

# CNC 공작기계의 NURBS 보간 알고리즘에 관한 연구

홍원표\*, 양민양\*

## NURBS Interpolation Algorithm for CNC Machines

Won-Pyo Hong\*, Min-Yang Yang\*

### ABSTRACT

Increasing demands on precision machining of free-form surfaces have necessitated that the tool to move not only position error as small as possible, but also with smoothly varying feedrates. This paper presents new algorithm for high precision 3D(3-dimensional) NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) interpolation in the reference-pulse technique. Based on the minimum path error strategy, interpolation algorithm was designed to follow the NURBS curve. Using this algorithm a real-time 3D NURBS interpolator was developed in software. The algorithm implemented in a PC showed promising results in interpolation error and speed performance. It is expected that this can be applied to the CNC systems for the high precision machining of complex shapes.

**Key Words** : NURBS Interpolation(NURBS 보간), Reference-Pulse Interpolator(기준 펄스 보간기), Reference-Word Interpolator(기준 워드 보간기), BLU(Basic Length Unit), Interpolation Error(보간 오차)

### 1. 서론

수치제어 방식 NC 공작기계의 등장으로 다수의 축 제어를 통한 형상 가공이 가능해졌고, CAD/CAM 시스템의 성능 향상 추구에 의해 자유곡면으로 구성된 거의 모든 형상을 수식적으로 정의할 수 있게 되었다. 그러나 일반적으로 CNC 공작기계는 직선과 원호 가공만을 지원하고, 복잡한 형상에 대한 고정밀 가공의 요구가 증가함에 따라 설계 형상을 허용 정밀도 이내의 직선으로 근사하여 가공하는 방법을 주로 사용해왔다.

이러한 기존의 방법은 직선 근사 과정시 정밀도의 저하와 CNC 공작기계를 이용한 가공시 많은 문제점들을 발생시켰다. 곡선을 미소 직선으로 표현함에 의해 가공 프로그램이 길어져 프로그램의

외부 장치에 저장하고 블록별로 가공을 수행함에 의해 일반적인 CNC 가 지닌 능력보다 빠른 전송 속도를 필요로 하게 되었다. 또한 고속 고정밀 가공의 요구가 증가함에 따라 블록(block)의 실행 시간(execution time)이 처리 시간(processing time)보다 짧아짐으로 인해 기동과 정지를 반복하여 고품질 가공을 얻을 수 없었다. 이에 대한 해결책은 허용 오차를 크게 하여 직선 선분을 길게 하는 방법과 이송속도를 저하시켜 가공 시간을 늘리는 방법 뿐이었다. 그러나 이는 각각 정밀도 및 생산성의 저하를 야기하였다<sup>(1-6)</sup>.

CNC 가 직선과 원호 이외에 다양한 곡선 형상에 대한 보간 기능을 지니게 됨에 따라 미소 직선 선분을 처리함에 따른 많은 문제들이 해결되었다. 설계한 형상 데이터를 CNC 의 가공 프로그램 형

\* 한국과학기술원 기계공학과

식으로 변환하는 작업만이 요구되었고, 곡선 형상의 보간은 CNC 에서 수행하게 되었다. 이로 인해 가공 프로그램의 크기가 작아져 프로그램 전송에 유리해졌고, 유연한(smooth) 곡선 경로에 의해 가공 시간이 향상되어 생산성이 증가하였으며, 직선 근사 과정의 생략으로 정밀도가 향상되었다(3-6).

일반적으로 보간기는 기준 펄스 보간 방식과 기준 워드 보간 방식으로 구분된다(7). 기준 펄스 곡선 보간기는 고정밀 보간이 가능하지만 보간 속도에 제한이 있어 실시간 가공의 적용에 제한이 되었다(2). 기준 워드 곡선 보간기는 고속 보간이 가능하지만 상대적으로 큰 오차를 야기한다. 최근 상용 CNC 에서 자유곡면 가공을 위한 NURBS 보간기는 기준 워드 보간 방식으로 동작기계의 각축이 보간 주기(interpolation rate) 마다 미소 직선으로 이동해야 할 지령을 생성하여 NURBS 곡선을 추종한다.

그러나, 이러한 기준 워드 보간 방식은 보간 주기의 제한으로부터 지령 이송 속도에 따라 허용 정밀도 이내로 보간을 수행할 수 없는 곡선의 곡률 반경(radius of curvature)이 존재한다. 즉, 요구되는 이송 속도와 정밀도를 동시에 만족하는 보간 지령이 생성되지 못하는 경우가 필연적으로 발생한다. 보간하려는 곡선의 일부분을 원호로 가정할 때, 이송 속도의 저하 없이 허용 정밀도 이내로 보간 가능한 최소 곡률 반경은 식(1)과 같다. 그리고, 상용 CNC 에서의 보간 주기 1[msec]와 허용 오차(tolerance) 1[μm]를 적용하면 Fig.1 과 같다. 지정된 보간 주기하에서 정밀도를 만족시키기 위해서는 이송 속도를 저하시켜야만 하고, 이러한 영향은 식(1)에서 보는 바와 같이 지령 이송 속도가 증가할수록 더욱 커진다. 따라서, 최근의 생산 시스템에서 추구하고 있는 고속 고정밀 가공의 적용 시 문제가 발생한다.

$$\rho_{\min} = \frac{\left(\frac{F \times \text{ITP}}{120}\right)^2 + \varepsilon^2}{2\varepsilon} \quad (1)$$

$\rho_{\min}$  : minimum radius of curvature [mm]

where F : feedrate [m/min]

ITP : interpolation rate [msec]

$\varepsilon$  : tolerance [mm]

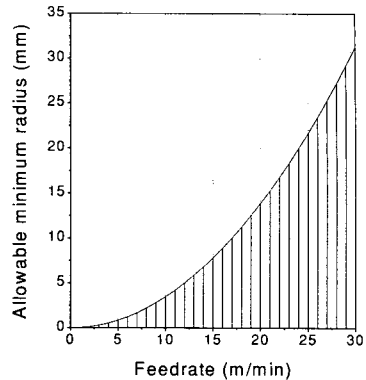


Fig. 1 Effect of feedrate on reference-word interpolators

이에 본 논문에서는 고정밀 보간에 유리한 기준 펄스 보간 방식에서 기존의 문제점들을 해결하여 동작기계의 가공 그 자체를 원활하게 하고, 가공 속도의 저하도 방지하며, 보다 매끄러운 가공 표면을 얻도록 함으로써 나아가서는 추후 공정의 삭감을 달성하는 고품위화를 추구할 수 있는 NURBS 보간 알고리즘을 제안하였다.

## 2. NURBS 곡선 모델링

3 차원 공간에서  $p$  차 NURBS 곡선은 식(2)와 같이 정의된다.  $V_i$  는 NURBS 곡선을 표현하는 조정점(control point)이고,  $w_i$  는 각 조정점이 곡선에 영향을 미치는 가중치(weight)이다.  $N_{i,p}(u)$  는 불균일한 절점 벡터(knot vector)  $U=(u_0, \dots, u_{n+p+1})$ 로 정의되는 B-스플라인 기저 함수(basis function)이다(8).

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i V_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i} \quad (2)$$

where  $C(u) = (x(u), y(u), z(u))$

B-스플라인 기저함수는 매개변수(parameter)  $u$  의 변화에 따라 각 조정점에 대응되는 기저 함수 값이 유동적으로 변할 수 있도록 정의된다. B-스플라인 기저 함수를 정의하는 많은 방법들 중 컴퓨터에의 적용에 가장 유용한 표준인 Cox 와 deBoor 의 회귀적 방법(recursive method)을 적용하면, 차수  $p$  의  $i$  번째 기저함수는 식(3)과 같다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} \cdot N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(u)$$

동일한 조정점, 가중치, 절점의 NURBS 곡선도 차수  $p$  에 따라 다른 형태의 곡선이 생성된다. 본 논문에서는 NURBS 보간을 지원하는 상용 CNC 컨트롤러에서 적용하고 있는 바와 같이 2 차 및 3 차 NURBS 곡선을 기본으로 하여 식(4)와 같이 행렬 형태로 표현함으로써 컴퓨터에의 적용 용이 및 계산의 효율성을 추구하였다<sup>(9)</sup>.

$$C^i(u) = \frac{U_q N_q^i w R_q^i}{U_q N_q^i w_q^i} \quad \text{or} \quad \frac{U_c N_c^i w R_c^i}{U_c N_c^i w_c^i} \quad (4)$$

$$u \in [0,1]$$

$$U_q = [1 \quad u \quad u^2] \quad U_c = [1 \quad u \quad u^2 \quad u^3]$$

where

$$w_q^i = [w_i \quad w_{i+1} \quad w_{i+2}]^T; \quad i = 0, \dots, n-2$$

$$w R_q^i = [w_i V_i \quad w_{i+1} V_{i+1} \quad w_{i+2} V_{i+2}]^T$$

$$w_c^i = [w_i \quad w_{i+1} \quad w_{i+2} \quad w_{i+3}]^T; \quad i = 0, \dots, n-3$$

$$w R_c^i = [w_i V_i \quad w_{i+1} V_{i+1} \quad w_{i+2} V_{i+2} \quad w_{i+3} V_{i+3}]^T$$

일반적으로 NURBS 파트 프로그램의 시작과 끝에는 곡선의 차수에 비례하여 몇 개씩 동일한 절점값이 반복된다. 이는 NURBS 곡선의 시작점과 끝점을 제어점에 일치시킴으로써 실제 가공 프로그램의 생성 및 적용을 용이하게 하기 위해서이다.

### 3.3 차원 NURBS 보간

Fig.2 와 같은 3 차원 NURBS 곡선 보간에서 보간점  $P_i$  로부터 다음 보간점  $P_{i+1}$  로의 이동은 보간 알고리즘을 통해 생성되는 단계 이동  $dP$  에 의해 야기된다. 이러한 단계 이동  $dP$  는 식(5)와 같이  $X, Y, Z$  각 축으로의 한 단계 이동에 관한 정보를 포함한다.  $dX, dY, dZ$  는 각각  $-1, 0, +1$  의 값을 가질 수 있으며 이는 음의 한단계 이동, 무이동(no motion), 양의 한단계 이동을 나타낸다<sup>(2)</sup>.

$$dP = [dX, dY, dZ] \quad (5)$$

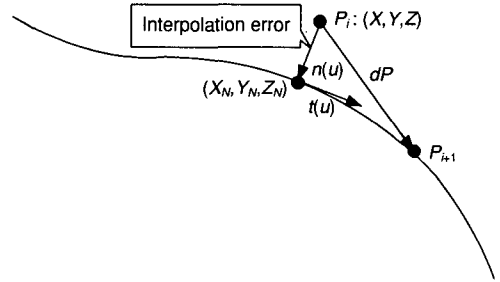


Fig. 2 3D NURBS interpolation

각 축으로의 이동방향은 NURBS 곡선상에서의 1 차 미분값 즉, 접선 벡터(tangent vector)  $t(u)=(x'(u), y'(u), z'(u))$ 에 의해 식(6)과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} \text{If } x' > 0, & \quad dX = +1 \text{ BLU} \\ \text{If } x' = 0, & \quad dX = 0 \text{ BLU} \\ \text{If } x' < 0, & \quad dX = -1 \text{ BLU} \\ \text{If } y' > 0, & \quad dY = +1 \text{ BLU} \\ \text{If } y' = 0, & \quad dY = 0 \text{ BLU} \\ \text{If } y' < 0, & \quad dY = -1 \text{ BLU} \\ \text{If } z' > 0, & \quad dZ = +1 \text{ BLU} \\ \text{If } z' = 0, & \quad dZ = 0 \text{ BLU} \\ \text{If } z' < 0, & \quad dZ = -1 \text{ BLU} \end{aligned} \quad (6)$$

이로부터 3 차원 공간상에서 보간점  $(X,Y,Z)$ 에서 다음 보간점으로 가능한 단계 이동은 식(7)의 7 가지가 된다. 즉, 보간 알고리즘에 의해 7 가지 단계 이동 중 한가지를 계속하여 선택함으로써 원하는 곡선의 보간을 수행할 수 있다<sup>(2)</sup>.

$$\begin{aligned} & (X + dX, Y, Z) \\ & (X, Y + dY, Z) \\ & (X, Y, Z + dZ) \\ & (X + dX, Y + dY, Z) \\ & (X + dX, Y, Z + dZ) \\ & (X, Y + dY, Z + dZ) \\ & (X + dX, Y + dY, Z + dZ) \end{aligned} \quad (7)$$

NURBS 곡선은 조정점, 절점, 가중치의 3 가지 요소로 형성된다. NURBS 보간을 지원하는 상용 CNC 컨트롤러에서 입력 데이터의 형식에는 차이가 있지만, 조정점과 절점과 가중치를 입력 내용으로 하는 것은 동일하다<sup>(3,5)</sup>. 본 연구의 3 차원 NURBS 보간 알고리즘은 전체 5 단계로 Fig.3 과

같이 설계하였다. 보간 알고리즘에의 입력은 상용 NURBS 보간 지령 형식으로 하였고, 출력은 각 축으로의 최소 이동(BLU) 여부로 하였다.

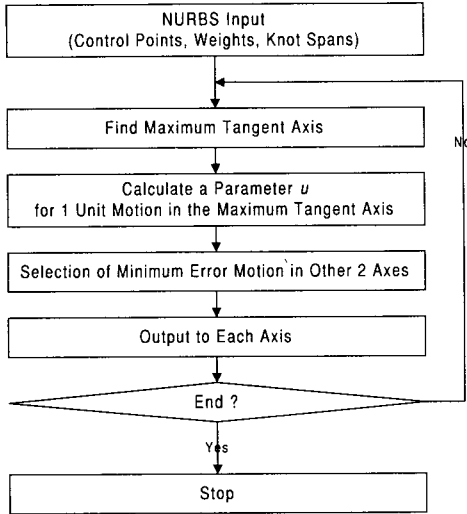


Fig. 3 Flowchart of 3D NURBS interpolation algorithm

NURBS 가공 프로그램 입력 이후 보간의 1 단계에서는 현재 보간하려는 위치에서 1 차 미분값 즉, 접선 벡터의 크기가 가장 큰 축을 주축(master axis)으로 선택하도록 하였다. 이는 곡선 상의 한 점에서 1 차 미분값이 가장 크다는 것이 그 축으로의 이동이 반드시 있어야 함을 의미하기 때문이다. 이러한 주축의 선택을 통해 앞에서 기술한 7 가지 기본 이동 중에서 주축의 이동을 포함하고 있는 4 가지로 압축하였다. 이때 1 차 미분값은 크기의 비교만이 요구되기 때문에 식(4)의 미분식을 변형한 식(8)을 이용함으로써 계산 시간을 단축하였다.  $p$  는 NURBS 곡선의 차수이며, 각 항은 식(4)에 나타난 바와 같다. 계산된 미분값은 각 축에서의 이동 방향에 따라 음의 부호를 지닐 수 있기 때문에 절대값(absolute value)으로 크기를 비교하였다.

$$(\bar{C}^i(u))' = U_p' N_p^i w R_p^i - C^i(u) \cdot U_p' N_p^i w_p^i \quad (8)$$

2 단계에서는 선택된 주축으로의 한 단계 이동에 따른 매개변수를 계산하였다. NURBS 곡선은 식(4)와 같이 매개변수의 고차항을 포함하여 정의

된다. 이로 인해 좌표값으로부터 매개변수를 수치적으로 간단하게 정리할 수 없고, 기존 연구들(2,9)에서는 주로 Newton-Rapson 과 같은 수치 해석적인 방법을 사용하였다. 그러나, 이러한 수치 해석 방법은 매개변수 값이 수렴하기까지 몇 번의 반복 계산을 수행해야 하기 때문에 많은 시간이 소요된다. 이에 본 알고리즘에서는 1 단계에서 선택된 주축의 한 단계 이동이 계속적으로 생성됨을 이용하여, 반복 계산 없이 식(9)와 같이 근사를 통해 계산하였다. 즉, 1 단계에서 구한 주축의 1 차 미분값과 이전의 매개변수 값으로부터 새로운 매개변수를 계산하였다. 계산시 주축의 이동 방향에 따라 증분치(increments)의 부호를 다르게 하였다. 이때 NURBS 곡선은 식(4)에서 보는 바와 같이 곡선의 차수  $p$  보다 하나 많은  $p+1$  개의 조정점 만으로 곡선 요소들(curve segments)이 형성되는데, 그 곡선 요소마다 매개변수를 0 에서 새로 시작하도록 함으로써 근사에 의한 오차의 누적 발생을 제한하였다.

$$u_{new} \approx u_{previous} - \frac{C^i(u_{previous}) - C_{new}}{(C^i(u_{previous}))'} \quad (9)$$

$$= u_{previous} - \frac{\mp BLU}{(C^i(u_{previous}))'}$$

3 단계에서는 주축으로의 한 단계 이동에 따른 나머지 두 축으로의 이동 여부를 결정하였다. 2 단계에서 계산된 매개변수 값  $u_{new}$  로부터 주축 이외의 각 축 방향으로 실제 NURBS 곡선과의 오차가 최소가 되는 이동을 선택하였다. 즉, 식(10)과 같이 식(9)에서 새로 계산된 매개변수 값에서의 좌표를 비교함으로써 주축을 제외한 나머지 두 축 방향으로의 오차가 각각 최대 0.5 BLU 가 되도록 하였다. 식(10)의 계산시 주축에서와 마찬가지로 각 축의 이동 방향에 따라 증분치의 부호를 다르게 하였다. 이 단계를 통해 1 단계에서 주축의 이동을 포함하는 4 가지로 압축되었던 기본 이동은 최종 1 가지로 결정된다.

$$C_{new} = \begin{cases} C_{previous} \pm BLU, & \text{if } |C^i(u_{new}) - C_{previous}| \geq 0.5BLU \\ C_{previous}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

4 단계에서는 결정된 각 축으로의 이동을 동시에 생성하도록 함으로써 동시 3 차원 NURBS 보간이 이루어지도록 하였다. 즉, 1 단계에서 결정된 주축의 이동에 3 단계에서 결정된 나머지 두 축의 이동을 동기(synchronization)시켰다. 이때 각 축으로의 이동 방향(양 또는 음)은 1 단계의 식(8)에서 구한 1 차 미분값의 부호로부터 결정된다.

5 단계에서는 곡선의 최종점과 비교를 통해 보간의 종료를 판단하도록 하였다. 전체 NURBS 곡선 중 곡선의 차수  $p$  보다 하나 많은  $p+1$  개의 조정점만으로 형성되는 각 곡선 요소들의 매개변수가 식(4)에서 보는 바와 같이 0 과 1 사이에서 변화하므로 각 곡선 요소에 대한 보간의 종료는 매개변수의 최종값 1 과 비교함으로써 얻도록 하였다. 그리고, 최종 NURBS 곡선 요소에 대한 보간 종료로부터 전체 NURBS 보간을 마치도록 하였다.

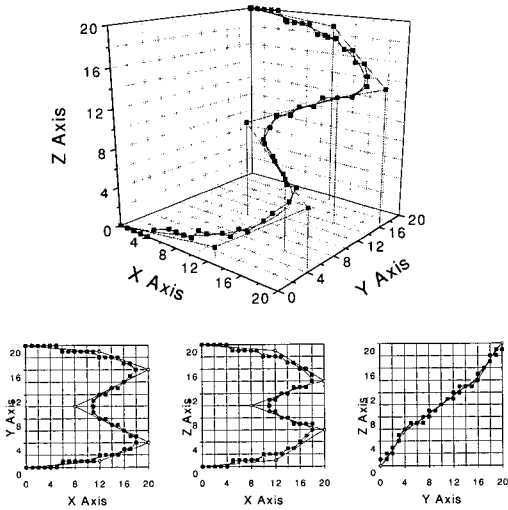


Fig. 4 Example of 3D NURBS interpolation

Fig.4 는 본 연구의 3 차원 NURBS 보간 알고리즘을 적용한 결과이다. 보간 결과를 쉽게 확인할 수 있도록 단위 이동량을 크게 하였으며, NURBS 곡선의 조정점과 이의 X-Y 평면에 대한 투영선을 보간 결과와 같이 도시하였다. 또한 X-Y, Y-Z, X-Z 평면상에서의 보간 결과를 각각 도시하였다. 지령으로 주어진 3 차원 NURBS 곡선과 비교하여 한 단계(1BLU) 이내로 보간이 생성되었음을 확인할 수 있다.

## 4. 결과

### 4.1 보간 정밀도

3 차원 NURBS 보간시 보간 오차는 Fig.2 와 같이 보간점  $(X,Y,Z)$ 와 이에 대응하는 NURBS 곡선 위의 점  $(X_N, Y_N, Z_N)$  사이의 수직 거리로 정의할 수 있다. 이때 점  $(X_N, Y_N, Z_N)$ 에서는 법선 벡터(normal vector)  $n(u)$ 와 접선 벡터  $t(u)$ 가 서로 수직하므로 식(11)을 만족시키고, 법선 벡터는 보간점  $(X,Y,Z)$ 를 반드시 통과한다. 곡선 위 임의의 좌표를  $(x(u), y(u), z(u))$ 라 할 때, 곡선 위의 점  $(X_N, Y_N, Z_N)$ 는 식(11)과 식(12)를 이용하여 구할 수 있다<sup>(2)</sup>.

$$n(u) \cdot t(u) = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} n(u) &= [X - x(u), Y - y(u), Z - z(u)] \\ t(u) &= [x'(u), y'(u), z'(u)] \end{aligned} \quad (12)$$

식(11)을 만족시키는 점  $(x,y,z)$ 에서의 매개변수  $u$  는 Newton-Rapson 방식을 이용하여 식(13)과 같이 계산하였고, 식(4)로부터 NURBS 곡선 위의 점  $(X_N, Y_N, Z_N)$ 의 좌표를 구하였다.

$$u_{i+1} = u_i - \quad (13)$$

$$\frac{(X - x_i)x'_i + (Y - y_i)y'_i + (Z - z_i)z'_i}{(X - x_i)x_i'' + (Y - y_i)y_i'' + (Z - z_i)z_i'' - (x_i')^2 - (y_i')^2 - (z_i')^2}$$

where  $x_i = x(u_i)$ ,  $y_i = y(u_i)$ ,  $z_i = z(u_i)$

그리고, 보간점  $(X,Y,Z)$ 와 대응하는 NURBS 곡선 위의 점  $(X_N, Y_N, Z_N)$  사이의 수직 거리, 즉, 보간 오차는 식(14)로부터 계산하였다.

$$\begin{aligned} \text{Interpolation error} \\ = \sqrt{(X - X_N)^2 + (Y - Y_N)^2 + (Z - Z_N)^2} \end{aligned} \quad (14)$$

여러 가지 2 차원 및 3 차원 NURBS 곡선 보간에의 적용 결과, 본 연구의 NURBS 보간 알고리즘에서 발생할 수 있는 최대 보간 오차는 2 차원 곡선의 경우에는 0.5BLU, 3 차원 곡선의 경우에는 0.707BLU 임을 확인하였다. 이는 NURBS 보간 알고리즘의 제 3 단계에서(Fig.3) 각 축 방향으로의 최대 오차를 0.5BLU 로 제한함에 의한 것으로 예측값과 일치함을 알 수 있다.

## 4.2 보간 속도

기준 펄스 방식 보간기는 보간 계산 시간에 의해 구현할 수 있는 최대 보간 속도에 제한이 있다. 이에 본 연구의 3 차원 NURBS 보간기의 최대 보간 속도를 평가하였다. 보간기의 구현은 Intel Pentium III 500MHz 환경하에서 C 언어로 하였고, 이의 결과는 Table 1 과 같다.

속도는 NURBS 곡선 지령에 따라 보간을 수행하는데 소요되는 총 시간을 이용하여 단위 시간당 생성되는 단계 이동의 수(step/ $\mu$ sec) 및 한 단계 이동의 계산시 요구되는 시간( $\mu$ sec/step)으로 평가하였다. 그리고, 이를 근래의 일반적인 공작기계 사양(1BLU=1 $\mu$ m)을 고려하여 가공 이송 속도인 [m/min]으로 환산하였다.

Table 1 Allowable maximum interpolation speed

	NURBS
Iteration speed [steps/msec]	159
Iteration time [ $\mu$ sec/step]	6.28
Feedrate [m/min]	9.55

3 차원 NURBS 보간은 고차 NURBS 곡선의 1 차 미분값을 이용하기 때문에 그 계산 과정이 매우 복잡해 보이지만, 본 연구의 알고리즘에서는 시간이 많이 소요되는 수치 해석적인 축차 근사법(iteration method)을 사용하지 않기 때문에 생산 현장에서의 요구 사항인 복잡한 형상의 고정밀 가공에 타당함을 확인할 수 있었다.

## 5. 결론

본 연구에서는 3 축 CNC 공작기계에서 미소 직선을 이용한 자유곡면의 형상 가공에 많은 문제점이 있고, 기존의 기준 펄스 곡선 보간기도 보간 속도에 제한이 있어 실제 가공에 무리가 있으며, 최근 상용 CNC 컨트롤러의 NURBS 보간도 그 적용에 제한이 있음에 기초하여 고정밀 가공을 위한 효율적인 실시간 기준 펄스 방식 3 차원 NURBS 보간 알고리즘을 개발하였다.

3 차원 NURBS 곡선 자체를 근사 과정 없이 허용 정밀도 이내로 생성할 수 있는 보간 알고리즘으로부터 PC 를 이용한 보간기의 구현을 통해 실시간으로 자유 곡면 형상의 고정밀 가공을 가능

하게 하였다. 보간기의 평가를 통해 개발한 3 차원 NURBS 보간 알고리즘이 공작기계의 기본 이동 단위인 1BLU 의 오차 이내에서 타당한 속도로 구현됨을 검증하였고, 이를 이용한 3 차원 고정밀 가공이 가능함을 확인하였다.

최근 PC 성능의 지속적인 발전 속도를 고려할 때, 본 연구의 NURBS 보간 알고리즘을 이용한 고속 고정밀 가공에의 적용이 기대된다.

## 참고문헌

1. Chou, J. J. and Yang, D. C. H., "Command Generation for Three-Axis CNC Machining," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 113, August, pp. 305-310, 1991.
2. Kiritsis, D., "High Precision Interpolation Algorithm for 3D Parametric Curve Generation," Computer-Aided Design, Vol. 26, No. 11, pp. 850-856, 1994.
3. Scherer, J., "High Speed, High-Precision Machining with NURBS Interpolation," 2nd International Machining & Grinding Conference, September, Michigan, pp. 707-716, 1997.
4. Bates, C. A., "Some Well-Defined Curves," American Machinist, November, pp. 51-54, 1997.
5. Hasenjaeger, B., "NURBS, CAD/CAM, CNC: Who's in Charge?," Integrated Manufacturing Solutions, March, pp. 18-19, 1999.
6. Wallace, J., "NURBS in a Nutshell," Manufacturing Engineering, October, pp. 92-98, 1997.
7. Koren, Y., "Computer Control of Manufacturing Systems," McGraw-Hill, 1983.
8. Piegl, L. and Tiller, W., "The NURBS Book," Springer, 1995.
9. Choi, B. K., "Surface Modeling for CAD/CAM," Elsevier, 1991.
10. Yang, M. Y., Hong, W. P., and Choi, J. Y., "New Interpolation Algorithm for Retrofitted NC," 3rd International Conference on Manufacturing Technology, Hong Kong, pp. 362-367, 1995.