

웹 표면 수직방향으로 기울어진 롤에 의한 측 방향 웹 거동에 대한 연구

신기현*

A Study on the Lateral Dynamics of the Moving Web Induced by a Tilted Roller

Kee-Hyun Shin*

ABSTRACT

The lateral behavior of the moving web is critical to the quality of the web products. The alignment of the rollers carrying the web is found to be one of important factors to the lateral behavior of the moving web. But, the study on the effect of the tilting roller in the direction of the normal to the moving web on the lateral behavior has not been reported in the literature yet. For example, the contact roller often contacts the winding roll in a tilted fashion and causes the lateral motion of the winding web, which induces the offset in the wound roll. The lateral dynamics of the moving web induced by a tilted roller in normal direction of a web is investigated in this paper. The two-dimensional dynamic model developed by Shelton is extended to investigate the effect of a titled roller in a normal direction of the moving web on the lateral motion of the moving web. New boundary conditions are developed to solve the extended model. Computer simulation study proved that the model developed can be used to predict the lateral motion of the moving web due to a tilted roller in normal direction of the moving web. The lateral deflection is increased exponentially as the tilting angle is increased. As the length of web span is increased, the amount of lateral deflection was increased almost linearly for the same tilting angle. The lateral dynamics turned out to be almost independent to the operating tension. The model developed can be used to solve the offset problem of the staggered winding and also to design a new web guiding mechanism.

Key Words : Lateral Dynamics(측 방향), Tilted Roller(정렬불량 롤러), Roll/Roller(롤/롤러), Continuous Process System(연속공정시스템), Web(웹)

기호설명

T : 웹의 운전장력

V : 웹의 운전속도

w_o : 입구측 롤의 횡방향 이동량

w_L : 출구측 롤의 횡방향 이동량

θ_t : 롤이 웹 표면 수직방향으로 기울어진
정렬 오차각

θ_L : 웹의 수평방향으로 기울어진 각도

* 건국대학교 기계설계학과

- θ_r : 롤이 수평방향으로 기울어진 각도
- σ_i : i 번째 스펀 응력
- L_i : i 번째 스펀 길이
- L_i' : i 번째 스펀에서 늘어난 웹 길이
- EI : 굽힘 강성
- y_L : 웹의 측방향 일탈량

1. 서론

연속공정시스템은 두께가 길이나 폭에 비해 아주 얇은 소재인 웹을 가공하거나 생산하는데 사용되는 플랜트이다. 연속공정시스템에서 생산되는 웹의 품질과 생산성은 각 스펀의 장력, 롤 표면 조도, 그리고 측 방향 거동 등에 의해 영향을 받는다. 특히, 웹의 측 방향 거동은 웹의 측 방향 양단의 손상이나 코팅 등의 웹 공정에 결정적인 영향을 미친다. 또한, 권취 공정 시에 웹의 측 방향으로의 순간적인 일탈은 권취 롤의 불량(offset)을 유발하게 된다. 본 논문에서는 특히 롤이 웹 표면의 수직방향으로 기울어진 정렬불량으로 인하여 이동하는 웹이 측 방향으로 이동하는 특성에 대하여 연구하였다.

롤러와 롤러 사이의 부정확한 정렬로 인해 발생하는 웹의 측방향 거동에 대한 모델은 Shelton^[1]이 제안한 바 있다. Shelton이 제안한 모델은 웹을 Timoshenko^[2] 빔으로 가정하여, 2 차원으로 해석하였다. 본 논문에서는, Shelton이 제안한 모델을 확장하여, 웹 표면과 수직방향으로 롤 정렬 불량이 있을 때, 이로 인해 발생하는 웹의 측 방향 운동 해석을 위한 모델을 개발하였다.

본 논문에서 제안한 모델의 타당성 검증을 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과를 통해, 개발한 모델은 웹과 수직한 방향의 롤 정렬 불량에 의해 발생한 웹의 측 방향 운동을 해석하는데 매우 유용함을 확인할 수 있었다. 또 측 방향 일탈과 웹 표면 수직방향의 정렬 오차와의 관계, 그리고 웹 표면 수직 방향의 정렬 오차가 일정할 때, 측 방향 일탈과 스펀 길이와의 관계를 분석하였다. 마지막으로 웹 표면 수직 방향의 정렬 오차가 일정할 때, 운전장력이 측 방향 일탈에 미치는 영향을 예측해 보았다.

본 연구결과는 특히 웹 권취 시에 접압롤의

순간적인 불균형접촉에 의한 웹의 측 방향 거동 해석과 웹 표면 수직 방향으로의 롤 기울임을 이용한 새로운 가이드 시스템 설계에 효과적으로 사용될 수 있다.

2. 웹의 측방향 거동에 대한 모델

Shelton이 제안한 모델은 Fig. 1과 같이 웹을 2 차원 빔으로 가정하여, 스펀 양단의 경계조건을 통해, 정역학적 평형 방정식의 해를 구함으로써, 웹의 거동을 예측한 모델이다.

빔 이론에 의한 빔의 처짐량과 처짐각에 대한 모델은 식 (1)과 같다.^[2]

$$M = -EIy'''' \tag{1}$$

식 (1)을 x 에 대하여 2 번 편미분 하면 식 (2)를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - K^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \quad K^2 = \frac{T}{EI} \tag{2}$$

식 (2)의 일반 해를 구하면 식 (3)과 같고, 계수 C_1, C_2, C_3, C_4 는 경계조건을 통해 구할 수 있다.

$$y = C_1 \sinh(Kx) + C_2 \cosh(Kx) + C_3 x + C_4 \tag{3}$$

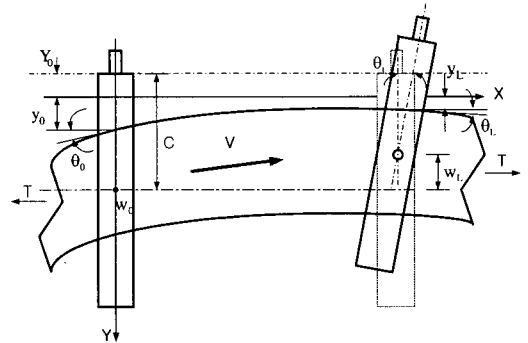


Fig. 1 Boundary Conditions of Shelton's Model

Fig. 1 은 2 차원 정렬 오차에 의한, 웹의 처짐 변위와 처짐 각에 대한 정역학적 해석을 위한 경계조건을 나타낸 것이다. 아래와 같은 경계조건으로 식 (3)의 계수 $C_1 \sim C_4$ 를 결정하고,

$$y(0)=y_0, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad y(L) = y_L, \quad \theta(L) = \theta_r$$

식 (3)을 x 에 대하여 2 번 편미분 하면 식 (4)를 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 y_L}{\partial x^2} = \frac{f_1(KL)}{L^2}(y_0 - y_L) + \frac{f_2(KL)}{L}\theta_L + \frac{f_3(KL)}{L}\theta_0 \quad (4)$$

여기서, $f_1(KL) = \frac{(KL)^2 [\cosh(KL) - 1]}{KL \sinh(KL) - 2 \cosh(KL) + 2}$
 $f_2(KL) = \frac{KL(KL \cosh(KL) - \sinh(KL))}{KL \sinh(KL) - 2 \cosh(KL) + 2}$
 $f_3(KL) = \frac{KL(\sinh(KL) - KL)}{KL \sinh(KL) - 2 \cosh(KL) + 2}$

Fig. 2로부터, 물의 측 방향 속도 모델을 식 (5)와 같이 유도할 수 있다.

$$\frac{dy_L}{dt} = V(\theta_r - \frac{\partial y_L}{\partial x}) + \frac{dw_L}{dt} \quad (5)$$

Fig. 2의 점 A와 점 B 사이의 속도 변화는 다음 식 (6)과 같다.

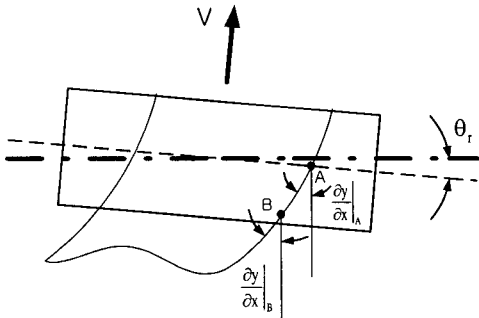


Fig. 2 Velocity Change in a roller with Induced Curvature

$$\left. \frac{dy}{dt} \right|_A - \left. \frac{dy}{dt} \right|_B = V \left(\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_A - \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_B \right) \quad (6)$$

양변을 각각 Δt 와 $\frac{\Delta x}{V}$ 로 나누어, 극한을 취하면 웹 측 방향 가속도 식 (7)이 된다.

$$\frac{d^2 y_L}{dt^2} = V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{d^2 w_L}{dt^2} \quad (7)$$

식 (7)에 식 (4), (5)를 대입 정리하면, 웹 측 방향 동적 모델 식 (8)이 된다.

$$\frac{d^2 y_L}{dt^2} = -\frac{f_2}{\tau} \frac{dy_L}{dt} - \frac{f_1}{\tau^2} y_L - \frac{f_3}{\tau} \frac{dy_0}{dt} + \frac{f_1}{\tau^2} y_0 + f_2 \frac{V^2}{Lc} u_L + f_3 \frac{V^2}{Lc} u_0 + \frac{d^2 w_L}{dt^2} + \frac{f_2}{\tau} \frac{dw_L}{dt} + \frac{f_3}{\tau} \frac{dw_0}{dt} \quad (8)$$

단, $\theta = \frac{\partial y}{\partial x}$, $\theta_r = \frac{u}{c}$, $\tau = \frac{L}{V}$
 $u =$ 수평방향으로 롤 끝단 이동량

3. 웹 표면 수직방향 롤 정렬 불량에 의한 웹 측 방향 거동에 대한 모델

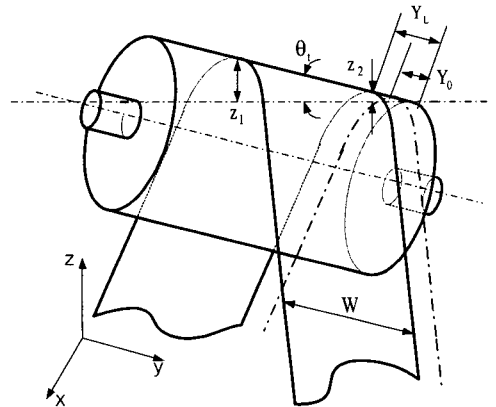


Fig. 3 The moving web on a tilted roller

2장에서 소개한 웹 측 방향 거동에 대한 모델은 2차원인 웹 표면과 평행한 방향의 롤러 간의 정렬 불량만을 고려한 모델이다.

Fig. 3은 웹 표면 수직 방향으로 롤이 기울어졌을 때, 그 롤 위를 지나는 웹의 거동을 나타낸 그림이다. Fig. 3과 같이, 웹 표면에 수직인 방향으로의 롤 정렬 불량에 의하여 발생하는 웹의 측방향 거동은 기존 2차원 측 방향 웹 거동에 대한 모델 식 (8)로는 표현할 수 없다.

Fig. 3의 z_1, z_2 에서 볼 수 있듯이, 롤이 웹 표면과 수직인 방향으로 각 θ_v 를 가지고 기울어져 있고, 각 롤 상에서 웹 진행방향으로 미끄러짐이 없을 경우, z_1 부분이 z_2 부분에 비해 더 많이 늘어나게 된다. 식 (9)는 롤이 웹 표면 수직방향으로 기울어진 각도를 나타낸다.

$$\theta_t = \sin^{-1} \frac{z_1 - z_2}{W} \quad (9)$$

$z_1 > z_2$ 일 경우 식(9)의 기울진 각도와 이에 기인하여 늘어난 길이의 상관관계는 Fig. 4 와 같이 롤 위의 웹의 기하학적 형상을 통해 유도된 식 (10)~(20)과 같다.

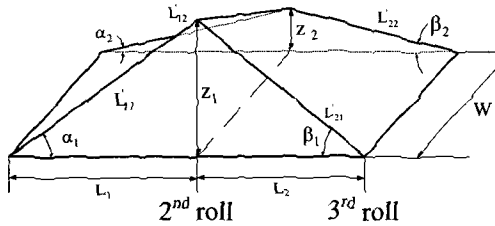


Fig. 4 Elongation induced by the tilted roller

$$Y_L = y_L + Y_0 \quad (10)$$

$$z_1 = (Y_L + W) \sin \theta_t \quad (11)$$

$$z_2 = Y_L \sin \theta_t \quad (12)$$

$$L'_{11} = \frac{z_1}{\sin \alpha_1} \quad (\alpha_1 = \tan^{-1}(\frac{z_1}{L_1})) \quad (13)$$

$$L'_{21} = \frac{z_1}{\sin \beta_1} \quad (\beta_1 = \tan^{-1}(\frac{z_1}{L_2})) \quad (14)$$

$$L'_{12} = \frac{z_2}{\sin \alpha_2} \quad (\alpha_2 = \tan^{-1}(\frac{z_2}{L_1})) \quad (15)$$

$$L'_{22} = \frac{z_2}{\sin \beta_2} \quad (\beta_2 = \tan^{-1}(\frac{z_2}{L_2})) \quad (16)$$

$$(\sigma_1)_{\max} = E_1 \frac{L'_{11} - L_1}{L_1} \quad (17)$$

$$(\sigma_1)_{\min} = E_1 \frac{L'_{12} - L_1}{L_1} \quad (18)$$

$$(\sigma_2)_{\max} = E_2 \frac{L'_{21} - L_2}{L_2} \quad (19)$$

$$(\sigma_2)_{\min} = E_2 \frac{L'_{22} - L_2}{L_2} \quad (20)$$

식 (10) ~ (20)의 전개과정에서, 웹 양 끝 단의 변형률의 차이가 양 끝 단의 응력차를 유발함을 알 수 있다. (Fig. 5 참조)

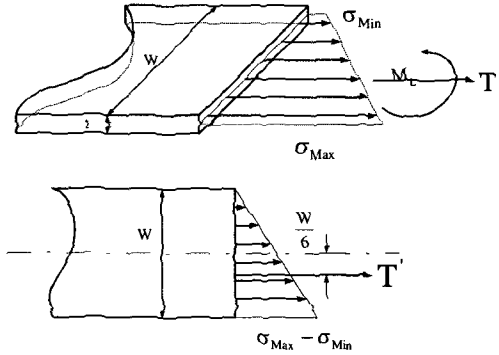


Fig. 5 Moment and tension induced by non-uniform stress

Fig. 5 의 T 는 전체 장력, T' 는 모멘트에 기여하는 장력을 나타내고, 식 (21)과 같다. T' 로 인한 모멘트는 식 (22)와 같다.

$$T' = t W \left(\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \right) \quad (21)$$

$$M_L = \frac{WT'}{6} \quad (22)$$

식 (22)를 통해, 아래와 같이 새로운 경계조건이 결정될 수 있다. (Fig. 6 참조)

$$y(0) = y_0 = 0, y(L) = y_L = 0, M(0) = -M_L, M(L) = M_L$$

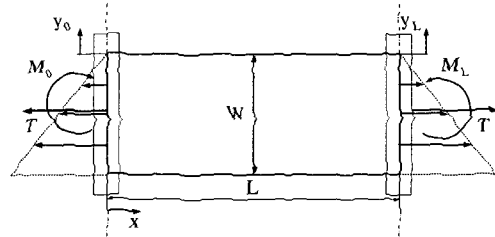


Fig. 6 New Boundary conditions

Fig. 6 에서 정의한 경계조건을 식 (3)에 대입하여 계수를 결정하고, 계수가 결정된 식 (3)을 x 에 대하여 2번 편미분 하면, 식 (23)이 된다.

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)_z = \frac{WT'}{6} \left(\frac{1 + \cosh(KL)}{\sinh(KL)} \times \sinh(Kx) - \cosh(Kx) \right) \quad (23)$$

식 (23)은 순수하게 롤의 웹 표면 수직방향의 정렬 오차에 의해 발생한 웹의 측방향 일탈량을 표현한 식이다. 이 식 (23)을 중첩의 원리를 이용하여 식 (4)와 합하면, 식 (24)가 된다.

$$\frac{\partial^2 y_L}{\partial x^2} = \frac{f_1(KL)}{L^2}(y_0 - y_L) + \frac{f_2(KL)}{L} \theta_L + \frac{f_3(KL)}{L} \theta_0 + \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \Big|_{x=L} \quad (24)$$

식 (24)를 식 (7)에 대입하면, 웹 표면 수직방향의 정렬 오차를 고려한 동적모델이 된다. 식 (24)는 $z_1 > z_2$ 일 때, 각 방향으로의 롤의 정렬불량이 웹 측 방향 거동에 대하여 독립적으로 영향을 미친다는 가정하에 유도되었다.

$z_1 < z_2$ 일 때, 식 (23)은 다음 식 (25)와 같다.

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \Big|_z = -\frac{WT'}{6} \left(\frac{1 + \cosh(KL)}{\sinh(KL)} \times \sinh(Kx) - \cosh(Kx) \right) \quad (25)$$

4. 시뮬레이션

식 (7)과 식 (24)를 이용하여 이중 스펀 모델에 대한 시뮬레이션을 수행하였으며, 시뮬레이션에 사용된 변수 값은 Table 1 과 같다.

Table 1 Simulation Parameters

Acronym	Description	Value
EI	Bending Stiffness	12.7 N· m ²
L ₁	1 st Span Length	1 m
L ₂	2 nd Span Length	0.5 m
V	Machine velocity	1 m/s
T ₁	1 st Span Tension	4 kgf
T ₂	2 nd Span Tension	4 kgf
W	Width of web	0.33 m
t	Thickness of web	12e-6 m

Fig. 7은 식 (7)과 식 (24) 그리고 Table 1의 시뮬레이션 변수 값을 이용하여, 웹 표면 수직 방향의 롤 정렬 오차각 θ_1 가 5° 일 때 웹 측 방향 거동을 예측한 것이다.

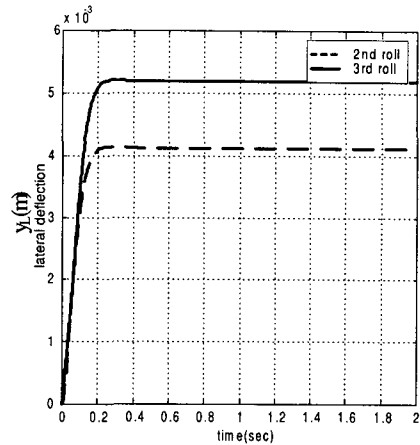


Fig. 7 Lateral deflection induced by roller mis-alignment

Fig. 7에서, 웹 표면과 평행한 평면상에서, 롤이 완벽하게 정렬되어 있어도, 웹 표면과 수직한 방향으로의 정렬 오차가 웹의 측 방향 변위에 주는 영향을 확인할 수 있다. 웹 표면과 수직한 방향의 정렬 오차 θ_1 의 변화를 Fig. 8과 같이 정의했을 때, 웹의 측 방향 거동은 Fig. 9와 같다. Fig. 9의 시뮬레이션 결과를 통해서, 웹 표면 수직방향으로의 정렬오차가 있는 접압롤이 웹과 접촉한 시간부터 정렬오차를 유지하고 권취롤과 접촉한 시간까지, 그리고 권취롤과 완전히 접압되어 웹 표면 수직방향의 정렬오차가 없을 때 이후의 웹 측 방향 거동을 예측할 수 있다. 생산현장에서 접압롤이 권취롤에 균일하지 않게 접압될 때, 권취롤의 웹이 Fig. 9와 같은 측 방향 거동(Offset)을 보임을 확인하였다.

Fig. 10 ~ 13은 개발된 모델을 이용하여 웹의 측 방향거동에 대한 변수민감도(Parameter sensitivity)를 살펴보기 위한 시뮬레이션 결과이다. 시뮬레이션에 사용된 변수의 값은 Table 1과 같다.

Fig. 10은 이중 스펀 모델의 두번째 롤이 웹 표면과 수직한 방향으로 일정한 값의 정렬 오차 (θ_1)를 가질 때, 첫번째 스펀 길이 L₁과 측 방향

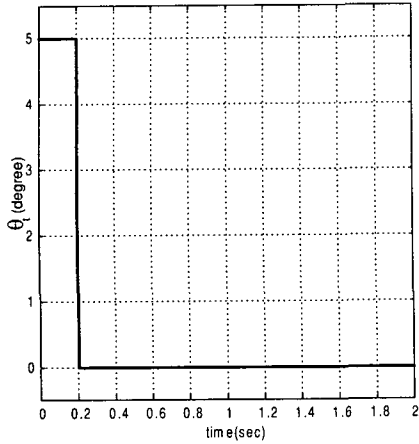


Fig. 8 Variation of θ_t

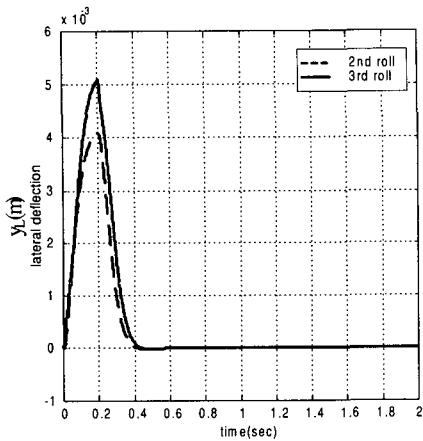


Fig. 9 Lateral dynamics of web when the mis-alignment is given as in Fig. 8

일탈과의 관계를 시뮬레이션한 결과이다. 웹 표면과 수직인 방향의 정렬 오차(θ_t)가 일정할 때, 스패ん 길이가 길어짐에 따라, 웹 축 방향 일탈이 커짐을 알 수 있다.

Fig. 11 은 Fig. 10 과 동일한 시뮬레이션 조건상에서, 축 방향 일탈을 일으키는 두번 째 롤 상의 웹에 작용하는 모멘트 M_L 과 첫번째 스패ん 길이 L_1 과의 관계를 도시한 것이다. 스패ん 끝에 작용하는 모멘트는 웹 표면과 수직인 방향의 정렬 오차(θ_t)가 일정할 때, 스패ん 길이가 길어질수록 지수적으

로 감소함을 알 수 있다. 모멘트가 감소함에도 불구하고, 스패ん 길이가 길어지면, 일탈량은 증가함을 Fig. 10 을 통해 알 수 있다. 따라서, 스패ん 길이가 웹 표면 수직방향의 정렬오차에 기인한 모멘트 보다 축 방향 웹 일탈량에 큰 영향을 끼치는 것을 알 수 있다.

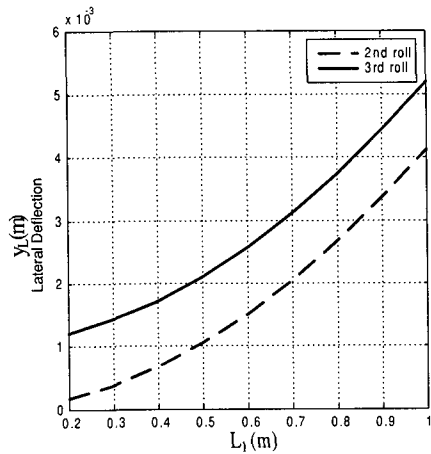


Fig. 10 Lateral deflection vs span length ($\theta_t = 5^\circ$)

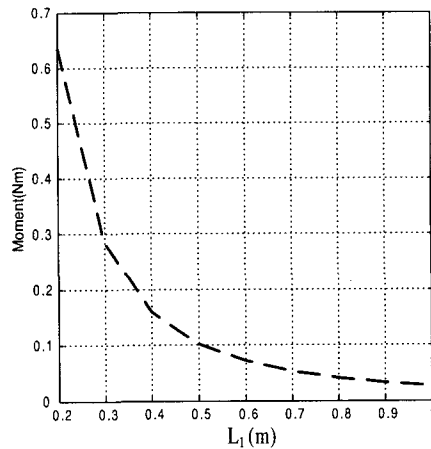


Fig. 11 Moment vs span length ($\theta_t = 5^\circ$)

Fig 12 는 웹 표면과 수직인 방향의 정렬 오차 (θ_t)가 일정할 때, 운전장력과 웹의 축 방향 일탈과의 관계를 Table 1 과 같은 조건하에서 시뮬레이션 한 것이다. Fig. 12 에서, 웹의 축 방향 일탈량은 운전장력의 변화와는 거의 무관한 것을 알 수

있다. 이것은 웹 표면과 수직인 방향의 정렬오차로 발생한 장력의 일부만이 측 방향 일탈을 일으키는 모멘트로 작용하기 때문이다.(Fig. 5 참조) 따라서, 운전장력 변화는 웹의 측 방향 거동과는 큰 관계가 없다.

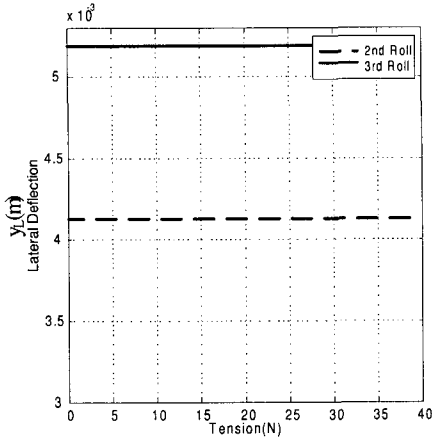


Fig. 12 Lateral deflection vs operating tension ($\theta_1 = 5^\circ$)

마지막으로, Fig. 13 은 Table 1 과 같은 조건하에서 웹 표면과 수직인 방향으로의 정렬 오차 θ_1 를 변화 시켰을 때, 측방향 웹 일탈을 도시한 것이다.

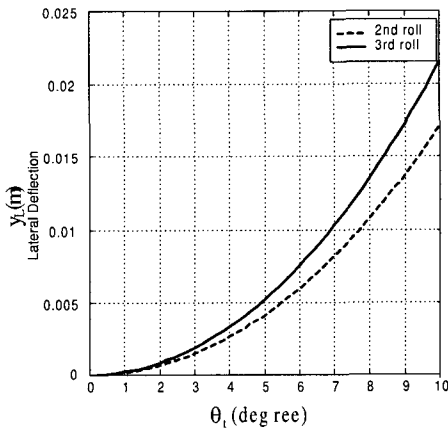


Fig. 13 Lateral deflection vs θ_1

웹의 측 방향 일탈은 웹 표면과 수직인 방향의 정렬 오차(θ_1)가 커짐에 따라 지수적으로 증가함을

알 수 있다.

Fig. 13 에서, 본 연구에서 사용한 시뮬레이션 조건하에서, θ_1 가 1°만일때는, 일탈량이 미미하지만, θ_1 가 1°를 초과할 때부터 웹의 측 방향 일탈량이 급격하게 증가함을 알 수 있다. 따라서, 웹의 측 방향 일탈을 막기 위하여, 웹 표면과 평행한 평면상의 롤 정렬뿐 아니라, 웹 표면과 수직인 방향의 롤 정렬도 정밀하게 이루어져야 한다. 또 정렬 오차 조정이 힘든 접압롤의 이송 경로나 정렬 상태에 따라 웹의 측 방향 일탈이 크게 영향 받을 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 웹 표면 수직 방향의 롤 정렬 오차로 인한 웹의 측 방향 거동특성을 연구하였다. 이 결과를 이용하여 접압롤이 권취롤에 불균일하게 접압할 때에 발생하는 권취불량(Offset) 문제를 해석할 수 있게 되었다. 또한, 롤을 웹 표면수직방향으로 조정함으로써, 웹의 측 방향 거동을 제어할 수 있는 새로운 가이드 시스템의 설계를 가능하게 하였다.

시뮬레이션을 통해, 제안된 모델의 타당성을 검증하였다. 또한, 시뮬레이션 결과를 통하여 보았을 때, 롤이 웹 표면과 수직인 방향으로 기울어진 각 θ_1 가 증가함에 따라 웹의 측 방향 일탈량이 지수적으로 증가함을 알 수 있다. 따라서, 웹의 측 방향 일탈을 막기 위하여, 웹 표면과 평행한 롤 간의 정렬뿐 아니라, 웹 표면과 수직인 방향의 롤 정렬도 정밀하게 이루어져야 한다는 것을 확인하였다. 또 정렬 오차 조정이 힘든 접압롤의 이송 경로나 정렬 상태에 따라 웹의 측 방향 일탈이 크게 영향 받을 수 있음을 알 수 있다.

기울어진 각도가 일정할 때에는, 스펠 길이가 길어짐에 따라, 측 방향 일탈을 일으키는 모멘트 M_L 은 줄어들지만, 측 방향 일탈량은 커짐을 알 수 있다. 따라서, 웹 표면과 수직인 방향의 정렬 오차로 인해 발생하는 모멘트 보다는 스펠 길이가 웹의 측 방향 일탈에 큰 영향을 끼치는 것을 알 수 있다. 운전 장력의 변화는 웹의 측 방향 일탈량과는 무관한 것을 알 수 있다

후 기

건국대학교 산업기술연구원이 본 연구 비용의 일부를 담당하여 준 것에 대하여 감사 드립니다.

참고문헌

1. Timoshenko, Stephen P., and James M. Gere, "Theory of Elastic Stability," Second Edition. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, N.Y., 1961.
2. Shelton, J. J., "Lateral Dynamics of a Moving Web," Ph. D. thesis. Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma, 1968.
3. Soong, Tsai-Chen and Li, Chun, "An elastic analysis of Multiroll Endless Web System," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control, Vol. 101, No. 4, Dec., pp. 308-313, 1979.
4. Shelton, J. J., "Guiding with with a Center or End Pivoted Steering Roller," Report to Fife Corporation, 1984.
5. Young, G. E., and Reid, K. N., "Lateral and Longitudinal Dynamic Behavior and Control of Moving Web," Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control, June, 1993.