

## 유한체적법을 이용한 상선주위의 난류유동 계산에 관한 연구

김우전\*, 김도현\*, 반석호\*

### Development of Computational Methods for Viscous Flow around a Commercial Ship Using Finite-Volume Methods

Wu-Joan Kim\*, Do-Hyun Kim\* and Suak-Ho Van\*

#### 요 약

선수와 선미에 벌브를 가진 현대적인 상선 주위의 난류유동을 해석하기 위해 유한체적법을 이용한 RANS 방정식의 해법이 개발되었다. 복잡한 선수미의 격자계 생성을 위해 다중블록 선체 표면 격자계 생성 기법이 도입되었고, 타원형 미분 방정식의 해를 이용한 O-H 형태의 공간 격자계 생성 기법이 이용되었다. 지배방정식의 대류항과 확산항은 각각 QUICK과 중앙차분법을 이용하여 근사되었고, 속도-압력 연성을 위해 SIMPLEC법이 채택되었다. 개발된 방법을 KRISO 3600TEU 컨테이너선에 적용하여 유선가시화 실험 및 반류계측 결과와 비교하였다. 계산 결과는 선수와 선미에 벌브를 가진 현대적인 선형 주위의 유동 해석을 위해서도 이러한 수치계산 방법이 적용될 수 있음을 보여주고 있다.

#### Abstract

A finite-volume method is developed to solve turbulent flows around modern commercial hull forms with bow and stern bulbs. The RANS equations are solved. The cell-centered finite-volume method employs QUICK and central difference scheme for convective and diffusive flux discretization, respectively. The SIMPLEC method is adopted for the velocity-pressure coupling. The developed numerical methods are applied to calculate turbulent flow around KRISO 3600TEU container ship. Surface meshes are generated into five blocks: bow and stern bulbs, overhang, fore and afterbody. 3-D field grid system with O-H topology is generated using elliptic grid generation method. Surface friction lines and wake distribution at propeller plane is compared with experiment. The calculated results show that the present method can be used to predict flow around a modern commercial hull forms with bulbs.

접수일자 : 2000년 2월 28일, 승인일자 : 2000년 8월 30일

\*정회원, 한국해양연구소, 선박해양공학분소, 선임연구원(E-mail: wjkim@kriso.re.kr)

## 1. 서 언

일반 상선의 저항 성분 중에는 점성 저항이 가장 큰 부분을 차지한다. 이러한 점성 저항은 표면 마찰 응력에 기인한 표면 마찰 저항과 점성 경계층의 발달로 인하여 발생하는 선수와 선미부의 압력 차이에 따른 점성 압력 저항으로 구분 할 수 있다. 이러한 점성 저항을 정확히 추정하고 이를 선형 평가에 활용하기 위해서는 대상으로 하는 선형 주위의 점성 유동을 효과적으로 계산할 수 있는 수치계산 시스템이 필요하다. 또한 선박을 추진하는 프로펠러는 선미의 후류 중에서 작동하기 때문에 최적의 프로펠러 설계를 위해서는 프로펠러 작동 면에서의 정확한 반류 추정이 필수적이라고 할 수 있다. 그리고 점성 유동의 수치계산 결과로 얻어지는 선체 주위의 압력, 마찰 응력, 속도 그리고 난류 등의 유동 정보는 보다 나은 저항 특성을 가지는 선형의 개발에 매우 유용하게 쓰일 수 있다.

본 논문에서는 선체 주위의 점성 유동장을 해석하기 위해 난류 유동의 지배 방정식인 RANS(Reynolds-averaged Navier-Stokes) 방정식과 본 연구에서 채택한 난류 모형인 RKE(realizable  $k-\epsilon$ ) 모델 등을 기술하였다. 그리고 지배 방정식의 이산화를 위해 도입된 유한체적법(finite-volume method)과 속도-압력 연성을 위해 도입된 SIMPLEC 방법에 대하여 설명하였다. 그리고 선수와 선미에 별브를 가진 현대적인 상선 주위의 유동해석을 위해 도입된 다중블록 선체표면 격자계 생성 등에 대하여 설명하였다. 자유 수면에서 생성되는 조파 현상을 포함하여 계산을 수행하여야 하지만, 실용적인 상선주위의 유동에서는 트랜섬 선미로 인한 유동이 대단히 복잡하고, 선미부의 편편한 오버행 때문에 계산이 매우 어려우므로 여기서는 자유 수면을 대칭 경계면으로 취급하였다.

개발된 수치계산 방법의 수렴도와 계산결과의 정확도, 그리고 일반 상선에의 활용도를 검증하기 위해서 계속결과가 공개된 별브를 가지고 있는 실용적인 컨테이너 운반선인 KRISO 3600TEU 컨

테이너선(KCS)에 대한 계산 결과를 실험과 비교함으로써 수치 계산 방법을 검증하였다.

## 2. 지배방정식과 난류모형

수치 계산을 위한 기본 좌표계로는 선체의 진행 방향과 반대 방향을  $x$  축, 중력과 반대 방향인 연직 상방향을  $z$  축, 그리고 우현 방향을  $y$  축으로 하는 Cartesian 직교 좌표계를 사용하였고, 좌표계의 원점은 선체 중심면과 중앙면, 그리고 정수면이 만나는 점에 위치시켰다. 비압축성 난류 유동의 지배 방정식인 연속 방정식과 RANS 방정식은 직교 좌표,  $x_i = (x, y, z)$ 를 사용해서 다음과 같이 쓸 수 있다. 여기에서 Cartesian tensor에 대한 합산 규약(summation convention)이 사용되었다.

### 연속 방정식

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (1)$$

### 운동량 이동 방정식

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

계산에 사용된 모든 변수들은 배의 속도  $V_S$ , 배의 길이  $L_{pp}$ , 그리고 유체의 밀도  $\rho$ 로 무차원화되었고,  $u_i = (u, v, w)$ 는 좌표축  $x_i = (x, y, z)$  방향의 평균 속도 성분을,  $\tau_{ij}$ 는 점성과 난류에 의한 유효 응력을 나타내며,  $p$ 는 정압이다. 유효 응력은 Boussinesq의 등방성 와류 점성(isotropic eddy viscosity) 모델을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_{ij} = \nu_e \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (3)$$

여기에서  $k$ 는 난류의 운동 에너지이고,  $\nu_e$ 는 난류 와류 점성계수(turbulent eddy viscosity)  $\nu_t$ 에 유체의 운동학적 점성 계수  $\nu$ 를 합한 유

효 점성 계수로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nu_e = \nu_t + \frac{1}{R_e} \quad (4)$$

한편,  $R_e$ 는 Reynolds 수이고, 와류 점성계수  $\nu_t$ 는 다음에 기술할 RKE 모형(Shih et al. 1995)으로 결정하였다.

통상 공학 계산에서는  $k-\epsilon$  모형 중에서 standard  $k-\epsilon$  모형(SKE)이 가장 널리 사용되어 왔으나, 현재 대상으로 하는 선체 주위의 유동 계산에는 부족한 점이 많은 것으로 알려져 있다. SKE 모형을 사용하면 선미 유동장의 계산 결과가 실험 값과 많은 차이를 보이는데, 이는 SKE 난류모형이 eddy viscosity  $\nu_t$  를 과도하게 추정하여 빌지 보오텍스가 매우 약하게 추정되어 반류 분포가 실제 현상과 어긋나게 예측되고 압력 저항의 추정 값이 많은 오차를 가지게 된다. 이러한 약점을 개선하기 위해 본 연구에서는 최근에 소개된 RKE 난류모형을 사용하였다. RKE 모형에서는 난류 와류 점성계수가

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

로 표현된다. 여기에서  $k$ 는

난류의 운동에너지 ( $k$ ) 이동 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(u_j k)}{\partial x_j} \\ & = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \epsilon \end{aligned} \quad (6)$$

과 같은 이동 방정식을 풀어서 구한다. 그리고 난류 운동에너지(turbulent kinetic energy)의 생성을 나타내는 생성(generation)항인  $G$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$G = \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

한편, 난류 운동에너지의 소산(dissipation)을 나타내는  $\epsilon$ 은 다음의 미분 방정식의 해로서 구

해진다.

난류의 운동에너지 소산 ( $\epsilon$ ) 이동 방정식

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \epsilon)}{\partial x_j} = \\ & \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_{e1} S \epsilon - C_{e2} \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $S$ 는  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$  로서,

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

로 주어진다. 그리고 (5)의 와류 점성계수의 정의에 필요한  $C_\mu$ 와 그에 필요한 계수들은 다음과 같이 정의된다.

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{U^* k}{\epsilon}}$$

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \Omega_{ij}\Omega_{ij}}$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$A_0 = 4.0$$

$$A_s = \sqrt{6} \cos \phi$$

$$\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6} W)$$

$$W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{S^3}$$

$$\tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}$$

또  $k$ 와  $\epsilon$ 의 이동방정식에 나타난 계수들은

$$\sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.2$$

$$C_{e1} = \max \left[ 0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\epsilon}$$

$$C_{e2} = 1.9$$

로 정의되었다.

난류 유동의 경우에서도, 벽면에서는 유체 유동의 속도가 벽면의 이동 속도와 같아야 한다는 no-slip 조건이 만족되어야 한다. 이러한 조건 때문에 난류 성분들은 벽면 근처에서 그 활동이 크게 제약을 받게되고, 위에서 설명한 통상의 난류 모형은 부적합 하게되므로, 소위 'wall

proximity' 효과를 고려한 'damping'이 첨가된 low-Reynolds number 모형 또는 near-wall 난류 모형을 사용해야한다. 그러나 이를 적용하기 위해서는 벽면 아주 가까운 곳까지 유동을 계산하여야 하기 때문에 대단히 많은 수의 격자가 필요하고, 수치 계산을 수행할 때의 수렴도 (convergence) 및 안정성(stability 또는 robustness)이 크게 떨어지는 등 많은 어려움에 봉착하게된다. 일반 사용자의 편의가 고려된 실용적인 계산을 위해서는 near-wall 경계층 안의 유동현상을 직접 풀지 않고도 공학적으로 합리적인 속도장을 제공할 수 있는 방법이 모색되어야한다.

본 연구에서는 수치 계산의 정도를 유지하면서도 효율성을 보장하기 위해서 벽면에서 적당한 위치에서 난류 경계층 이론에서 널리 알려진 'law of the wall'을 사용하기로 하고, 현재 공학적인 목적에서 가장 많이 쓰이고 있는 Launder 와 Spalding의 벽함수(wall function)를 적용하였다(Launder/Spalding 1974). 이를 사용하면 벽면에서 첫 번째 격자의 위치를 통상의 near-wall 난류 모형을 사용할 때보다 30~50배 이상 띄울 수 있기 때문에 매우 유리하다. 첫 번째 격자 cell의 중심점에서의 속도의 크기  $U_p$  는 다음과 같이 'log-law'를 이용하여 쓸 수 있다.

Launder 와 Spalding의 벽함수

$$\frac{U_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\tau_w} = \frac{1}{\kappa} \ln(E n_p^*) \quad (9)$$

여기에서 상수는

$$\kappa = 0.41, E = 8.342$$

로 결정되고, 여기서  $\tau_w$  은 벽면의 국부 마찰 응력(wall shear stress)이고, 벽면으로부터의 법선 거리  $n_p$  를 무차원화한  $n_p^*$  은

$$n_p^* = \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} n_p}{\nu}$$

로 정의되어 있다. 한편 이러한 wall function을 사용하는 경우에는  $k$  와  $\epsilon$  방정식에서도 벽면으로부터 떨어진 첫 번째 격자에서의 값이 소위

'local equilibrium'과 격자 셀(cell)에서의 적분값을 이용하여 결정되는데,  $k$  방정식의 생성항  $G$  는

$$G_p = \tau_w \left( \frac{\partial U}{\partial n} \right)_p = \frac{\tau_w^2}{\chi C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} n_p}$$

으로 쓸 수 있고, 그 격자 셀의 중심점에서의 소산항  $\epsilon$  은 아래와 같이 주어진다.

$$\epsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{\chi n_p}$$

다음 장에서는 운동량 이동 방정식(2)과 난류 방정식(7),(8)을 풀기 위한 이산화 과정을 설명하고, 연속 방정식을 만족시키기 위한 속도-압력 연성 방법에 대하여 설명하기로 한다.

3. 유한체적법(finite-volume method)

운동량 이동 방정식(2)을 이산화하기 위해 본 연구에서는 유한체적법을 사용하였다(3). 우선 연속 방정식과 운동량 이동 방정식(RANS 방정식)을 하나의 격자 cell에 대하여 적분한 모양은 다음과 같다.

연속 방정식

$$\int_S \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (10)$$

운동량 이동 방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_\Omega u_i d\Omega + \int_S u_i \vec{v} \cdot \vec{n} dS = \int_S \tau_{ij} \vec{i}_j \cdot \vec{n} dS - \int_S p \vec{i}_i \cdot \vec{n} dS \quad (11)$$

여기서  $\vec{i}_j$  는  $x_j$  방향의 단위 벡터를 의미하고,  $\Omega$  는 격자 셀의 체적,  $S$  는 격자 셀의 표면을 나타낸다. 그리고 우항의 첫 번째 항인 점성과 난류에 의한 확산항은 다음과 같이 펼쳐 쓸 수 있다.

$$\int_S \tau_{ij} \vec{i}_j \cdot \vec{n} dS = \int_S \nu_e \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \vec{i}_j \cdot \vec{n} dS = \int_S \nu_e \left( \text{grad}(u_i) \cdot \vec{n} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \vec{i}_j \cdot \vec{n} \right) dS \quad (12)$$

방정식을 이산화하기 위해 식 (11)에 나타난 각 항을 순서대로 살펴보면, 우선 좌변의 첫 번째의 시간 미분항은

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} u_i d\Omega \right]_P \approx \frac{\Delta \Omega}{2\Delta t} (3u_i^{n+1} - 4u_i^n + u_i^{n-1}) \quad (13)$$

과 같이 시간 (t)에 대한 2차 정도의 후방 차분 (backward difference)으로 표시하였다. 하지만 본 연구에서는 정상 상태(steady state)의 유동만을 생각하였기 때문에 Δt 를 매우 큰 값을 취함으로써 시간 미분항에 의한 기여는 없도록 하였다. 만약에 유동이 시간에 따라서 변화한다면 이러한 시간 미분항으로 인한 기여가 고려되어야 할 것이다.

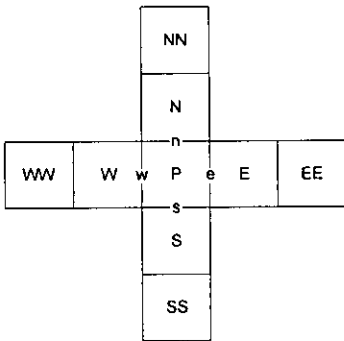


Fig. 1 Cell layout

다음으로 대류항을 살펴보면, 이 두 항은 격자 셀의 표면 적분으로 이루어져 있다. Fig. 1에 도시한 바와 같이 고려하는 격자 셀의 체적 중심점을 P 라고 하고, 그 주위의 격자 셀의 중심점을 E, W, N, S, T, B라 하고, P점의 셀 표면을 각각 e, w, n, s, t, b라고 하자. 그러면 (11)의

좌변의 두 번째 항인 대류항(convective term)은 격자 셀의 표면 e 에서

$$\left[ \int_S u_i (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS \right]_e \approx \dot{m}_e (u_i)_e \quad (14)$$

으로 쓸 수 있는데, 이때 격자 셀의 표면 e 를 통한 질량 플럭스(mass flux)  $\dot{m}_e$  는

$$\dot{m}_e = \int_{S_e} \vec{v} \cdot \vec{n} dS \approx (\vec{v} \cdot \vec{n})_e S_e \quad (15)$$

로 표시 할 수 있다. 그리고 격자 셀의 표면 e 에서의 속도  $(u_i)_e$  를 어떻게 정의하는가에 따라 여러 가지 방식을 이용할 수 있는데, 본 연구에서는 3차의 정도를 갖는 QUICK(Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) 방법을 채택하였다. QUICK의 경우, 각 변수의 격자계에서의 연결이 중심점 P를 포함하여 각 방향으로 5 점씩이므로 한 셀에서의 이산화를 통해 얻어지는 격자 스텔일(stencil)은 13점으로 이루어지므로 결과로 대수 방정식이 매우 복잡해진다. 이를 극복하기 위해서 소위 'deferred correction approach'를 사용하였다.

다음으로 확산항은 격자 셀의 표면 e 에서

$$\left[ \int_S \tau_{ij} \vec{i}_j \cdot \vec{n} dS \right]_e = \int_{S_e} \nu_e \left( \text{grad}(u_i) \cdot \vec{n} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \vec{i}_j \cdot \vec{n} \right) dS \quad (16)$$

로 쓸 수 있고, 이중 두 번째 항은 각 속도 성분에 따라 다른 계수를 가지므로 우항으로 처리하는 것이 편리하다. 또한 첫 번째 항의 경우에도  $\text{grad}(u_i)$ 의 계산을 간편하게 하기 위해서 앞에서 기술한 'deferred correction' 방법을 이용할 수 있다. 이를 식으로 다시 쓰면,

$$\left[ \int_S \tau_{ij} \vec{i}_j \cdot \vec{n} dS \right]_e = S_e (\nu_e)_e \left\{ \left[ \frac{(u_i)_E - (u_i)_P}{L_{P,E}} \right]^{n+1} + \left[ \left( \text{grad}(u_i) \cdot \vec{n} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \vec{i}_j \cdot \vec{n} \right)_e - \frac{(u_i)_E - (u_i)_P}{L_{P,E}} \right]^n \right\}$$

그리고  $grad(u_i)$ 나  $\frac{\partial u_j}{\partial x_i}$  은 Gauss 정리를 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

끝으로 적분된 운동량 이동 방정식의 압력항은

$$\int_S p \vec{i}_i \cdot \vec{n} dS = \int_{\Omega} \{grad(p) \cdot \vec{i}_i\} d\Omega = \{grad(p) \cdot \vec{i}_i\} \Delta\Omega \quad (17)$$

로 표현하여 처리한다.

한편 난류의 운동 에너지  $k$  와 그의 소산항  $\epsilon$  에 대한 방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \phi d\Omega + \int_S \phi \vec{v} \cdot \vec{n} dS = \int_S \Gamma_{\phi} grad \phi \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} q_{\phi} d\Omega \quad (18)$$

로 쓸 수 있고,  $\phi$  가  $k$  일 때는

$$\Gamma_k = (\nu + \nu_t / \sigma_k)$$

$$q_k = G - \epsilon$$

이고,  $\phi$  가  $\epsilon$  일 때는

$$\Gamma_{\epsilon} = (\nu + \nu_t / \sigma_{\epsilon})$$

$$q_{\epsilon} = C_{\epsilon 1} S \epsilon - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}}$$

가 된다. 이들 방정식은 형태가 이미 설명한 속도에 대한 운동량 방정식과 거의 같으므로 위에서 기술한 방법으로 이산화할 수 있다. 그러나 마지막 항인 소스(source)항 중 항상 음의 값을 가지는 두 번째 항의 경우에는 이산화된 방정식의 안정성을 높이기 위해 소위 'source term linearization'을 이용하여 행렬식(matrix)의 대이대각선(diagonal)항으로 처리되게 하였다.

이렇게 이산화된 운동량과 난류에 관한 방정식은

$$A_P^{\phi} \phi_P + \sum_l A_l^{\phi} \phi_l = Q_P^{\phi} \quad (19)$$

$l = E, W, N, S, T, B$

또는

$$A_P^{\phi} \phi_P + A_E^{\phi} \phi_E + A_W^{\phi} \phi_W + A_N^{\phi} \phi_N + A_S^{\phi} \phi_S + A_T^{\phi} \phi_T + A_B^{\phi} \phi_B = Q_P^{\phi}$$

로 표현되고 이는 선형화된 7개의 diagonal 항을 가지는 연립 방정식이다. 본 연구에서는 위의 선형 대수 방정식을 효과적으로 풀기 위해 SIP (strongly implicit procedure)를 사용하였다 (Stone 1968).

#### 4. 속도-압력 연성 방법 (Velocity-Pressure Coupling)

만약에 압력이 주어져 있으면 앞에서 설명한 속도와 난류의 이동 방정식으로부터 유체 유동에 대한 해가 얻어질 수 있다. 그러나 또 하나의 지배 방정식인 연속 방정식, 즉 질량 보존의 법칙을 만족시킬 수 없다. 비압축성 유체 유동에서 연속 방정식은 압축성 유동과는 달리 시간에 따라 적용할 수 있는 방정식의 형태가 아니고 매시간 속도장이 만족시켜야 하는 운동학적 제약 조건 (kinematic constraint)인 것이다. 그리하여 연속 방정식은 'divergence-free velocity field'를 보장하기 위한 압력장을 구하는 압력 방정식의 형태로 치환되어야 한다. 이러한 작업을 속도-압력 연성법이라고 하는데, 본 연구에서는 분리형 (segregated type)의 속도-압력 연성법중 SIMPLEC(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation Consistent)방법을 이용하였다(Van Doormal/Raithby 1984).

우선 주어진 압력장으로부터 얻어진 속도장이 연속 방정식을 만족하지 못하므로 연속 방정식을 만족하도록 각 격자점에서의 속도를 수정하여야 하는데, 그 수정된 속도에 해당하는 압력의 수정치를 구하게 된다. 이를 압력 수정 방정식 (pressure correction equation)이라고 한다. 주어진 압력장에 대한 속도가 (19)로부터 얻어진다면, 연속 방정식에서는 각 격자 cell의 표면에서의 법선 방향의 속도가 필요하므로 격자 cell의 표면  $e$  에서는 다음과 같이

$$v_{n,e}^* = (\vec{v}^* \cdot \vec{n})_e \quad (20)$$

$$= \hat{v}_{n,e} - \Delta\Omega_e \left( \frac{1}{A_P^{v_r}} \right)_e \left( \frac{\delta p}{\delta n} \right)_e$$

로 표현할 수 있는데, 현재의 속도가 연속 방정식을 만족하지 못한 압력항으로부터 구해진 값이므로 \* 표시를 하여 구분하였다. 그리고  $\hat{v}_n$  은 이산화된 속도 방정식으로부터 압력 구배에 의한 항만 따로 떼어낸 나머지 항으로서 소위 'pseudo-velocity'에 해당한다. 이를 다시 쓰면,

$$\hat{v}_{n,e}^* = \frac{1}{A_P^{v_r}} [-\sum_l A_l^{v_r} v_{n,l}^* + Q^{v_r} + \Delta\Omega \left( \frac{\delta p}{\delta n} \right)]_e \quad (21)$$

여기서  $Q^{v_r}$  에  $-\Delta\Omega \left( \frac{\delta p}{\delta n} \right)$  이 포함되어 있으므로 서로 상쇄되고,  $\hat{v}_{n,e}$  에는 압력에 대한 항이 없어지게 된다.

그리고 격자 셀 P에서 격자의 표면으로 빠져나가는 질량 플럭스는 속도장이 아직 연속 방정식을 만족하지 못하고 있으므로 0 이 아닌  $\Delta \dot{m}$  이라는 값을 가지게 된다. 즉,

$$\sum_c \dot{m}_c^* = \sum_c S_c v_{n,c}^* = \Delta \dot{m}, \quad c = e, w, \text{etc.} \quad (22)$$

연속 방정식을 만족시키기 위해서 속도 성분들을 수정하여야 하는데, 이를 위해 해당되는 압력 구배를 수정하게 된다. 이리하여 연속 방정식을 만족하는 속도를  $v_n$  이라고 하고, 속도의 수정값을  $v'_n$ , 압력의 수정값을  $p'$  이라고 하면,

$$v_n = v_n^* + v'_n, \quad p^{new} = p + p' \quad (23)$$

그리하여 연속 방정식과 속도 수정값에 대한 방정식은  $\sum_c S_c v_{n,c} = \sum_c S_c v_{n,c}^* + \sum_c S_c v'_{n,c} = 0$  이어야하므로

$$\sum_c S_c v'_{n,c} = \sum_c \dot{m}'_c \quad (24)$$

$$= -\Delta \dot{m} = -\sum_c S_c v_{n,c}^*$$

가 된다. 그리고 속도의 수정값은

$$v'_{n,e} = \hat{v}_{n,e} - \Delta\Omega_e \left( \frac{1}{A_P^{v_r}} \right)_e \left( \frac{\delta p'}{\delta n} \right)_e \quad (25)$$

이 된다. 속도-압력연성법 중에 SIMPLE (Partankar 1980)의 경우에는 우변의 첫 번째 항을 그냥 무시한다. 하지만 본 연구에서 채택한 SIMPLEC의 경우에는 (21)에서 압력 구배에 관한 영향이 빠진 소스 항이 연속 방정식을 위한 속도 수정에 직접 영향을 주지 않는다고 가정하면,

$$\hat{v}_{n,e} = \left( \frac{-\sum_l A_l^{v_r} v'_{n,l}}{A_P^{v_r}} \right)_e$$

라고 할 수 있고, 속도 수정값의 구배가 크지 않으면  $(v'_{n,c})_e = v'_{n,e}$  라고 할 수 있다. 이를 (25)에 대입하여 정리하면,

$$v'_{n,e} = -\Delta\Omega_e \left( \frac{1}{A_P^{v_r} + \sum_l A_l^{v_r}} \right)_e \left( \frac{\delta p'}{\delta n} \right)_e \quad (26)$$

이 된다. 여기서 본 연구에서는 뒤에 자세히 설명한 바와 같이 정규 격자계를 사용하고 있기 때문에 각각의 운동량 방향에 관계없이 한 격자 셀에서는 동일한 값을 가진다. 즉 (19)의 운동량 방정식에 대한 계수는 세 속도 성분부에 관계없이 때문에 법선 방향에 대한 계수  $A_P^{v_r}$  와  $A_l^{v_r}$  또한 동일한 값을 가지게 된다. 단지 벽면이나 대칭면과 같이 점성 플럭스(viscous flux)가 유입되는 곳에서는 각 방향별로 달라질 수 있으나, 본 연구에서는 세 방향의 운동량 방정식에 대한 계수를 같게 하고 그 차이는 이미 여러 차례 언급한 'deferred correction'으로 처리하였다. 한편 다시 이렇게 표현된 속도 수정값들을 (24)에 대입하면 원하는 압력 수정 방정식을 얻게 된다.

그리고 본 연구에서는 속도 및 압력 등이 모두 격자 셀의 체적 중심점에서 정의되는 정규 격자계 (collocated grid system)를 사용하고 있으므로 격자 cell의 표면에서의 속도를 인접한 두 cell의 단순 평균을 내는 경우에는 인접한 격자점간의 압력 값이 분리되는 소위 'checker-board

problem'이 발생한다. 이를 방지하고자 Rhie/Chow(1983)에 의해서 제안된 'pressure-weighted interpolation'을 사용하여 압력 구배항을 처리하였다. 이산화된 속도 방정식에서의 압력 구배항의 형태로 첨가된 압력 소산항과 함께 쓰면, 표면  $e$ 에서의 법선방향속도 성분  $v_{n,e}^*$ 은

$$v_{n,e}^* = (\vec{v}^* \cdot \vec{n})_e = \overline{v_{n,e}^*} - \Delta\Omega_e \left( \frac{1}{A_P^*} \right)_e \left[ \left( \frac{\delta p}{\delta n} \right)_e - \left( \frac{\delta p}{\delta n} \right)_e \right] \quad (27)$$

로 표현할 수 있는데, 우변의 첫 번째 항은 격자 셀 표면에서의 삼간된 법선 방향의 속도 성분이고 두 번째 항은 정규 격자계의 사용에 따른 압력 소산항이 된다. 그리고 속도 방정식의 계수

$$\left( \frac{1}{A_P^*} \right)_e$$

과 체적  $\Delta\Omega_e$  등은 삼간하여 얻어진 다. 이렇게 얻어진 압력 수정 방정식도 (19)의 운동량 및 난류의 이송 방정식처럼 P, E, W, N, S, T, B의 7개의 격자점 사이의 관계로 얻어지는 선형 대수 방정식이 되므로 속도에 대한 대수 방정식과 마찬가지로 SIP를 이용하여 해를 구한다. 하지만 압력 수정 방정식은 편미분 방정식의 형태가 타원형 미분 방정식이기 때문에 수렴도가 속도나 난류의 이동 방정식에 비해 떨어지므로 여러 번 반복계산을 수행하여야한다.

## 5. 격자계 및 경계조건

본 연구에서는 실용적인 상선주위의 유동 계산을 목적으로 하고 있기 때문에 격자계의 생성이 비교적 복잡하다. 선체 표면 격자계의 생성을 위해서는 김우전/반석호(1999)에 의해 제시된 방법을 따랐는데, 선수와 선미부의 벌브 영역을 다른 블록으로 처리한 것이 차이라고 할 수 있다. 이는 공간 격자계의 구성에 있어서 격자계가 이중으로 꼬이는 것을 방지하기 위해서 채택된 방법으로 선수부와 선미부의 공간 격자계가 지나치게 틀어지는 것을 막아준다. 선수부의 경우에는 벌브 부분을 하나의 블록으로 처리하였고, 선미부에서는 선

미 벌브와 선미 오버행을 각각의 블록으로 처리하였다. 그리고 3차원 공간 격자계의 생성법은 김우전 등(1999)의 방법을 이용하였는데, O-H형상의 바깥 경계면을 가지도록 수정하였다. 물론 O-H형의 격자계의 경우 O-O형상의 격자계보다 동일한 밀도의 선체 표면 격자계에 대하여 더 많은 수의 격자를 필요로 한다. 이는 선수 및 선미의 대칭면을 따라서 존재하는 많은 수의 격자가 선체 주위의 유동 해석에는 크게 필요하지 않기 때문이다. 하지만 본 논문에서 계산한 컨테이너선과 같이 선수부와 선미부의 벌브가 크고 다중 블록 격자계를 가지는 경우에는 O-O형상의 공간 격자계의 이용이 불편할 뿐만 아니라, O-H형상의 격자계가 수치계산의 안정성에서 훨씬 유리하기 때문에 O-H형상의 3차원 공간 격자계를 채택하였다. Fig.2에서는 수치계산에 사용된 격자계를 보이고 있다.

각 경계면에서의 경계조건은 해당되는 물리적 현상을 지정해주면 되는데, 우선 선수 전방과 선미 후방의 중앙 대칭면, 선저쪽 중앙 대칭면, 그리고 자유수면 대칭면에는 유동의 대칭조건이 부여되었다. 즉, 그 경계면을 통한 대류항에 의한 기여는 없고, 단지 법선 방향의 점성 플럭스만을 고려하였다. 이 중에서 자유 수면은 본 점성 유동 계산에서는 조파 현상을 고려하고 있지 않으므로 이중 모형(double body)으로 근사하여 대칭면으로 삼았다는 것을 밝혀둔다. 우선 선체 표면에서는 경계면의 속도가 0 이므로 그 경계면을 통한 대류항에 의한 기여는 없고, 단지 벽면 마찰 응력(wall shear stress)으로 인한 점성 방향의 점성 플럭스만을 고려하였다. 이때 벽면 마찰의 크기는 Launder와 Spalding의 벽함수를 사용하여 구하였고, 방향은 벽면에서 첫 번째 떨어진 격자 cell의 중심에서의 속도의 방향과 같다고 가정하였다. 그리고 앞쪽의 유입면과 바깥쪽의 원통형의 경계면에는 균일류 조건이 주어졌고, 뒤쪽의 유출면에서의 속도는 외삽 하였다. 압력은 모든 경계면에서 외삽 되었고, 바깥 경계면상의 선체 중앙 위치를 기준점으로 하였다.



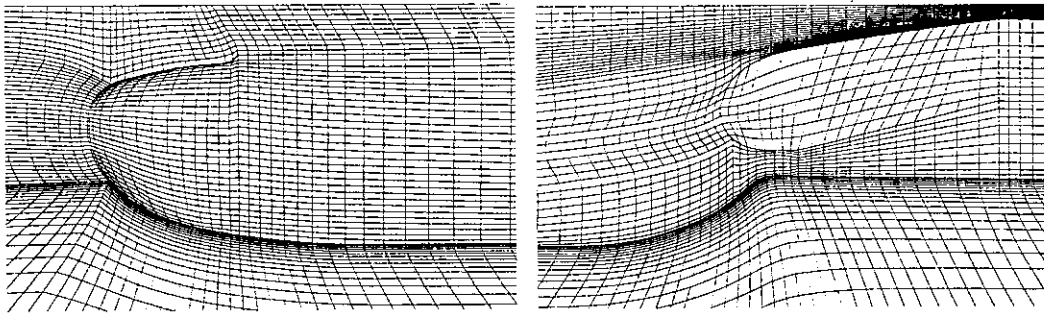


Fig. 2 Generated grids around bow and stern of KCS

### 6. 실용적인 상선주위의 점성유동 계산 결과

지금까지 설명한 수치 계산 방법의 적용성과 정확도를 검증하기 위하여 선수와 선미에 벌브를 가지는 실용적인 상선을 대상으로 하여 수치 계산을 수행하였다. 계산 대상은 선형이 현대적이며, 실용적이고, 실험 결과가 공개되어 있는 KCS (KRISO 3600TEU container ship)를 선택하였다.

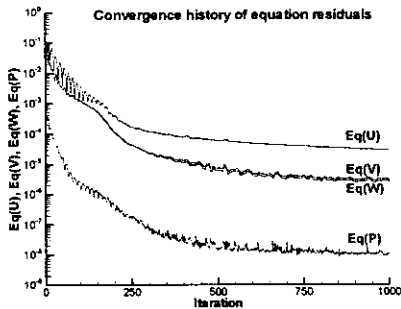


Fig.3 Convergence history of equation residuals for KCS

계산의 수렴성을 확인하기 위한 절차로 KCS에 대한 속도 및 압력 방정식의 오차의 수렴 정도를 Fig.3에 보였다. 계산은 이산화된 각 속도 방정식의 오차의 합이 초기 값의 약 10,000분의 1보다 작아질 때까지 수행하였다. 수렴도를 향상시키고, 반복 계산에서 초기에 발생할 수 있는 불안정성을

개선하기 위해 포텐셜 유동의 이중 모형 근사해를 초기 값으로 사용하였다. 수치 계산은 실험 조건과 마찬가지로  $Re = 1.4 \times 10^7$ 에서 수행되었다.

3차원 공간 격자계의 개수는  $163 \times 35 \times 41$ 이었으며, 선체 표면에는 약 4000개의 격자가 분포되었다. 1000번의 반복계산에 소요된 시간은 Pentium III 500MHz CPU에서 4 시간 정도였다. 하지만 500번 정도의 반복계산으로도 공학적으로 충분히 수렴된 결과를 제공하기 때문에 실제의 계산에서는 2시간 정도가 소요된다고 할 수 있다. 난류 유동의 수렴 정도를 확인하기 위해 저항 계수의 수렴도를 Fig.4에 도시하고 있다. 300번 정도의 반복 계산으로 이미 저항 계수는 이미 수렴해 있는 것을 알 수 있다.

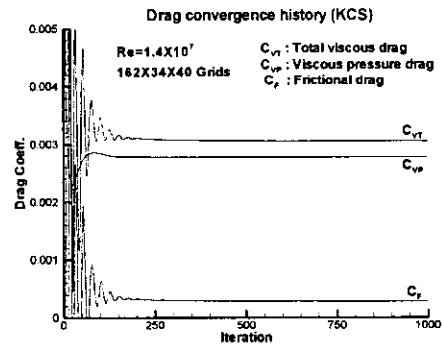


Fig.4 Convergence of drag coefficients for KCS

고속 세장형의 컨테이너 운반선의 경우에는 다른 선형에 비해서는 점성 유동의 영향이 상대적으로

로 작으나, 커다란 구상 선수(bulbous bow)를 가지고 있기 때문에 수치 계산이 매우 어려운 것으로 알려져 있다. 이와 같은 큰 벌브를 가지는 선형은 구상 선수 근처의 유동장의 변화가 매우 심하다고 알려져 있어서 점성 유동의 계산에서는 더욱 어려운 경우에 해당된다. Fig.5에는 계산으로부터 얻어진 선체 표면 압력이 주어졌다. 선수부에 커다란 구상 선수가 존재하므로 그 곳에서 심한 압력 구배가 존재하는 것을 알 수 있었으며, 선수부에서도 유동이 부딪히는 정면에서는 아주 높은 압력이 형성되고, 유동의 방향의 변화가 아주 심한 영역을 이루고 있다. 그 곳을 약간 벗어나면 구상 선수의 곡률로 인한 유동의 가속이 일어나고, 그로 인해 압력이 아주 낮은 지역이 생긴다. 선체 중앙부 쪽으로는 압력의 변화가 크지 않고 선미부에서 약간의 압력 증가가 엿보이나, 선수부와 같은 매우 큰 압력 구배는 보이지 않는다.

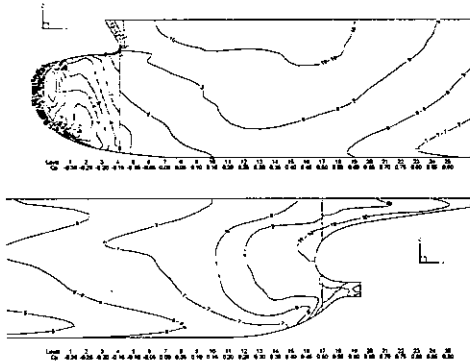


Fig.5 Calculated surface pressure distribution on KCS

이는 선미부의 형상의 변화가 구상 선수만큼 크지 않은 것이 가장 큰 이유이나 선미부에 두껍게 발달된 점성 경계층의 존재가 또 하나의 이유일 것이다. 압력계산의 결과그림에서 블록의 경계면에서 압력이 불연속인 것으로 보이나, 이는 등압선을 그리기 위해 격자의 중심에서 계산된 값을 블록의 경계로 외삽 하는 과정에서 발생하는 것으로 계산 결과에는 불연속성이 없음을 밝힌다. 다음으로 Fig.6에는 선수와 선미부의 표면 마찰 응력 벡터와 선체 표면에서의 한계 유선을 도시하였

다. 선수부에서는 선체의 진행 방향과 거의 평행한 방향으로 유선이 형성되고, 선수 벌브 후방과 선미 어깨근처에서는 선형의 단면 형상의 급격한 변화로 인하여 유선이 급하게 아래로 향하다가 다시 위로 상승하는 모양을 보이고 있다. 특히 이러한 한계 유선의 형상은 빌지 키일의 위치와 형태를 결정하는데 매우 유익한 정보를 제공할 수 있다고 할 수 있다. 선미부에서는 추진기 면으로 향하는 유선에서 약간의 회전 성분이 보이기는 하지만 매우 미약하다. 이러한 선체표면 마찰응력 벡터는 예인 수조에서 페인트 시험을 통해 관측된 유선과 같은 방향을 가지고 있는데, Fig.7에는 이러한 페인트의 궤적을 보이고 있다.

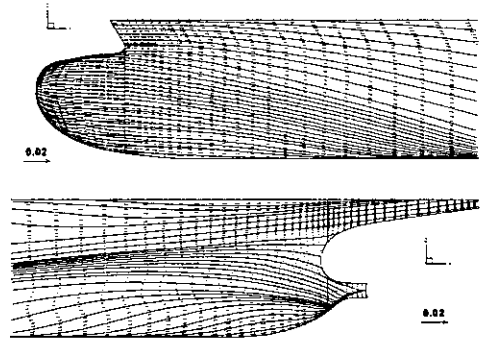


Fig.6 Calculated surface friction vectors and limiting streamlines

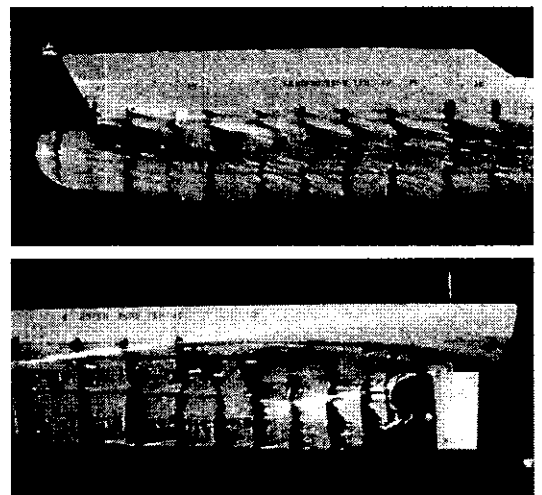


Fig.7 Paint test results for KCS

다음으로는 점성유동 계산의 중요한 정보의 하나인 추진기 면에서의 속도 분포를 Fig.8에 도시하고 Fig.9의 실험 값과 비교하였다.

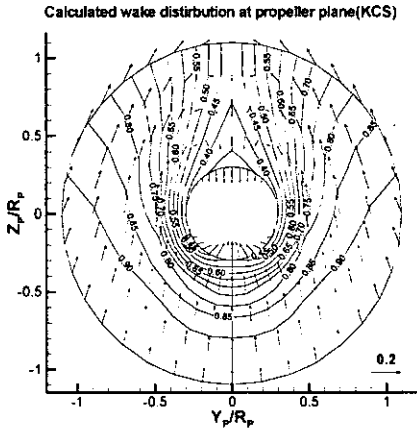


Fig.8 Calculated wake distribution at propeller plane of KCS

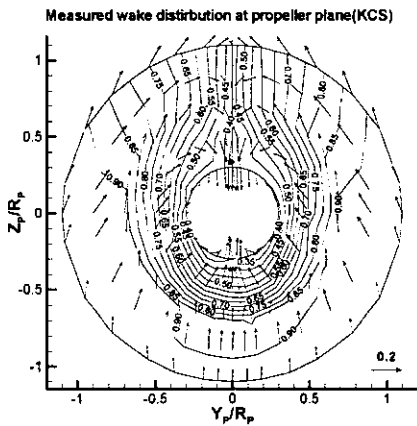


Fig.9 Measured wake distribution at propeller plane of KCS

계산 결과가 실험의 경향을 잘 보여주고 있다. 하지만 전체적으로 등속선이 퍼져있고, 0.5Rp와 0.7Rp에서의 횡방향 속도가 작게 추정되었음을 알 수 있다. 이는 계산 결과가 벌지 보오텍스를 약하게 추정하고 있기 때문으로 이러한 경향은 통상의 수치계산에서 나타나는 확산 현상에 기인한 것으로 생각된다.

그리고 추진기 설계에서 가장 중요하게 사용되는 축방향 속도 성분의 반경방향 분포를 Fig.10에 비교하였다. 안쪽에서는 수치 계산이 축방향 속도 성분을 크게 예측한 반면, 바깥쪽에서는 오히려 작게 추정하고 있다. 그 결과로 적분 값인 공칭 반류는 수치 계산의 경우 0.245로서 실험 값인 0.244와 아주 좋은 일치를 보이고 있다. 하지만 전체적으로 벌지 보오텍스의 강도가 약하고 경계 층의 두께가 크게 예측이 되는 점은 개선되어야 할 부분으로 생각된다. 컨테이너선과 같은 고속 세장선의 경우보다 오히려 벌지 보오텍스가 강한 뚱뚱한 선형에서 수치 계산이 실험과 좋은 일치를 보이는데(Kim et al. 1999), 이는 난류 모형으로 채택된 RKE의 특성에 기인한다고 판단된다.

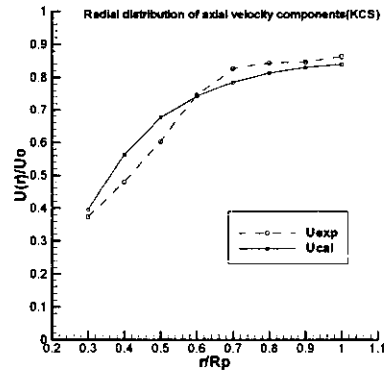


Fig.10 Radial distribution of axial velocity components at the propeller plane of KCS

7. 결론

선수와 선미에 벌브를 가진 현대적인 상선 주위의 난류유동을 해석하기 위해 유한체적법을 이용한 수치계산 기법이 개발되었다. 개발된 방법을 다중블록 선체 표면 격자계와 O-H 형태의 공간 격자계를 사용하여 KRISO 3600TEU 컨테이너선(KCS)에 적용하여 그 결과를 실험과 비교하였다. 수치계산의 결과는 벌브를 가진 현대적인 선형임에도 불구하고 실험과 좋은 일치를 보이고 있다.

## 후 기

본 논문은 과학기술부에서 지원한 '유체성능 해석시스템 개발' 과제와 산업자원부에서 지원한 공업기반 기술 개발사업인 '선박의 저항성능 향상 기술'의 결과임을 밝혀둔다.

## 참 고 문 헌

- 김우전, 반석호 1999 "기본 오프셋을 이용한 상선의 선체표면 격자계 생성 방법," 대한조선학회 논문집, 36권 1호, pp. 61-69.
- 김우전, 김도현, 반석호 1999 "선체주위의 점성유동 계산을 위한 3차원 공간 격자계 생성방법," 대한조선학회 논문집, 36권 1호, pp. 70-81.
- Ferziger, J.H., and Peric, M. 1996 Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer-Verlag.
- Kim, W.J., Kim, D.H., Van, S.H. 1999 "Calculation of turbulent flows around VLCC hull forms with stern frameline modification," Proc. of the 7th Numerical Ship Hydrodynamics, Nantes, France.
- Launder, B.E., and Spalding, D.B. 1974 "The Numerical Computation of Turbulent Flows," Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 3, pp. 269-289.
- Partankar, S.V. 1980 Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw Hill.
- Rhie C.M., and Chow, W.L. 1983 "A Numerical Study of Turbulent Flow Past an Isolated Airfoil with Trailing Edge Separation," AIAA Journal, Vol. 21, pp. 307-357.
- Shih, T.-H., Liou, W.W., Shabir, A., and Zhu, J. 1995 "A New  $k-\epsilon$  Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation," Computers and Fluids, Vol. 24, No. 3, pp. 227-238.
- Stone, H.L. 1968 "Iterative Solution of Implicit Approximations of Multi-directional Partial Differential Equations," SIAM J. Numer. Anal., Vol. 5, pp. 530-558.
- Van Doormal, J.P., and Raithby, G.D. 1984 "Enhancements of the SIMPLE method for Predicting Incompressible Fluid Flows," Numerical Heat Transfer, Vol. 7, pp. 147-163.



김우전



김도현



반석호