

가상확장 어레이를 이용한 공간스펙트럼의 분해능 향상

Resolution Enhancement of Spatial Spectrum by a Virtually Expanded Array

金永受* · 金榮洙**

Young-Su Kim · Young-Soo Kim

요 약

본 논문에서는 임의 배열 안테나에 입사하는 다중 협대역 인코히런트 신호를 분리 추정하기 위한 분해능 향상 알고리즘을 제안한다. 도래각 추정 알고리즘의 분해능은 배열 안테나 개구면의 크기에 좌우되므로 분해능을 좋게 하기 위해서는 개구면을 크게 해야 한다. 그러나 실환경하에서 배열 안테나의 개구면 크기를 증가시키는 것은 비 실용적이므로 배열 안테나의 센서간격을 가상적으로 확장시킴으로서 개구면의 크기를 증가시키고 적절한 변환 행렬을 사용하여 이 가상 배열 안테나의 스티어링 행렬을 구하는 방안을 제시한다. 시뮬레이션을 통하여 비교분석한 결과 등간격 협대역 인코히런트 신호가 원형배열 안테나에 입사되었을 경우에 제안된 방법이 표준 MUSIC보다 뛰어난 분해성능을 보여주었다.

Abstract

In this paper, we propose a resolution enhancement method for estimating direction-of-arrival (DOA) of narrowband incoherent signals incident on a general array. The resolution of DOA algorithm is dependent on the aperture size of antenna array. But it is very impractical to increase the physical size of antenna array in real environment. Therefore we propose the method that increases the aperture size by virtually expanding the sensor spacing of original antenna array and then construct the steering matrix of the virtual array using the proper transformation matrix. Superior resolution capabilities achieved with this method are shown by simulation results in comparison with the standard MUSIC for incoherent signals incident on a uniform circular array.

I. 서 론

DOA알고리즘의 분해능은 배열 안테나의 개구면 크기, 센서수, snapshot수에 좌우된다^[1]. 그리고 배열 안테나 유효 개구면의 크기는 입사신호의 파장에 의해 결정된다. 즉 실환경하에서 유효 개구면의 크기는 입사신호의 주파수가 커지면 그에 따라 커지고, 주파수가 작아지면 유효개구면도 작아지게 된

다. 따라서 분해능을 높이기 위해서는 개구면을 크게 하는 것이 필요하다. 그러나 실환경하에서 배열 안테나의 크기를 증가시키는 것은 배열 안테나 설치장소의 확보, 강풍에 견딜 수 있는 기계적인 구조 등의 기술적, 경제적인 측면을 고려할 때 바람직한 방법이 아니다.

따라서 이와 같은 어려운 점을 해결할 수 있도록 하기 위해서, 다중 협대역 인코히런트 신호가 임의

*한국전자통신연구원 무선방송기술연구소(Radio & Broadcasting Technology Lab., ETRI)

**경희대학교 전자정보학부(School of Electronics & Information, Kyung Hee University)

· 논문 번호 : 20000802-091

· 수정완료일자 : 2000년 9월 18일

배열 안테나에 입사될 경우에 실제로 배열 안테나의 개구면 크기를 증가시키지 않고 이를 가상적으로 확장함으로써 도래각 추정 알고리즘의 분해능을 향상시킬 수 있는 새로운 방안을 제안한다.

본 제안 방식은 기존의 도래각 추정 알고리즘과 결합하여 알고리즘의 분해성능을 향상시킬 수 있으며, 어떤 형태의 기하학적인 구조를 가진 배열 안테나에도 적용할 수 있는 특징을 갖고 있다.

II. 신호 모델

본절에서는 배열 신호처리에서 자주 사용되는 신호 모델과 공분산 행렬에 대해서 간단히 살펴본다.

3차원 공간상의 센서 위치벡터인 z_1, z_2, \dots, z_M 에 놓여 있는 M 개의 동일한 등방성 센서로 구성된 배열 안테나로 k_1, k_2, \dots, k_N 의 방향을 가진 N 개의 협대역 신호가 입사된다고 가정하자. 그러면 m 번째 센서에서 수신된 신호는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_m(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t) e^{j\{\omega_0 x_n^T z_m / c + \theta_n\}} + \eta_m(t) \quad (1)$$

여기에서 $s_n(t)$ 는 n 번째 신호의 포락선, c 는 신호의 전파속도, ω_0 는 신호의 중심 주파수, θ_n 는 n 번째 신호의 랜덤위상, $\eta_m(t)$ 는 m 번째 센서의 부가성 잡음, θ 는 방위각, ϕ 는 양각, T 는 전치행렬 연산자이다. 식 (1)을 벡터 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$x(t) = A(N)s(t) + \eta(t) \quad (2)$$

여기에서 $x(t), A(k), s(t), \eta(t)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \in C^M \quad (3)$$

$$A(N) = [a(N_1), a(N_2), \dots, a(N_N)] \in C^{M \times N} \quad (4)$$

$$a(N_n) = [e^{j\omega_0 N_n^T z_1 / c}, e^{j\omega_0 N_n^T z_2 / c}, \dots, e^{j\omega_0 N_n^T z_M / c}]^T \quad (5)$$

$$s(t) = [s_1(t)e^{j\theta_1}, s_1(t)e^{j\theta_2}, \dots, s_N(t)e^{j\theta_N}]^T \quad (6)$$

$$\eta(t) = [\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_M(t)]^T \in C^M \quad (7)$$

여기에서 행렬 $A(k)$ 는 $M \times N$ 스티어링 행렬로서 각 열은 스티어링 벡터 $a(k_N)$ 로 이루어져 있

며 이들은 서로 선형독립인 관계를 갖고 있다.

앞으로 전개할 이론적인 분석에서 신호와 잡음은 다음과 같은 조건을 만족한다고 가정한다.

- 신호와 부가성 잡음은 평균이 0인 W.S.S. (wide-Sense Stationary)이며 서로 상호상관이 0인 에르고딕 복소 가우시안 랜덤과정이다.

신호의 공간 공분산 행렬은 입사신호의 갯수와 도래각을 추정하는데 유용하게 사용되며, 다음과 같이 정의한다.

$$R_x = E\{x(t)x(t)^H\} \quad (8)$$

여기에서 E 는 기대값을, H 는 복소 전치행렬 연산자를 나타낸다.

식 (2)와 식 (8)에서 공간 공분산 행렬 R_x 는 다음과 같다.

$$R_x = A(N)R_s A(N)^H + \sigma^2 R_\eta \quad (9)$$

여기에서 $N \times N$ 신호 공분산 행렬 R_s 와 $M \times M$ 잡음 공분산 행렬 R_η 는 다음과 같다.

$$R_s = E\{s(t)s(t)^H\} \quad (10)$$

$$\sigma^2 R_\eta = E\{\eta(t)\eta(t)^H\} \quad (11)$$

III. 배열 안테나의 가상확장

도래각 추정 알고리즘의 분해능 성능을 향상시키기 위해 그림 1에 나타난 바와 같이 배열 안테나의 크기를 가상적으로 h 배 확장시켜서 안테나의 유효 개구면을 증가시킨다. 가상적으로 확장된 배열 안테나의 m 번째 센서의 위치벡터는 z_m 에서 hz_m 으로 변경되므로 식 (5)에서 확장된 배열 안테나의 스티어링 벡터 $b(N_n, h)$ 는 신호의 방향벡터 k 와 h 의 함수로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$b(N_n, h) = [e^{j\omega_0 h N_n^T z_1 / c}, [e^{j\omega_0 h N_n^T z_2 / c}, \dots, [e^{j\omega_0 h N_n^T z_M / c}]^T \quad (12)$$

여기에서 h 는 배열 안테나의 확장 배율을 나타내는 확장계수로서 1 이상의 값을 갖는 실수이다. 이와 같이 구한 스티어링 벡터로부터 확장 배열

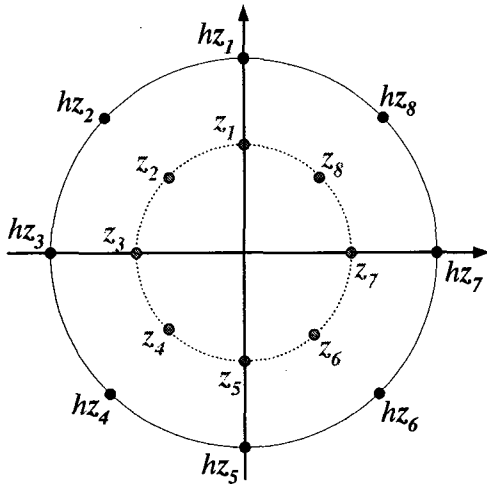


그림 1. 배열 안테나의 가상확장
Fig. 1. Virtual expansion of antenna array.

안테나의 스티어링 행렬을 구하면 다음과 같다.

$$B(\mathbf{x}, h) = [b(\mathbf{x}_1, h), b(\mathbf{x}_2, h), \dots, b(\mathbf{x}_N, h)] \in \mathbb{C}^{M \times N} \quad (13)$$

여기에서 $b(k_n, h)$ 는 n 번째 입사 신호에 대응되는 확장된 배열 안테나의 스티어링 벡터이다. 만일 확장계수 h 가 1이면, $B(k, h)$ 는 확장되기 이전의 스티어링 행렬 $A(k)$ 와 동일하다.

따라서 확장 배열 안테나에서 출력되는 신호 벡터 $y(t)$ 는 식 (2)와 마찬가지로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$y(t) = B(k, h)s(t) + \eta_B(t) \quad (14)$$

여기에서 $\eta_B(t)$ 는 확장 배열 안테나의 잡음 벡터이다.

스티어링 행렬 $A(k)$ 로부터 확장 배열 안테나의 스티어링 행렬 $B(k, h)$ 를 구하기 위해서 변환행렬 $T(k, h)$ 를 도입하자. 행렬 $A(k)$ 와 $B(k, h)$ 의 차수가 N 이면, 다음과 같은 $M \times M$ 변환행렬 $T(k, h)$ 가 존재한다^[3].

$$B(k, h) = T(k, h)A(k) \quad (15)$$

식 (15)에서 확장 배열 안테나의 출력 $y(t)$ 의 공분산 행렬 R_y 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R_y = T(k, h)R_x T(k, h)^H \quad (16)$$

지금까지의 논의에서 우리는 k 가 신호의 실제 입사각과 같다고 가정했다. 그러나 k 는 모르는 값이기 때문에 실제 상황에서는 이값을 추정해서 사용해야 한다. Wang과 Kaveh는 이 k 값을 구하기 위한 전처리 기법을 제안하였고^[3], 본 논문에서도 이와 동일한 방식을 사용하였다. 이때 전처리 기법으로 추정된 신호의 입사각 $\{\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2, \dots, \hat{\mathbf{x}}_M\}$ 은 실제 신호 입사각의 근처에 있다고 가정한다.

식 (15)의 변환행렬 $T(k, h)$ 를 추정하기 위해서, 크기가 $M \times M$ 인 수정된 스티어링 행렬 $\tilde{B}(\mathbf{x}, h)$ 와 $\tilde{A}(\mathbf{x})$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{B}(\mathbf{x}, h) = [b(\hat{\mathbf{x}}_1, h), b(\hat{\mathbf{x}}_2, h), \dots, b(\hat{\mathbf{x}}_M, h)] \quad (17)$$

$$\tilde{A}(\mathbf{x}) = [a(\hat{\mathbf{x}}_1), a(\hat{\mathbf{x}}_2), \dots, a(\hat{\mathbf{x}}_M)] \quad (18)$$

적절한 변환행렬을 구하는 것은 본 논문에서 제안한 알고리즘이 효과적으로 동작하는데 매우 중요한 역할을 한다. 변환행렬을 구하기 위해서 오차행렬 E 를 다음과 같이 정의하자.

$$E = \tilde{B}(\mathbf{x}, h) - T(\mathbf{x}, h)\tilde{A}(\mathbf{x}) \quad (19)$$

윗 식에서 정의한 오차행렬의 크기가 최소가 되도록, 즉 이 오차행렬의 Frobenius norm을 최소로 만드는 최적인 변환행렬 $T(k, h)$ 를 구할 수 있다. 수학적으로 이러한 최소제곱 문제는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\min_{T(\mathbf{x}, h)} \|E\|_F \quad (20)$$

여기에서 $\|\cdot\|_F$ 는 행렬의 Frobenius norm을 나타낸다.

식 (20)을 만족하는 변환행렬 $T(k, h)$ 은 두가지 종류를 고려할 수 있는데 첫째는 비직교 행렬이고, 둘째는 직교 행렬이다. 만일 우리가 이 최소화 문제의 해로서 비직교 행렬을 선택한다면 $T(k, h)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Method I: } T(\mathbf{x}, h) = \tilde{B}(\mathbf{x}, h)\tilde{A}(\mathbf{x})^\# \quad (21)$$

여기에서 $\tilde{A}(\mathbf{x})^\#$ 는 행렬 $\tilde{A}(\mathbf{x})$ 의 의역(pse-

udo-inverse)을 나타낸다^[4]. 식 (20)에 나타난 최소제곱 문제의 해인 식 (21)은 매우 잘 알려져 있으며 여러 분야에서 이용되고 있다. 본 논문에서는 식 (21)의 방법으로 변환행렬 $T(k, h)$ 을 구하고 이로부터 식 (16)의 공분산 행렬을 구하는 방법을 제안방식 I이라고 부른다.

우리가 오차행렬 E 를 최소화하는 변환행렬 $T(k, h)$ 를 직교 행렬로 선택하면, $T(k, h)$ 는 행렬의 크기를 변화시키지 않기 때문에 다음과 같은 등식이 성립한다.

$$\|T(\kappa, h)\tilde{A}(\kappa)\|_F = \|\tilde{B}(\kappa, h)\|_F \quad (22)$$

윗 식과 같은 특징을 갖는 식 (20)의 해 $T(k, h)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다^[4].

$$\text{Method II: } T(k, h) = VU^H \quad (23)$$

여기에서 직교 행렬 U 와 V 는 $\tilde{A}(\kappa)\tilde{B}(\kappa, h)^H$ 의 특이값 분해(singular value decomposition)로서 다음과 같다^[4].

$$\tilde{A}(\kappa)\tilde{B}(\kappa, h)^H = U\sum V^H \quad (24)$$

식 (23)의 방법으로 변환행렬 $T(k, h)$ 을 구하고 이로부터 식 (16)의 공분산 행렬을 구하는 방법을 본 논문에서는 제안방식 II라고 부른다.

IV. 시뮬레이션 결과

제안 알고리즘이 근접한 각도로 입사하는 두 평면파를 분해하는 성능을 알아보기 위해서, 센서수가 $M=8$ 인 등간격 원형배열 안테나에 두 협대역 인코히런트 신호가 입사하는 경우에 대해서 컴퓨터 시뮬레이션을 행하였다.

컴퓨터 시뮬레이션에 사용한 배열 안테나의 반지름은 0.5λ 이고, 두 평면파의 입사 방위각은 각각 $\theta_1 = -5^\circ$ 와 $\theta_2 = 5^\circ$ 로 하였고 양각은 모두 0° 로 하였으며 두 입사신호의 전력은 동일하다. 각 센서에 유기되는 잡음은 복소 부가성 백색 가우시안 과정이며 동일한 분산을 갖고 입사신호와 통계적으로 독립이다. 그리고 한 센서에 유기되는 잡음의 분산은 SNR(signal to noise ratio)이 10 dB가 되도록 하였다. 제안방식 I과 II에 적용한 입사각 초기 추정

치는 $\{-6.0^\circ, -4.5^\circ, -3.0^\circ, -1.5^\circ, 0.0^\circ, 1.5^\circ, 3.0^\circ, 4.5^\circ\}$ 로 선택하였고, 배열 안테나 확장계수는 $h=5$ 로 하였다. 여기에서 초기치를 선정한 방법은 MUSIC 알고리즘을 이용한 전처리 과정을 통하여 0.0° 를 선택한 다음 1.5° 간격으로 센서 갯수만큼 선정하였다.

제안 알고리즘의 통계적인 공간 스펙트럼 특성을 간단히 살펴보기 위해서 신호대 잡음비가 10 dB인 경우에 10번의 독립시행을 행하여 MUSIC 알고리즘을 적용하여 구한 공간스펙트럼을 그림 2에 나타내었다. 그림 2에서 알 수 있는 바와 같이 배열 안테나의 크기를 확장하지 않은 경우, 즉 $h=1$ 일 때는 두 입사신호를 모두 분해하지 못하는 것을 알 수 있다. 그러나 제안방식 I과 II는 두 신호를 모두 분리함을 알 수 있다.

제안 알고리즘의 분해성능은 확장계수 h 에 좌우되므로, 제안 알고리즘의 통계적인 분해성능이 우수함을 보이기 위해서, 확장계수 h 를 변화시키면서 제안 방식과 기존 방식의 분해성능을 비교 분석하였다. 여기에서 수행된 모든 통계적 분석결과는 500번의 독립시행을 거쳐 각 시행마다 공분산 행렬 추정치를 계산하여 입사신호의 도래각을 추정하였다.

컴퓨터 시뮬레이션에 사용한 등간격 원형 배열 안테나의 반지름은 0.5λ 이다. 그리고 두 입사신호는 협대역 인코히런트 신호로서 입사 방위각은 각각 0° 와 5° 이고 양각은 모두 0° 이며 두 입사신호의 전력은 같다. 제안방식 I과 II에 적용한 입사각 초기 추정치는 $\{-3.5^\circ, -2.0^\circ, -0.5^\circ, 1.0^\circ, 2.5^\circ, 4.0^\circ, 5.5^\circ, 7.0^\circ\}$ 로 선정하였다. 그리고 본 시뮬레이션에서 사용한 분해능 확률은, 한 신호의 도래각 추정치가 구간 $[0^\circ \sim 2.0^\circ, 0^\circ + 2.0^\circ]$ 에 존재하고 다른 한 신호의 도래각 추정치는 구간 $[5^\circ \sim 2.0^\circ, 5^\circ + 2.0^\circ]$ 에 존재할 확률로서 정의하였다.

그림 3은 확장계수 h 의 변화에 따른 제안 방식의 분해능 확률을 나타낸 그래프이다. 그림 3에서 $h=1$ 인 경우는 배열 안테나가 확장되지 않은 경우로서 표준 MUSIC의 분해능 확률을 나타내며, 표준 MUSIC의 분해능 확률은 0임을 알 수 있다. 그림에서 확장계수 h 가 증가하면 분해능 확률이 증가하지만, 어느 한계를 넘어서면 분해능 확률이 오히려 감소하는 것을 알 수 있다. 이와 같은 현상이 나타

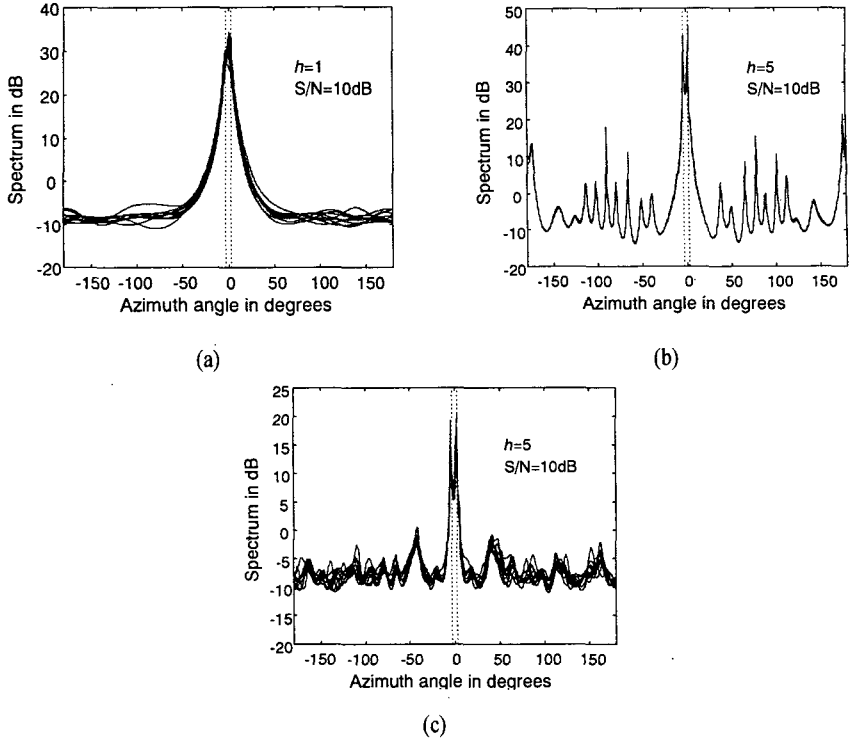


그림 2. -5° 와 5° 로 입사한 두 인코히런트 신호에 대한 제안 알고리즘의 공간스펙트럼

- (a) 확장하지 않은 배열 안테나의 MUSIC스펙트럼($h=1$)
- (b) 제안방식 I의 MUSIC스펙트럼($h=5$)
- (c) 제안방식 II의 MUSIC스펙트럼($h=5$)

Fig. 2. Ten statistically independent superimposed bearing estimates for two incoherent plane waves at azimuth angles of -5° and 5° .

- (a) MUSIC without virtual expansion of array ($h=1$)
- (b) Proposed method I with MUSIC ($h=5$)
- (c) Proposed method II with MUSIC ($h=5$)

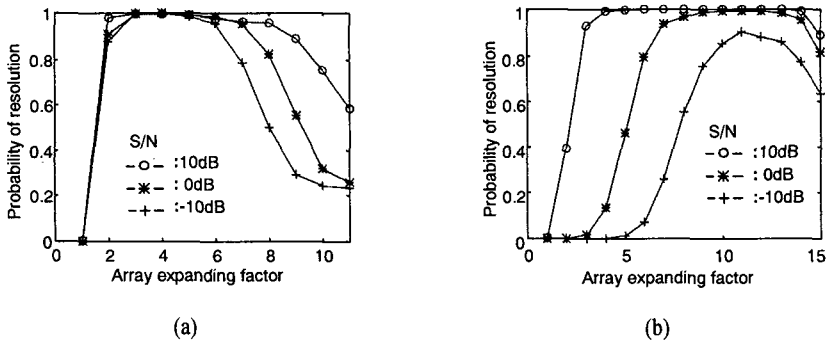


그림 3. 제안방법의 배열 확장 계수에 따른 도래각 분리 추정 확률

- (a) 제안 방식 I, (b) 제안 방식 II

Fig. 3. Probability of resolution versus array expanding factor h (azimuth= $[0^\circ, 5^\circ]$).

- (a) Proposed method I, (b) Proposed method II

나는 이유는, 센서의 갯수는 증가하지 않았는데 배열 안테나의 반지름만 증가해서 그림 2에서 볼 수 있는 바와 같이 신호가 아닌 의사 신호의 스펙트럼 크기가 커지기 때문이다. 그림 3으로부터 분해능 확률의 관점에서 최적인 확장계수 k 는 제안방식 I 인 경우에는 $k=4$, 제안방식 II에서는 $k=11$ 임을 알 수 있다. 그리고 제안 방식 I 과 II는 SNR이 높은 경우에는 분해능 확률이 비슷하지만, SNR이 낮은 경우에는 제안방식 I 이 제안방식 II보다 분해능 성능이 우수한 것을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 협대역 인코herent 신호가 임의 배열 안테나에 입사할 경우에 도래각 추정 알고리즘의 분해성능을 향상시킬 수 있는 방식을 제안하였다. 제안 방식은 배열 안테나를 가상적으로 확장하여 안테나의 유효 개구면을 크게 함으로서 알고리즘의 분해성능을 향상시킨다.

컴퓨터 시뮬레이션 결과로부터 제안 방식은 표준 MUSIC에 비해서 월등한 분해성능을 보여줌을 확

인하였으며, 어떤 형태의 기하학적인 구조를 가진 배열 안테나에도 적용할 수 있는 특징을 갖고 있다.

참 고 문 헌

- [1] J. A. Cadzow, Y. S. Kim, and D. C. Shiue, "General direction-of-arrival estimation: A signal subspace approach," *IEEE Trans. on Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-25, pp. 31-47, January, 1989.
- [2] R. O. Schmidt, "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation," Ph. D. Dissertation. Stanford Univ., 1981.
- [3] H. Wang, M. Kaveh, "Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources," *IEEE Trans. on ASSP*, vol. ASSP-33, no. 4, pp. 823-831, Aug., 1985.
- [4] G. H. Golub, C. F. Van Loan, *Matrix computations*, Baltimore, Johns Hopkins Univ. Press, 1983.

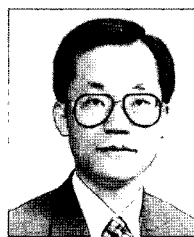
金 永 受



1984년 2월: 연세대학교 전자공학과(공학사)
 1986년 2월: 연세대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
 1999년 8월: 연세대학교 대학원 전자공학과(공학박사)
 현재: 한국전자통신연구원 전파기술연구부 책임연구원

[주 관심분야] 배열 신호처리, 디지털 무선통신
 E-mail : kys@etri.re.kr

金 榮 洙



1981년 2월: 연세대학교 전자공학과(공학사)
 1983년 2월: 연세대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
 1988년 12월: Arizona State University 전기공학과(공학박사)
 1985년 5월~1986년 5월: Consultant, Signal-System Technology Inc., U. S. A.

1986년 6월~1988년 12월: Research Associate, Arizona State University.
 1989년 3월~1992년 8월: ETRI 전파기술부, 전파응용연구실, 실장
 1998년 2월 현재: 한국전자과학회 스펙트럼공학 연구회 위원장
 1992년 9월~현재: 경희대 전자정보학부 부교수
 [주 관심분야] 레이다/소나신호처리, 이동통신 시스템, 스펙트럼 추정, 적응필터, 전파감시 등
 E-mail : yskim@khu.ac.kr