
프리스트레스트 콘크리트 보 단면의 최적설계

Optimization of Prestressed Concrete Beam Section



조선규*
Cho, Sun-Kyu



최외호**
Choi, Wae-Ho

ABSTRACT

As the computer related technology evolves a study for a practical use of real structure as well as its theory for optimum design has been greatly advanced. But the study on optimum design of pre-stressed concrete beam(PSC-beam) bridge for the construction of national roads and highways in Korea is not sufficient. Since a standard section for the PSC-beam is proposed, it is practically used in designing the PSC-beam. It is noticed that the section using the current standard PSC-beam design to be an over-designed with its surplus safety factor. Therefore, it is necessary to consider economical PSC-beam section which automatically satisfies all requirement of design specifications. Thus, in this study, the optimum design methods of PSC-beam are carried out using the gradient-based search method and global search method. As a result of the optimum design method, it was confirmed that the design of PSC-beam has a serious properties to non-linearity and discontinuity. And the section that is economical and efficient design methods than the current standard design method is proposed.

Keywords : optimum design, prestressed concrete beam(PSC-beam) bridge, SQP algorithm, genetic algorithm

* 정희원, 서울산업대학교 토목공학과 전임강사
** 정희원, 단국대학교 토목·환경공학과 교수

· 본 논문에 대한 토의를 2000년 12월 31일까지 학회로 보내
주시면 2001년 2월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

과거에는 이론적인 발전에만 머물렀던 최적화 기법들이 차세대 컴퓨터 기술의 눈부신 발전과 더불어 실구조물의 설계에 적용할 수 있을 정도로 진보를 거듭해왔다. 교량분야에서도 다양한 구조형식에 대한 최적설계의 연구가 국내·외적으로 수행되고 있으며^(5,6,9,14), 설계제안에 대한 기초적인 작업 및 검증방법으로 최적설계가 적용되는 등 최적설계의 실무적용에 대한 연구가 활발히 진행 중이다. 국내에서는 합성형 강상형교, 강상판교 등과 같은 강교 중심의 최적설계 연구^(5,6)는 수행되고 있으나 재료적 특성과 역학적 개념을 효율적으로 활용할 수 있는 장점으로 인해 최근 일반국도 및 고속도로에서 교량형식으로 많이 채택되어 설계 및 시공되고 있는 프리스트레스트 콘크리트(prestressed concrete; PSC) 교량의 최적설계에 대한 연구는 거의 전무한 상태이다.

특히, PSC보의 설계는 표준단면도가 작성되어 있으므로 실무에서는 표준단면도를 이용한 설계가 실시됨에 따라 효율적인 최적단면에 대한 검토가 거의 이루어지지 않고 있다. 그러나 기존에 설계된 PSC보 교량의 설계를 검토한 결과, 거의 모든 설계단면이 안전율이 큰 과잉설계임을 확인할 수가 있었다. 따라서, 현행 표준단면도 보다 합리적이며서도 경제적인 PSC보 단면에 대한 연구가 필요하다고 사료된다. 본 연구에서는 시공의 단계를 고려하여 다단계로 설계하는 합성 PSC보 단면에 대해 구배기반 탐색방법(gradient based search method)과 전역 탐색방법(global search method)의 최적화 기법을 각각 적용하여 최적설계를 수행하고 그 결과를 상호 비교하여 PSC보의 목적함수와 제약조건함수의 특성을 분석하였다. 또한 이를 바탕으로 설계시 고려하는 모든 설계조건을 자동으로 만족하는 합성 PSC보의 최적형상에 대하여 제안하였다.

2. PSC보 단면의 최적설계 정식화

2.1 설계변수

합성 PSC보의 최적 단면형상을 알아보기 위해

서 설계변수는 PSC보 단면의 기하형상으로 선정하였다. Fig. 1에 나타낸 바와 같이 하플랜지 두께 [x(1)], 하플랜지 런치두께[x(2)], 복부높이[x(3)], 상플랜지 런치두께[x(4)], 상플랜지 두께[x(5)], 상플랜지 폭[x(6)], 복부두께[x(7)], 하플랜지 폭[x(8)], 텐던의 개수[x(9)], 바닥판슬래브 두께 [x(10)]로 선정하였다. 여기서, 바닥판슬래브의 폭은 주형간격을 확정값으로 가정하여 주형중심간 거리를 취하였으므로 설계변수에 포함시키지 않았다.

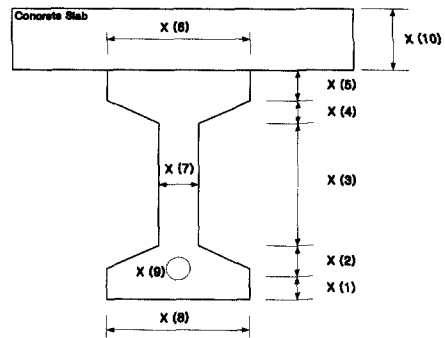


Fig. 1 Design variables

2.2 목적함수(Objective function)

목적함수는 Fig. 1과 같이 PSC보 한 본과 바닥판슬래브에 대한 제작비용의 함수로 정식화하였으며 다음 식(1)에 나타낸 바와 같다.

$$F(X) = F_0 + F_{beam} + F_{ps} + F_{slab} \quad (1)$$

여기서,

$$F_0 = \text{공통비용(원/본)}$$

$$F_{beam} = C_{psc} \times V_{psc} + C_{bs} \times W_{bs} \times V_{psc} + C_{fl} \times A_{fl}$$

$$F_{ps} = C_{ps} \times N_{endon}$$

$$F_{slab} = C_{slab} \times V_{slab} + C_{ss} \times W_{ss} \times V_{slab} + C_{rl} \times A_{rl} + C_{\beta} \times V_f$$

$$C_{psc} = \text{PSC보의 콘크리트 단가(원/m}^3\text{)}$$

$$C_{bs} = \text{PSC보의 철근 단가(원/ton)}$$

$$C_{fl} = \text{PSC보의 거푸집 단가(원/m}^2\text{)}$$

C_{PS} = PSC보의 P.S 강재 단가(원/EA)
 C_{slab} = 바닥판슬래브의 콘크리트 단가(원/m³)
 C_{ss} = 바닥판슬래브의 철근 단가(원/ton)
 C_{ρ} = 바닥판슬래브의 거푸집 단가(원/m²)
 C_{β} = 바닥판슬래브의 동바리 단가(원/m²)
 A_{psc} = PSC보의 단면적(m²)
 A_{ρ} = PSC보의 거푸집 설치 단면적(m²)
 A_{ρ} = 바닥판슬래브의 거푸집 설치 단면적(m²)
 V_{psc} = PSC보의 콘크리트 체적(m³)

V_{slab} = 바닥판슬래브의 콘크리트 체적(m³)
 V_f = 바닥판슬래브의 동바리 설치 체적(공m³)
 W_{bs} = PSC보의 단위체적당 철근량 (ton/m³)
 W_{ss} = 바닥판의 단위체적당 철근량 (ton /m³)

여기서, 단가는 재료비, 노무비 등의 직접공사비와 간접노무비, 산재보험료 등의 제작비를 포함한 2000년도 단가기준의 공사비이다(Table 3 참조).

Table 1 Design constraints

Item	Constraint	Remark
Flexible Stress just after Jacking	$G_1 : \sigma_{iu} \leq \sigma_{iua}$ (2)	σ_{iu}, σ_{il} = Flexural stress of top & bottom fiber of beam just after prestressing, respectively σ_{iua} = Allowable flexural tension stress before loss ($0.75\sqrt{\sigma_{ci}}$) σ_{ila} = Allowable flexural compression stress before loss ($0.55\sigma_{ci}$)
	$G_2 : \sigma_{il} \leq \sigma_{ila}$ (3)	
Flexible Stress after Loss	$G_3 : \sigma_{su} \leq \sigma_{sua}$ (4)	σ_{su}, σ_{sl} = Flexural stress of upper & lower beam after loss, respectively σ_{sua} = Allowable flexural tension stress after loss ($0.4\sigma_{ck}$) σ_{sla} = Allowable flexural compression stress after loss ($1.5\sqrt{\sigma_{ck}}$)
	$G_4 : \sigma_{sl} \leq \sigma_{sla}$ (5)	
Flexible Stress after Composite	$G_5 : \sigma_{tc} \leq \sigma_{tca}$ (6)	σ_{tc} = Flexural stress of top fiber of slab deck after composite σ_{tu}, σ_{tl} = Flexural stress of top & bottom fiber of beam after composite, respectively σ_{tca} = Allowable flexural stress of top fiber of slab deck after composite $\sigma_{tua}, \sigma_{tla}$ = Allowable flexural stress of top & bottom fiber of beam after composite, respectively
	$G_6 : \sigma_{tu} \leq \sigma_{tua}$ (7)	
	$G_7 : \sigma_{tl} \leq \sigma_{tla}$ (8)	
Stress of P.S Strand just after Jacking	$G_8 : \sigma_{pci} \leq \sigma_{pcia}$ (9)	$\sigma_{pci}, \sigma_{pcia}$ = Stress and allowable stress of P.S strand just after jacking, respectively
Stress of P.S Strand after Loss	$G_9 : \sigma_{pce} \leq \sigma_{pcea}$ (10)	$\sigma_{pce}, \sigma_{pcea}$ = Effective stress and allowable stress of P.S strand after loss, respectively
Flexural Strength	$G_{10} : M_u \leq \phi M_n$ (11)	M_u = Ultimate flexural strength, ϕM_n = Design flexural strength
Shear Strength	$G_{11} : S_u \leq \phi S_n$ (12)	S_u = Ultimate shear strength, ϕS_n = Design shear strength
Displacement	$G_{12} : \delta \leq \delta_a$ (13)	δ = Displ. by live load, δ_a = Allowable displ.(L/800)
Min. & Max. Steel Ratio	$G_{13} : P_{max} \leq P_{maxa}$ (14)	P_{max}, P_{min} = Maximum and minimum steel ratio, respectively P_{maxa}, P_{mina} = Maximum and minimum allowable steel ratio, respectively
	$G_{14} : P_{min} \leq P_{mina}$ (15)	
Height of Beam	$G_{15} : H_b < H_a$ or	H_b = Height of beam($X_1+X_2+X_3+X_4+X_5$) H_a = Limit height of beam
	$G_{15} : H_b > H_a$ (16)	

2.3 제약조건(constraint)

제약조건은 Table 1에 제시한 바와 같이 현행 도로교표준시방서를 바탕으로 프리스트레스트 콘크리트의 각 하중단계에 대한 응력조건[식(2)~식(10), 강도조건[식(11)~식(12)], 처짐등[식(13)~식(15)]의 규정에 기초하여 정식화하였다.⁽⁴⁾ 그리고 설계변수들의 민감도분석을 위해 형고에 대한 제약조건을 식(16)과 같이 설계규정에 관계없이 추가로 설정하였다.

3. 최적설계기법 및 알고리즘

실구조물인 합성 PSC보의 최적단면형상을 보다 신속, 정확하게 결정하는 실용적인 기법을 검토하기 위해 본 연구에서는 먼저, 비선형(nonlinearity)이 심하지 않은 경우에 최적해를 비교적 용이하게 구할 수 있는 구배기반 탐색기법(gradient based search method)을 적용하였다. 응용 프로그램으로는 Vanderplaats가 개발하여 공개한 범용 ADS (Automated Design Synthesis)⁽¹⁰⁾에 포함되어 있는 여러 가지 구배기반 알고리즘을 적용하여 그 중에서 비교적 좋은 결과를 얻을 수 있었던 Sequential quadratic programming(SQP) 알고리즘을 이용하여 최적설계를 수행하였다.

또한 구배기반 탐색기법의 최적설계 결과에 대한 적합성 여부를 검토, 확인하기 위하여 비선형성의 여부에 관계없이 일반적으로 최적해를 구할 수 있는 전역 탐색기법(global search method)을 사용하여 SQP에 의한 최적설계 결과를 분석하였다. 전역 탐색기법으로는 유전자 알고리즘(Genetic algorithm: GA)을 이용하였으며 프로그램은 David L. Carroll이 작성한 내용을 바탕으로 구조해석모듈을 추가하여 PSC보 단면 최적설계 프로그램을 개발하여 적용하였다.

아래에 본 연구에서 적용한 알고리즘에 대해 간략하게 소개한다.

3.1 SQP에 의한 최적설계

SQP의 탐색방향은 방향벡터 \vec{s} 를 설계변수로 고려하고 선형근사화된 제약조건들에 대하여 2차

근사화된 목적함수를 최소화 시키는 최적화 과정으로 구성되어 있다.⁽¹¹⁾ 따라서, 1차 구배(gradient) 정보만을 필요로 하는 다른 알고리즘에 비해 효율적으로 탐색방향을 결정할 수가 있다. 본 연구에서 사용한 SQP는 최적화 알고리즘으로 Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno(BFGS)를 사용하였으며, 단일변수 탐색기법은 황금분할법(Golden section)을 사용하였다.⁽¹⁰⁾

SQP를 적용하여 개발된 최적설계 프로그램의 흐름도는 Fig. 2에 나타낸 바와 같다. 이때, 방향벡터 \vec{s} 와 \vec{s} 방향으로의 탐색거리(optimal step)인 α^* 를 추정하는 과정에서 요구되는 제약조건함수의 계산을 위해 설계변수의 변화에 대한 PSC보 구조해석 모듈이 필요하다. 따라서 본 연구에서 개발된 프로그램은 PSC보의 구조해석 모듈을 포함하여 초기치 입력에 의한 최적해 자동탐색 시스템으로 개발하였다.

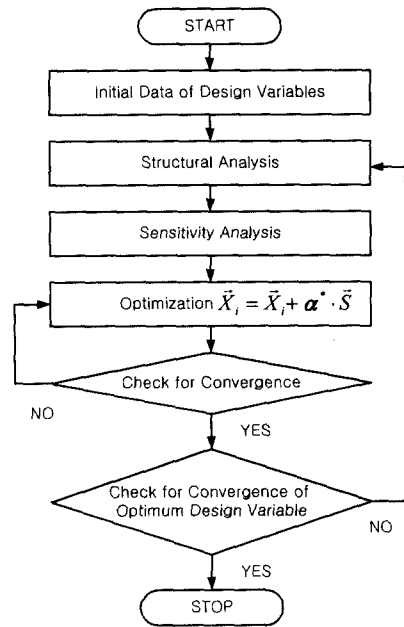


Fig. 2 General optimum design by SQP

3.2 GA에 의한 최적설계

GA는 생물체의 진화과정을 모델링화 한 것으로 변식, 교배, 그리고 돌연변이과정을 통해 한 세대

를 구성하고 있는 다량의 개체(설계)중 세대를 반복하여 설계목적에 가장 적합한 우수개체(설계)로 진화시켜 최적화하는 알고리즘이다.^(1,3) GA의 특징 및 장·단점을 간략하게 기술하면 다음과 같다.

- 1) 해의 개선이 한 개의 해가 개선되는 것이 아니라 다수의 설계집단이 새롭게 향상된 설계 집단으로 이동한다.
- 2) GA는 함수의 미분이 필요한 민감도해석 없이 함수계산만으로 탐색이 가능하다. 따라서 함수의 비선형성이나 불연속성이 문제가 되지 않는다.
- 3) 다량의 국부최적점이 존재하는 문제에 적합하다.
- 4) 설계변수의 code화로 연속형, 정수형 및 이산형 변수를 모두 설계변수로 고려할 수 있다.
- 5) 많은 함수계산이 필요하므로 구배기반 탐색방법보다 계산시간이 많이 필요하다.

GA를 적용한 최적설계 프로그램의 흐름도는 Fig. 3에 나타낸 바와 같으며, 이 역시 PSC보의 구조해석 모듈이 프로그램 내부에 포함된 자동설

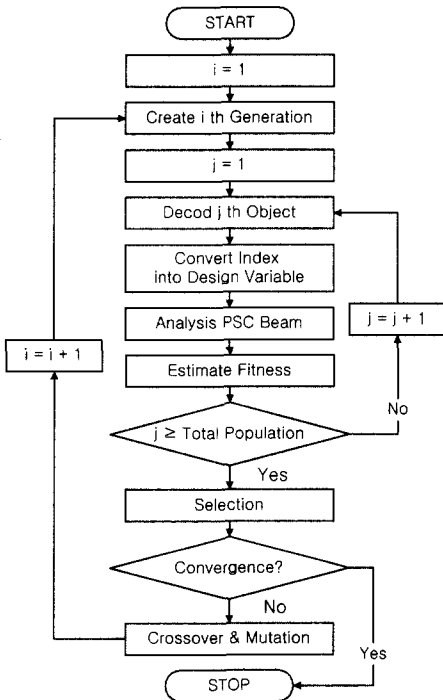


Fig. 3 Optimum design by GA

계 시스템으로 구성하였다.

GA의 결정적인 단점인 계산시간을 줄이기 위해 데이터베이스(Database)의 인덱스(Index)를 이용한 2단계 설계변수를 적용하였으며, 모식도는 Fig. 4에 나타낸 바와 같다. PSC보의 기하형상인 설계변수는 설계 및 시공이 가능한 후보 변수들로 미리 데이터베이스화하고 각 후보에는 인덱스를 부여하였으며, 이 인덱스를 설계변수로 고려하였다. 따라서 최적단면의 형상은 각 값에 부여된 인덱스의 조합으로 표현된다.

선택(selection)의 방법은 순위 선별방법으로 초우량개체(super chromosome)에 의한 조기 수렴을 방지할 수 있는 shuffling기법이 포함된 토너먼트 선택(tournament selection)을 사용하였으며, 교배방법은 균등교배(uniform crossover)를 사용하였다. 돌연변이 방법은 점돌연변이(point mutation)과 염색체돌연변이(chromosome mutation)를 각각 적용하였다.

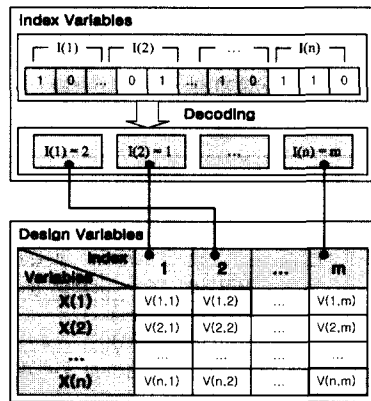


Fig. 4 Diagram of converting index into design variable

4. 적용에 및 고찰

4.1 일반사항

본 연구에서는 현행 표준도면에 제시된 PSC보의 타당성 및 적합성 여부를 검토하기 위하여 표준도면의 PSC보를 이용하여 설계한 참고문헌[한국도로공사, 1996]에 주어진 Fig. 5와 같은 교량을 대상구조물로 선정하였다. 대상교량의 횡단면도인

Fig. 5에서 살펴볼 수 있는 것처럼 교폭은 12.06m 이고 주형간격이 2.5m로 고정된 5본의 PSC보로 구성되어 있으며, 지간은 30m이고 단경간이다. 설계활하중은 1등급 교량인 DB-24를 적용하였으며 설계에 적용된 재료물성치와 제반 설계상수들은 표준도면과 참고문헌[한국도로공사, 1996]의 값을 그대로 활용하였으며 Table 2에 자세히 나타내었다.⁽⁷⁾

PSC보는 바닥판슬래브와 합성단면으로 가정하였으며, 구조해석 및 최적설계는 가설의 각 단계를 고려하여 다단계로 수행하였다. 또한 2.2절에서 전술한 바와 같이 목적함수는 PSC보 한 본과 바닥판슬래브의 제작비용으로 정식화 하였으며, PSC보와 바닥판슬래브의 제작비용을 산정할 때

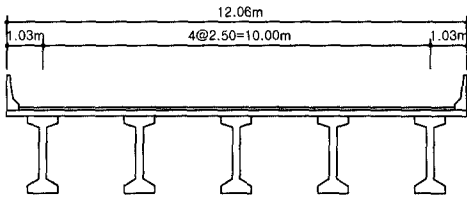


Fig. 5 Section of example bridge

Table 2 Material and design constants

Item	Constants
PSC Beam	$\sigma_{ck} = 400.0$ (kgf/cm ²)
	$\sigma_{ci}' = 320.0$ (kgf/cm ²)
P.S Strand	12 Strand $\phi 12.7 \times 4$ (Low relaxation) $A_p = 0.9871 \times 12 \times 4 = 47.3808$ (cm ²)
	$\sigma_{pu} = 18944.0$ (kgf/cm ²)
	$\sigma_{py} = 16107.0$ (kgf/cm ²)
	Friction wobble coefficient $K=0.0050$
	Friction curvature coefficient $\mu=0.25$ (rad)
	Slip = 6.0 (mm)
	Sheath diameter = 6.6 (cm)
Slab	$\sigma_{ck} = 270.0$ (kgf/cm ²)
Reinf. Bars	Slab deck $\sigma_y = 4000$ (kgf/cm ²)
	PSC Beam $\sigma_y = 3000$ (kgf/cm ²)
Creep Coefficient	4.5 (From T=0 to T= ∞)
	3.8 (From jacking to T= ∞)
	2.8 (From casting slab to T= ∞)
Shrinkage	1.8×10^{-5} (PSC beam)
	2.0×10^{-5} (Slab deck)
Modulus of Elasticity	$E_{ps} = 2.0 \times 10^6$ (kgf/cm ²)
	$E_{pc} = 10500 \sqrt{\sigma_{ck} + 70000}$ (kgf/cm ²)
	$E_c = 15000 \sqrt{\sigma_{ck}}$ (kgf/cm ²)
	$E_s = 2.04 \times 10^6$ (kgf/cm ²)

사용되는 각 재료별 단위비용은 실무자료를 바탕으로 Table 3에 제시하였다.

Table 3 Unit cost of PSC beam & slab deck

Item	Unit cost	
Manufacturing Union Cost of PSC Beam	2,270,000	(₩/EA)
Concrete of PSC Beam	118,000	(₩/m ³)
Reinforcement of PSC Beam	1,090,000	(₩/ton)
Form of PSC Beam	25,957	(₩/m ²)
P.S Strand	2,300,000	(₩/EA)
Concrete of Slab Deck	105,000	(₩/m ³)
Reinforcement of Slab Deck	1,075,000	(₩/ton)
Form of Slab Deck	28,000	(₩/m ²)
Support of Slab Deck	29,000	(₩/m ²)

4.2 최적설계 결과 및 고찰

4.2.1 SQP에 의한 최적설계

Fig. 2에 제시된 SQP에 의한 최적설계 흐름도에서 언급한 바와 같이 각 설계변수의 초기값을 가정하여야 하는데, 가정한 설계변수의 초기값은 일반사항에서 언급한 표준단면 형상 그대로를 적용하였다. 또한 초기가정값의 변화에 따른 해의 수렴성과 안정성을 검토하기 위해 각 설계변수의 초기값을 일괄적으로 표준단면의 50~150% 범위내에서 변화시켜 최적설계를 수행하였다. 각 경우의 최적설계 결과와 수렴이력도는 각각 Table 4와 Fig. 6에 나타낸 바와 같다.

구배기반 탐색기법인 SQP를 사용한 PSC보 단면의 최적설계는 모든 초기값의 가정에 대해 각각의 해는 수렴되고 있지만, 가정된 초기값에 따라 목적함수값이 Fig. 6에 나타낸 바와 같이 수렴되고 있지 않음을 살펴볼 수 있다. 보다 자세히 살펴보면, Table 4에 나타낸 바와 같이 표준단면에 대한 초기가정값의 비율이 50%~100%일 경우에는 목적함수의 수렴이 비교적 안정적이지만, 각 설계변수들의 결과 중 웨브높이, 상·하 플랜지폭, 그리고 텐던의 갯수는 변동의 차이가 많아 안정적으로 수렴했다고 판단하기가 어렵다. 또한 표준단면에 대한 초기가정값의 비율이 120%~150%인 경우는 목적함수값인 PSC보 한 본의 제작비용이 표준

Table 4 Optimum design results by SQP

(Unit:cm)

Design Variables	Standard Section	Ratio of Initial values with respect to standard section values(R)				
		50%	80%	100%	120%	150%
Thickness of Lower Flange	23.0	20.7	18.8	22.6	27.8	38.2
Thickness of Lower Hunch	22.0	10.0	10.0	10.4	11.9	31.9
Height of Web	127.0	185.0	185.3	148.8	116.2	69.4
Thickness of Upper Hunch	10.0	10.0	10.0	10.0	10.1	11.8
Thickness of Upper Flange	18.0	10.0	10.4	10.1	12.2	17.7
Width of Upper Flange	70.0	38.7	43.0	42.2	54.1	67.7
Thickness of Web	20.0	20.0	20.0	20.0	21.6	24.0
Width of Lower Flange	66.0	45.0	45.2	61.3	74.2	76.0
Number of Tendon (EA)	4	4	4	4	5	6
Thickness of Slab Deck	25.0	22.0	22.0	22.0	22.5	29.8
Cost (₩10,000)	2851.2	2612.8	2612.3	2605.1	2932.3	3614.8

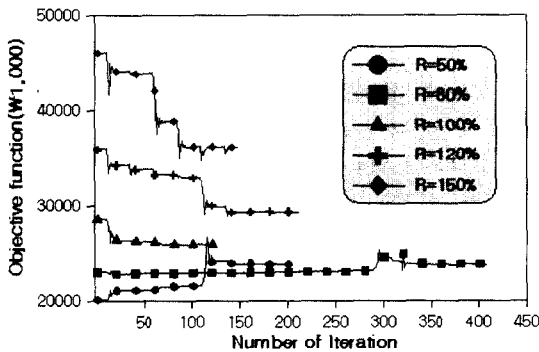


Fig. 6 Convergence history of optimum design by SQP

단면의 제작비용보다 각각 약 2.8%와 26.7%가 높은 제작비용의 결과를 얻었다. 이는 PSC보의 설계는 많은 국부 최적점이 있는 것으로 판단되며, 설계함수의 비선형성(nonlinearity) 및 하중단계별 제약조건의 고려에 의한 불연속성(discontinuity)이 크다고 판단된다. 따라서, 구배를 결정하기 위해 각 설계변수의 미분을 계산하는 구배기반 탐색기법인 SQP에 의한 최적설계 결과는 초기값의 가정여부에 따라 국부최적점(local optimum)에 빠지는 경우와 설계변수 최적값의 변동이 큰 결과를 나타내므로 PSC보 교량 설계의 경우에는 실용적으로 적용하기가 곤란하다고 판단된다.

4.2.2 GA에 의한 최적설계

PSC보 교량의 최적설계에서 미분계산이 요구되

지 않고 단지 함수계산에 의해 설계공간을 탐색할 수 있는 유전자 알고리즘(GA)이 보다 안정적인 해의 수렴이 보장될 것으로 판단되어 적용하였다. 뿐만 아니라 SQP에 의한 최적설계의 초기값에 해당하는 GA의 첫 번째 세대의 개체구성은 설계공간내에서 무작위로 선택되어지기 때문에 SQP와는 달리 초기값의 가정이 필요하지 않다.

본 연구에서는 GA에 의한 최적단면형상을 검토하기 위해 먼저 PSC보의 형고 제한을 두지않은 상태에서 전역 최적해를 구하고(case-I), 다음으로 전역 최적해는 아니지만 거의 최적해에 근접하여 설계의 특성상 대안으로서 설계에 반영할 수 있는 제한적 최적해(최적단면형상)를 제안하기 위해 형고의 변화에 따른 최적설계를 수행하였다. 이를 위해 PSC보의 전역 최적단면형상의 형고를 기준으로 점진적으로 형고의 최대높이를 감소시키는 경우(case-II)와 형고의 최소높이를 증가시키는 경우(case-III)에 대하여 각각 최적단면을 검토하였다. 즉, 형고 제한이 없을 때(case-I) 최적설계의 형고가 179 cm이므로 형고의 최대값 제한(case-II)은 최적의 형고를 포함하지 않는 범위에서 10 cm씩 감소시켜 170 cm, 160 cm, 150 cm로 결정하였다. 마찬가지로 형고의 최소값 제한(case-III)도 최적의 형고를 포함하지 않는 영역에서 10cm씩 증가시켜 180 cm, 190 cm, 200 cm로 하였다.

Table 5 Optimum design results by GA

(Unit:cm)

Design Variables	Standard Section	case-I [*]	case-II ^{**}			case-III ^{***}		
		H=free	H<150	H<160	H<170	H>180	H>190	H>200
Thickness of Lower Flange	23	27	-	37	36	17	19	35
Thickness of Lower Hunch	22	7	-	7	6	13	8	16
Height of Web	127	130	-	82	84	130	132	132
Thickness of Upper Hunch	10	5	-	9	5	5	10	5
Thickness of Upper Flange	18	10	-	23	30	22	22	22
Width of Upper Flange	70	100	-	88	70	50	62	72
Thickness of Web	20	20	-	20	20	20	20	20
Width of Lower Flange	66	62	-	68	70	66	66	44
Number of Tendon (EA)	4	4	-	5	5	4	4	4
Thickness of Slab deck	25	22	-	22	22	22	22	22
Height of PSC Beam	200	179	-	158	161	187	191	210
Cost(₩10,000)	2851.2	2597.8	-	2980.8	2952.0	2607.6	2653.6	2696.1
Cost Ratio(%) [†]	9.7	0.0	-	14.7	13.6	0.3	2.1	3.7

* case-I: Free for height of beam, ** case-II: Maximum limit for height of beam, *** case-III: Minimum limit for height of beam

† Ratio of Each Cost with respect to Optimum Cost

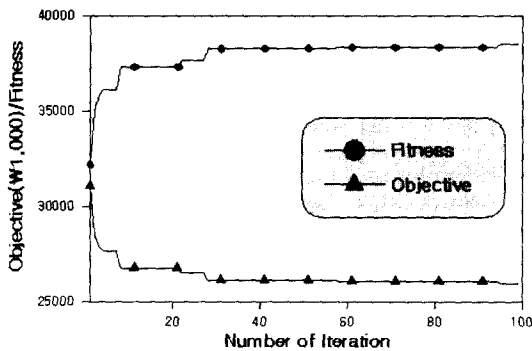


Fig. 7 Convergence history of optimum design by GA

GA를 이용한 최적설계를 수행하기 위한 제반 설계상수는 별도로 매개변수 연구를 통해 결정하였으며, 그 결과 벌칙함수계수 α 는 10^5 , β 는 2, 그리고 개체수는 70으로 하였다. 이러한 조건에 대해 형고의 제약을 두지 않고 구한 전역 최적설계(case-I)의 목적함수와 적합도함수의 수렴도를 Fig. 7에 나타내었다.

그리고 형고 제한조건에 대한 최적설계(case-II, case-III)의 결과인 최적단면형상은 Table 5에 자세히 나타내었으며, 쉽게 단면형상을 고찰할 수 있도록 Fig. 9~11에 개략적인 단면도를 제시하였다. 참고로 Fig. 8에는 본 연구와 동일한 조건에 대한 현행 표준단면을 제시하여 최적단면

의 형상과 비교할 수 있도록 하였다. 이때 단위는 모두 cm이다. GA에 의한 최적설계로부터 결과를 고찰하면 다음과 같다.

첫째, 설계공간 전 범위내에서 구한 전역 최적해는 Table 5의 case-I과 Fig. 12에 나타낸 바와 같이 최소의 제작비용 2597.8만원의 179 cm로 산출되었다. 또한 최소형고가 180 cm, 190 cm, 200 cm의 설계범위에서는 각각 187 cm, 191 cm, 210 cm의 형고에서 최적해가 구해졌으며 이는 모두 표준단면의 제작비용에 비해 낮은 값으로서 설계에 적용할 수 있는 설계단면임을 알 수가 있다. 반면에 최대형고 160 cm, 170 cm의 설계범위에서는 각각 158 cm와 161 cm에서 해가 구해졌는데, 이들 모두 표준단면보다도 제작비용이 비싼 결과를 나타내고 있다. 또한 150 cm 이하의 설계공간에서는 모든 설계규정 즉, 제약조건을 만족하는 해를 구할 수 없었다. 이는 본 설계의 조건에서는 형고 150 cm 이하의 PSC보는 적용할 수 없음을 보여주고 있다.

제한적 최적단면 형상에서도 PSC보의 형고가 전역 최적단면형상(179 cm)에서 제한형고의 범위가 멀어질수록 개략적으로 상부 플랜지의 면적이 증가하는 추세를 보이고 있으며 최대 약 2배 정도인 것을 확인할 수가 있었다. 또한 텐던의 개수가 4개(형고가 179 cm 이상)일 때 표준단면의 제작

비용에 비해 적은 제작비용이 산정됨을 알 수 있으며, 이러한 현상으로부터 제작비용에 가장 비중이 큰 재료는 P.S 텐던임을 간접적으로 확인할 수가 있었다.

둘째, 형고 제한이 없는 경우(case-I), 최적단면의 형상은 Fig. 9와 같이 Bulb-T형 단면과 유사한 형상의 결과를 얻었다. 동일한 설계조건에 대한 표준단면과 비교하면 형고의 변화는 10.5% 감소한 179cm로 나타났으며, 상플랜지 폭은 100cm로 49.5% 대폭 증가하고 상플랜지 두께는 제약조건인 설계변수의 최소값 10cm로 크게 감소하였다. 반면에 하플랜지의 폭은 62cm로 표준단면에 6.1% 감소하였으며 두께는 27cm로 17.4% 증가하였다. 결과적으로 목적함수값인 제작비용은 표준단면의 2851.2만원보다 약 9.7% 감소한 2597.8만원으로 경제적인 최적단면형상이 도출되었다. 이는 동일한 설계조건에 대해 기존의 표준단면이 다소 과다 설계되어 있음을 역으로 판단할 수 있다. 뿐만 아니라 상플랜지가 넓기 때문에 바닥판 슬래브의 시공에서 거꾸집과 동바리공이 걸림되고 시공작업 공간의 확보 등 시공성도 향상될 수 있다고 사료된다.

셋째, 형고의 최대값을 제한하는 경우(case-II)에는 Fig. 10에 나타난 바와 같이 I-형 단면형상을 얻었으며, 목적함수값인 제작비용은 형고가 158cm와 161cm인 경우, 각각 2980.8만원과 2952.0만원으로 표준단면보다 약 14% 정도 제작비용이 증가됨을 확인할 수 있다.

넷째, 형고의 최소값을 제한하는 경우(case-III)의 각 형고별 단면형상은 Fig. 11에 제시한 그림과 같다. case-III의 단면들은 모두 표준단면보다 약 9%정도 경제적이며, case-I의 제작비용과 불과 0.3~3.7%정도의 비용상승을 나타내고 있으므로 거의 전역최적해(global optimum)에 근접한 단면(near optimum section)이라고 판단된다. 형고가 189cm인 형상은 Fig. 11(a)에 나타난 바와 같이 상플랜지보다 하플랜지가 넓은 형상의 결과를 얻었으며 이 형상은 나름대로 전도에 대한 안전율이 높기 때문에 시공성이 향상될 수 있을 것으로 판단된다. 형고 191cm인 단면은 표준단면과 거의 흡사한 단면형상의 결과를 얻었다. 그리고 형고 200cm 이상에서는 상부플랜지가 더

(Unit:cm)

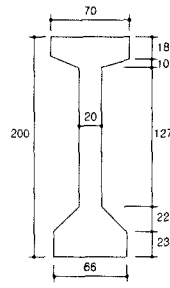


Fig. 8 Standard Section

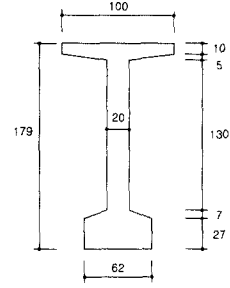
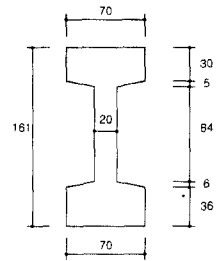
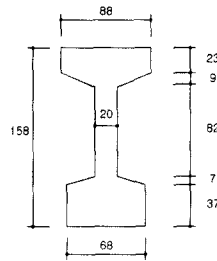


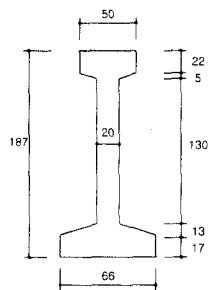
Fig. 9 case-I Section



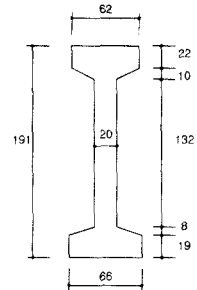
(a) Height of Beam<160cm

(b) Height of Beam<170cm

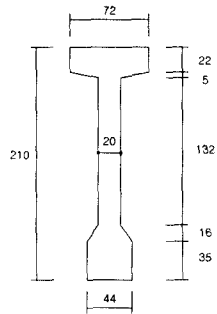
Fig. 10 case-II Section



(a)Height of Beam>180cm



(b)Height of Beam>190cm



(C)Beam Height>200cm

Fig.11 case-III

Table 6 Active constraints

(Stress:kgf/cm², Displacement:cm)

Active Constraint	Maximum Value	case-II			case-III		
		case-I H=free	H<160	H<170	H>180	H>190	H>200
Flexural Stress of PSC beam just after jacking	176.0	162.6	174.8	174.1	175.0	171.7	175.6
Flexural Stress of PSC beam after Loss	160.0	114.0	111.5	116.5	117.1	100.3	80.7
Displacement	3.638	3.591	3.438	3.612	3.590	2.748	1.711
Flexural Stress of PS strand just after jacking	13300.0	10174.7	10138.7	10133.4	10123.1	10125.5	10076.8

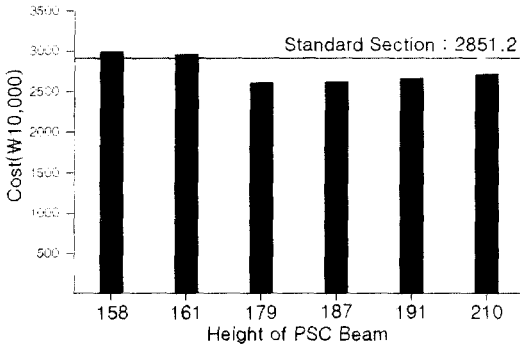


Fig. 12 Cost of each section

넓은 T형보 형상을 얻었다. 결론적으로 PSC보 형고의 제한적 최적단면은 매우 다양한 형상을 가질 수 있다고 판단되며, 실용적으로 표준단면으로 사용될 수 있는 단면을 형고에 따라 여러 가지로 제안하는 것이 합리적인 방안이라고 판단된다.

다섯째, Table 1에서 제시한 각 하중단계에 따른 14개(식(2)~식(15))의 제약조건중 상한치에 거의 이르는 지배적인 제약조건(active constraint)을 살펴보면 Table 6과 같다. 이러한 지배적인 제약조건은 긴장 직후 PSC보 하단에서의 휨응력과 모든 손실이 발생한 후 PSC보 상단에서의 휨응력에 대한 제약조건, 처짐에 대한 제약조건 그리고 프리스트레스 도입 직후 P.S 강재 응력에 대한 것으로 확인되었다. 이중에서도 특히 프리스트레스를 도입한 직후의 PSC보 하단에서의 휨응력이 가장 지배적인 제약조건임을 확인할 수 있었다. 이는 PSC보의 설계에서 긴장력 도입직후의 하중단계에 대한 설계를 주의깊게 수행하여야 함을 의미한다.

마지막으로, SQP에 의한 최적설계는 설계변수의 초기가정값에 따라 안정된 수렴값을 구하지 못하는 반면, GA에 의한 최적설계는 수렴된 최적해

를 구할 수 있음을 확인할 수 있다. 따라서, 향후 이와 같은 PSC보의 최적설계에는 GA기법에 의한 최적설계가 적합할 것으로 판단된다.

5. 결론

본 연구에서는 PSC보 단면에 대하여 각 하중단계의 모든 설계조건을 자동으로 만족하며 현행 설계와 동일한 조건에서 최적설계를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 구배기반 탐색기법인 SQP에 의한 최적설계 수행결과로부터 PSC보의 설계는 비선형성과 불연속성이 큰 설계임을 확인하였다. 따라서, 보다 정확한 최적설계를 위해서는 본 연구에서 적용한 GA와 같은 전역 탐색기법을 이용한 최적화기법의 사용이 효율적이라고 판단된다.
- 2) 주어진 설계조건에 대한 전역최적설계를 수행한 결과 상부플랜지의 폭이 넓고 두께가 얇은 Bulb-T형 단면형상이 최적단면형상으로 사료된다.
- 3) 설계의 특성상 주어진 조건에 대해 여러 설계 단면이 대안으로 제시될 수 있으므로 본 연구와 같이 형고의 제약을 두어 형고의 제한적 최적해를 구할 수 있으며, 실무에 적용되는 표준 단면을 제안할 때 형고의 제한범위에 따른 조건별 최적단면을 추가로 제안하는 것이 바람직하다고 판단된다.
- 4) PSC보 설계에서 지배적인 제약조건은 긴장직후 PSC보 하단의 휨응력으로서, 설계시 긴장직후 단계에서의 응력관리에 세심한 주의가 요구된다고 사료된다.
- 5) 현행 설계실무에서 사용되고 있는 PSC보의 표

중단면은, 본 연구에서 제안하는 방법에 의해 보다 효율적이고 경제적인 단면형상으로 개선할 수 있다고 판단된다.

감사의 글

본 연구는 서울산업대학교의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사를 드립니다.

참고문헌

1. 김여근, 이상복, 윤복식 (1998), 메타휴리스틱, 영지문화사, pp. 3~56.
2. 김기화, 양영순 (1995), "실수형 GA에 의한 최적설계," 전산구조공학회, 제8권 제2호, pp.123~132.
3. 김봉익 (1999), "규격부재를 사용한 뼈대구조물의 이산최적화," 대한토목학회논문집, 제19권 제I-6호, pp. 869~878.
4. 대한토목학회(1996), 도로교표준시방서.
5. 조효남, 민대홍, 김현우(1998), "2층도로용 강구조덱 시스템의 최적설계," 한국강구조학회 논문집, 제10권 3호.
6. 조효남, 이두화, 정지승, 민대홍(1999), "신뢰성에 기초한 강상형교의 단면 최적설계," 대한토목학회 논문집, 제19권 제I-3호.

7. 한국도로공사(1996), 도로설계 실무편람.
8. 한국콘크리트학회, 대한건축학회(1999), 콘크리트 구조설계기준.
9. Al-Gahtain, Ahmed(1986), "Optimum Design of Welded I-Beams Subjected to Highway Bridge Loads," Ph.D Dissertation, Univ. of Iowa.
10. Garret N. Vanderplaats(1985), ADS : A F- ORTRAN Program for Automated Design Synthesis, Engineering Design Optimization, Inc., Santa Barbara, California.
11. Garret N. Vanderplaats(1984), "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design," McGraw-Hill.
12. Goldberg, D.E.(1983). "Computer-aided Gas Pipeline using Genetic Algorithm and Rule Learning," Ph.D. thesis, Dept. Civil Eng., Univ. Michigan.
13. Holland, J.H. (1975), Adaptation in Natural and Artificial System, Univ. Michigan.
14. Sahin, Mehmet A. (1985). The Specification and Comparison of Methodologies for the Automated Minimum Cost Design of Horizontally Curved Girder Bridge Structures, Ph.D dissertation, Univ. of Maryland.

요 약

급진적인 컴퓨터 기술의 발전으로 최적설계의 이론뿐만 아니라 실제 구조물에의 적용에 관한 연구도 많은 진보를 해왔다. 그러나 국내의 일반국도와 고속도로에서 중소규모의 교량형식으로 상당히 채택되어 설계되고 있는 프리스트레스트 콘크리트보(pre-stressed concrete beam : PSC보) 교량의 최적설계에 대한 연구가 다른 구조형식에 비해 국내·외적으로 부족한 실정이다. 특히, PSC보는 표준단면이 제안되어 있기 때문에 실무에서는 표준단면을 설계 및 시공에 사용하고 있지만 거의 모든 설계단면의 안전율이 큰 과잉설계임을 확인할 수가 있다. 따라서, 본 연구에서는 현재 적용되고 있는 모든 규준을 자동적으로 만족하며 보다 경제적인 PSC보의 최적단면을 제안하고자 현행 표준 PSC보를 대상으로 구배기반 탐색기법과 전역 탐색기법을 이용한 최적설계를 수행하였다. 최적설계를 수행한 결과, PSC보의 목적함수 및 제약조건식은 매우 큰 비선형성과 불연속성을 가지고 있음을 확인하였으며 현행 표준단면보다 효율적이고 경제적인 단면형상을 제안하였다.

(접수일자 : 2000. 4. 31)