

분자류에서 도관의 연결부에 나타나는 빔 효과와 그림자 효과

인 상 렬

한국 원자력 연구소
(1999년 9월 20일 접수)

Beam and shadow effects occurring at connections of tubes in the molecular flow

S. R. In

Korea Atomic Energy Research Institute
(Received September 20, 1999)

요 약 - 여러 도관들로 이루어진 복합도관의 통과확률을 계산할 때 빔 효과와 그림자 효과를 고려하지 않고 오틀리(Oatley) 식과 같은 단순한 연산법칙을 사용하면 예상 밖의 오차가 발생한다. 빔 효과는 도관들이 이어져 있을 때 뒤에 있는 도관에 입사하는 입자의 운동방향이 축 방향으로 다소 집중되는 현상을 말하고, 그림자 효과는 계단식 연결부에서 굵은 도관의 구석 부분에 도달하는 입자가 적어져 도관의 실효길이가 짧아지는 것과 같은 효과를 말한다. 두 효과는 모두 뒤에 연결하는 도관의 통과확률을 실질적으로 증가시킨다. 본 논문에서는 이와 같이 통과확률의 계산에 오차를 유발하는 요인들을 정량적으로 살펴보고 원형 도관의 치수에 따라 오차의 변화를 계산했다.

Abstract - An unexpected error is produced in calculating the transmission probability of a multipartite duct because of beam and shadow effects, if using a simple summation rule like the Oatley's equation. Particles moving in a tube are directed more or less towards the axis of the tube by the beam effect, and the length of a compound tube shortens virtually by the shadow effect originated from a reduction in the number of particles reaching the corner between two tubes of different cross-sections. Both effects make the transmission probability of the tube connected behind and consequently of the whole duct increase slightly. In this paper sources of the error in the calculation of the transmission probability are analyzed quantitatively and variations in the error depending on the dimensions of cylindrical tubes are calculated.

1. 서 론

분자류에서 도관 내의 기체 흐름은 벽과의 충돌에 의해 일어나는 확산현상으로 이해할 수 있다. 단면적이 A 인 도관에서 분자 유량을 Γ , 확산계수를 D 라고 하면 $\Gamma/A = D \partial n / \partial x$ 로 표현된다. 단순한 도관에서 Γ 는 일정하므로 만일 밀도분포가 직선적으로 변하여 기울기 $\partial n / \partial x$ 가 일정하다면 D 는 상수이고 $\lambda_g v_{av} / 3$ 으로 구해진다. 이때 λ_g 는 평균자유거리이고 v_{av} 는 분자의 평균 속도다. 그러나 이 관계는 도관의 입구에 상당히 떨어진 곳에서는 맞지만 일반적으로 λ_g 또는 D 는 상수가 아니고 입구에서의 거리에 따라 변한다. 도관의 단위길이에 해당하는 콘덕턴스 $C(x)$ 를 단위콘덕턴스라고 하면

$C(x) = DA$ 가 성립하고 $C(x)$ 는 x 에 관한 단조증가 함수이며 x 가 어느 정도 커지면 일정한 값으로 접근한다. 예를 들어 단면이 일정한 원형 도관에서의 클라우징 계수(도관의 통과확률)를 함수꼴로 바꾸고 이로부터 $C(x)$ 를 구하면 다음처럼 표현할 수 있다 [1, 2].

$$C(x) = \frac{C_o 8R(7+x/R)^2}{196+42x/R+3(x/R)^2} \quad (1)$$

이때 C_o 는 입구의 오리피스 콘덕턴스다. 그림 1을 보면 $C(x)$ 는 $x=0$ (입구)에서는 $2C_o R$ 이 되고 $x \rightarrow \infty$ 이면 $8C_o R/3$ 이 되어 입구에 비해 30% 가량 커진다.

한편 두 개 이상의 도관을 연결한 복합도관의 통과확률 W 는 다음과 같은 식에 의해 구할 수 있다.

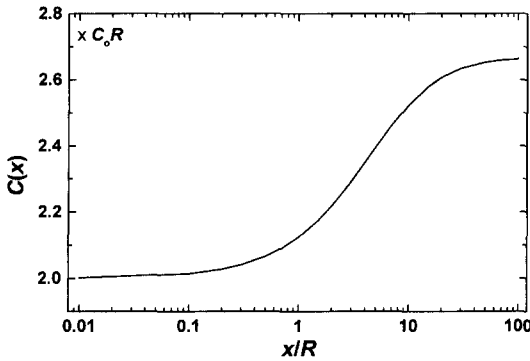


그림 1. 도관의 입구로부터 x 만큼 떨어진 곳에서의 단위콘덕턴스 $C(x)$ 의 변화. 거리는 도관의 반경 R 에 대해서, 단위콘덕턴스는 C_0 (오리피스 콘덕턴스) $\times R$ 에 대한 비로 주어져 있다.

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{W_1} + \sum_{j=2}^N \left(\frac{A_{1s}}{A_{js}} \frac{1}{W_j} - \frac{A_{1s}}{A_{(j-1)x}} \right), A_{jx} = \max(A_{if}, A_{(j-1)s}) \quad (2)$$

첨자 1은 첫 번째 도관을 뜻하고 첨자 s 와 f 는 어떤 도관의 입구와 출구를 나타내며, A_{js} 는 j 번째 도관의 입구 단면적이고 A_{jx} 는 j 번째 연결부의 두 단면 중 넓은 쪽의 면적이다. 단면이 모두 같으면 이 식은 다음의 오틀리(Oatley) 식과 같아진다 [3].

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{W_1} + \sum_{j=2}^N \left(\frac{1}{W_j} - 1 \right) \quad (3)$$

길이(L)/반경(R) = 10인 원형도관의 통과확률 W_{10} 은 0.19099가 된다. 이 도관은 $L/R=5$ 인 단위도관 2개 및 $L/R=1$ 인 단위도관 10개 등으로 구성할 수 있다. 이때 두 단위도관의 통과확률을 구하면 각각 $W_5=0.31035$ 및 $W_1=0.67198$ 이 된다. 각각의 경우에 대해서 식 (3)을 적용하면 $W_{10} = [2 \times (1/W_5) - 1]^{-1} = 0.18368$ 및 $W_{10} = [10 \times (1/W_1) - 9]^{-1} = 0.17003$ 으로 계산되어 W_{10} 의 원래 값과는 상당한 차이가 있다. 그림 2는 전체 통과확률 W_{10} 의 계산값과 도관을 나누는 개수 N 와의 관계를 나타낸 것이다. 여기서 N 이 늘어날수록 통과확률은 줄어들며 $N \rightarrow \infty$ 일 때 0.16667에 접근하면서 오차가 25%에 이른다.

이와 같이 단위콘덕턴스 $C(x)$ 가 단조증가함수로 되는 것이나 도관을 연결하는 개수에 따라 통과확률의 계산에 차이가 발생하는 원인은 결국 같은 것으로 도관 입구에 입사하는 입자들의 운동방향이 등방적이라도 도관

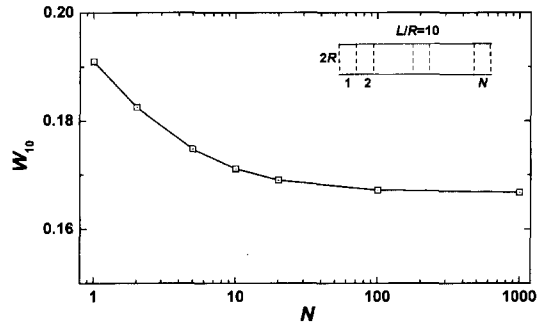


그림 2. 형상비 L/R (길이/반경) = 10인 도관을 구성하는 단위도관의 개수에 따라 오틀리 식으로 계산한 통과확률의 변화. $N=1$ 일 때의 값이 바른 값이다.

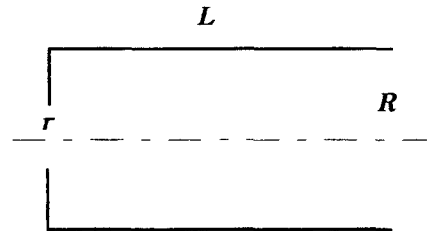


그림 3. 오리피스가 부착된 원통. 오리피스의 반경은 r , 원통의 반경과 길이는 R 과 L 이다.

내에서 진행해 가면서 입자의 운동방향이 다소 축 방향으로 집중되는 빔 효과(beam effect)가 발생하기 때문이다. 빔 효과는 도관이 연결되어 길이가 늘어날 때 통과확률을 상대적으로 증가시키지만 식 (2)나 (3)은 이런 현상을 반영하지 못하므로 주의해야 한다.

빔 효과 외에도 굽기의 차가 있는 도관을 중간 단계 없이 연결하면 통로에 계단식 변화가 생기고 이것은 입자의 흐름에 영향을 미친다. 불연속적인 단면의 변화가 미치는 영향을 빔 효과와 분리하여 알아보기 위해 그림 3과 같이 원통에 직경이 작은 오리피스를 연결한 모델을 가지고 여러 가지 조합에 대해 통과확률을 구하면 그림 4(a, b)와 같다. 그림 4에서 보면 몬테카를로 계산으로 구한 값(W)들은 오리피스 통과확률을 1로 놓고 식 (2)를 이용하여 계산한 값(W_c)보다 항상 크다. 오리피스에는 빔 효과가 없으므로 통과확률을 증가시키는 다른 현상이 존재한다는 것을 알 수 있다.

본 논문에서는 두 개 이상의 도관으로 구성된 복합도관의 통과확률을 계산할 때 발생하는 오차의 원인들을 정량적으로 살펴보고 도관의 치수에 따라 오차의 변화를 계산하려고 한다.

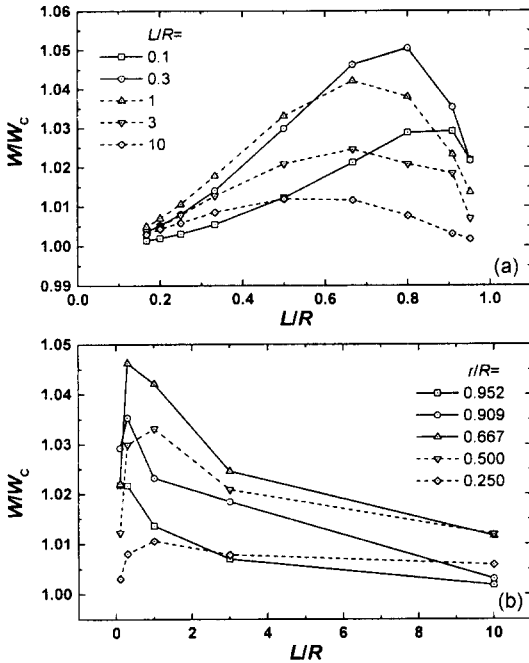


그림 4. 그림 3과 같은 형상에서 (a) 오리피스 반경 및 (b) 원통의 길이에 따라 실제 통과확률 W 가 오텔리 식으로 계산한 통과확률 W_c 에 대해 증가하는 폭의 변화.

2. 빔 효과

단면이 같은 두 원형 도관을 연결할 때(그림 5) 원래의 통과확률이 W_1 인 앞쪽(1번) 도관이 통과확률 W_2 인 뒤쪽(2번) 도관에 미치는 영향을 α_1 , 반대로 뒤쪽 도관이 앞쪽 도관에 미치는 영향을 α_2 라 하면, 두 도관의 전체 통과확률은 식 (3)을 적용하되 방향에 따른 영향이 명확하게 드러나도록

$$W = \frac{W_{1 \rightarrow} W_{2 \rightarrow}}{W_{1 \leftarrow} + W_{2 \rightarrow} - W_{1 \leftarrow} W_{2 \rightarrow}} = \frac{W_1 W_2 \alpha_1}{W_1 \alpha_3 + W_2 \alpha_1 - W_1 \alpha_2 W_2 \alpha_1} \quad (4)$$

처럼 나타낼 수 있다. 이 식에서 $W_1 = W_{1 \rightarrow}$, $W_2 \alpha_1 = W_{2 \rightarrow}$ 및 $W_1 \alpha_2 = W_{1 \leftarrow}$ 이고 $\alpha_1 = W_{2 \rightarrow} / W_2 = W_{2 \rightarrow} / W_{2 \rightarrow}$, $\alpha_2 = W_{1 \leftarrow} / W_1 = W_{1 \leftarrow} / W_{1 \leftarrow}$ 으로 계산된다. 따라서 두 도관이 연결되어 있는 복합도관을 대상으로 두 번째 도관의 왼쪽 입구에 들어오는 입자수에 대해 오른쪽으로 통과하는 입자수를 계수하여 그 비를 계산한 것과, 같은 도관의 오른쪽 입구에 들어온 입자가 원

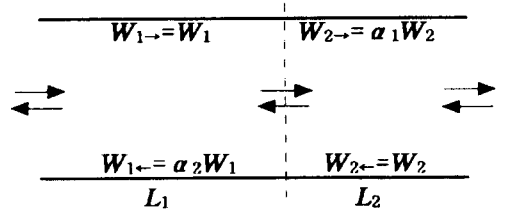


그림 5. 같은 단면의 두 원통을 연결할 때 나타나는 통과확률의 방향성.

쪽으로 통과하는 비율을 비교하면 α_1 을 구할 수 있고, 같은 상황에서 첫 번째 도관에 대해 같은 과정을 거치면 α_2 를 구할 수 있다.

그림 6(a~d)에는 원형 도관에 대해서 몬테카를로 계산으로 구한 α_1 및 α_2 의 값을 각 도관의 길이에 대한 함수로 나타냈다. 그림 6a에서 1번 도관의 길이 L_1 이 길면 길 수록 빔 효과가 누적되면서 α_1 이 커지지만 길이가 아주 길어지면 결국 포화되는 것을 알 수 있다. 그림 6b에서는 2번 도관의 길이 L_2 가 아주 짧아지면 도관의 통과확률이 높아 빔 효과의 영향이 거의 나타나지 않으며, 또 도관의 길이가 아주 길어지면 빔 효과의 영향이 도관 자체의 통과확률이 감소하는 것에 의해 상쇄되므로 α_1 은 1에 가까워진다. 결국 α_1 은 $2 < L_2/R < 5$ 의 범위 내에서 극대값을 갖고 극대값의 크기는 L_1 이 길수록 커지며 L_1 이 짧으면 변화가 작고 완만하다. 한편 그림 6c에서 L_1 이 길어지면 α_2 는 단조 감소하면서 포화되는데 L_2 가 길수록 1 근처에서 금방 포화된다. 또 그림 6d에서 L_2 가 아주 길어지면 반사되는 입자의 운동이 등방적으로 되어 α_2 가 1에 가까워지는 반면 L_2 가 짧을수록 되돌아 나온 입자의 방향성분이 축에 수직 한 쪽으로 증가하여 α_2 의 감소 폭이 커진다.

그림 6에서 알 수 있는 또 다른 사실은 α_1 이 크면 대체로 α_2 가 작아지고 α_1 -1보다 $1-\alpha_2$ 가 대체로 더 크다는 것이다. 이것은 뒤쪽 도관의 통과확률이 커지는 것에 못지 않게 앞쪽 도관을 되돌아 나가는 확률이 줄어드는 효과가 전체 통과확률의 증가에 미치는 영향이 매우 크다는 것을 의미한다.

앞에서 구한 α_1 과 α_2 를 사용하여 계산한 통과확률과 단순한 오텔리 식을 이용한 계산을 그림 7에서 비교했다. 오차는 $L_1/R = L_2/R = 5$ 에서 최대 3.8%다. L_1 이나 L_2 가 길어지면 오차는 완만하게 줄어든다. 특히 L_1 과 L_2 가 모두 길어지면 오차가 낮아지는 반면 상당한 범위에 걸쳐 그 값을 유지한다. 연결부 한 곳에서의 오

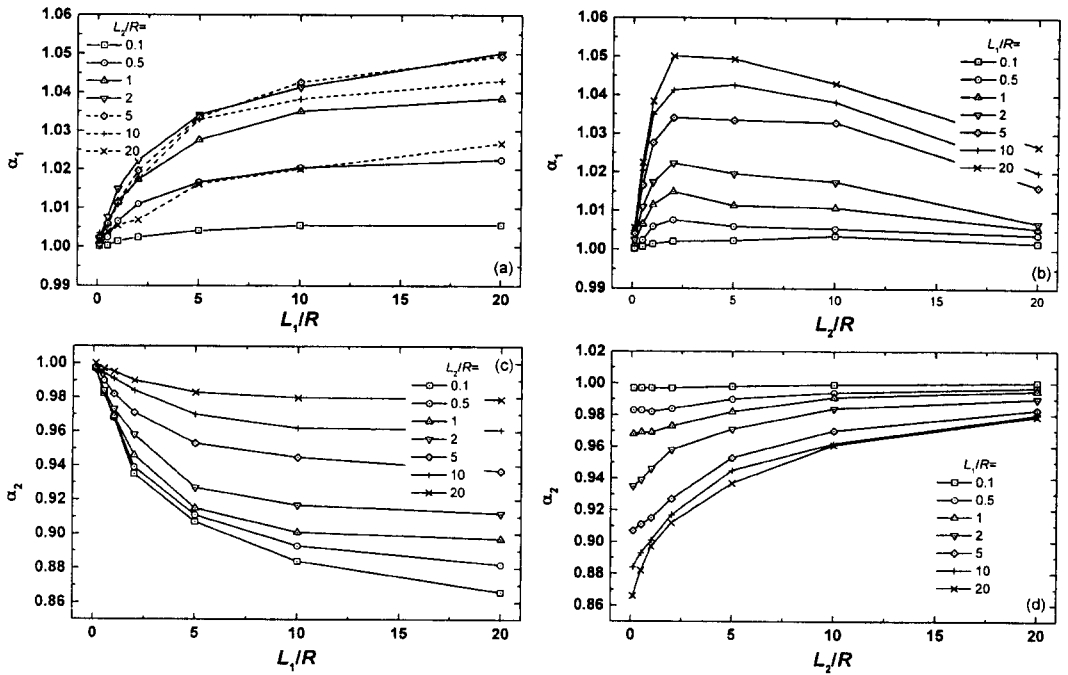


그림 6. (a), (b) 길이 L_1 인 앞쪽 도관이 길이 L_2 인 뒤쪽 도관의 순방향 통과확률에 미치는 영향. (c), (d) 뒤쪽 도관이 앞쪽 도관의 반대 방향 통과확률에 미치는 영향.

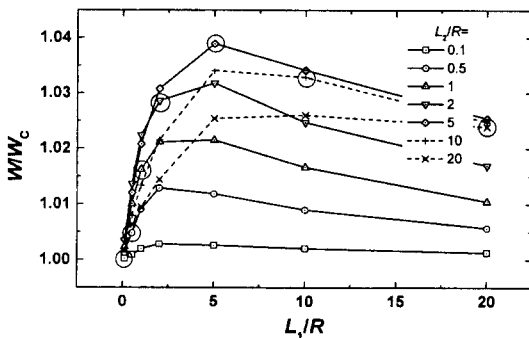


그림 7. 같은 단면의 두 원통으로 구성된 복합도관의 실제 통과확률 W_C 가 도관의 길이에 따라 오를리 식으로 계산한 통과확률 W_e 에 대해 증가하는 폭의 변화. 이 그림은 평형성에 의해 L_1 과 L_2 를 바꾸어도 동일한 결과를 얻는다. 원이 그려져 있는 점은 $L_1 = L_2$ 일 때의 값이다.

치는 그리 크지 않지만 도관을 여러 개 연결하면서 빔 효과를 보정하지 않는다면 오차가 누적되어 큰 오차로 발전한다. 빔 효과를 고려하지 않는다는 것은 마치 아주 짧은 도관에 관한 식을 긴 도관에 적용하는 것과 동일하므로 최대 25%까지 오차가 생길 수 있다(식 (1) 참조).

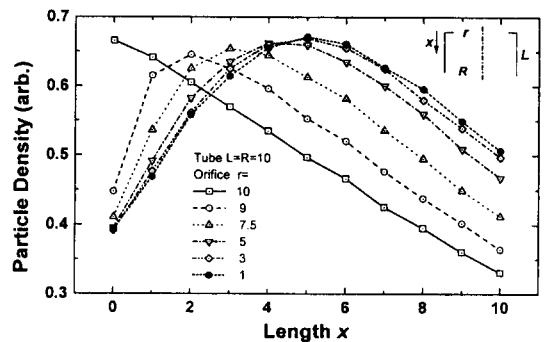


그림 8. 오리피스 쪽에서 입자가 투입될 때 오리피스 부차 원통 내에서 입자밀도의 분포.

3. 단면의 계단식 변화와 그림자 효과

이미 소개했던 그림 3 및 4에서 불연속적인 단면의 변화가 있을 때 통과확률의 상대적인 증가를 유발하는 원인을 알아보기 위해 몬테카를로 계산으로 원통의 벽에 부딪치는 입자밀도의 축방향 분포를 구했다. 벽에 부딪치는 입자밀도는 곧 압력에 해당한다. 그림 7은 오리피스 쪽에서 입자가 유입될 때 원통 축을 따라 입자밀도의 상대적 분포를 그린 것이다. 오리피스가 없는

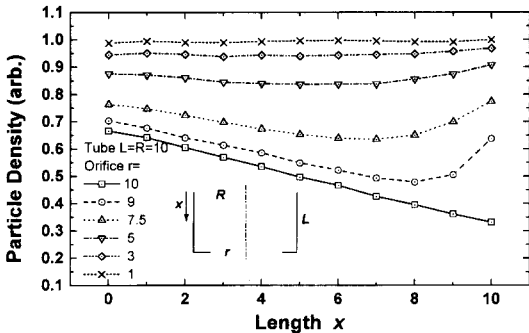


그림 9. 원통 쪽에서 입자가 투입될 때 오리피스 부착 원통 내에서 입자밀도의 분포.

경우(□)의 단조감소 경향과는 달리 오리피스가 있으면 입구 부근에서 입자 밀도가 작아지고 어느 정도 안쪽에서 극대값이 나타난다. 이것은 오리피스로 투입되는 입자의 운동방향이 등방적이라고 할 때 오리피스와 원통이 만나는 모서리 부분을 쳐다보는 각도가 작아 이 곳을 향하는 입자수가 적기 때문이다. 입자밀도의 극대점이 입구에서부터 도관 안쪽으로 옮겨감으로써 결국 통과확률의 실질적인 증가를 가져온 것으로 이해할 수 있다. 이와 같이 계단식 연결부에서 굵은 도관의 실효길이 짧아지는 것과 같은 효과가 나타나는 것을 그림자 효과라고 부를 수 있다. 그림에서 오리피스가 작아 질수록 그림자가 길어지므로 통과확률이 상대적으로 증가하기는 하지만 도관 직경의 30% 이하로 오리피스 직경이 줄어들면 입자밀도의 극대점이 입구에서부터 도관 반경의 반($x=0.5R$) 정도 들어간 지점에서 더 이상 이동하지 않으므로 그림자 효과가 포화되리라고 예상된다.

그림 4에서 그림자 효과에 의한 통과확률의 증가폭은 $r/R > 0.5$ 또는 $L/R < 2$ 의 범위에서 5% 내외의 극대값을 갖는다. 오리피스 직경이 작아지면 그림자 효과가 포화되며 오리피스 자체의 통과확률이 줄어들어 전체 통과확률은 오리피스의 통과확률에 지배받으므로 통과확률의 증가폭이 줄어든다. 반면에 오리피스 직경이 커지면 그림자의 길이가 짧아지므로 그림자 효과의 절대값이 작아진다. 도관의 길이가 길어지면 이번에는 도관의 통과확률이 줄어들어 그림자 효과가 상쇄되며, 도관이 아주 짧아지면 도관의 통과확률이 크므로 그림자 효과가 상대적으로 작아진다.

평형성에 의해 한 복합도관에서 통과확률의 증가는 양쪽 방향 모두에서 같은 정도로 일어나야 한다. 이것은 같은 복합도관에서 통과확률이 입구의 단면적에 반

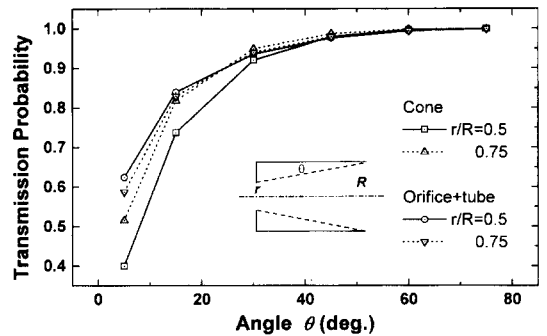


그림 10. 길이와 입출구 단면이 같은 오리피스 부착 원통과 원추형 도관의 통과확률의 비교.

비례하므로 원통 쪽에서의 통과확률은 오리피스 쪽에서 보다 물론 낮지만 식 (3)에 의한 계산값 보다 같은 비율로 통과확률이 커져야 한다는 뜻이다. 그림 9는 입자를 오리피스 반대쪽에서 투입할 때 벽에 부딪히는 입자 밀도를 같은 방법으로 계산한 것이다. 이때 입자밀도는 도관 중간에 극소점이 있고 출구 쪽인 오리피스판에 가까이 갈수록 오히려 증가하는 분포를 가진다. 오리피스판 부근의 입자밀도 증가는 당연히 오리피스를 빠져나가는 입자수의 증가를 가져온다. 오리피스판 부근에서 입자밀도 증가는 그림자 효과와는 반대로 오리피스판에 부딪힌 입자들이 원통과의 모서리 부분에 많이 누적되기 때문에 일어난다.

계단식 연결부 구석 부분이 그림자에 가려진다는 것은 결국 단면이 연속적으로 변하는 가상적인 연결도관이 있는 것과 같다고 가정할 수 있다. 이때 적절한 연결도관의 치수를 알아보기 위해 그림 10에서는 내부 형상은 틀리지만 입구 및 출구 단면적과 길이가 같은 오리피스 부착 원통 도관 및 원추형 도관의 통과확률을 비교하고 있다. 만일 통과확률을 그대로 유지하면서 계단식 변화를 없애려고 한다면 이 계산에서는 입구 직경이 출구 직경의 50%일 때는 각도가 약 45°, 75%일 때는 약 25°인 원추형 도관으로 연결하면 된다.

4. 빔 효과와 그림자 효과의 결합

일반적인 상황의 한 예로 가는 도관과 굵은 도관이 연결되어 있을 때는 그림자 효과와 빔 효과가 합쳐져서 더욱 큰 통과확률의 증가를 가져올 것으로 예상된다. 그림 11(a-c)은 다른 굵기를 갖는 두 도관의 몇 가지 조합에 대한 통과확률과 [4] 오틀리 식에 의한 계산값을

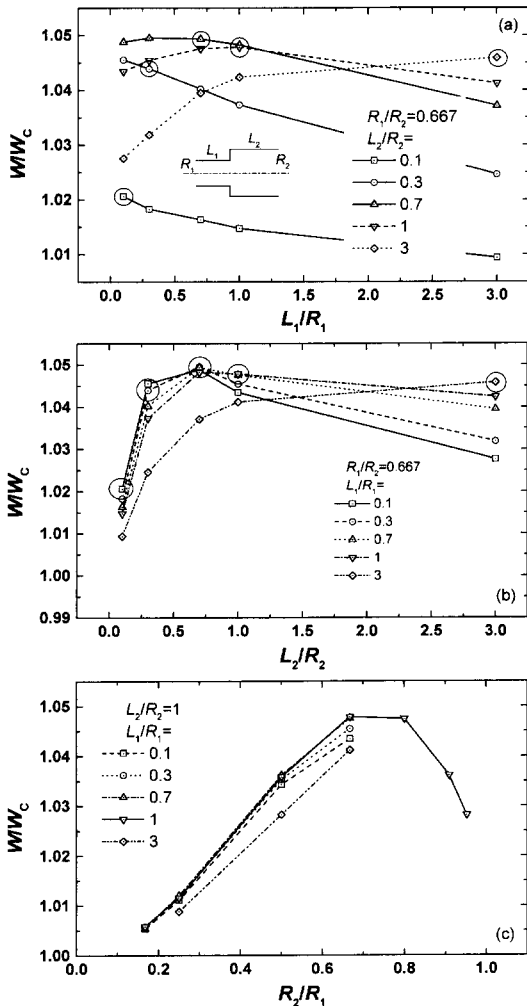


그림 11. 단면이 다른 두 도관이 연결되어 있을 때 (a), (b) 도관의 길이 및 (c) 도관의 직경비에 따라 실제 통과확률 W 가 오틀리 식에 의한 계산값 W_c 에 비해 증가하는 폭의 변화. 원이 그려져 있는 점은 $L_1=L_2$ 일 때의 값이다.

비교한 것이다. 그림자 효과는 입자의 운동방향 분포를 변화시키는 빔효과의 영향을 받고, 또 빔 효과는 도관의 유효길이를 변화시키는 그림자 효과의 영향을 받으므로 통과확률의 증가에 미치는 두 효과의 기여 정도를 분리하는 것은 사실상 불가능하지만 대체로 도관의 길이가 짧을 때 ($L/R < 2$)는 그림자 효과가, 길이가 길 때

($L/R > 2$)는 빔 효과가 우세하다고 할 수 있다(그림 11a, 11b 및 7을 비교). 도관의 길이에 따른 변화는 두 효과의 상보적 기여 때문에 완만해지며 극대값은 4~5%를 유지한다. 도관의 직경에 대한 의존성은 거의 전적으로 그림자 효과에 의해 주도되며(그림 11c와 4a를 비교) $R_1/R_2 = 0.65\sim 0.8$ 에서 극대값을 갖는다.

굵기의 차이가 거의 없을 때 ($R_1/R_2 > 0.95$) 생기는 오차는 주로 빔 효과에 의한 것이지만 $R_1/R_2 < 0.95$ 이면 도관의 길이가 길지 않는 한 그림자 효과가 상대적으로 많이 나타난다. L_1 이 아주 짧아지면 빔 효과는 빨리 줄어들어 그림자 효과만 남고 L_2 가 짧아지면 도관의 통과확률이 커서 두 효과 모두 상대적 영향이 줄어든다.

5. 결 론

여러 도관으로 구성된 복합도관의 통과확률에 영향을 미치는 요인으로 빔 효과와 그림자 효과를 정량적으로 계산했다. 빔 효과는 도관들이 이어져 있을 때 뒤에 있는 도관에 입사되는 입자의 운동방향이 다소 축방향으로 집중되는 현상을 말하고, 그림자 효과는 계단식 연결부에서 굵은 도관의 구석 부분에 도달하는 입자가 적어져 도관의 실효길이가 짧아지는 것과 같은 효과를 말한다. 이런 효과는 도관의 통과확률을 실질적으로 증가시켜 오틀리 식과 같은 단순한 계산에 오차를 유발한다. 원통을 기준으로 할 때 연결하는 도관의 형상비 L/R 이 5 이내라면 4~5%, 20 정도까지도 2~3%의 오차가 예상된다. 한 곳에서의 오차는 그리 크게 신경 쓸 정도는 아니지만 여러 개의 도관을 연결해 나가는 경우는 10~20%의 상당한 오차가 발생할 수 있으므로 필요하다면 보정을 해주어야 한다.

참고문헌

- [1] D. J. Santeler, J. Vac. Sci. Technol. A **4**, 338 (1986).
- [2] S. R. In, J. Vac. Sci. Technol. A **16**, 3495 (1998).
- [3] C. W. Oatley, Brit. J. Appl. Phys. **8**, 15 (1957).
- [4] D. J. Santeler and M. D. Boeckmann, J. Vac. Sci. Technol. A **5**, 2493 (1987).