3	2	0	0.467	
	T20 *	21	35	5	3	1	0	0.467	
D5	T33	10	10	4	4	1	2	0.937	$D(5, 10, 16, 8)$
	T29 *2	10	10	4	4	2	0	0.625	
	T28 *	10	5	2	4	1	0	0.625	
D6	T35	10	25	10	4	4	2	1.000	$D(5, 25, 40, 8)$
	T32 *5	10	25	10	4	5	0	0.625	
	T28 *	10	5	2	4	1	0	0.625	
D7	T45	10	12	6	5	3	2	0.833	$D(5, 12, 24, 10)$
	T46 *2	10	12	6	5	2	4	1.000	
	T44 *	10	6	3	5	1	2	1.000	
D8	T70	21	35	10	6	4	1	0.700	$D(7, 35, 60, 12)$
	T69 *5	21	35	10	6	5	0	0.583	
	T65 *	21	7	2	6	1	0	0.583	

$D(v, b, r, k, \lambda_1, \lambda_2)$ 를 이용하여 설계된  $n$ -ary 완전이면교배 계획의 모형은

$$Y = \mu 1_n + \Delta_1 g + \Delta_2 \beta + e,$$

이다. 여기서  $Y$ 는  $n \times 1$ 인 관측치 벡터,  $\mu$ 는 평균,  $1_n$ 은  $n \times 1$ 인 원소가 1인 벡터,  $g$ 와  $\beta$ 는 각각 일반조합능력(general combining ability)과 블록효과를 나타내는 벡터,  $\Delta_1$ 과  $\Delta_2$ 는  $g$ 와  $\beta$ 에 대응하는 디자인 행렬이고,  $e$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$ 인 오차항 벡터이다.

Agarwal과 Das(1987)는  $D(P, B, R, K)$ 에서 일반조합능력  $g_i$ 와  $g_i$ 들의 차의 분산을 각각

$$\hat{g}_i = Q_i / (R - r - \frac{S - \Delta}{K}),$$

$$\hat{V}(\hat{g}_i - \hat{g}_j) = 2\sigma^2 / (R - r - \frac{S - \Delta}{K}),$$

과 같이 구하였고, 여기서  $Q_i$ 는  $i$ 번 근교계통을 포함한 교배들의 합,  $S = RK - \Delta(p - 1)$ 이고  $\Delta = r + (p - 2)(3\lambda_1 + p_{12}^1\lambda_2)$ 이다.

Das 등(1998)은 난괴법(모든 블록이  $p(p-1)/2$ 종류의 교배 포함)에 대한  $D(P, B, R, K)$ 의 상대효율인자  $E$ 를 다음과 같이 구하였다.

$$E = \theta / (r(p - 2)) \quad (2.1)$$

여기서  $\theta = pk^{-1}(r(k - 1) - (p - 2)\lambda_1)$ 이다.

### 3. 예제

10 종류의 음식이 있다. 실험자가 맛을 보고 1-10까지의 번호를 부여하여 자료로 사용하려 한다. 그런데 실험자는 한번에 4종류의 음식만 식별 가능하고 5종류 이상이 되면 혼동이 되어 식별 불가능하게 된다고 한다. 이러한 실험의 설계는 BIBD나 PBIBD를 사용한다. 이 실험에  $D(v, b, r, k, \lambda_1, \lambda_2)$ 를 사용하였다고 하자. 이 경우 처리 수(10종류 음식)와 블록의 크기(식별 가능한 4종류 음식)가 변동 불가능한 고정 모수가 되고 반복 수와 블록의 수는 어느 정도 조절할 수 있는 조절가능 모수이며 일반적으로  $\lambda_1, \lambda_2$ 는 디자인 설계단계에서는 무시되는 모수이다. 삼각형 PBIBD를 이용하여  $D(P, B, R, K)$ 를 설계하고자 하는 경우  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 의 값에 관계없이  $v, b, r, k$ 의 값이 동일한 모든 삼각형 PBIBD들은 사용 가능하다. 다시 말하면  $\lambda_1, \lambda_2$ 는  $D(P, B, R, K)$ 의 존재 여부에는 영향을 주지 못하지만 디자인의 효율 계산이나 분석에 사용된다.

우리의 목적은 (정리 2.1)을 사용하여  $D(5, 10, 16, 8)$ 인 균형  $n$ -ary 이면교배 실험을 설계하는 것이다. 사용 가능한  $D(v, b, r, k, \lambda_1, \lambda_2)$ 를 Clatworthy 등에서 찾아보니  $D(10, 10, 4, 4, 1, 2)$ 인 T33과  $D(10, 10, 4, 4, 2, 0)$ 인 T29이었다. Agarwal과 Das(1987)는 T33을 이용하여  $D(5, 10, 16, 8)$ 를 (표3.1)과 같이 설계하였다.  $D(5, 10, 16, 8)$ 를 설계하기 위해 사용하는 또 다른 삼각형 PBIBD는  $D(10, 5, 2, 4, 1, 0)$ 인 T28을 2번 반복한 T29이다. T29를 이용하여 설계된 블록이 2번 반복된 디자인인  $D(5, 10, 16, 8)$ 가 (표3.2)에 도시되었다. (표3.2)의  $D(5, 10, 16, 8)$ 는 B1-B5가 두번 반복된 디자인이다. (2.1)식을 이용하여 두 가지 디자인에 대

표 3.1: T33을 이용한  $n$ -ary 완전이면교배 계획

$D(10, 10, 4, 4, 1, 2)$					$D(5, 10, 16, 8)$				
B1	2	10	6	7	B1	$1 \times 3$	$4 \times 5$	$2 \times 4$	$2 \times 5$
B2	10	1	2	5	B2	$4 \times 5$	$1 \times 2$	$1 \times 3$	$2 \times 3$
B3	7	3	8	2	B3	$2 \times 5$	$1 \times 4$	$3 \times 4$	$1 \times 3$
B4	6	2	9	4	B4	$2 \times 4$	$1 \times 3$	$3 \times 5$	$1 \times 5$
B5	1	9	10	8	B5	$1 \times 2$	$3 \times 5$	$4 \times 5$	$3 \times 4$
B6	5	4	3	10	B6	$2 \times 3$	$1 \times 5$	$1 \times 4$	$4 \times 5$
B7	8	7	4	1	B7	$3 \times 4$	$2 \times 5$	$1 \times 5$	$1 \times 2$
B8	3	5	7	9	B8	$1 \times 4$	$2 \times 3$	$2 \times 5$	$3 \times 5$
B9	9	6	1	3	B9	$3 \times 5$	$2 \times 4$	$1 \times 2$	$1 \times 4$
B10	4	8	5	6	B10	$1 \times 5$	$3 \times 4$	$2 \times 3$	$2 \times 4$

표 3.2: T28을 두번 반복한 T29를 이용한  $n$ -ary 완전이면교배 계획

$D(10, 10, 4, 4, 2, 0)$					$D(5, 10, 16, 8)$				
B1	1	2	3	4	B1	$1 \times 2$	$1 \times 3$	$1 \times 4$	$1 \times 5$
B2	5	6	7	1	B2	$2 \times 3$	$2 \times 4$	$2 \times 5$	$1 \times 2$
B3	8	9	2	5	B3	$3 \times 4$	$3 \times 5$	$1 \times 3$	$2 \times 3$
B4	10	3	6	8	B4	$4 \times 5$	$1 \times 4$	$2 \times 4$	$3 \times 4$
B5	4	7	9	10	B5	$1 \times 5$	$2 \times 5$	$3 \times 5$	$4 \times 5$
B6	2	1	4	3	B6	$1 \times 3$	$1 \times 2$	$1 \times 5$	$1 \times 4$
B7	6	5	1	7	B7	$2 \times 4$	$2 \times 3$	$1 \times 2$	$2 \times 5$
B8	9	8	5	2	B8	$3 \times 5$	$3 \times 4$	$2 \times 3$	$1 \times 3$
B9	3	10	8	6	B9	$1 \times 4$	$4 \times 5$	$3 \times 4$	$2 \times 4$
B10	7	4	10	9	B10	$2 \times 5$	$1 \times 5$	$4 \times 5$	$3 \times 5$

한 각각의 상대효율인자를 계산하면  $E_{T33} = 0.9375$ ,  $E_{T29} = 0.625$ 이다. 문제는 T33과 T29 둘 중 어느 디자인을 이용하여  $n - ary$  이면교배 실험을 설계하는 것이 더 좋은가 하는 것이다. T33과 T29 어느 디자인을 사용하느냐 하는 문제는 실험환경에 따라서 선택될 문제이다. 즉 효율의 문제로는 T33을 사용하는 것이 이상적이나 반복된 블록의 이점을 고려하면 T29를 사용해야 한다.

#### 4. 결론

실험배치에 따라서 더 적은 수의 실험으로 효율이 높은 실험을 할 수 있기 때문에 실험을 하기 전 실험배치를 적절히 설계하는 것은 중요한 작업이다. 설계 가능한 블록이 반복된 균형  $n - ary$  이면교배 디자인이 (표2.1)에 도시되었다. 블록이 반복된 디자인과 반복이 안된 디자인과의 효율 비교가 가능한  $D(P, B, R, K)$ 는 (표2.2)에 제시된 8가지 디자인이고 이때 사용할 수 있는 삼각형 PBIBD는 (표2.2)에서 각 디자인의 1행과 2행에 나열된 2종류의 디자인들이다. 그 중 어떤 삼각형 PBIBD를 따라  $n - ary$  완전이면교배 실험의 상대효율 및 사용할 수 있는 교배의 종류가 달라진다. 즉 (표2.2)의  $D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_8$ 의 디자인은 모두 반복 블록이 아닌 경우가 반복이 된 경우보다 효율이 높다. 이 경우들 중 어떤 삼각형 PBIBD를 사용해야 하는가 하는 문제는 효율과 반복된 블록을 사용하는 잇점 중 어디에 우선 순위를 두는가에 따르는 문제로 전적으로 실험자의 주관에 맡긴 문제일 것이다. 그러나  $D_1, D_7$ 은 블록 반복이 된 경우가 안된 경우에 비해 효율이 높다. 즉  $D_1, D_7$ 에서 T3과 T46을 이용한  $n - ary$  완전이면교배의 설계가 T1과 T45를 이용한 배치보다 절반의 실험 횟수로 효율이 더 높은 실험을 설계할 수 있다. 이유는 (2.1)식에서 효율에 영향을 주는 모수는  $p, k, r, \lambda_1$ 이고  $p, r, k$ 가 동일한 디자인인 경우  $\lambda_1$ 의 값이 적은 디자인이 효율이 더 높기 때문이다. 이 사실이 Dey 와 Midha(1996)의 (정리 3.2) 및 Das 등의 (보조정리 4.1)이다. 이 경우는  $\frac{1}{2}$ 번의 실험으로도 효율이 높은 실험을 행할 수 있기 때문에 실험의 횟수를 줄인다는 면에서  $\frac{1}{2}$ 번의 실험만 실시하든가 같은 횟수의 실험을 행하는 경우라면 반복 블록을 이용하여 반복효과를 구할 수 있다.  $n - ary$  완전이면교배 계획의 분석 SAS 프로그램은 김공순(1998)을 이용할 수 있다.

#### 참고문헌

- [1] 김공순(1998). SAS IML을 이용한 이면교배 실험의 분석. 한국 SAS 사용자 컨퍼런스 발표 사례집 (9회), 366-378.
- [2] 배종성, 김공순(1999). 대칭 균형된 불완비 블록계획을 이용한 완전이면교배 실험. 응용통계연구, 12권 1호, 253-260.
- [3] Agarwal, S.D and Das, M.N. (1987). A note on construction and application of balanced  $n - ary$  designs. *Sankhya B*. Vol. 49. 192-196.

- [4] ————— (1990a). Use of  $n$ -ary block designs in diallel crosses evaluation. *Journal of Applied Statistics*. Vol. 17. 125-131.
- [5] ————— (1990b). Incomplete Block designs for Partial Diallel Cross. *Sankhya B*. Vol. 52. 75-81.
- [6] Clatworthy, H.W., Cameron, M.J. and Speckman, A.J. (1973). *Tables of Two-Associate-Class Partially Balanced Designs*. Applied Maths. Ser. 63. Washington D.C.: National Bureau of Standards.
- [7] Das, A., Dey, A. and Dean, A.M. (1998). Optimal designs for diallel cross experiments. *Statistics and Probability Letters*, Vol. 36. 427-436.
- [8] Dey, A. and Midha, C.K. (1996). Optimal block designs for diallel crosses. *Biometrika*. Vol.83,2. 484-489.
- [9] Gosh, D.K and Divecha, J. (1997). Two associate class partially balanced incomplete block designs and partial diallel crosses. *Biometrika*, Vol. 84. 245-248.
- [10] Griffing, B. (1956). Concept of general and specific combining ability in relation to diallel crossing systems. *Australian Journal of Biological Sciences*. Vol. 9. 463-493.
- [11] Singh, M. and Hinkelmann, K. (1995). Partial Diallel Cross in Incomplete Blocks. *Biometrics*, Vol. 51. 1302-1314.
- [12] Tocher, K.D. (1952). The design and analysis of block experiments. *Journal of the Royal Statistical Society*, B.14.45-100.

[ 1999년 8월 접수, 2000년 1월 채택 ]