

임의의 불완전 순위자료 분석을 위한 비모수적 방법 *

임동훈¹⁾

요약

본 논문에서는 모든 판정자(judge)들이 모든 객체(object)들에 대해 순위를 부여할 수 없는 경우에 얻어지는 불완전 순위자료에서 판정자들의 처리효과에 대한 유의성을 검정하는데 관심이 있다. 이를 위해 불완전 순위자료를 완전자료로 바꾸는 알고리즘을 제안하고 제안된 알고리즘에 의해 얻어진 완전 순위자료에 Friedman 검정법을 적용하고자 한다. 제안된 검정법은 결측 객체에 순위를 부여하는데 있어서 완전순위를 갖는 판정자들의 정보를 이용함으로써 효율적이며 검정을 시행하는데 기존의 Friedman 통계량에 대한 분포표를 사용할 수 있어 간편하다. 그리고 몬테칼로 모의실험을 통하여 제안된 검정법과 기존의 평균 순위법, 최대/최소 Friedman 검정법과 검정력을 비교 하였다.

주요용어: 불완전 순위자료, Friedman 검정법, 평균순위법, 최대/최소 Friedman 검정법, 몬테칼로 모의실험.

1. 서론

n 명의 판정자들이 k 개의 객체들에 대해 독립적으로 순위를 부여하는 경우 가장 우등(best)하다고 생각되는 객체에 순위 1를 부여하고 보다 덜 우등하다고 생각되는 객체에 순위 2를 그리고 가장 열등(worst)하다고 생각되는 객체에 순위 k 를 부여한다고 하자. 객체 j ($j = 1, \dots, k$)의 효과를 τ_j 라 할 때 우리는 k 개 처리효과들에 대한 귀무가설 $H_0: \tau_1 = \dots = \tau_k$ 를 대립가설 H_1 : 모든 τ_j 들은 전부 혹은 부분적으로 같지 않다에 대해 검정하는데 관심이 있다. 모든 판정자들이 모든 객체에 대해 순위 1부터 k 까지 부여한 완전 순위자료(complete ranking data)에서 대표적인 검정으로는 Friedman (1937) 검정을 들 수 있다. 그러나 많은 분야에서 모든 판정자들이 모든 객체에 대해 순위를 부여할 수 없는 경우가 허다하다. 예를 들어, 어떤 판정자는 모든 객체에 대한 정보 부족으로 일부 객체에 대해서만 순위부여가 가능하고 객체수가 큰 경우는 순위를 부여하는 과정에서 생기는 지루함 혹은 우유부단 등에 의해 불완전 순위자료 (incomplete ranking data)를 얻을 수 밖에 없다. 지금까지 결측치의 형태가 실험자에 의해 미리 정해진 균형 불완전 블록 계획법(balanced incomplete block design)에서 대표적인 검정으로는 Durbin (1951), Van Elteren과 Noether (1959) 등이 있고 제한적인 불완전 블록 계획법에서는 Prentice(1979), Skilling과 Wolfe (1981) 등이 있다. 결측치의 형태에 아무런 제한이 없는 임의의 불완전 순위자료에

* 이 논문은 1998년 한국학술진흥재단의 학술연구비에 의하여 지원되었음.

1) (660-701) 경남 진주시 가좌동 900, 경상대학교 통계정보학과 조교수

E-mail: dhlhm@nongae.gsnu.ac.kr

대한 분석 방법으로는 평균 순위법 (average rank procedure)이 주로 사용되어 왔다. 그러나, 이 방법은 완전자료에서 유용한 Hollander 와 Wolfe (1973)의 Friedman 통계량 분포표를 사용함으로써 유의수준에 대해 보수적 (conservative)임을 알 수 있다. 최근에 Lim(1999)와 Lim, Lordo 와 Wolfe (1999)은 불완전 자료에서 얻을 수 있는 최대 Friedman 통계량과 최소 Friedman 통계량에 기초한 검정법을 제안하였다. 그러나 이 방법은 검정력면에서 우수하나 계산량이 많다는 단점을 갖고 있다.

본 논문에서는 불완전 순위자료를 완전자료로 바꾸는 알고리즘을 제안하고 제안된 알고리즘에 의해 얻어진 완전 순위자료에 Friedman 검정법을 적용하고자 한다. 제 2 절에서는 지금까지 불완전 순위자료를 분석하는데 유용한 방법들을 소개하고 제 3 절에서는 불완전 순위자료를 완전자료로 바꾸는 알고리즘을 제안하고 제안된 알고리즘의 효율성과 Friedman 검정법 적용에 대해 논의한다. 그리고 제 4 절에서는 2 절에서 소개한 방법들과 몬테칼로 모의실험을 통하여 제안된 검정법이 효율적임을 보이고자 한다.

2. 기존의 검정법들

이 절에서는 표 2.1에 주어진 불완전 순위자료를 가지고 H_0 를 검정하는 기존의 방법들, 평균 순위법과 최대/최소 Friedman 검정법에 대해 설명하고자 한다. 표 2.1은 4 명의 판정자들이 5개 객체에 대해 얻어진 불완전 순위자료이다. -는 결측순위를 나타낸다.

표 2.1: 불완전 순위자료

판정자	객체				
	1	2	3	4	5
1	-	1	-	2	3
2	3	2	4	1	5
3	-	1	-	-	-
4	-	1	-	2	-

2.1. 평균 순위법

평균 순위법은 각 판정자들의 결측 객체에 대한 순위를 그들이 사용하지 않은 순위들의 평균으로 대체하여 완전자료를 얻은 다음 Friedman 검정법을 적용하는 방법이다. 표 2.2는 표 2.1에서 결측 순위를 평균순위로 대체하여 얻은 완전자료이다. H_0 를 검정하기 위해 사용할 Friedman 통계량은 다음과 같다.

$$S = \frac{12n}{k(k+1)} \sum_{j=1}^k (\bar{R}_j - \bar{R})^2.$$

여기서 \bar{R}_j 는 객체 j 에서 평균 순위이고 \bar{R} 는 총평균순위이다. 유의수준 α 에서 $S \geq s(\alpha, k, n)$ 이

표 2.2: 결측 순위가 평균 순위로 대치된 순위자료

판정자	객체				
	1	2	3	4	5
1	4.5	1	4.5	2	3
2	3	2	4	1	5
3	3.5	1	3.5	3.5	3.5
4	4	1	4	2	4

면 H_0 를 기각한다. 여기서 $s(\alpha, k, n)$ 은 Hollander 와 Wolfe(1973)의 Friedman 통계량분포에 대한 상위 100α 백분위수이다.

표 2.2의 완전순위자료에서 계산된 Friedman 통계량 값은 $S=9.85$ 이다. 따라서, Hollander 와 Wolfe(1973)의 분포표에서 $P_0\{S \geq 8.8\}=0.049$ 이므로 유의수준 5%에서 H_0 를 기각한다.

2.2. 최대/최소 FRIEDMAN 검정법

S_{max} 와 S_{min} 을 판정자들이 결측 객체에 대해 부여할 수 있는 모든 가능한 순위를 부여함으로써 얻어진 Friedman 통계량중에서 최대통계량과 최소통계량이라 하자. 그러면 유의수준 α 에서 다음과 같이 결정한다.

$$S_{min} \geq s(\alpha, k, n) \text{ 혹은 } \frac{S_{max} + S_{min}}{2} \geq s(\alpha, k, n) \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각하고}$$

$$S_{max} < s(\alpha, k, n) \text{ 혹은 } \frac{S_{max} + S_{min}}{2} < s(\alpha, k, n) \text{ 이면 } H_0 \text{ 기각못한다.}$$

표 2.1의 결측순위에 부여할 수 있는 가능한 $2! \times 4! \times 3! = 288$ 가지 조합중에서 S_{max} 와 S_{min} 을 얻는 순위자료는 표 2.3과 표 2.4에 있다.

표 2.3: S_{max} 을 얻는 순위자료

판정자	객체				
	1	2	3	4	5
1	4	1	5	2	3
2	3	2	4	1	5
3	3	1	5	2	4
4	3	1	5	2	4

표 2.4: S_{min} 을 얻는 순위자료

판정자	객체				
	1	2	3	4	5
1	5	1	4	2	3
2	3	2	4	1	5
3	4	1	3	5	2
4	3	1	4	2	5

표 2.3과 2.4에서 $S_{max} = 14$, $S_{min} = 8$ 이고 $(S_{max} + S_{min})/2 = 11$ 이다. 따라서, Hollander와 Wolfe(1973)의 분포표에서 $P_0\{S \geq 8.8\} = 0.049$ 이므로 유의수준 5%에서 H_0 를 기각한다.

3. 제안된 검정법

불완전 순위를 갖는 판정자들에 대해 그들의 결측 객체에 순위를 어떻게 부여 하는지에 대한 알고리즘을 단계별로 설명한다.

단계 1. 결측칸이 가장 적은 판정자들로 구성된 집합 A를 만든다.

단계 2. 전체 k 개의 완전한 순위를 갖고 있는 판정자들로 구성된 집합 B를 만든다. 만약 완전순위를 갖고 있는 판정자가 없는 경우는 결측칸이 가장 적은 판정자를 택한다. 이 때 결측순위는 평균순위로 대체된다. 그리고 집합 B에 둘 이상의 판정자들이 있으면 각 판정자들의 객체들에 대해 순위합을 구한 다음 순위를 오름차순으로 부여한다.

단계 3. 집합 A에 있는 결측 객체들을 갖고 있는 판정자에 대한 순위 부여는 결측 순위를 갖는 객체수가 홀수 또는 짝수로 구분하여 순위를 부여한다. k 개 객체 중에서 결측 객체수가 홀수 p 인 경우를 생각하자. $2m + 1 = p$ 라 놓으면 단계 2에서 부여된 순위들의 순서에 따라 순위 $(k - p + 1) + m\beta$, $(k - p + 2) + (m - 1)\beta, \dots, (k - p + p) + (m - (p - 1))\beta$ 를 부여한다. 여기서 m 와 β 는 각각 $2m + 1 = p$ 와 범위 $0 \leq \beta \leq 1$ 를 만족하는 상수이다. 다음은 결측 객체수가 짝수 p 인 경우 $2m = p$ 라 놓으면 단계 2에서 부여된 순위들의 순서에 따라 순위 $(k - p + 1) + \{2(m - 1) + 1\} \cdot \beta/2$, $(k - p + 2) + \{2(m - 2) + 1\} \cdot \beta/2, \dots, (k - p + p) + \{2(m - p) + 1\} \cdot \beta/2$ 를 부여한다. 여기서 m 은 $2m = p$ 를 만족하는 상수이다. 집합 A에 있는 모든 판정자들이 완전한 순위할당이 이루어질 때까지 이 과정을 계속한다.

단계 4. 집합 A에 있는 모든 판정자들이 순위할당이 이루어지면 할당된 판정자들은 집합 B에 포함시키고 다시 단계 1로 되돌아가서 새로운 집합 A를 만든다.

단계 1 - 4는 집합 B에 모든 판정자들이 포함될 때까지 계속 반복 수행한다. 표 2.1에 주어진 불완전 순위자료를 가지고 위 알고리즘을 적용시켜보자. 먼저, 단계 1과 2에서 $A = \{1\}$ 과 $B = \{2\}$ 가 얻어진다. 단계 3에서 집합 A에 있는 판정자 1의 결측 객체 1과 3에 대한 순위는 집합 B에 있는 판정자 2의 해당 객체들에 대한 순위의 순서에 따라 부여된다. 이 경우 결측 객체수가 2개이므로 객체 1과 3에 각각 $4 + \beta/2$ 와 $5 - \beta/2$ 를 부여한다. 단계 4에서 $B = \{2, 1\}$ 가 얻어지고 다시 단계 1에서 $A = \{4\}$ 가 얻어진다. 그리고 단계 3에서 집합 A에 있는 판정자 4의 결측 객체 1, 3, 5에 순위는 집합 B에 있는 판정자들의 해당 객체들의 순위합이 $7 + \beta/2$, $9 - \beta/2$, 8이므로 이 순서에 따라 부여된다. 이 경우 결측 객체수가 3개이므로 이 객체들에 각각 $3 + \beta$, $5 - \beta$, 4를 부여한다. 판정자 3에 대한 결측 객체들에 대한 순위부여도 위와 똑같은 과정에 의해 이루어진다. 표 3.1에 위의 결과가 수록되어 있다.

이 알고리즘은 결측 객체에 순위를 부여하는데 있어서 완전 순위를 갖는 판정자들의 정보를 이용함으로써 직감적으로 아무런 정보를 이용하지 않는 평균 순위법보다 효율적임을 알 수 있다. 단계 3에서 β 는 정보 반영비율을 나타내는 역상수로서 β 값이 작으면 완전 순위 자료에서 계산된 통계량 S 값은 커진다. 따라서, Hollander와 Wolfe(1973)의 분포표를 사용

표 3.1: 제안된 알고리즘에 의해 얻은 순위자료

판정자	객체				
	1	2	3	4	5
1	$4 + \beta/2$	1	$5 - \beta/2$	2	3
2	3	2	4	1	5
3	$3 + \beta/2$	1	$5 - 3 \cdot \beta/2$	$2 + 3 \cdot \beta/2$	$4 - \beta/2$
4	$3 + \beta$	1	$5 - \beta$	2	4

하는 경우 제 1종의 오류를 관리하는데 어려움이 있는 반면에 β 값이 크면 통계량 S 값은 작아지므로 유의수준에 대해 보수적인 경향을 띤다. 따라서 제 1종의 오류를 관리하면서 검정력이 크게 되는 β 값을 선택한다. 여러가지 불완전 실험계획하에서 모의실험 결과 적당한 β 의 범위는 $0.7 \leq \beta \leq 0.8$ 이고 다행히도 β 의 범위내 어떤 값에 대해서도 검정 통계량의 검정력에는 큰 차이가 없음을 알 수 있었다. 여기서 $\beta=0.7$ 를 표 3.1의 자료에 적용시켰을 때 통계량 S 의 값은 $S=10.7695$ 이고, 따라서 기존의 방법들과 같은 결론을 얻을 수 있었다. 참고로, $\beta=1$ 이면 위 방법은 평균 순위법과 동일하고 $\beta=0$ 이면 합 순위법 (summing ranks procedure)과 동일하다. (합 순위법에 대한 자세한 사항은 Lordo 와 Wolfe (1994)을 참조하기 바란다.)

4. 몬테칼로 모의실험

이 절에서는 제안된 검정법의 효율을 평가하기 위해 모의실험을 통하여 평균 순위법과 최대/최소 Friedman 검정법과의 검정력을 비교하고자 한다. 제안된 검정법에서 사용된 정보 반영상수는 $\beta=0.7$ 이다. 이를 위해 판정자수와 객체수가 같은 2개의 불완전 계획법 $(k, n)=(4,4), (5,5)$ 를 생각하였고 객체들의 유사성(similarity) 측도로서 평균 $\theta_1, \dots, \theta_k$ 이고 분산 1인 정규분포로부터 $\Delta = [\sum_{j=1}^k (\theta_j - \bar{\theta})^2]^{1/2}$ 를 생각하였다. 여기서 $\bar{\theta} = \sum_{j=1}^k \theta_j / k$ 이다.

$(k, n)=(4,4)$ 인 경우 $\Delta=0,2,4,6$ 에 대응하는 $(\theta_1, \dots, \theta_4) = (0,0,0,0), (-1,-1,1,1), (-2,-2,2,2), (-3,-3,3,3)$ 와 $(k, n) = (5,5)$ 인 경우 $(\theta_1, \dots, \theta_5) = (0,0,0,0,0), (-1,-1,0,1,1), (-2,-2,0,2,2), (-3,-3,0,3,3)$ 를 생각하였다.

$(k, n) = (4,4)$ 인 경우에 고려한 유의수준과 이에 대한 기각치는 $\alpha = 0.052$ 와 0.094 에서 $s(0.052, 4, 4) = 7.5$ 와 $s(0.094, 4, 4) = 6.3$ 이고 $(k, n) = (5,5)$ 인 경우는 $\alpha = 0.049$ 와 0.094 에서 $s(0.049, 5, 5) = 8.96$ 와 $s(0.094, 5, 5) = 7.68$ 를 이용하였다.

k, n , 그리고 $(\theta_1, \dots, \theta_k)$ 에 대한 불완전 순위자료를 얻기위해 먼저 IMSL 루틴 RN-NOR으로부터 평균 $\theta_1, \dots, \theta_k$ 이고 분산이 1인 kn 개의 정규난수를 생성시킨다음 IMSL 루틴 RNSRI로부터 결측율 10, 20, 30, 40, 50% 를 만족하는 불완전 자료를 만들었다. 10,000개의 불완전 자료를 생성시켜 검정을 반복 시행하였으며 표 4.1, 4.2에 각각 $(k, n) = (4,4),$

표 4.1: $(k, n)=(4, 4)$ 인 경우 추정된 검정력

Δ	결측율(%)	α	제안된 검정법	평균순위법	최대/최소 검정법
0	10	0.052(0.094)	0.048(0.090)	0.047(0.088)	0.048(0.089)
	20		0.046(0.095)	0.042(0.091)	0.045(0.093)
	30		0.041(0.094)	0.029(0.068)	0.035(0.081)
	40		0.042(0.093)	0.025(0.058)	0.034(0.079)
	50		0.038(0.080)	0.015(0.032)	0.030(0.066)
2	10	0.052(0.094)	0.290(0.444)	0.275(0.441)	0.280(0.444)
	20		0.200(0.332)	0.181(0.325)	0.189(0.330)
	30		0.110(0.186)	0.085(0.162)	0.106(0.180)
	40		0.088(0.158)	0.062(0.116)	0.090(0.145)
	50		0.044(0.096)	0.026(0.046)	0.042(0.082)
4	10	0.052(0.094)	0.392(0.621)	0.365(0.620)	0.371(0.621)
	20		0.275(0.462)	0.245(0.460)	0.256(0.461)
	30		0.143(0.233)	0.111(0.211)	0.139(0.227)
	40		0.109(0.186)	0.077(0.140)	0.111(0.173)
	50		0.047(0.105)	0.030(0.051)	0.047(0.090)
6	10	0.052(0.094)	0.396(0.629)	0.367(0.629)	0.374(0.629)
	20		0.278(0.466)	0.247(0.465)	0.258(0.465)
	30		0.144(0.234)	0.112(0.213)	0.140(0.229)
	40		0.110(0.187)	0.077(0.141)	0.112(0.174)
	50		0.048(0.106)	0.030(0.051)	0.048(0.091)

(5,5)에 대한 모의실험 결과가 수록되어 있다. 우리는 위 실험으로부터 몇가지 결론을 얻을 수 있다. 첫째, 평균 순위법은 제안된 검정법에 비하여 매우 보수적이다. 특히, 결측율이 증가할수록 더욱 그렇다. 둘째, 제안된 검정법은 평균 순위법과 최대/최소 검정법보다 좋은 검정력을 갖고 있다. 특히, 평균 순위법과 검정력차이는 결측율이 증가할수록 커짐을 알 수 있다. 셋째, 평균 순위법과 최대/최소 검정법과의 비교는 Lim(1999)과 똑같은 결과를 얻을 수 있었다. 즉, 최대/최소 검정법이 평균 순위법보다 좋은 검정력을 갖고 있음을 알 수 있다.

표4.2 $(k, n)=(5,5)$ 인 경우 추정된 검정력

Δ	결측율(%)	α	제안된 검정법	평균순위법	최대/최소 검정법
0	10	0.049(0.094)	0.048(0.094)	0.046(0.091)	0.047(0.092)
	20		0.050(0.101)	0.042(0.088)	0.045(0.094)
	30		0.052(0.099)	0.034(0.072)	0.043(0.088)
	40		0.056(0.107)	0.026(0.060)	0.044(0.093)
	50		0.054(0.096)	0.015(0.037)	0.047(0.107)
2	10	0.049(0.094)	0.453(0.590)	0.443(0.583)	0.448(0.587)
	20		0.286(0.406)	0.263(0.383)	0.275(0.396)
	30		0.158(0.250)	0.116(0.201)	0.141(0.230)
	40		0.114(0.189)	0.069(0.124)	0.100(0.172)
	50		0.074(0.126)	0.025(0.051)	0.068(0.140)
4	10	0.049(0.094)	0.774(0.866)	0.768(0.864)	0.772(0.865)
	20		0.500(0.626)	0.476(0.601)	0.487(0.612)
	30		0.246(0.361)	0.194(0.299)	0.225(0.338)
	40		0.158(0.250)	0.102(0.172)	0.144(0.226)
	50		0.086(0.148)	0.030(0.060)	0.081(0.166)
6	10	0.049(0.094)	0.819(0.902)	0.813(0.901)	0.819(0.903)
	20		0.545(0.675)	0.522(0.651)	0.532(0.660)
	30		0.268(0.386)	0.216(0.328)	0.248(0.364)
	40		0.172(0.261)	0.112(0.184)	0.156(0.238)
	50		0.088(0.152)	0.031(0.062)	0.085(0.170)

5. 결론

본 논문에서는 임의의 객체들에 결측순위를 갖고 있는 불완전 순위자료를 분석하기 위해 불완전 순위자료를 완전자료로 바꾸는 알고리즘을 제안하였고 제안된 알고리즘에 의해 얻어진 완전 순위자료에 Friedman 검정법을 적용하였다.

지금까지 불완전 순위자료를 분석하는데 평균 순위법이 널리 사용되었다. 그러나 이 방법은 사용하기 간편한 대신 불완전 자료에서 결측순위를 사용하지 않는 평균순위로 대체함으로써 효율이 떨어지고 유의수준에 대해 보수적이었다. 최근에 논의된 최대/최소 Friedman 검정법은 좋은 검정력을 갖고 있으나 검정을 시행하는데 많은 계산량이 필요함을 알 수 있었다.

제안된 검정법은 결측 객체에 순위를 부여하는데 완전순위를 갖는 판정자들의 정보를

일정비율(β) 반영함으로서 효율적이며 검정을 시행하는데 기존의 Friedman 통계량에 대한 분포표를 사용할 수 있는 잇점을 갖고 있다.

그리고 몬테칼로 모의실험을 통하여 제안된 검정법과 기존의 평균 순위법, 최대/최소 Friedman 검정법과 검정력을 비교한 결과 기존의 두 방법보다 우수함을 알 수 있었다. 특히, 평균 순위법과는 결측율이 증가할수록 현저한 차이를 확인할 수 있었다.

앞으로의 연구과제로는 제안된 검정법에서 정보 반영비율 β 를 결정하는데 있어서 본 논문에서 제시한 모의실험에 의한 경험적인 방법외에 여러가지 실험환경하에 이론적으로 β 값을 결정하는데 있다.

참고문헌

- [1] Durbin, J. (1951). Incomplete blocks in ranking experiments. *Brit. J. Statist. Psychol.*, 4, 85-90.
- [2] Friedman, M. (1937). The use of ranks to avoid the assumption of normality implicit in the analysis of variance. *Journal of the American Statistical Association*, 32, 675-701.
- [3] Hollander, M. and Wolfe, D.A. (1973). *Nonparametric Statistical Methods*. New York: John Wiley & Sons.
- [4] Lim, D.H. (1999). 임의의 불완전 이원배치 순위계획법에서 효율적인 검정법. 응용통계연구 제12권 1호, 191-202.
- [5] Lim, D.H., Lordo, R.A. and Wolfe, D.A. (1999). A screening analysis for incomplete ranking data. *Journal of Royal Statistical Society Series D. The Statistician*, 48, 95-107
- [6] Lordo, R.A. and Wolfe, D.A. (1994). Statistical methodology for incomplete ranked data. *Parisankhyan Samikkha* 1, 7-15.
- [7] Prentice, M.J. (1979). On the problem of m incomplete rankings. *Biometrika*, 66, 167-170.
- [8] Skilling, J.H. and Mack, G.A. (1981). On the use of a Friedman-type statistics in balanced and unbalanced block designs. *Technometrics*, 23(2), 171-177.
- [9] Van Elteren, P.H. and Noether, G.E. (1959). The asymptotic efficiency of the χ^2 -test for a balanced incomplete block design. *Biometrika*, 46, 475-477.

Nonparametric Approaches of Analyzing Randomly Incomplete Ranking Data *

Dong Hoon Lim ¹⁾

ABSTRACT

In this paper we consider incomplete rankings where not all judges rank all objects and we also concentrate on the problem of testing for no differences in the objects. First we propose an algorithm to complete randomly incomplete ranking data and apply the well-known Friedman test on the completed rankings.

Our proposed procedure would be powerful by using information from judges whose preferences are fully identified. Also our procedure uses the standard Friedman tables to conduct a hypothesis test.

We present the results of a Monte Carlo simulation comparing power performances of the average ranks procedure, the max/min Friedman procedure with our proposed procedure.

Keywords: Incomplete ranking data; Friedman test; Average rank procedure; Max/Min Friedman procedure; Monte Carlo simulation.

* The author wishes to acknowledge the financial support of the Korea Research Foundation made in the program year of 1998.

1) Assistant Professor, Department of Statistical Informatics, Gyeongsang National University.
E-mail: dhlm@nongae.gsnu.ac.kr