

Statistical Process Control Procedure for Integral-Controlled Processes¹⁾

Jaeheon Lee²⁾, Changsoon Park³⁾

Abstract

Statistical process control(SPC) and engineering process control(EPC) are two strategies for quality improvement that have been developed independently. EPC seeks to minimize variability by adjusting compensatory variables in order to make the process level close to the target, while SPC seeks to reduce variability by monitoring and eliminating causes of variation. One purpose of this paper is to propose the IMA(0,1,1) model as the in-control process model. For the out-of-control process model we consider two cases; one is the case with a step shift in the level, and the other is the case with a change in the nonstationarity. Another purpose is to suggest the use of an integrated process control procedure with adjustment and monitoring, which can consider the proposed process model effectively. An integrated control procedure will improve the process control activity significantly for cases of the proposed model, when compared to the procedure of using either EPC or SPC, since EPC will keep the process close to the target and SPC will eliminate special causes.

Keywords : Statistical process control, Engineering process control, Feedback adjustment, Repeated adjustment scheme

1. 서론

통계적 공정관리(statistical process control : SPC)와 공학적 공정관리(engineering process control : EPC)는 품질향상 부분에 아주 중요한 역할을 차지하는 공정관리 방법이다.(공학적 공정관리를 자동공정관리(automatic process control : APC)라고 부르기도 한다.) 일반적으로 두 방법의 목적은 공정의 변동을 줄이는 것으로 동일하지만, 그 목적을 수행하는데 있어서 서로 차이가 있다. SPC 절차는 Shewhart, 누적합(cumulative sum : CUSUM), 그리고 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average : EWMA) 관리도 등을 이용하여 변동을 증가시키는 요인을 이상원인(special cause)으로 간주하여 이를 탐지하고 제거함으로 공정의 변동을 최소화하고

1) This work was supported by the Research Support Program of Chung-Ang University.

2) Assistant Professor, Department of Industrial Information Engineering, Kwangju University, Kwangju, 503-703, Korea.

E-mail : ljh@hosim.kwangju.ac.kr

3) Professor, Department of Applied Statistics, Chung-Ang University, Seoul, 156-756, Korea.
E-mail : cspark@chungang.edu

있다. 대부분의 SPC 절차는 공정 데이터가 고정된 평균 주위에 독립적으로 분포함을 가정하고 있다.(물론 서로 상관된 데이터에 대한 SPC 절차에 대해서도 많은 연구가 되어지고 있다.)

반면에 EPC 절차는 주로 공정수준(process level)이 목표치를 벗어나 배회하는(wandering about) 경우에 적용되고 있으며, 출력변수인 공정특성치가 목표치에 계속 유지되도록 조정 가능한 입력변수를 수정하여 공정의 변동을 최소화하고 있다. EPC에 대한 이론은 Box와 Kramer(1992), Box et al.(1994, Part IV), 그리고 Box와 Luceño(1997) 등에 상세히 언급되어 있다.

그러나 SPC는 공정에 변동을 주는 근본적인 원인을 규명하고 이를 제거하는 공정탐지만을 수행함으로 공정을 조정하는 역할은 담당하지 않으며, EPC는 출력변수가 목표치에 유지되도록 연속적인 공정수정만을 수행함으로 공정변동의 근본적인 원인을 제거하지는 못하고 있다. 따라서 최근에는 이 두 가지 절차를 동시에 수행함으로써 서로의 단점을 보완하는 방법과 이에 대한 효과에 관하여 많은 연구가 진행되고 있다. 즉, EPC를 이용하여 공정특성치가 목표치에 유지되도록 공정수정을 수행하면서 이상원인을 탐지하고 제거하는 SPC의 공정탐지를 병행함으로써 좀 더 효율적인 공정관리를 할 수 있다는 것이다. 이에 대한 예로 Messina(1992), Vander Weil et al.(1992), Montgomery et al.(1994), Sachs et al.(1995), Janakiram과 Keats(1998), Nembhard와 Mastrangelo(1998), 그리고 Tsung et al.(1999) 등을 들 수 있다.

본 논문에서는 먼저 공정에 이상원인이 발생할 때 EPC를 통하여 수정만을 수행할 경우 공정관리의 효율이 저하됨을 보이고자 한다. 그 비효율성을 극복하기 위한 공정관리 방안으로 EPC를 통하여 수정된 공정에 이상원인 탐지를 위한 SPC 절차를 적용하는, 즉 EPC와 SPC를 병행하는 절차를 제안하며, 제안된 절차의 효율을 조사하였다.

2. 공정수정의 EPC 절차

X_t 를 시점 t 에서의 입력변수 수준이라 할 때, X_t 는 공정특성치를 나타내는 출력변수 y_t 가 목표치 T 에 근접하도록 조정 가능한 변수를 나타낸다. 이 때 X_t 를 한 단위 변화시켰을 경우 y_t 는 g 단위 변화하고, 입력변수의 수정량 $x_t = X_t - X_{t-1}$ 은 바로 다음 시점의 공정특성치에만 gx_t 만큼의 영향을 준다고 가정하자.

시점 t 에서의 잡음(disturbance) z_t 를 아무런 수정활동을 하지 않는 경우에 공정특성치가 목표치에서 벗어나는 편차라고 정의하면 $z_t = y_t - T$ 로 표시할 수 있다. 공정특성치 y_t 에 영향을 미치는 잡음 z_t 는 그 원인을 알아내기 어렵거나 또는 알더라도 경제적 또는 그 외의 이유로 제거하기 어려운 경우가 많다. 이 경우 EPC에서는 공정특성치를 측정하고 목표치와의 편차를 이용하여 공정 입력변수인 X_t 를 적절히 수정함으로 공정특성치가 목표치에 근접하도록 하고 있다.(이를 피드백(feedback) 조정이라 한다.)

잡음 z_t 에 대하여 많이 사용하고 있는 모형은 IMA(0,1,1) 시계열 모형이다. 이 모형은 a_t 가 서로 독립이고 $N(0, \sigma_a^2)$ 을 따르는 백색잡음(white noise)이고, $\theta = 1 - \lambda$ 는 평활상수(smoothing constant)라 할 때,

$$z_t - z_{t-1} = a_t - \theta a_{t-1} \quad (1)$$

로 정의된다.(여기서 λ 는 비정상성 측도(nonstationary measure)를 나타낸다.) Box와 Kramer(1992)는 잡음모형으로 비정상 모형(nonstationary model)인 IMA(0,1,1)을 사용하는 것에 대하여 한 관측시점 떨어진 두 잡음의 차의 분산에 대한 m 관측시점 떨어진 두 잡음의 차의 분산비를 나타내는 variogram을 이용하여 모형의 타당함을 검토하였다.

수정이 계속 수행되고 있는 경우의 출력변수값을 수정이 없는 경우인 y_t 에 프라임(')을 붙여 y'_{t+1} 로 표시할 때, 시점 $t+1$ 에서 출력값의 편차인 출력오차(output error) e_{t+1} 은

$$e_{t+1} = y'_{t+1} - T = gX_t + z_{t+1} \quad (2)$$

로 나타낼 수 있다. 위의 식은 시점 $t+1$ 에서의 출력오차는 바로 전 시점 t 에서 수정된 입력변수값의 효과 gX_t 에 시점 $t+1$ 에서 발생하는 잡음 z_{t+1} 이 더해져 발생한다는 것을 의미한다.

EPC 절차에서 가장 널리 사용되고 있는 수정 형태는 시점 t 에서 다음 시점의 출력변수 예측치 \hat{y}'_{t+1} 가 목표치 T 가 되도록, 즉 편차에 대한 예측치 \hat{e}_{t+1} 가 0이 되도록 하는 것이다. 이것은 시점 t 에서의 입력변수를

$$X_t = -(1/g) \hat{z}_{t+1} \quad (3)$$

가 되도록 조정하는 것과 동일하다. 이 때 z_{t+1} 의 예측치는 EWMA 예측치인

$$\hat{z}_{t+1} = \lambda(z_t + \theta z_{t-1} + \theta^2 z_{t-2} + \dots) = \lambda z_t + \theta \hat{z}_t \quad (4)$$

를 사용하고 있다. 식 (3)을 (2)에 대입하면 $e_{t+1} = z_{t+1} - \hat{z}_{t+1}$ 가 되어 출력오차가 예측오차(forecast error)와 같아진다. 또한 수정량은 $x_t = X_t - X_{t-1} = -(\lambda/g)e_t$ 되고, 이 식을 이용하면 식 (3)의 조정은

$$X_t = -(\lambda/g) \sum_{i=1}^t e_i$$

인 이산형 적분조정(discrete integral control)의 형태로 표현된다.

IMA(0,1,1) 잡음모형에서 EWMA 예측치는 MMSE(minimum mean squared error) 예측치이기 때문에 식 (3)의 조정은 MMSE 조정 형태임이 알려져 있다. 그러나 MMSE 조정은 출력변수의 변동을 최소화하지만, 경우에 따라 많은 양의 수정을 수행하여야 하는 등 입력변수의 변동을 크게 하기 때문에 입력변수와 출력변수의 변동을 동시에 최소화하는 연구도 발표되었다(Box와

Luceño, 1995).

이상에서 언급한 수정 절차는 매 시점마다 관측값을 얻고 수정하는 것으로 이를 반복수정계획(repeated adjustment scheme)이라 하며, 수정비용이 큰 경우에는 매 시점마다 공정을 수정하지 않고 어떠한 조건이 만족되는 경우에만 수정을 수행하게 되는데 이를 경계선수정계획(bounded adjustment scheme)이라 한다. 본 논문에서는 매 시점마다 수정을 수행하는 반복수정계획만을 고려하기로 한다.

3. 이상원인 탐지의 SPC 절차

SPC의 목적은 이상원인을 탐지하고 이를 제거함으로 공정의 변동을 줄이는데 있다. 만일 공정에 이상원인이 발생하지 않은 관리상태(in-control state)의 모형으로 IMA(0,1,1)을 가정하고, 이상원인이 발생한 이상상태(out-of-control state)로서 다음 두 가지 경우를 고려해 보자. 하나는 공정수준에 계단이동(step shift)이 발생하는 경우이고 다른 하나는 모형의 비정상성(nonstationarity)이 변화하는 경우이며, 이 두 가지 이상원인의 탐지를 위한 SPC 절차의 통계량으로 예측오차를 이용하고자 한다.

3.1 계단이동

먼저 공정의 잡음모형으로 식 (1)의 IMA(0,1,1)을 가정할 때, 시점 k (시점 $k-1$ 과 k 사이)에서 공정수준이 $\delta\sigma_a$ 만큼의 계단이동이 발생하는 경우를 고려해 보자. 이러한 경우 잡음 z_t 는

$$z_t = \begin{cases} a_t + \lambda \sum_{i=1}^{t-1} a_i, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ a_t + \lambda \sum_{i=1}^{t-1} a_i + \delta\sigma_a, & t \geq k \text{인 경우} \end{cases}$$

로 표현할 수 있다. 또한 식 (4)의 EWMA 예측치 \hat{z}_t 는 다음과 같이 백색잡음들의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{z}_t = \begin{cases} \lambda \sum_{i=1}^{t-1} a_i, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ \lambda \sum_{i=1}^{t-1} a_i + \delta\sigma_a \{1 - (1-\lambda)^{t-k}\}, & t \geq k \text{인 경우.} \end{cases}$$

따라서 예측오차인 $\varepsilon_t = z_t - \hat{z}_t$ 는

$$\varepsilon_t = \begin{cases} a_t, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ a_t + \delta\sigma_a (1-\lambda)^{t-k}, & t \geq k \text{인 경우} \end{cases} \quad (5)$$

가 된다.

위의 예측오차에 대한 평균은

$$E(\varepsilon_t) = \begin{cases} 0, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ \delta\sigma_a(1-\lambda)^{t-k}, & t \geq k \text{인 경우} \end{cases} \quad (6)$$

로 계산되며, 분산은 t 에 관계없이 $Var(\varepsilon_t) = \sigma_a^2$ 이 됨을 쉽게 알 수 있다. 즉 공정에 $\delta\sigma_a$ 만큼의 계단이동이 발생하여 공정이 관리상태($t \leq k-1$ 인 경우)에서 이상상태($t \geq k$ 인 경우)로 변화하는 것을 탐지하는 SPC 절차는 매 시점마다 식 (5)의 예측오차를 계산하고 이 예측오차의 평균 변화를 탐지하는 것이 된다[Vander Wiel, 1996]. 식 (6)의 평균을 살펴보면 시점 $t=k$ 에서는 $\delta\sigma_a$ 만큼 증가하지만 시점 t 가 커질수록 지수적으로 줄어들어 0으로 되돌아옴을 알 수 있다. 이러한 현상은 비정상 측도인 λ 가 클수록 더 심화된다.

따라서 계단이동의 발생을 탐지하는 SPC 절차는 통계량을 M_t 라 할 때, 관리상한 h_U 와 관리하한 h_L 에 대하여

$$M_t \geq h_U \text{ 또는 } M_t \leq h_L \quad (7)$$

이 될 경우 이상원인이 발생하였다는 신호를 주는 것이다. 여기서 M_t 는 예측오차 ε_t 의 함수로서 만일 Shewhart의 x 관리도를 사용할 경우에는 $M_t = \varepsilon_t$, EWMA 관리도를 사용할 경우에는 가중치 r 에 대하여 $M_t = r\varepsilon_t + (1-r)M_{t-1}$ 이 될 것이다. Vander Wiel(1996)은 이와 같이 IMA(0,1,1) 모형에서의 계단이동을 탐지하는 절차로서 Shewhart, CUSUM, EWMA, 그리고 우도비(likelihood ratio) 통계량을 이용한 관리도의 효율을 평균련길이(average run length : ARL)를 이용하여 비교하였으며, 그 결과 CUSUM 관리도가 좀 더 효율적이라는 사실을 보였다.

3.2 비정상성의 변화

IMA(0,1,1) 잡음모형에서 공정이 관리상태일 경우에는 모두 λ 가 $\lambda = \lambda_0$ 로 유지되었는데 시점 k 에서 $\lambda = \lambda_1 (\neq \lambda_0)$ 으로 변화하는 경우를 고려해 보자. 즉 이상상태로서 잡음모형의 비정상성이 변화한 경우이다. 이 경우 잡음 z_t 는

$$z_t - z_{t-1} = \begin{cases} a_t - (1-\lambda_0)a_{t-1}, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ a_t - (1-\lambda_1)a_{t-1}, & t \geq k \text{인 경우} \end{cases}$$

를 이용하면

$$z_t = \begin{cases} a_t + \lambda_0 \sum_{i=1}^{t-1} a_i, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ a_t + \lambda_1 \sum_{i=k-1}^{t-1} a_i + \lambda_0 \sum_{i=1}^{k-2} a_i = a_t + \lambda_0 \sum_{i=1}^{t-1} a_i + (\lambda_1 - \lambda_0) \sum_{i=k-1}^{t-1} a_i, & t \geq k \text{인 경우} \end{cases}$$

로 표현되며, 예측치 $\hat{z}_t = \lambda_0 z_{t-1} + (1 - \lambda_0) \hat{z}_{t-1}$ 는

$$\hat{z}_t = \begin{cases} \lambda_0 \sum_{i=1}^{t-1} a_i, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ \lambda_0 \sum_{i=1}^{t-1} a_i + (\lambda_1 - \lambda_0) \sum_{i=k-1}^{t-1} a_i \{1 - (1 - \lambda_0)^{t-i-1}\}, & t \geq k \text{인 경우} \end{cases}$$

와 같이 계산된다. 따라서 예측오차 ε_t 는

$$\varepsilon_t = \begin{cases} a_t, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ a_t + (\lambda_1 - \lambda_0) \sum_{i=k-1}^{t-1} a_i (1 - \lambda_0)^{t-i-1}, & t \geq k \text{인 경우} \end{cases}$$

가 된다. 이 때 예측오차의 평균은 t 에 관계없이 $E(\varepsilon_t) = 0$ 이며, 분산은

$$Var(\varepsilon_t) = \begin{cases} \sigma_a^2, & t \leq k-1 \text{인 경우} \\ \sigma_a^2 \left[1 + \frac{(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{\lambda_0(2 - \lambda_0)} \{1 - (1 - \lambda_0)^{2(t-k+1)}\} \right], & t \geq k \text{인 경우} \end{cases} \quad (8)$$

로 계산되며, $t \geq k$ 인 경우의 분산식은 t 가 k 에 비하여 아주 커질 경우 근사적으로

$$Var(\varepsilon_t) \approx \sigma_a^2 \left\{ 1 + \frac{(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{\lambda_0(2 - \lambda_0)} \right\}$$

이 된다. 따라서 공정의 잡음모형에 비정상성이 변화하는 것을 탐지하는 SPC 절차는 예측오차의 분산 변화를 탐지하는 것이 된다. 이러한 경우에는 평균의 변화를 탐지하는 Shewhart의 x , CUSUM, 그리고 EWMA 관리도 등과 분산의 변화를 탐지하는 이동범위(moving range : MR)를 이용한 Shewhart의 MR 관리도, 지수가중평균제곱오차(exponentially weighted mean square error : EWMS) 관리도, 그리고 지수가중이동범위(exponentially weighted moving variance : EWMV) 관리도 등 중에서 각각 하나를 선정하여 병행 사용하면 효율적으로 이상원인을 탐지할 수 있을 것이다.

이 절차는 평균의 변화를 탐지하는 통계량 M_t , 관리상한 h_U , 관리하한 h_L , 그리고 분산의 변화를 탐지하는 통계량 V_t , 관리상한 c_U , 관리하한 c_L 에 대하여

$$(M_t \geq h_U \text{ 또는 } M_t \leq h_L) \text{ 또는 } (V_t \geq c_U \text{ 또는 } V_t \leq c_L) \quad (9)$$

인 경우 이상원인이 발생하였다는 신호를 주는 것이다. 계단이동의 경우와 유사하게 M_t 과 V_t 는 모두 예측오차 ε_t 를 이용한 통계량이다.

4. 이상원인과 EPC 절차의 효율

서론에서 언급한 바와 같이 공정수정을 위한 EPC 절차만을 수행할 경우 공정에 이상원인이 발생하여도 연속적인 공정수정만을 계속하기 때문에 공정변동의 근본적인 원인을 제거하지 못한다는 문제점이 있다. 본 장에서는 EPC 절차의 효율에 대하여 이상원인이 발생한 경우와 발생하지 않은 경우를 비교하여 그 차이를 알아보고자 한다. 이 비교의 측도로서 시점 k 에서 이상원인이 발생한 후의 출력오차의 분산 σ_e^2 과 평균제곱편차인 MSD(mean squared deviation)를 사용하며, 시점 $n(\geq k+1)$ 까지의 MSD는

$$\text{MSD} = \frac{1}{n} E\left(\sum_{i=1}^n e_i^2\right)$$

으로 정의한다. 만일 매 시점마다 수정하는 반복수정계획을 통하여 EPC 절차를 수행할 경우 목표치와의 편차인 출력오차 e_t 는 예측오차 ε_t 와 동일해지기 때문에, 3장에 제시된 예측오차의 평균과 분산식을 이용하여 위의 MSD를 계산할 수 있다.

먼저 시점 k 에서 공정수준에 $\delta\sigma_a$ 만큼의 계단이동이 발생하는 경우를 고려해 보자. 이 경우 계단이동이 발생한 후의 출력오차의 분산 σ_e^2 은 시점 t 에 관계없이 계단이동이 발생하지 않는 경우와 동일하게 σ_a^2 가 되며, MSD는

$$\begin{aligned} \text{MSD} &= \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n \text{Var}(e_i) + \sum_{i=1}^{k-1} (E(e_i))^2 + \sum_{i=k}^n (E(e_i))^2 \right\} \\ &= \sigma_a^2 + \frac{1}{n} \sum_{i=k}^n (\delta\sigma_a(1-\lambda)^{i-k})^2 \\ &= \sigma_a^2 \left\{ 1 + \frac{\delta^2}{n} \frac{1 - (1-\lambda)^{n-k+1}}{\lambda(2-\lambda)} \right\} \end{aligned}$$

로 계산된다. 계단이동이 발생하지 않은 경우의 MSD는 σ_a^2 이기 때문에, 계단이동이 발생함으로

$$\sigma_a^2 \left\{ \frac{\delta^2}{n} \frac{1 - (1-\lambda)^{n-k+1}}{\lambda(2-\lambda)} \right\}$$

만큼 MSD가 증가함을 알 수 있다. 위의 증가량은 식 (6)의 출력오차의 평균값이 계단이동 발생

시점 k 에서 멀어질 경우 0으로 되돌아오는 것과 유사하게 n 이 아주 커질 경우에는 무시할 만큼 작은 값이 된다.

다음으로 시점 k 에서 잡음모형의 비정상성 모수가 $\lambda = \lambda_0$ 에서 $\lambda = \lambda_1 (\neq \lambda_0)$ 으로 변화한 경우를 고려해 보자. 이 때 비정상성이 변화한 후, 즉 $t \geq k$ 에서의 출력오차 분산 σ_e^2 은 식 (8)에 의하여 비정상성이 변화한 이전보다

$$\sigma_a^2 \left[\frac{(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{\lambda_0(2 - \lambda_0)} \{1 - (1 - \lambda_0)^{2(t-k+1)}\} \right]$$

만큼 증가하는 것을 알 수 있다. 또한 MSD는

$$\begin{aligned} \text{MSD} &= \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^{k-1} \text{Var}(e_i) + \sum_{i=k}^n \text{Var}(e_i) + \sum_{i=1}^n (E(e_i))^2 \right\} \\ &= \frac{1}{n} \left[(k-1)\sigma_a^2 + \sum_{i=k}^n \sigma_a^2 \left\{ 1 + \frac{(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{\lambda_0(2 - \lambda_0)} \{1 - (1 - \lambda_0)^{2(i-k+1)}\} \right\} \right] \\ &= \sigma_a^2 \left[1 + \frac{(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{n\lambda_0(2 - \lambda_0)} \left\{ n - k + 1 - \frac{(1 - \lambda_0)^2 \{1 - (1 - \lambda_0)^{2(n-k+1)}\}}{\lambda_0(2 - \lambda_0)} \right\} \right] \end{aligned}$$

가 되고, 따라서 비정상성 변화로 인하여 MSD가

$$\frac{\sigma_a^2(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{n\lambda_0(2 - \lambda_0)} \left\{ n - k + 1 - \frac{(1 - \lambda_0)^2 \{1 - (1 - \lambda_0)^{2(n-k+1)}\}}{\lambda_0(2 - \lambda_0)} \right\}$$

만큼 증가하였다. 이 증가량은 시점 n 이 비정상성 변화 시점인 k 에서 멀어질 경우 근사적으로

$$\frac{\sigma_a^2(\lambda_1 - \lambda_0)^2}{\lambda_0(2 - \lambda_0)}$$

이 된다.

이상에서 볼 수 있듯이 이상원인의 발생을 무시하고 EPC 절차를 수행할 경우 MSD는 두 가지 이상원인에 대하여 모두 증가하였고, 출력오차의 분산은 비정상성이 변화한 경우 그 이전에 비하여 커지게 된다. 즉 이상원인의 발생은 EPC 절차의 효율을 저하시킴을 알 수 있다.

5. EPC와 SPC를 병행하는 절차

이상원인의 발생은 EPC 절차의 효율을 저하시키기 때문에 공정을 수정하는 EPC 절차와 이상원인을 탐지하는 SPC 절차를 병행하여 사용할 경우 공정관리의 효율을 좀 더 높일 수 있을 것이다. 이를 위하여 매 시점마다 수정을 수행하는 반복수정계획을 가정할 경우 EPC와 SPC를 병행하

는 절차를 다음과 같이 제시한다.

만일 시점 t 에서 이상원인으로 계단이동을 고려할 경우에는 식 (7), 비정상성의 변화를 고려할 경우에는 식 (9)가 만족될 경우 이상원인이 발생하였다는 신호를 주며, 그렇지 않은 경우에는 다음 시점인 $t+1$ 에서의 잡음 예측치 \hat{z}_{t+1} 를 계산하여 식 (3)과 같이 입력변수를 조정하는 EPC 절차를 수행하는 것이다. 만일 이상원인이 발생하였다는 신호가 있을 경우에는 공정을 멈추고 이상원인을 찾아서 제거한 후 다시 공정을 시작해야 할 것이다.

이와 같이 EPC 절차를 수행하면서 SPC 절차를 사용하여 이상원인을 탐지하고 이상원인 발생 시 이를 완전히 제거하여 공정을 관리상태로 만들 수 있다면, EPC 절차만을 수행할 경우에 비하여 출력오차의 분산과 MSD를 작게 할 수 있기 때문에 좀 더 효과적인 공정관리를 할 수 있을 것이다.

6. 모의실험

EPC와 SPC를 병행하는 절차의 효율을 알아보기 위하여 Box et al.(1994, pp. 487)에 제시된 예제를 기초하여 모의실험을 하였다. 이 예제는 금속필름(metallic film)을 생산하는 공정의 예로서, 출력변수 y_t 는 필름의 두께, 입력변수 X_t 는 침전율(deposition rate), 목표치는 $T=80$, 그리고 X_t 한단위 변화에 y_t 는 $g=1.2$ 단위 변화한다고 한다. 이 공정의 100개의 단위구간에서 측정된 필름두께 y_t 의 자료는 다음과 같다.

80	92	100	61	93	85	92	86	77	82	85	102	93	90	94
75	75	75	76	75	93	94	83	82	82	71	82	78	71	81
88	80	88	85	76	75	88	86	89	85	89	100	100	106	92
117	100	100	106	109	91	112	127	96	127	96	90	107	103	104
97	108	127	110	90	121	109	120	109	134	108	117	137	123	108
128	110	114	101	100	115	124	120	122	123	130	109	111	98	116
109	113	97	127	114	111	130	92	115	120					

위의 자료를 예비표본으로 간주하고 IMA(0,1,1) 모형에 적합시킨 결과 λ 는 0.2, σ_a 는 11.1로 추정되었다(이 추정값은 예제의 결과를 그대로 인용함). 이제 IMA(0,1,1)을 따르는 난수 600개를 생성하는데, 시점 1~200까지는 추정된 모수하인 관리상태에서 생성하였으며, 시점 201~600까지는 이상상태에서 난수를 생성하였다. 즉 시점 201 (시점 200과 201 사이)에서 이상원인을 발생시킨 것이다.

먼저 시점 201에서 공정수준에 $\delta\sigma_a$ 만큼 계단이동이 발생하는 경우를 가정하며, 이 때 EPC 절차만 사용하는 경우와 EPC와 SPC를 병행하는 경우를 비교하고자 한다. 식 (7)과 같이 이상원인을 탐지하는 SPC 절차로서 Shewhart, EWMA, 그리고 CUSUM 관리도를 고려하였으며, 사용되는 통계량 M_t 와 관리한계 h_U 와 h_L 은 다음과 같다.

SPC 절차	M_t	h_U	h_L
Shewhart의 x 관리도	ε_t	$3\sigma_a$	$-3\sigma_a$
EWMA 관리도	$r\varepsilon_t + (1-r)M_{t-1}$	$3\sigma_a \sqrt{r/(2-r)}$	$-3\sigma_a \sqrt{r/(2-r)}$
CUSUM 관리도	$\max(H_t, L_t)$	5	없음

여기서 $H_t = \max(0, \varepsilon_t/\sigma_a - 0.5 + H_{t-1})$, $L_t = \max(0, -\varepsilon_t/\sigma_a - 0.5 + L_{t-1})$ 이다.

EPC 절차와 EPC와 SPC를 병행하는 절차의 효율을 비교하기 위하여

$$MSD_1 = \frac{1}{400} E \left[\sum_{t=201}^{600} (y_t' - T)^2 \right]$$

ARL_1 : 이상상태에서 평균런길이, 즉 런길이(=이상원인을 탐지한 시점-200)의 기대값

등 2가지 측도를 사용하며, 모의실험을 10,000번 반복하여 그 추정값을 <표 1>에 제시하였다. ARL_1 의 계산시 시점 600까지 이상원인을 탐지하지 못하는 경우 런길이를 400(=600-200)으로 간주하였다.

<표 1>에서 이상상태의 MSD_1 은 MSD_1 을 살펴보면, 계단이동의 크기(δ)가 아주 작은 경우에는 EPC와 SPC를 병행하는 절차가 EPC만을 사용하는 경우에 비하여 MSD_1 을 크게 줄이지 못하지만, 계단이동의 크기가 큰 경우에는 MSD_1 을 크게 줄일 수 있는 것으로 나타났다. 또한 병행하는 SPC 절차로서 δ 가 작은 경우에는 CUSUM 관리도, δ 가 큰 경우에는 Shewhart의 x 관리도가 이상원인을 빨리 탐지하는 것으로 나타났으며, MSD_1 측면에서는 전반적으로 x 관리도가 좋은 것으로 나타났다. δ 가 크지 않은 경우($\delta \leq 3$) x 관리도는 이상원인을 탐지할 경우에는 빨리 탐지하지만 탐지하지 못할 경우에는 아주 늦게 탐지하여, ARL_1 은 크지만 MSD_1 은 오히려 작음을 알 수 있었다.

다음으로 시점 201에서 비정상성 모수가 $\lambda_0 = 0.2$ 에서 λ_1 으로 변화하는 경우를 고려해 보자. 이 때 분산의 변화를 탐지하는 SPC 절차로는 Shewhart의 MR 관리도($V_t = |\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}|$, $c_U = 3.686 \sigma_a$, $c_L = 0$)를 고려하였다.

이 때 모의실험을 10,000번 반복하여 EPC만 사용하는 경우, 그리고 EPC와 x 관리도, EPC와 MR 관리도, EPC와 x -MR 관리도를 사용하는 경우 MSD_1 과 ARL_1 의 추정치를 <표 2>에 제시하였다. <표 2>를 살펴보면, EPC와 SPC를 병행할 경우 MSD_1 을 크게 줄일 수 있는 것으로 나타났으며, 병행하는 SPC 절차로는 x -MR 관리도가 모든 경우 매우 효율적임을 알 수 있었다.

7. 결론 및 향후 연구과제

EPC 절차는 입력변수를 수정하여 잡음으로 인한 목표치와의 편차를 최소화하고 있다. 그러나 이상원인이 발생한 경우에도 근본적인 원인을 찾아 제거하지 않고 조정만 수행하기 때문에 MSD 가 많이 증가한다는 단점이 있다.

본 논문에서는 공정수준의 계단이동과 잡음모형의 비정상성 변화라는 두 가지 이상원인에 대하여 이것이 발생할 경우 출력오차의 분산이 커지고 이로 인하여 MSD가 증가하게 됨을 보였다. 따라서 효율적인 공정관리를 위하여 EPC와 SPC를 병행하는 절차를 제안하고, 모의실험을 통하여 그 효율성을 논하였다. 이와 같이 EPC와 SPC를 병행하는 절차에 대하여 다음과 같은 내용이 추후 연구되어져야 한다고 생각된다.

- (1) SPC 절차를 병행하여 이상원인을 탐지하고 이상원인 발생시 이를 제거한다면 MSD는 줄일 수 있지만 SPC를 수행하는 비용이 추가된다. 이러한 비용의 예로는 이상원인 탐지와 제거 비용, 오경보로 인한 비용 등이다. 따라서 EPC와 SPC를 병행하는 절차의 기대비용함수를 정의하고, 이 기대비용 측면에서 제시된 절차의 효율에 대한 연구가 필요하다.
- (2) 매 관측시점마다 수정하는 반복수정계획에서는 비교적 손쉽게 EPC와 SPC를 통합할 수 있었지만, 일정 시간 간격으로 수정을 수행하는 반복수정계획과 어떠한 조건이 만족될 경우에만 수정을 수행하는 경계선수정계획에서는 여러 가지 고려해야 할 사항이 많기 때문에 두 절차의 통합에 많은 어려움이 발생한다. 따라서 이러한 경우 EPC와 SPC를 병행하는 절차가 연구되어야 하며, 기대비용함수 등을 비롯한 공정관리 절차의 특성에 대한 연구 또한 수반되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] Box, G.E.P., Jenkins, G.M. and Reinsel, G.C.(1994). *Time Series Analysis : Forecast and Control*, 3rd Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [2] Box, G.E.P. and Kramer, T.(1992). Statistical Process Monitoring and Feedback Adjustment - A discussion, *Technometrics*, Vol. 34, 251-285.
- [3] Box, G.E.P. and Luceño, A.(1995). Discrete Proportional-Integral Control with Constrained Adjustment, *Journal of Royal Statistical Society D - The Statistician*, Vol. 44, 479-495.
- [4] Box, G.E.P. and Luceño, A.(1997). *Statistical Control by Monitoring and Feedback Control*, John Wiley & Sons, New York.
- [5] Janakiram, M. and Keats, J.B.(1998). Combining SPC and EPC in a Hybrid Industry, *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, 189-200.
- [6] Messina, W.S.(1992). *Strategies for the Integration of Statistical and Engineering Process Control*, Ph.D. Dissertation, Arizona State University, Tempe, AZ.
- [7] Montgomery, D.C., Keats, J.B., Runger, G.C., and Messina, W.S.(1994). Integrating Statistical Control and Engineering Process Control, *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, 79-87.
- [8] Nembhard, H.B. and Mastrangelo, C.M.(1998). Integrated Process Control for Startup Operations, *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, 201-211.
- [9] Sachs, E., Hu, A., and Ingolfsson, A.(1995). Run by Run Process Control : Combining SPC and Feedback Control, *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, Vol. 8, 26-43.

- [10] Tsung, F., Shi, J., and Wu, C.F.J.(1999). Joint Monitoring of PID-Controlled Processes, *Journal of Quality Technology*, Vol. 31, 275-285.
- [11] Vander Weil, S.A.(1996). Monitoring Processes That Wander Using Integrated Moving Average Models, *Technometrics*, Vol. 38, 139-151.
- [12] Vander Weil, S.A., Tucker, W.T., Faltin, F.W., and Doganaksoy, N.(1992). Algorithmic Statistical Process Control : Concepts and an Application, *Technometrics*, Vol. 34, 286-297.

<표 1> 계단이동의 경우 EPC와 SPC를 병행하는 절차의 효율 비교

δ	측도	EPC	EPC + x	EPC + EWMA ($r=0.1$)	EPC + EWMA ($r=0.2$)	EPC + EWMA ($r=0.4$)	EPC + CUSUM
1.0	MSD ₁ ARL ₁	124.13 -	124.11 232.86	124.12 283.73	124.11 249.44	124.10 230.97	124.11 223.02
2.0	MSD ₁ ARL ₁	126.71 -	126.22 173.85	126.44 165.43	126.26 125.59	126.12 119.60	126.23 86.37
3.0	MSD ₁ ARL ₁	130.81 -	127.79 65.95	129.25 41.53	128.47 21.17	127.83 20.47	128.44 8.66
5.0	MSD ₁ ARL ₁	144.56 -	131.01 1.27	135.69 2.22	133.46 1.56	131.69 1.16	133.58 1.55
7.0	MSD ₁ ARL ₁	165.02 -	138.16 1.00	142.90 1.50	139.31 1.12	138.20 1.00	138.58 1.04

<표 2> 비정상성이 변화하는 경우 EPC와 SPC를 병행하는 절차의 효율 비교

λ_1	측도	EPC	EPC + x	EPC + MR	EPC + x + MR
0.1	MSD ₁ ARL ₁	126.71 -	125.22 231.10	123.99 83.59	123.93 77.45
0.3	MSD ₁ ARL ₁	126.49 -	124.96 231.97	124.41 159.21	124.09 126.49
0.4	MSD ₁ ARL ₁	136.91 -	129.35 191.02	130.22 204.08	127.46 131.29
0.5	MSD ₁ ARL ₁	153.81 -	132.93 142.30	142.43 252.34	131.10 115.70
0.7	MSD ₁ ARL ₁	208.61 -	134.30 67.54	192.72 327.18	133.89 65.17