

<논문> SAE NO. 2000-03-0132

차량 모델의 복잡성이 차량동력학 해석에 미치는 영향: 모델의 비교 및 검증

An Effect of the Complexity in Vehicle Dynamic Models on the Analysis of Vehicle Dynamic Behaviors: Model Comparison and Validation

배 상 우*, 윤 중 락*, 이 장 무**, 탁 태 오***
Sangwoo Bae, Jung Rak Yun, Jang Moo Lee, Tae Oh Tak

ABSTRACT

Vehicle dynamic models in handling and stability analysis are divided into three groups: bicycle model, roll axis model and full vehicle model. Bicycle model is a simple linear model, which has two wheels with load transfer being ignored. Roll axis model treats left and right wheels independently. In this model, load transfer has a great effect on nonlinearity of tire model. Effects of suspension system can be analyzed by using full vehicle model, which is included suspension stroke motions. In this paper, these models are validated and compared through comparison with road test, and the effects of suspension kinematics and compliance characteristics on vehicle motion are analyzed. In handling and stability analysis, roll axis model can simulate the real vehicle motion more accurately than full vehicle model. Compliance steer has a significant effect, but the effect of suspension kinematics is negligible.

주요기술용어 : Vehicle dynamic model (차량동력학 모델), Bicycle model (자건저 모델), Roll axis model (롤 축 모델), Full vehicle model (전차량 모델), Suspension kinematics and compliance (현가계 기구학 및 유연성)

Nomenclature

a_s : distance between front axle and sprung mass c.g., m
 A_f : vehicle projected frontal area, m²

b_s : distance between rear axle and sprung mass c.g., m
 C_D : aerodynamic drag coefficient, -
 C_a : cornering stiffness, N/rad
 C_{ϕ} : total roll damping, N-m-s/rad
 e_s : sprung mass c.g. height from roll axis, m
 E_{atF} , E_{atR} : front/rear aligning moment compliance steer coefficient, rad/N-m

* 회원, 서울대학교대학원 기계항공공학부
** 회원, 서울대학교 기계항공공학부
*** 회원, 강원대학교 기계공학과

- E_{yF}, E_{yR} : front/rear lateral force compliance steer coefficient, rad/N
- $E_{\phi F}, E_{\phi R}$: front/rear roll steer coefficient, rad/rad
- g : gravitational acceleration, m/s²
- G_{yF}, G_{yR} : front/rear lateral force compliance camber coefficient, rad/N
- $G_{\phi F}, G_{\phi R}$: front/rear roll camber coefficient, rad/rad
- h_s : sprung mass c.g. height from ground, m
- I_{wF}, I_{wR} : front/rear wheel spin moment of inertia, kg-m²
- I_{xxs} : sprung mass roll moment of inertia, kg-m²
- I_{xzs} : sprung mass roll-yaw product of inertia, kg-m²
- I_{zz} : total yaw moment of inertia, kg-m²
- K_{sgr} : steering gear ratio, -
- K_{ϕ} : total roll stiffness, N-m/rad
- M : total vehicle mass, kg
- M_s : sprung mass, kg
- M_{uF}, M_{uR} : front/rear unsprung mass, kg
- T_F, T_R : front/rear tread width, m
- ζ_F : final drive ratio, -
- ρ_a : air density, kg-m³
- Φ_{INF}, Φ_{INR} : front/rear static camber angle, rad
- Ψ_{INF}, Ψ_{INR} : front/rear static toe angle, rad

1. 서론

자동차 산업이 발전함에 따라 고성능의 차량이 요구되고 있으며, 이에 따라 조종안정성(handling and stability) 및 승차감(comfortability)과 관련한 차량 특성을 개선하기 위한 연구들이 활발히 행해지고 있다. 또한, 최근에는 편리한 자동차의 요구에 따라 조향과 제동 및 가속을 제어하는 각종 제어 시스템을 장착한 차량이 개발되고 있다. 이러한 차량의 해석 및 제어를 하기 위해서는 보다 정확한 차량동역학 모델을 필요로 한다.

차량 모델링은 간단한 2차원 선형 차량 모델에서부터 현가계의 형상까지 고려한 복잡한 3차원 다물체 동역학 모델에 이르기까지 많은 종류가

있다. 자전거 모델(bicycle model)이라 불리는 2차원 차량 모델은 Segel¹⁾에 의해 처음 제시되었다. 그는 3자유도를 가지는 선형 차량 모델에 대하여 운동방정식을 유도하였으며, 주파수 응답함수를 구하여 실차 시험 결과와 비교하였다. Ellis²⁾는 차량의 언더스티어와 오버스티어의 조건을 2자유도 모델의 특성방정식과 정상상태 해석을 통하여 제시하였으며, 3자유도 모델을 이용하여 롤에 의한 영향을 해석하였다. Allen 등은 3자유도 선형 모델을 이용하여 주파수 응답함수를 정현파 입력에 대한 실차 시험과 비교하여 모델을 검증하였으며, 종속도의 자유도가 없는 모델에 대하여 트림(trim) 조건에 대한 타이어 힘을 계산하여 조향과 제동이 결합된 여러 가지 상황에 대한 해석을 수행하였다.³⁾ 또한, 이 모델을 롤축 모델(roll axis model)인 8자유도 비선형 모델로 확장하여 조향과 제동이 결합된 상황에 대하여 롤에 의한 영향 및 하중전이에 대한 해석을 수행하였다.⁴⁾ Constantine 등⁵⁾은 8자유도 비선형 모델을 이용하여 롤강성이 조종안정성에 미치는 영향을 고찰하였으며, 이 모델을 이용하여 롤 제어에 응용하였다.

최근 들어 컴퓨터의 급속한 발달로 인하여 3차원 전차량 모델(full vehicle model)에 대한 다양한 연구가 이루어지고 있다. Jindra⁶⁾는 17자유도 차량 모델을 개발하였으며, 이후 이 모델은 미시간 대학교(Univ. of Michigan)에서 IDSFC⁷⁾라는 이름으로 향상되었다. Allen 등⁸⁾은 이전의 8자유도 모델⁴⁾을 향상하여 13자유도 모델을 개발하였으며, 이를 이용한 전용 프로그램인 VDANL이 많은 분야에서 활용되고 있다. Sayers 등⁹⁾은 15자유도 모델을 이용한 CarSim이라는 차량동역학 전용 프로그램을 개발하였다. 이러한 전차량 모델들은 많은 연구자들에 의해 다양한 차량 운동에 대한 모델의 정확성이 검증이 되고 있으나, 많은 수의 차량 파라미터가 필요하고 복잡한 계산이 요구되며, 특히 비선형 모델이기 때문에 제어 시스템에 응용은 어려움이 따른다.

제어 시스템에 대한 대부분의 연구들은 낮은

Table 1 Degrees of freedom of vehicle dynamic models

model		sprung mass					unsprung mass		steering	tire model*
		x	y	z	roll	pitch	yaw	stroke		
without roll motion	2 DOF		✓				✓			L/NL
	5 DOF	✓	✓				✓		✓(2)	NL
with roll motion	3 DOF		✓		✓		✓			L/NL
	8 DOF	✓	✓		✓		✓		✓(4)	NL
	14 DOF	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓(4)	✓(4)	NL
	17 DOF	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓(4)	✓(4)	✓(3)

* L : linear tire model, NL : nonlinear tire model

횡가속도 영역에 한정되어 주로 2차원 선형 모델인 자전거 모델을 이용하여 개발되고 있다. Smith 등¹⁰⁾은 자전거 모델의 한계를 보여주기 위해 자전거 모델인 2자유도 모델과 5자유도 모델을 롤 축 모델인 8자유도 모델과 비교하기 위해 여러 가지 해석을 하였다. 그들은 극한 상황에서의 차량 운동은 횡방향 하중전이와 롤 동역학이 중요한 역할을 한다는 것을 보여 주었으며, 타이어의 포화현상 및 시간 지연 또한 중요하다고 기술하였다. 하지만, 그들은 롤 축 모델과 전차량 모델의 장단점을 비교하지 않았으며, 차량 파라미터가 차량의 거동에 주는 영향을 해석하지는 않았다.

본 논문에서는 Smith 등의 연구의 단점을 보완하기 위해 차량 모델을 자전거 모델, 롤 축 모델, 전차량 모델의 세 가지로 구분하여 각 모델의 특징을 알아보고, 조종안정성 해석에서 모델의 유용성을 알아보고자 한다. 또한, 현가계의 기구학 및 유연성(compliance) 특성이 조종안정성 해석에 미치는 영향을 실차 시험과의 비교를 통하여 고찰한다.

2. 차량 모델의 종류

차량의 운동은 상질량(sprung mass)과 하질량(unsprung mass)의 운동으로 구분된다. 상질량은 현가계의 스프링에 의해 지지되는 부분으로서 차

체의 보디(body)와 엔진 및 변속기 등으로 구성이 된다. 하질량은 현가계의 스프링 아래 부분으로서 휠과 타이어 및 현가계의 각종 링크로 구성이 된다. 상질량은 하나의 강체로서 세 개의 병진 운동과 세 개의 회전 운동을 하며 모두 6개의 자유도를 가지며, 하질량은 네 개의 휠로서 상하 운

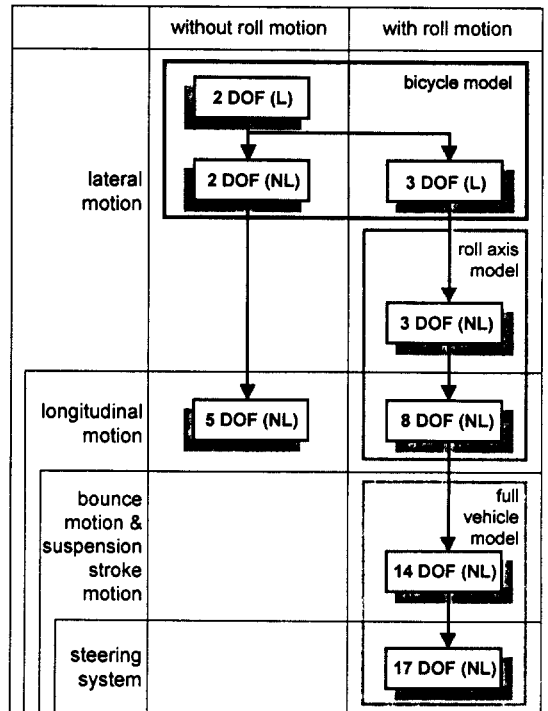


Fig. 1 Classification of vehicle dynamic models

동과 스핀 운동을 하며 모두 8개의 자유도를 가진다. 따라서, 조향계를 제외한 차량의 운동은 전체적으로 14개의 자유도를 갖는다. 여기에 조향계의 운동인 랙(rack)의 변위와 전륜의 조향축에 대한 회전 운동을 고려하면 전체 차량의 운동은 3자유도가 추가된 17자유도 모델로 표현이 가능하다.⁶⁾

차량 모델의 종류는 차량 운동의 관심 영역에 따라 달라지게 된다. 차량 운동의 해석은 크게 조종안정성과 승차감 해석의 두가지로 나누어진다. 조종안정성 해석을 하기 위해서는 횡방향과 종방향 운동이 주요 관심 영역이 된다. 차량의 횡방향 운동을 기술하기 위해서는 상질량의 횡방향(lateral) 자유도와 요우(yaw) 자유도를 고려하여야 하며, 또한 횡방향 운동을 정확하게 기술하기 위해서는 롤(roll) 자유도도 함께 고려하여야 한다. 차량의 종방향 운동을 기술하기 위해서는 상질량의 종방향(longitudinal) 자유도와 하질량의 휠 회전(wheel spin)을 고려하여야 한다. 차량의 승차감 해석을 위해서는 상질량의 상하(bounce) 자유도 및 피치(pitch) 자유도와 하질량의 상하(stroke) 자유도를 고려하여야 한다. 차량 모델의 종류는 차량의 관심 운동에 따라 Fig. 1에서와 같이 구분되며, 각 모델의 자유도는 Table 1에 나타나 있다.

좌우륜을 하나로 취급한 자전거 모델은 적은 양의 차량 파라미터로 선형 영역에서 비교적 정확한 해석을 할 수 있다. 하지만 비선형 영역에서는 좌우륜을 따로 취급한 비선형 모델을 필요로 한다. 비선형 차량 모델에는 크게 롤 축 모델과 전차량 모델이 있다. 롤 축 모델은 차량의 상질량이 가상적인 롤 축을 중심으로 회전 운동을 한다고 가정하는 모델로서 3자유도 비선형 모델과 8자유도 비선형 모델이 여기에 속한다. 전차량 모델은 현가계의 상하운동을 포함한 차량의 상질량과 하질량의 모든 자유도를 고려한 모델로서 14자유도 및 17자유도 차량 모델이 여기에 속하며, 이 모델은 하질량의 상하 운동에 대한 자유도를 갖기 때문에 실제 자동차의 운동을 그대로 모사

할 수 있다.

2.1 선형 자전거 모델

좌/우륜을 하나로 취급한 자전거 모델에는 2자유도 선형 모델과 3자유도 선형 모델이 있다. 이 모델들의 특징으로는 차량의 상질량과 하질량을 하나로 취급하여 운동방정식을 유도한 것으로서, 차량의 종방향에 대한 자유도가 없기 때문에 속도가 일정한 차량 운동만 모사할 수 있다.

2자유도 선형 모델은 Table 1에서와 같이 차량의 횡속도(v)와 요우각속도(r)로 표현되는 운동방정식은 Fig. 2를 참조하여 식(1)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Mur + 2F_{yR} + 2F_{yR} \\ 2a_s F_{yF} - 2b_s F_{yR} \end{pmatrix} \quad (1)$$

3자유도 선형 모델은 2자유도 모델에 Fig. 3과 같은 롤 운동을 고려한 모델로서, 전체 질량은 횡방향 운동과 요우 운동을 하며 상질량은 롤 축을 중심으로 회전 운동을 한다. 따라서 2자유도 선형 모델의 자유도에 롤각속도($p = \dot{\phi}$)의 자유도가

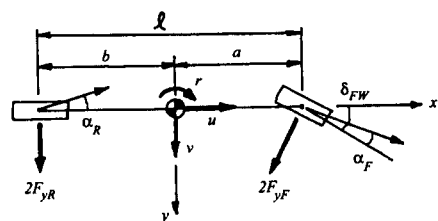
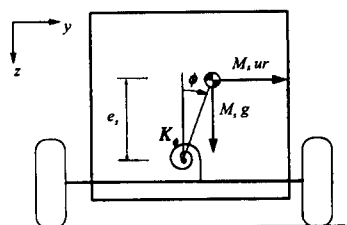


Fig. 2 Bicycle model of a vehicle



Rear View

Fig. 3 Roll center of a vehicle

추가된다. 하지만 이 모델은 롤 운동을 고려한 뿐 롤 운동이 차량에 미치는 영향은 고려하지 않는다는 단점이 있다. 운동방정식은 식(2)와 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} M & 0 & M_s e_s \\ 0 & I_{zz} & I_{xzs} \\ M_s e_s & I_{xzs} & I_{xzs} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Mur + 2F_{yF} + 2F_{yR} \\ 2a_s F_{yF} - 2b_s F_{yR} \\ M_s e_s (g\phi - ur) - K_{\phi F} \phi - C_{\phi D} \dot{\phi} \end{pmatrix} \quad (2)$$

타이어에 작용하는 횡력 F_{yF} , F_{yR} 은 슬립각 (slip angle)의 함수로서 일반적으로 비선형 함수이다. 하지만 선형 모델에서는 슬립각이 작다는 가정에 의해 식(3)과 같이 횡력을 슬립각의 선형 함수로 생각한다. 일반적으로 슬립각이 3도 이내의 경우는 선형으로 가정할 수 있다.¹¹⁾ 급격한 조향을 하지 않는 경우에는 슬립각이 작으므로 선형 모델로도 차량 운동이 표현 가능하다.

$$F_{yi} = -C_{ai} \alpha_i \quad (3)$$

슬립각은 식(4)와 같이 기구학적인 관계에 의해 구해진다.

$$\alpha_F = -\frac{\delta_{sw}}{K_{sg}} + \frac{v + a_s r}{u} \quad (4a)$$

$$\alpha_R = \frac{v - b_s r}{u} \quad (4b)$$

여기서, δ_{sw} 는 운전자가 입력으로 주는 조향각 (hand wheel steer angle)이다.

2.2 롤 축 개념 비선형 차량 모델

롤 축 개념 차량 모델에는 3자유도 비선형 모델과 8자유도 비선형 모델이 있다. 이 모델의 가장 큰 특징은 타이어의 비선형 특성을 고려하기 위해 선회시에 발생하는 횡방향 하중전이(lateral load transfer)와 가감속시에 발생하는 종방향 하중전이(longitudinal load transfer)에 따른 타이어의 수직하중(normal force)의 변화를 고려하는 것이다. 타이어의 횡력은 수직하중에 따라 변하게 되는데 선형 모델에는 이러한 특성이 무시된다.

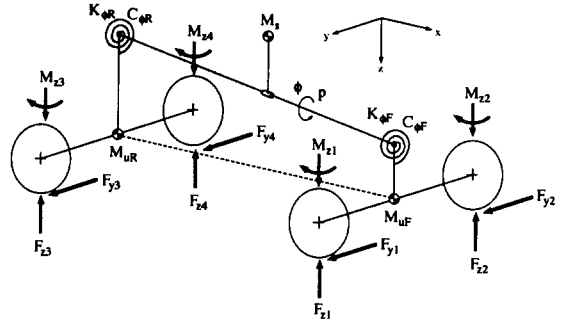


Fig. 4 Roll axis concept nonlinear vehicle model

3자유도 비선형 모델의 자유도는 3자유도 선형 모델의 것과 동일하며, 운동방정식은 Fig. 4를 참조하면 식(5)와 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix} M & \Gamma_1 & M_s e_s \\ \Gamma_1 & I_{zz} & I_{xzs} \\ M_s e_s & I_{xzs} & I_{xzs} + M_s e_s^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Mr + \sum F_{yi} \\ -\Gamma_1 ur + a_s (F_{y1} + F_{y2}) - b_s (F_{y3} + F_{y4}) + \sum M_{zi} \\ M_s e_s (g \sin \phi - ur) - (K_{\phi F} + K_{\phi R}) \phi - (C_{\phi F} + C_{\phi R}) \dot{\phi} \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서, $\Gamma_1 = M_{uF} a_s - M_{uR} b_s$ 이다.

타이어에 작용하는 힘과 모멘트는 매직 포뮬러 (Magic Formula) 모델¹²⁾을 이용한다. 이 모델에서는 타이어의 횡력(side force)과 정렬모멘트(aligning moment)가 식(6)과 같이 슬립각, 캠버각 및 수직하중의 비선형 함수로 고려된다.

$$F_{yi} = f(\alpha_i, \gamma_i, F_{zi}) \quad (6a)$$

$$M_{zi} = f(\alpha_i, \gamma_i, F_{zi}) \quad (6b)$$

타이어의 슬립각은 식(7)과 같이 정의된다.

$$\alpha_i = -\phi_i + \tan^{-1} \left(\frac{v G_i}{u G_i} \right) \quad (7)$$

또한, 토우각 및 캠버각은 현가계의 유연성 (compliance) 및 롤에 의한 영향을 고려하면 식(8)과 식(9)와 같다.

$$\phi_i = \delta_{F_{iH}} + \phi_{iNi} + E_{yi} F_{yi} + E_{aii} M_{zi} + E_{\phi i} \phi \quad (8)$$

$$\gamma_i = \phi_{iNi} + G_{yi} F_{yi} + G_{\phi i} \phi \quad (9)$$

타이어에 작용하는 수직하중은 선회시 발생하

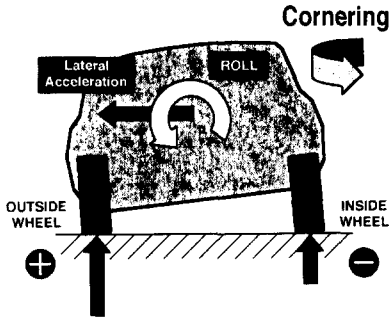


Fig. 5 Lateral load transfer

는 차량의 횡가속도와 롤에 의한 수직하중의 변화인 횡방향 하중전이를 고려하면 식(10)과 같이 표현된다. 이러한 하중전이는 차량의 비선형성에 결정적인 영향을 주는 요소이다. Fig. 5에서와 같이 차량이 선회를 하면 외륜이 내륜보다 더 많은 하중을 받게 된다. 따라서 초기의 정적인 하중에 하중전이를 고려하여 수직하중을 계산한다.

$$F_{z1} = \frac{1}{2}F_{SWF} + W_{LTF} \quad (10a)$$

$$F_{z2} = \frac{1}{2}F_{SWF} - W_{LTF} \quad (10b)$$

$$F_{z3} = \frac{1}{2}F_{SWR} + W_{LTR} \quad (10c)$$

$$F_{z4} = \frac{1}{2}F_{SWR} - W_{LTR} \quad (10d)$$

여기서, F_{SWF} 와 F_{SWR} 은 차량의 중량에 의해 각각의 타이어에 작용하는 정하중(static weight)이고, W_{LTF} 와 W_{LTR} 은 전륜 및 후륜의 횡방향 하중전이이다.

3자유도 비선형 차량 모델은 차량의 종방향 자유도를 고려하지 않기 때문에 종속도가 일정한 경우에만 해석이 가능하다. 종속도가 변하는 해석을 하기 위해서는 종방향 운동에 대한 자유도를 추가하여야 한다. 3자유도 비선형 차량 모델에 종방향 운동을 추가한 모델이 8자유도 비선형 차량 모델이다. 이 모델은 횡방향 하중 전이뿐만 아니라 종가속도에 의한 종방향 하중 전이도 함께 고려한다. 따라서, 8자유도 모델은 3자유도 비선형 모델에 상질량의 종속도(u)와 하질량에서의 4개의 휠의 스핀 자유도(ω_i)를 추가로 갖는다.

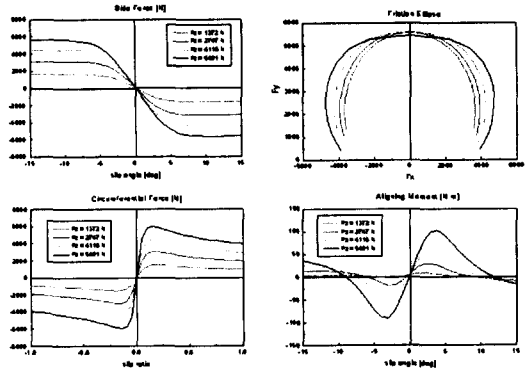


Fig. 6 Nonlinear tire characteristics

따라서 8자유도 모델의 상질량에 대한 운동방정식은 식(11)과 같다.

$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & \Gamma_1 & M_s e_s \\ 0 & \Gamma_1 & I_{zz} & I_{zxs} \\ 0 & M_s e_s & I_{zxs} & I_{zxs} + M_s e_s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Mvr + \sum F_{xi} - \frac{1}{2} C_{D\phi} A \mu^2 \\ -Mr + \sum F_{yi} \\ -\Gamma_1 ur + \sum N_{\phi u} \\ M_s e_s (g \sin \phi - ur) - K_{\phi} \phi - C_{\phi} \dot{p} \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서, $\sum N_{\phi u}$ 은 요우 방향에 대한 외력 모멘트이다.

타이어에 작용하는 힘과 모멘트는 3자유도 비선형 모델과는 달리 Fig. 6과 같이 타이어의 구동력과 횡력의 합력의 최대값이 일정하다는 마찰한계원(friction ellipse) 개념을 도입하면 식 (6)대신에 아래 식(12)를 이용한다.

$$F_{Ci} = f(\alpha_i, \gamma_i, s_i, F_{zi}) \quad (12a)$$

$$F_{Si} = f(\alpha_i, \gamma_i, s_i, F_{zi}) \quad (12b)$$

$$M_{zi} = f(\alpha_i, \gamma_i, s_i, F_{zi}) \quad (12c)$$

여기서, 슬립각(α_i)과 캠버각(γ_i)은 각각 식(7)과 식(9)와 같이 구해지며, 종방향 슬립비(s_i)는 휠 회전 속도와 차속의 비로서 식(13)과 같이 표현된다.

$$s_i = \frac{R_i \omega_i - u_{Ti}}{\max(R_i \omega_i, u_{Ti})} \quad (13)$$

여기서, R_i 는 타이어의 구름 반경(rolling radius) 이고, u_{Ti} 는 휠 중심의 속도이다.

타이어에 작용하는 수직하중은 횡방향 하중전 이의와 감/가속시 종가속도에 의한 수직하중의 변 화인 종방향 하중전이를 고려하면 식(14)와 같다.

$$F_{z1} = 1/2 F_{SWF} + W_{LTF} - W_{FA} \quad (14a)$$

$$F_{z2} = 1/2 F_{SWF} - W_{LTF} - W_{FA} \quad (14b)$$

$$F_{z3} = 1/2 F_{SWR} + W_{LTR} + W_{FA} \quad (14c)$$

$$F_{z4} = 1/2 F_{SWR} - W_{LTR} + W_{FA} \quad (14d)$$

여기서, W_{FA} 는 종방향 하중전이다.

휠 회전 동력학 방정식은 네 바퀴를 각각 독립 적으로 취급하면 식(15)와 같다.

$$I_{wi} \dot{\omega}_i = -R_i F_{Ci} + \tau_i \quad (15)$$

위 식에서 차륜에 전달되는 토크는 식(16)과 같다.

$$\tau_i = \begin{cases} \frac{\xi_F}{2} T_D - T_{Bi} & i=1,2 \\ -T_{Bi} & i=3,4 \end{cases} \quad (16)$$

여기서, T_D 와 T_{Bi} 는 구동 및 제동 토크이다.

2.3 전차량 모델

14자유도 차량 모델은 조향계의 동력학을 제 외한 차량의 기본적인 14자유도를 모두 고려한 모델로서 불규칙한 노면에서의 차량 운동 및 임 의의 차량 운동을 모사 할 수 있다. 현가계의 기 구학 및 유연성(compliance) 특성을 모두 표현할 수 있다. 이 모델은 참고문헌⁶⁾에 주어진 운동방 정식을 기초로 하여 유도되었다. 참고문헌에는 후륜이 비독립 현가계에 대하여 주어졌으나 본 연구에서는 독립 현가계로 수정하여 유도하였 으며, 앞선 모델과의 일관성을 유지하도록 수정 하였다.

14자유도 모델에서 상질량은 6개의 자유도를 가지며, 하질량은 8개의 자유도를 갖는다. 상질량 에 대한 6개의 자유도(u, v, w, p, q, r)에 대한 운

동 방정식은 Fig. 7을 참조하면 아래 식과 같다.

$$M\ddot{u} + \Gamma_2 \dot{q} = M(vr - wq - g \sin \theta) + \sum F_{xui} - 1/2 C_{D\alpha} A \rho u^2 \quad (17a)$$

$$M\ddot{v} - \Gamma_2 \dot{p} + \Gamma_1 \dot{r} = M(wp - ur + g \cos \theta \sin \phi) + \sum F_{yui} \quad (17b)$$

$$M_s \dot{w} = M_s(uq - vp + g \cos \theta \sin \phi) - \sum S_i \quad (17c)$$

$$-\Gamma_2 \dot{v} + I_{xz} \dot{p} + I_{xz} \dot{r} = -\Gamma_2(wp - ur + g \cos \theta \sin \phi) + \sum N_{\phi u} \quad (17d)$$

$$\Gamma_2 \dot{u} + I_{yy} \dot{q} = \Gamma_2(vr - wq - g \sin \theta) + \sum N_{\theta u} \quad (17e)$$

$$\Gamma_1 \dot{v} + I_{zz} \dot{r} = -\Gamma_1(wp - ur + g \cos \theta \sin \phi) + \sum N_{\phi u} \quad (17f)$$

하질량의 상하 변위의 자유도(δ_i)에 대한 운동 방정식은 Fig. 7을 참조하면 아래 식과 같다.

$$1/2 M_{uF} \ddot{w} + 1/4 M_{uF} T_F \dot{p} - 1/2 M_{uF} a_s \dot{q} + 1/2 M_{uF} \delta_1 = 1/2 M_{uF}(uq - vp + g \cos \theta \sin \phi) + F_{z1} + S_1 + F_{\delta 1} \quad (17g)$$

$$1/2 M_{uF} \ddot{w} - 1/4 M_{uF} T_F \dot{p} - 1/2 M_{uF} a_s \dot{q} + 1/2 M_{uF} \delta_2 = 1/2 M_{uF}(uq - vp + g \cos \theta \sin \phi) + F_{z2} + S_2 + F_{\delta 2} \quad (17h)$$

$$1/2 M_{uR} \ddot{w} + 1/4 M_{uR} T_R \dot{p} - 1/2 M_{uR} b_s \dot{q} + 1/2 M_{uR} \delta_3 = 1/2 M_{uR}(uq - vp + g \cos \theta \sin \phi) + F_{z3} + S_3 + F_{\delta 3} \quad (17i)$$

$$1/2 M_{uR} \ddot{w} - 1/4 M_{uR} T_R \dot{p} - 1/2 M_{uR} b_s \dot{q} + 1/2 M_{uR} \delta_4 = 1/2 M_{uR}(uq - vp + g \cos \theta \sin \phi) + F_{z4} + S_4 + F_{\delta 4} \quad (17j)$$

14자유도 차량 모델의 특징은 하질량의 자유 도를 고려하기 때문에 하질량의 운동에 따른 현 가계가 상질량에 작용하는 힘들을 계산하여야 한 다. 현가계에 의한 힘 S_i 는 스프링에 의한 힘, 속업쇼버에 의한 힘, 엔티 롤 바에 의한 힘 등으 로 구성된다. 스프링에 의한 힘은 SPMD (Suspension Parameter Measurement Device)에 의해 측정할 수 있으며¹³⁾ 구간적으로 선형화된 식을 이용한다. 속업쇼버에 의한 힘은 다이내모 에 의해 구해진 특성 곡선을 구간적으로 선형화 하여 이용한다.

현가계의 기구학적 특성은 상하 운동에 대한 차륜의 자세로서 SPMD에 의해 구할 수 있으며, 이 모델에서는 이러한 현가계의 기구학적인 특성

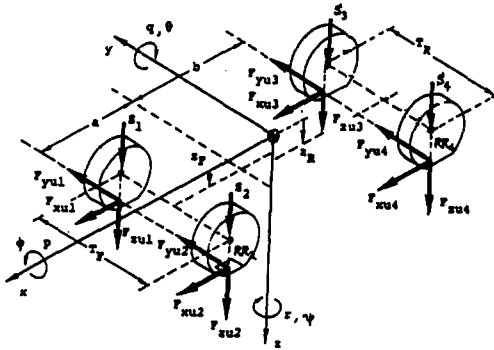


Fig. 7 Forces acting on unsprung mass⁶⁾

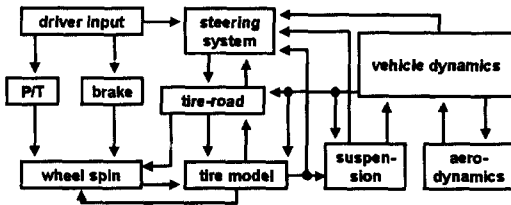


Fig. 8 Block diagram of full vehicle simulation

을 2차 방정식으로 근사화하여 이용한다.

이 모델에서는 참고문헌⁶⁾에 나타난 조향계에 대한 동력학은 고려하지 않으며 기구학적 기어비만을 고려한다. 또한, 타이어의 모델은 참고문헌⁶⁾과는 달리 앞에서의 모델과 같이 매직 포뮬러 타이어 모델을 이용한다. 전체적인 운동방정식의 흐름도는 Fig. 8과 같다.

Table 2는 각각의 모델별로 필요한 차량 파라미터의 수를 정리한 것이다. 표에서 자전거 모델인 2자유도 선형 모델과 3자유도 선형 모델이 비슷한 수의 차량 파라미터가 필요하고, 롤 축 모델인 3자유도 비선형 모델과 8자유도 비선형 모델이 비슷한 수의 차량 파라미터가 필요한 것을 알 수 있다.

3. 실차 시험과 차량 모델의 비교

앞에서 설명한 차량 모델 중에서 롤 운동을 고

Table 2 Number of required vehicle and tire parameters

		2L	3L	3NL	8NL	14NL
sprung & unsprung	geometry	2	3	5	5	5
	mass	1	2	3	3	3
	inertia	1	3	3	3	4
suspension	geometry	0	0	12	12	16
	stiffness	0	2	4	4	28
	compliance	0	0	10	10	16
	kinematics	0	0	0	0	12
wheel spin	inertia	0	0	0	2	4
	kinematics	0	0	0	1	3
steering	kinematics	1	1	1	1	1
vehicle parameters subtotal		5	11	38	41	92
tire model*	geometry	0	0	0	4	4
	vertical	0	0	0	2	2
	lateral	2	2	40	73	73
vehicle & tire parameters total		7	13	78	120	171

* Tire parameters are based on Magic Formula tire model¹²⁾

려한 네 개의 차량 모델, 즉 3자유도 선형 모델(3-L), 3자유도 비선형 모델(3-NL), 8자유도 비선형 모델(8-NL), 14자유도 비선형 모델(14-NL)에 대하여 계단과 조향 입력(J-turn steer) 실차 시험과 비교하였다. 시뮬레이션은 4차의 Runge-Kutta 적분법을 이용하여 0.005초의 시간 간격으로 수행하였다. 저속 및 고속 영역에서 차량의 자유도에 의한 영향 및 모델의 유용성을 실차 시험과 비교하여 검증한다. 또한, 현가계의 기구학 및 유연성 특성이 차량 해석에 어떠한 영향을 주는지도 검토한다.

3.1 모델의 자유도에 의한 영향

각각의 모델을 비교하기 위하여 차량의 종속도가 60 km/h, 80 km/h, 100 km/h에 대하여 실차 시험을 수행하였다. 실차 시험은 일정한 차량 속도에서 4초 후 순간적으로 60도의 계단과 조향각을 입력하였다. Fig. 9는 60 km/h의 속도에서 J-

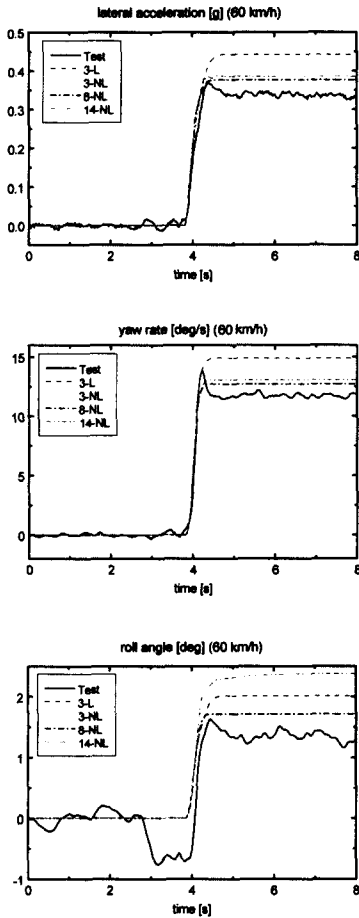


Fig. 9 Vehicle responses to J-turn steer maneuver (steer angle = 60 deg; $u = 60$ km/h)

턴 조향을 한 것으로서 시험에서 횡가속도가 0.33g의 값을 갖는 것을 볼 수 있으므로 차량의 횡방향 운동이 비선형 영역으로 접어드는 구간임을 알 수 있다. 일반적으로 차량의 횡가속도가 0.3g이하에서는 선형이라는 것이 알려져 있다.¹¹⁾ 횡가속도 및 요우각속도의 결과를 살펴보면 3-L 모델을 제외한 세 모델(3-NL, 8-NL, 14-NL)의 결과가 시험에 근접한 것을 알 수 있다. 톨각도의 결과에서는 시험의 값이 3초에서 4초 사이에 음의 값을 갖는 것은 데이터 수집상의 에러로 추정되며, 14-NL 모델이 다른 세 모델에 비해 시험 값과 다소 차이가 큰 것을 볼 수 있다. 이는

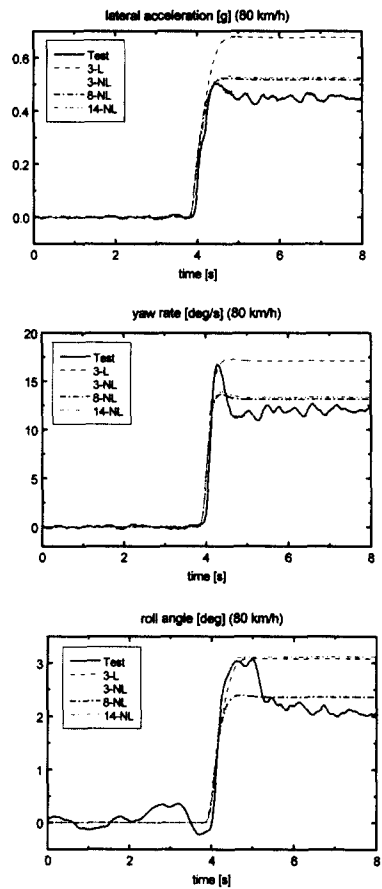


Fig. 10 Vehicle responses to J-turn steer maneuver (steer angle = 60 deg; $u = 80$ km/h)

14-NL 모델이 톨 축 개념이 없는 전차량 모델로서 톨 운동을 제대로 모사할 수 없기 때문이다. 이러한 현상은 80 및 100 km/h 시험 결과에서도 확인이 된다. Fig. 10과 Fig. 11은 차량의 종속도가 각각 80 km/h와 100 km/h에 대한 결과이다. 횡가속도는 각각 0.45g와 0.52g로서 높은 영역임을 알 수 있다. 높은 횡가속도 영역에서도 세 개의 비선형 모델(3-NL, 8-NL, 14-NL)의 횡가속도 및 요우각속도의 결과가 상당히 시험과 일치하는 것을 알 수 있다. 따라서, 차량 운동을 정확히 해석하기 위해서는 선형 모델이 아닌 비선형 모델을 사용하여야 하며, 톨 운동은 톨 축 모델을 이용하여야 보다 정확히 해석할 수 있다는 것을 알

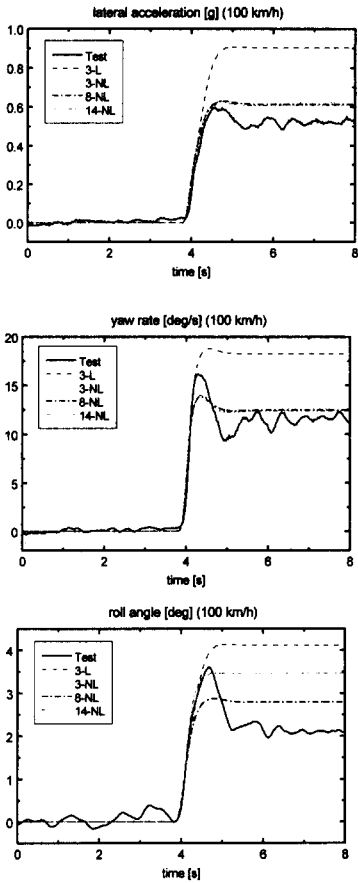


Fig. 11 Vehicle responses to J-turn steer maneuver (steer angle = 60 deg; $u = 100$ km/h)

수 있다.

3.2 현가계의 유연성에 의한 영향

이 절에서는 차량의 파라미터 중에서 현가계의 유연성, 특히 변형조향(compliance steer) 계수인 E_{yF} , E_{yR} 이 차량 해석에 미치는 영향에 대하여 살펴본다. 3-L 모델을 제외한 세 모델의 경우는 식(8)에서와 같이 변형조향 계수가 고려된다. Fig. 12와 Fig. 13은 각각 차속 60 km/h와 100 km/h에 대하여 변형조향 계수의 값을 무시하고 해석을 한 결과이다. Fig. 12에서 보듯이 변형조향을 무시하면 낮은 횡가속도 영역에서 비선형 모델의 횡가속도 및 요우각속도가 선형 모델인

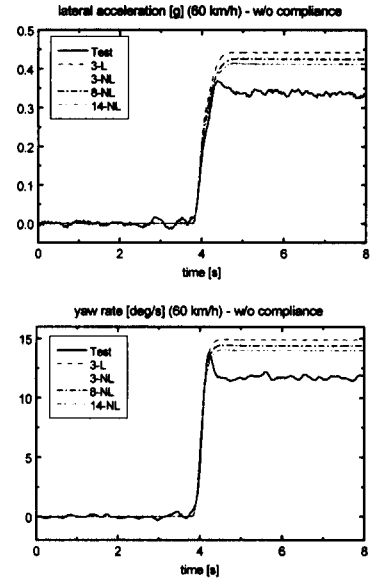


Fig. 12 Effect of compliance steer coefficient (steer angle = 60 deg; $u = 60$ km/h)

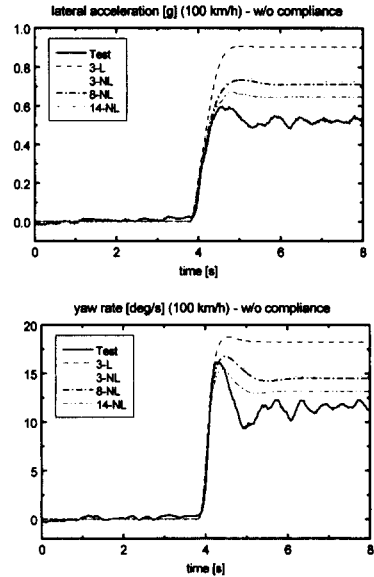


Fig. 13 Effect of compliance steer coefficient (steer angle = 60 deg; $u = 100$ km/h)

3-L 모델과 유사한 결과를 보여준다. 이는 Fig. 9에서의 결과와 비교하면 상당한 차이를 보여준다. 또한, Fig. 11과 Fig. 13을 비교하면 높은 횡가속도 영역에서는 변형조향의 영향이 낮은 횡가

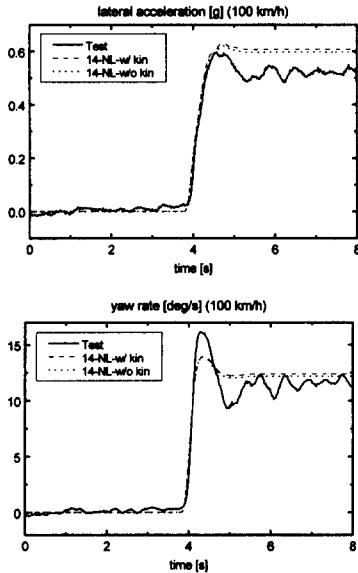


Fig. 14 Effect of suspension kinematics
(steer angle = 60 deg; u = 100 km/h)

속도 영역에서보다 더욱더 큰 것을 알 수 있다. 이것은 보다 정확한 해석을 하기 위해서는 변형 조향의 영향을 무시할 수 없다는 것을 의미한다. 특히, 횡가속도가 높은 비선형 영역에서는 변형 조향의 영향이 더욱더 커지는 것을 알 수 있다.

3.3 현가계의 기구학에 의한 영향

Fig. 14는 차속 100 km/h에 대하여 14-NL 모델에서 현가계의 기구학의 영향을 보여준다. 그림에서 보듯이 현가계의 기구학을 무시한 모델과 고려한 모델의 결과가 유사한 것을 알 수 있다. 이것은 횡방향 운동에서 현가계의 기구학의 영향이 적음을 의미한다.

4. 결론

본 연구에서는 차량 해석에 사용되는 여러 가지 차량 모델에 대하여 운동의 관심영역에 따라 구분을 하였다. 차량 모델은 자전거 모델, 롤 축 모델, 전차량 모델 등 크게 세 가지 모델로 구분이 된다. 자전거 모델에는 2자유도 및 3자유도

선형 모델이 포함되며, 롤 축 모델에는 3자유도 및 8자유도 비선형 모델이 포함되며, 전차량 모델에는 14자유도 비선형 모델이 포함된다.

J-턴 실차 시험 결과와 차량 모델의 해석 결과와의 비교를 통하여 고속 영역인 높은 횡가속도 영역에서는 선형 모델이 부적합하다는 것을 확인할 수 있었다. 또한, 전차량 모델(14-NL)보다는 롤 축 모델(3-NL, 8-NL)이 롤 운동을 더욱더 정확하게 모사할 수 있다는 것을 확인할 수 있었다. 차량 파라미터의 영향을 알아보기 위해 본 연구에서는 현가계의 기구학 및 유연성 특성이 차량 운동에 미치는 영향을 해석하였다. 현가계의 기구학은 횡방향 운동에 주는 영향이 적은 것이 확인되었으며, 유연성 특성 중에서 변형조향의 영향이 차량 운동에 많은 영향을 주는 것이 확인되었다.

따라서, 차량의 조종안정성 해석에서 차량 운동을 정확히 모사하기 위해서는 전차량 모델보다는 롤 축 모델을 사용하는 것이 가장 효과적이라는 것을 확인할 수 있었다. 롤 축 모델은 전차량 모델에 필요한 차량 파라미터의 절반 이하의 수가 필요하며 해석 시간도 빠르다는 장점이 있다. 결론적으로 차량의 종속도가 일정한 해석에는 변형조향을 고려한 3자유도 비선형 모델(3-NL)이 적합하며, 종속도가 변하는 해석에는 변형조향을 고려한 8자유도 비선형 모델(8-NL)이 적합하다.

참고 문헌

- 1) Segel, L., Theoretical prediction and experimental subtraction of the response of the automobile to steering control. *Proc. I. Mech. E. (Automobile Division)*, pp. 310-330, 1957.
- 2) Ellis, J. R., *Road vehicle dynamics*. J. R. Ellis, Akron, Ohio, 1989.
- 3) Allen, R. W., et al., Test methods and computer modeling for the analysis of ground vehicle handling. *SAE paper*

- 861115, 1986.
- 4) Allen, R. W., *et al.*, Steady state and transient analysis of ground vehicle handling. *SAE paper 870495*, 1987.
 - 5) Constantine, C. J., *et al.*, The effects of roll control for passenger cars during emergency maneuvers. *SAE paper 940224*, 1994.
 - 6) Jindra, F., *Mathematical model of four-wheeled vehicle for hybrid computer vehicle handling program*. DOT-HS-801-800, Ultrasystem Inc., The Dynamic Science Division, 1976.
 - 7) Garrott, W. R., *et al.*, *Improvement of mathematical models for vehicle handling - Vol 7: Technical manual for the general simulation*. DOT-HS-805-370, Univ. of Michigan, 1980.
 - 8) Allen, R. W., *et al.*, *Analytical modeling of driver response in crash avoidance maneuvering, Vol. I: Technical background*. DOT-HS-807-270, System Technology Inc., 1988.
 - 9) Sayers, M. W., *et al.*, A generic multi-body vehicle model for simulating handling and braking. *Vehicle System Dynamics*, Vol. 25 supplement, 1996.
 - 10) Smith, D. E., *et al.*, Effects of model complexity on the performance of automated vehicle steering controllers: Model development, validation and comparison. *Vehicle System Dynamics*, Vol.24, 1995.
 - 11) Gillespie, T. D., *Fundamentals of vehicle dynamics*. Society of Automotive Engineers, Inc., 1992.
 - 12) *MF-Tyre user's manual*, Ver. 5.0. TNO, 1996.
 - 13) Bell, S. C., *et al.*, Suspension testing using the suspension parameter measurement device. *SAE paper 870577*, 1987.