

## 기구학적 구속조건과 탄성요소를 가진 현가계의 모드해석

### Modal Analysis of Suspension System with Kinematic Constraints and Elastic Elements

이 장 무\*, 강 주 석\*\*, 윤 종 락\*, 배 상 우\*, 탁 태 오\*\*\*  
Jang Moo Lee, Ju Seok Kang, Jung Rak Yun, Sangwoo Bae, Tae Oh Tak

#### ABSTRACT

In this Study, the dynamic equation for vibration analysis of mechanical systems with kinematic constraints is derived. This equations are derived in terms of small displacements of Cartesian coordinates, and are applied to compute the dynamic response and the natural modes of the suspension system of a vehicle. The results are validated through the comparison with the results from conventional nonlinear dynamic analysis and modal test.

주요기술용어 : Modal Analysis(모드해석), Suspension System(현가계), Linear Dynamic Equation(선형 동역학 관계식), Modal Test(모드시험)

#### 1. 서 론

자동차의 현가장치는 차체를 지지하며, 구동과 제동시 차량의 안정성을 유지하는 역할을 한다. 또한 주행시 지면에 대한 차륜의 위치를 제어하여 조종안정성을 확보하는 기능을 하며 지면에서 전달되는 도로의 불규칙성을 완충하는 역할을 한다. 이와 같은 현가장치의 동적 기능을 충분히 발휘할 수 있도록 설계 초기부터 기구학적인 해석과 탄성기구학적인 해석이 필수적으로 요구되고 있다. 현가시스템의 동적 특성은 차량의 조종안

정성 측면에서 주로 연구되었다. 이를 연구에서는 현가계의 기구학적인 특성과 컴플라이언스 특성이 차량의 조종안정성에 미치는 영향에 관하여 간단한 횡방향 동역학 모델에 대해서 동적응답을 구하여 고찰되었다<sup>[1][2]</sup>. 승차감을 고려한 현가계의 진동 모델은 대부분 현가계의 수직 운동만을 고려하는 간단한 모델을 이용하여 해석되었다<sup>[3]</sup>. 이러한 조종안정성 모델과 수직운동 모델을 동시에 고려하는 차량의 수학적 모델도 제시되었다<sup>[4][5]</sup>. 이들 모델에서 해결할 수 없었던 현가계의 설계부위나 부싱특성을 직접 고려하기 위한 실제적인 동역학적 모델링은 다물체 동역학 해석 기법이 도입된 후 가능하게 되었다<sup>[6][7][8]</sup>. 현재 차량의 설계와 개발시 차량의 강체 운동의 통틀어성은 대부분 ADAMS나 DADS와 같은 상용 다물체 동역학 해석 기법을 이용하여 해석된다<sup>[9]</sup>. 이

\* 정회원, 서울대학교 기계설계학과

\*\* 정회원, 대우자동차(주)

\*\*\* 정회원, 강원대학교 기계공학과

는 3차원 강체의 대변위 운동을 해석하기 위해 동역학 운동방정식과 대수방정식의 해를 동시에 구하여야 하는데 이때 생기는 수치적인 문제를 해결하기 위한 여러 가지 방법이 제시되었다<sup>[10]</sup>. 본 연구에서 다루는 현가계의 강체시스템의 모드 특성에 관한 연구는 이러한 다물체 동역학 해석 기법을 직접 적용할 수 없다. 그 이유는 대변위 운동에 적합한 다물체 동역학 해석 기법은 미소변위를 가정해야 하고 선형인 시스템에는 적용하기 어려우며 응답의 주파수 영역이 다물체 동역학 해석에서 다루는 범위보다 높기 때문이다. 현가계를 유한요소법을 적용하여 진동 특성을 해석한 연구도 제시되었다<sup>[11][12][13]</sup>. 이들은 현가계의 멤버를 유한요소화하고, 구속조건은 변위를 일치시키는 방법 등을 이용하는 방법을 제시하였다. 그러나 현가계의 3차원적인 운동과 구속조건을 표현하는 데는 이 방법도 한계가 있으며 모드 형상에 대한 결과는 제시하지 못하였다.

현가계는 강체로 볼 수 있는 너클, 로우어 암, 스트럿과 같은 현가계 멤버와 이를 지지하는 고무 부싱과 같은 탄성요소와 구면 조인트와 같은 구속 조인트계로 구성된다 따라서 현가계에 외력이 주어지면 현가계의 요소들은 동적인 운동을 하게 되며 이러한 현가계의 강체 요소들의 운동은 지면과 차량 사이의 전달 함수 축면에서 중요한 정보를 제공한다. 이러한 현가계의 동적인 특성은 현가계의 모드 해석을 통하여 구체적으로 규명될 수 있다. 일반적인 차량의 승차감 모델에서 현가계는 구성 부품의 설계위치와 같은 기하학적인 축면 및 부싱의 특성 등을 무시한 채, 차륜을 타이어의 수직 강성과 현가 스프링 및 댐퍼에 연결하여 1차원적으로 모델링한다. 이런 경우 약 10Hz의 흡(hop) 모드만이 현가계의 특성을 결정하는 요소로 규정된다. 하지만 노면의 입력은 그 이상의 주파수를 포함하며 차체의 고유진동수 또한 그 이상에서 존재한다. 또한, 현가계의 설계 위치 및 부싱의 탄성 계수와 같은 구체적인 현가계 설계 요소를 제외한 개략적인 모델링으로는 현가계가 가지고 있는 동적인 특성을 대변하

기는 무리가 따른다. 그러므로 본 연구에서는 현가계의 기하학적인 설계 위치 및 구속 조인트, 부싱 강성 등을 고려한 실제와 근접한 현가계 모델링을 통하여 현실적인 현가계의 모드 해석 방법을 제안하였다. 이를 위해 선형 동역학 해석 방법을 제시하고 차량의 전륜 현가계를 다물체계로 모델링하여 고유 진동수와 고유 모드를 계산하였다. 현가계 요소들의 강체 운동에 의한 고유 모드는 현가계의 동특성을 규명하는데 중요한 단서를 제공하는데, 현가계의 고유 모드 시험을 통해서 이론적 모드 해석 방법에서 구한 고유 모드를 실제로 추출하여 이론적 해석의 타당성을 보였다.

## 2. 선형 동역학 관계식의 유도

본 연구에서는 기구학적인 구속조건을 갖는 계에 대하여 미소변위를 가정하여 선형 동역학 방정식을 유도하였다. 일단 선형 동역학 방정식이 주어지면 해를 구하는 방법은 모드합성법에서 구속조건을 처리하는 방법과 동일하다.

강체로 이루어진 다물체계에서 위력에 의한 변위가 선형 거동을 단족할 정도로 작을 경우 Cartesian 좌표계에서 미소변위를 일반좌표로 적용하여 지배 방정식을 유도할 수 있다. 미소변위에  $\Delta q$ 대한 구속조건은 자코비안 행렬식으로 다음과 식과 같다.

$$\Phi_q \Delta q = 0 \quad (1)$$

식 (1)을 시간으로 미분하면 다음 식이 된다.

$$\Phi_q \Delta \dot{q} = 0 \quad (2)$$

식 (2)에서 일반좌표  $\Delta q$ 는 좌표 벡터  $q$ 와는 무관하고, 또한 주어진 좌표계에서 운동한다고 볼 수 있으므로 자코비안에 대한 시간 미분항은 존재하지 않는다. 마찬가지로, 식 (2)를 시간에

대해 미분하면 다음과 같이 된다.

$$\Phi_q \Delta \ddot{q} = 0 \quad (3)$$

식 (2)와 식 (3)은 일반좌표의 속도와 가속도에 대한 구속조건식으로 볼 수 있다. 식 (1)과 (2), (3)은 강체계의 변위를 미소하다고 가정할 때의 식이며 다른 경우는 이보다 훨씬 복잡한 구속조건식이 된다.

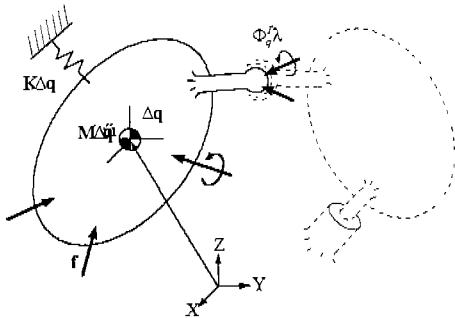


Fig. 1 Force-displacement diagram of multibody system

Fig.1은 다물체계에 외력이 작용하는 경우의 동적 평형을 개략적으로 표현한다. 강체를 연결하는 요소는 크게 기구학적인 조인트, 탄성요소와 감쇠 요소가 있다. 이들은 각각 힘의 요소로 모델링된다. 먼저 탄성요소는 미소변위를 가정하면  $K\Delta q$ 로 모델링되며 감쇠요소도 마찬가지로 미소 변위의 속도항에 선형항으로  $C\Delta \dot{q}$ 로 표현이 된다. 미소 변위에 대해서 각 강체의 관성력은  $M\Delta \ddot{q}$ 이다. 구속력은 미소 변형이 생길 경우 원래는  $\Phi(q + \Delta q)^T \lambda$ 이다. 하지만 선형 가정으로부터 변형이 일어나기 전에 구속력이 결정된다고 가정하면  $\Phi(q)^T \lambda$ 이 된다. 그렇다고 이것이 구속력이 일정하게 변하지 않는다는 것은 아니다. 그 이유는 구속력에 비례하는 라그랑지 승수  $\lambda$ 가 상태함수이기 때문이다. Fig.1로 부터 동적 평형식

은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M\Delta \ddot{q} + C\Delta \dot{q} + K\Delta q + \Phi_q^T \lambda = f(t) \quad (4)$$

여기서  $f(t)$ 는 시스템에 가해지는 외력을 나타낸다.

탄성요소는 국부좌표계(local coordinate system)에 대해서 병진과 회전에 대한 6개의 스프링 요소로 모델링된다. 이 스프링 요소는 다음과 같이 대각행렬로 표현된다.

$$K_T' = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$K_R' = \begin{bmatrix} k_{tx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{ty} & 0 \\ 0 & 0 & k_{tz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

국부좌표계에 대해서 정의된 탄성행렬은 전역 좌표계(global coordinate system)의 탄성행렬로 좌표 변환할 수 있다.

$$K_T = A_j K_T' A_j^T \quad (7)$$

$$K_R = A_j K_R' A_j^T \quad (8)$$

여기서  $A_j$ 는 스프링 요소가 정의된 국부좌표계에서 전역좌표계로의 좌표변환 행렬(transformation matrix)을 의미한다. 식 (7) 및 (8)과 같이 전역좌표계에서 탄성행렬이 정의되었으므로, 전역좌표계에서 강체간의 상대변위를 이 탄성행렬과 곱하면 전역좌표계에서의 스프링 요소에 의한 힘이 계산된다. 이로부터 탄성행렬을 유도할 수 있다.

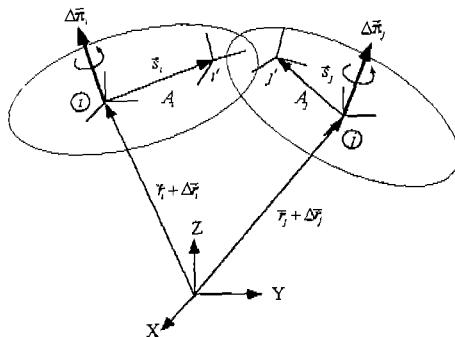


Fig. 2 Relative displacements between body i and body j

Fig. 3과 같이 강체 i와 강체 j의 중심에 정의된 국부좌표계는 전역좌표계에 대해서 회전되지 않은 상태로 가정하였다. 각 강체의 질량중심에서 탄성요소가 정의되는  $i'$ 와  $j'$  좌표계로의 변위를 각각  $s_i, s_j$ 라 하면 두 강체 사이에 정의되는 탄성행렬은 다음 식과 같이 유도된다.

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_i & \mathbf{K}_{ij} \\ \mathbf{K}_{ji} & \mathbf{K}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_T & \mathbf{K}_T \bar{s}_i \\ -\bar{s}_i \mathbf{K}_T & \bar{s}_i \mathbf{K}_T \bar{s}_i - \mathbf{K}_R \\ \mathbf{K}_T & -\mathbf{K}_T \bar{s}_j \\ \bar{s}_j \mathbf{K}_T & -\bar{s}_j \mathbf{K}_T \bar{s}_i + \mathbf{K}_R \end{bmatrix} \quad (9)$$

탄성행렬과 마찬가지로 국부좌표계의 감쇠행렬은 3축의 감쇠요소로서 다음 식으로 정의된다.

$$\mathbf{C}_{T'} = \begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & c_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{C}_{R'} = \begin{bmatrix} c_{xt} & 0 & 0 \\ 0 & c_{yt} & 0 \\ 0 & 0 & C_{zt} \end{bmatrix} \quad (11)$$

이다. 여기서  $\mathbf{C}_T'$ 와  $\mathbf{C}_R'$ 은 각각 전역좌표계의 병진 감쇠 행렬과 회전 감쇠 행렬이다.

여기서 국부 좌표계에서 정의된 감쇠 행렬은 좌표 변환 행렬  $A_i$ 를 통해서 전역좌표계의 감쇠 행렬로 정의된다.

$$\mathbf{C}_T = A_i \mathbf{C}_{T'} A_i^T \quad (12)$$

$$\mathbf{C}_R = A_i \mathbf{C}_{R'} A_i^T \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{C}_T$ 와  $\mathbf{C}_R$ 은 각각 전역좌표계의 병진 감쇠 행렬과 회전 감쇠 행렬이다.

하나의 감쇠요소에 대한 감쇠행렬  $C$ 는 탄성행렬과 마찬가지 형태로,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_u & \mathbf{C}_v \\ \mathbf{C}_p & \mathbf{C}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_T & \mathbf{C}_T \bar{s}_i & \mathbf{C}_T & -\mathbf{C}_T \bar{s}_j \\ -\bar{s}_i \mathbf{C}_T & \bar{s}_i \mathbf{C}_T \bar{s}_i - \mathbf{C}_R & \bar{s}_i \mathbf{C}_T & -\bar{s}_i \mathbf{C}_T \bar{s}_j - \mathbf{C}_R \\ \mathbf{C}_T & -\mathbf{C}_T \bar{s}_j & -\mathbf{C}_T & \mathbf{C}_T \bar{s}_j \\ \bar{s}_j \mathbf{C}_T & -\bar{s}_j \mathbf{C}_T \bar{s}_i + \mathbf{C}_R & -\bar{s}_j \mathbf{C}_T & \bar{s}_j \mathbf{C}_T \bar{s}_j - \mathbf{C}_R \end{bmatrix} \quad (14)$$

이 된다.

질량행렬  $M$ 을 하나의 강체에 대해서 다음 식과 같이 정의한다.

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

식 (15)의 관성행렬에서 관성모멘트는 관성좌

표계에서의 값이며 어떠한 좌표계에서 정의된 값이든지 적절한 좌표변환을 이용하여 전역좌표계의 값으로 표현이 가능하다. 임의의 좌표계에서 관성 모멘트를 알고 있다면 다음 식과 같이 좌표변환 행렬  $A$ 를 통하여 전역좌표계의 관성 모멘트로 변환이 가능하다.

$$J = AJ'A^T \quad (16)$$

여기서,

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}, J' = \begin{bmatrix} I_{xx}' & I_{xy}' & I_{xz}' \\ I_{yx}' & I_{yy}' & I_{yz}' \\ I_{zx}' & I_{zy}' & I_{zz}' \end{bmatrix}$$

이다.

앞에서 유도한 구속 조건식과 운동방정식을 나타내는 식 (1)~(4)를 동시에 푸는 것은 과정이 어려울 뿐더러 효율적이지 않으므로 여기서는 좌표변환에 의해 구속조건식을 운동방정식에 결합시켜 독립좌표계만으로 운동방정식을 구하였다.

식 (1)과 같이  $m$ 개의 독립적인 구속조건식을 가지고  $n$ 개의 일반좌표 벡터  $\Delta q$ 를 가진 계에서, 일반좌표 벡터  $\Delta q$ 는  $\Delta q = [\Delta u^T, \Delta v^T]^T$  좌표분할할 수 있다. 여기서  $\Delta u$ 는  $m$ 개의 종속좌표 벡터를 의미하며,  $\Delta v$ 는  $k$ 개의 독립 좌표 벡터를 의미하며  $k=n-m$ 의 등식이 성립한다. 마찬가지로 구속조건 자코비안 행렬  $\Phi_q$ 도 독립좌표계와 결합되는 부분과 종속좌표계와 결합되는 부분으로  $\Phi_q = [\Phi_u, \Phi_v]$ 와 같이 분할할 수 있다. 이러한 경우 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_u \Delta u + \Phi_v \Delta v = 0 \quad (17)$$

$m$ 개의 독립적인 구속조건에 대해 자코비안 행렬  $\Phi_q$ 의 부행렬(submatrix)  $\Phi_u$ 는 특이 행렬(singular matrix)이 아니므로 식 (17)은 다음과

같이 다시 쓸 수 있다.

$$\Delta u = -\Phi_u^{-1} \Phi_v \Delta v \quad (18)$$

식 (25)를 이용하면  $n$ 개의 일반 좌표계 벡터  $\Delta q$ 는  $m$ 개의 독립 좌표계 벡터  $\Delta v$ 로 다음 식과 같이 표현된다.

$$\Delta q = D \Delta v \quad (19)$$

여기서 좌표변환 행렬  $D$ 는 다음 식과 같이 정의된다.

$$\Delta q = D \Delta v \quad (20)$$

이로부터 식 (4)는 다음과 같이 된다.

$$MD\dot{\Delta v} + CD\dot{\Delta v} + KD\Delta v = f \quad (21)$$

식 (21)에  $D^T$ 를 전승하면 다음과 같이, 구속조건식이 결합된  $k$ 개의 독립 좌표계만의 운동방정식이 구해진다.

$$M_D \dot{\Delta v} + C_D \dot{\Delta v} + K_D \Delta v = f_D \quad (22)$$

여기서

$$M_D = D^T M D$$

$$C_D = D^T C D$$

$$K_D = D^T K D$$

$$f_D = D^T f$$

이다. 식 (22)에서 라그랑지 승수항은

$D^T \Phi_q = 0$  이므로 제거된다. 이제 식 (22)을 이용하면 일반적인 선형 해법을 적용하여 해를 구할 수 있다.

### 3. 현가계의 진동해석

앞에서 유도한 강체로 이루어진 다물체계의 선형 동역학 방정식을 현가계의 진동해석에 응용한다. 예로서 맥퍼슨 현가계에 대해 동적 특성을 살펴보고 비선형 해석 결과와 비교한다.

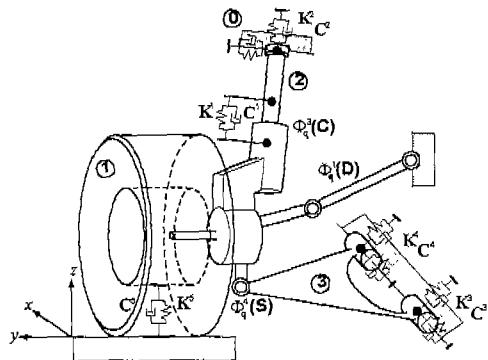


Fig. 3 Modeling of a McPherson suspension system for vibration analysis

진동해석을 위하여 맥퍼슨 현가계를 Fig.3과 같이 모델링하였다.  $K^1, C^1$ 은 스트럿의 강성과 감쇠이며,  $K^2, C^2$ 는 스트럿 마운트부의 부싱의 강성과 감쇠이다.  $K^3, C^3, K^4, C^4$ 는 로우어 암과 차체를 연결하는 부싱의 강성과 감쇠를 나타낸다. 타이어의 수직 강성과 감쇠는 현가계의 동적 특성에 중요한 영향을 미친다. 여기서는 지면과 차륜이 타이어의 수직강성  $K^5$ 와 감쇠  $C^5$ 로 연결된 것으로 모델링하였다. 시스템을 구성하는 강체 1은 차륜과 너클 어셈블리이며, 강체 2는 스트럿이며, 강체 3은 로우어 암을 나타낸다. 일반 좌표는 각 강체에 대해서 각각 6개의 성분을 가진 3개의 벡터로 표시된다.

$$\Delta q = \begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \end{pmatrix} \quad (23)$$

i) 시스템의 관성 행렬, 감쇠 행렬과 탄성 행렬은 각각 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{ii}^1 + C_{ii}^5 & C_{ii}^1 & 0 \\ C_{ji}^1 & C_{jj}^1 + C_{ii}^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_{ii}^3 + C_{ii}^4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{ii}^1 + K_{ii}^5 & K_{ij}^1 & 0 \\ K_{ji}^1 & K_{jj}^1 + K_{ii}^2 & 0 \\ 0 & 0 & K_{ii}^3 + K_{ii}^4 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Fig. 3에서 알 수 있듯이 구속조건은 3가지가 존재한다. 이를 구속조건으로 이루어지는 시스템의 구속조건식 자코비안 행렬은 다음 식과 같다.

$$\Phi_q = \begin{bmatrix} \Phi_{qi}^1 & 0 & 0 \\ \Phi_{qi}^2 & \Phi_{qi}^2 & 0 \\ \Phi_{qi}^3 & 0 & \Phi_{qj}^3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

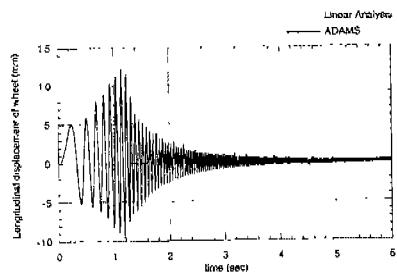
구속조건의 수는 변위 구속조건  $\Phi_q^1$  1개, 실린더 구속조건  $\Phi_q^4$  4개, 구면 구속조건  $\Phi_q^3$  3개를 합쳐 총 8개가 된다. 그러므로 전체 18개의 일반좌표에서 10개의 득립좌표가 존재한다. 따라서 10개의 선형 동역학식을 풀어서 해를 구하게 된다.

정현파 가진에 대한 진동양상을 가진함수가 사인스위핑(sine sweeping) 함수일 때의 결과를 통해 관찰하였다. 사인스위핑 함수 형태의 가진

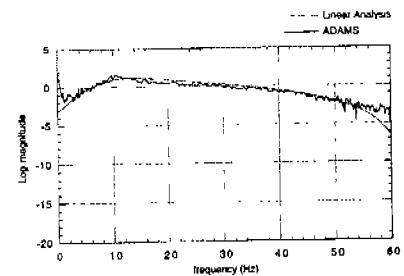
력은 다음과 같다.

$$F(t) = F_0 \sin\left(\frac{2\pi f_0}{t_0} \frac{t^2}{2}\right) \quad (28)$$

여기서,  $F_0 = 1000N$ ,  $f_0 = 60Hz$ ,  $t_0 = 6sec$ 로 하였다. 사인스위핑 함수는 주기가 일정하게 증가하는 함수로서 원하는 주파수대  $f_0$ 까지 가진 할 수 있다. 여기서는 강체 1인 차륜의 수직방향에 대한 가진과 수평방향의 가진에 대해서 응답을 구하였다. Fig. 4는 수직방향의 가진에 대한 차륜의 수직방향 변위에 대하여 선형해석 결과와 비선형 방정식을 기초로 하는 ADAMS 해석 결과를 비교하여 보여주고 있다. 시간영역에서 비교한 그림을 보면 전체적인 응답의 모양은 비슷하게 나타났다. 시간영역의 데이터는 주파수가 시간에 선형적으로 증가하고,  $f_0 = 60Hz$ ,  $t_0 = 6sec$  이므로 1초단위가 10Hz와 동일한 주파수 데이터를 나타낸다고 볼 수 있다. 데이터를 보면 저주파에서 응답의 크기가 서서히 증가하여 10Hz 부근(1초 부근)에서 커지다가 고주파수 영역이 가진되는 쪽에서는 응답의 크기가 줄어드는 양상을 보인다. 이는 10Hz 부근의 차륜의 수직운동 고유모드인 흡모드가 가진된 결과로 보인다. 파워 스펙트럼 밀도함수를 비교한 그림에서 50Hz 이하의 선형 해석의 결과와 ADAMS 해석의 결과가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다.

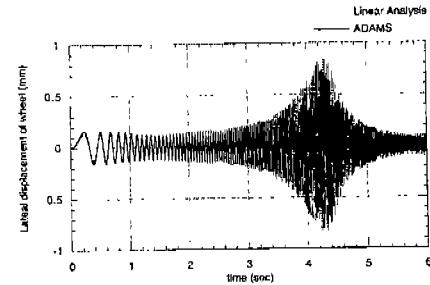


(a) time response

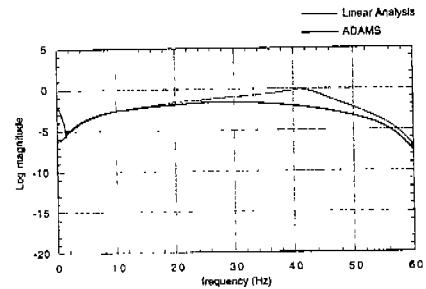


(b) power spectrum

Fig. 4 Response of wheel vertical displacement to a sinusoidal sweep input in vertical direction



(a) time response



(b) power spectrum

Fig. 5 Response of wheel lateral displacement to a sinusoidal sweep input in lateral direction

Fig. 5는 횡방향의 가진에 대한 차륜의 횡방향 변위에 대하여 선형해석 결과와 비선형 방정식을 기초로 하는 ADAMS 해석 결과를 비교하여 보여주고 있다. 현가계는 수직방향의 운동은 기구학적으로 구속되지 않고 현가 스프링과 속 압소바의 반력만이 작용하지만 횡방향 운동은 이에 반해 기구학적으로 구속되는 형태로 높은 부싱의 강성에 의해 미소한 변위만이 발생하므로 횡방향의 가진에 의한 운동이 수직방향의 가진에 의한 운동보다 미소한 변위를 하는 운동으로서 선형 해석의 결과가 잘 부합될 것임을 예상할 수 있다. 시간영역의 결과를 보면 선형 해석의 경우 주파수 대역이 높아짐에 따라 진동 변위가 증가하다가 감소하는 것을 볼 수 있다. 이에 반해 ADAMS 해석의 결과는 진동 변위가 거의 일정하였다. 선형 해석의 경우 약 40Hz 부근에서 횡방향 모드의 고유진동수가 존재함을 확인할 수 있다. 이것은 응답에 대한 파워 스펙트럼 밀도 함수를 비교해도 알 수 있다. 그림에서 주파수가 낮은 범위에서는 선형해석이나 ADAMS 해석의 결과가 비슷하지만 주파수가 높은 범위에서는 선형 해석에 의한 응답이 크게 나음을 알 수 있다. 여기서도 약 40Hz 부근에서 선형 해석의 응답이 크게 나오고 있다.

이상의 선형해석의 결과와 ADAMS 해석의 결과의 비교로부터 강체계가 미소운동을 하는 범위에서는 선형해석의 타당성이 검증되었으며 특히 주파수가 높은 범위에서는 시스템의 고유치 특성을 잘 반영하는 것으로 드러났다. 이것은 선형 해석 모델로부터 고유진동수를 구해보면 더욱 구체적으로 확인할 수 있다.

#### 4. 현가계의 이론적 모드 해석

맥퍼슨 현가계로 구성된 전륜 현가계는 모드 해석을 위하여 Fig. 6과 같이 모델링할 수 있다. 전륜 현가계는 좌측과 우측이 스탠빌라이저 바(stabilizer bar)와 조향계로 연결되어 있으므로 모드 해석을 위해서는 좌우축을 독립적으로 모델

링할 수 없다. 현가계는 강체들과 이를 지지하는 기계적 조인트와 탄성 요소로 모델링된다.

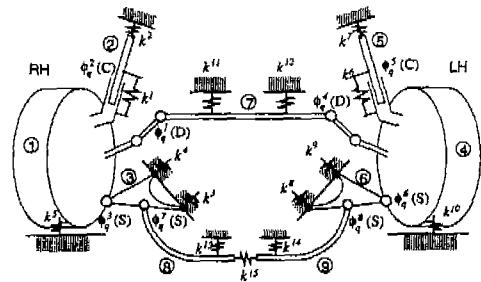


Fig. 6 Modeling of a front suspension system

고유 모드 해석을 위해 감쇠요소는 제외하였다. 강체 1과 강체 5는 각각 좌우축의 휠과 너를 등의 어셈블리이다. 강체 2와 강체 5는 각각 좌우축의 스트럿을 나타낸다. 강체 3과 강체 6은 각각 좌우축의 로우어 암을 나타낸다. 강체 7은 스티어링 기어 박스를 나타낸다. 강체 8과 9는 스탠빌라이저 바를 모델링한 것이다. 각각의 강체는 탄성요소와 구속조인트에 의해 연결되어 있다. 이 시스템에 대하여 선형 동역학 해석 방법을 적용하면 다음 식과 같은 동역학 관계식을 얻을 수 있다.

$$M_D \ddot{v} + K_D v = 0 \quad (29)$$

여기서 고유치 해석을 위해서 외력항은 제거하였다. 식 (29)에서  $M_D$ 와  $K_D$ 는 독립좌표계로 좌표변환된 시스템의 관성 행렬과 탄성 행렬이며  $v$ 는 독립 좌표계 벡터를 의미한다. 식 (29)과 같이 나타나는 계는 다음 식과 같은 고유치 문제를 만족하는 해가 존재한다.

$$[K_D][\Psi] = [M_D][\Psi][\omega^2] \quad (30)$$

여기서  $[\omega^2]$ 은 고유치 행렬이며,  $[\Psi]$ 는 고유 모드 행렬을 나타낸다. Table 1에 이 시스템에 대한 일반 좌표계의 수와 구속 조건의 수, 독립 좌표계의 수를 표시하였다. 이 시스템에는 32개의 독립 좌표계가 존재하므로 32개의 고유 모드가 존재한다.

Table 1 Numbers of system value

Number of generalized coordinates (n)	54
Number of constraint equations (m)	22
Number of independent coordinates (k)	32

Table 2 Natural frequencies of front suspension system

No	Frequency(Hz)
1	0.16
2	0.16
3	0.59
4	0.59
5	11.66
6	11.71
7	15.79
8	23.35
9	23.83
10	27.74
11	40.13
12	41.03
13	57.68
14	59.30
.	.
.	.
.	.
32	315.89

고유치 해석을 통하여 구한 전륜 현가계의 고유 진동수를 Table 2에 정리하였다. Table 2에서 첫번째 4개의 고유 진동수는 스트럿 마운트 등의 회전방향의 자유조건에 의해 나타나는 강체 모드를 나타낸다. 전륜 현가계의 좌측과 우측의 대칭성으로 인해서 짹으로 나타나는 고유 진동수가 여러개 나타났다. 낮은 주파수 대역에서는 강체계 전체가 움직이는 전역 모드(Global mode)가 나타났지만 높은 주파수 대역에서는 강체계 중 일부만 움직이는 국부 모드(Local mode)가 나타났다. 실제로 모드 시험에서는 50Hz 이상에서는 현가계 부품 자체의 유연성이 결합된 모드가 나타나서 본 연구의 관심 영역과 벗어나 있었다.

## 5. 모드 시험(Modal Test)에 의한 검증

앞절의 이론적 해석에 의해서 구한 현가계 구성요소의 강체 운동에 의한 고유 모드를 모드 시험을 통하여 구하였다.

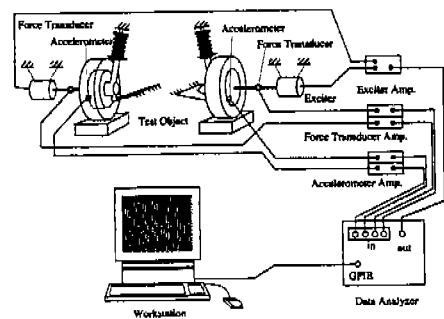


Fig. 7 Test setup

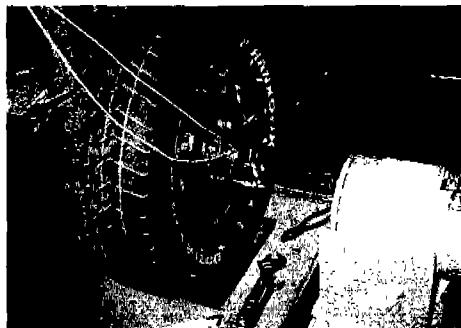


Fig. 8 The photo of 3-axis accelerometer and electro-magnetic exciter

Fig. 7은 현가계 모드 시험을 위한 측정 장비의 배치 및 시험 방법을 보여 준다. 전륜 현가계 전체를 가진할 수 있도록 좌축과 우축 차륜의 두 점에서 횡방향으로 전자기식 가진기 (electro-magnetic exciter)를 사용하여 가진하였다. 가진력 함수는 무작위 함수(random function)를 사용하였으며 LMS사의 CADA-X 장비를 사용하여 입력함수를 생성하였다. 가진 입력 신호는 신호증폭기(signal amplifier)를 통하여 가진기에 전달된다. 가진기 끝에 달린 가진봉에 힘 변환기(force transducer)를 설치하여 가진력을 측정한다. 측정된 가진력을 증폭기를 통해서 데이터 수집기(data analyzer)에 저장된다. 가속도 신호는 차륜, 스트럿, 로우어 암, 타이로드와 렉 등에서 측정하였다. 3차원에서의 진동 변위를 측정하기 위해 3축 가속도계를 사용하여 현가계 각 부품 및 차체 일부분에 대해 총 43점의 가속도를 측정하였다. 가진점 위치는 고정한 채 가속도계의 위치를 옮겨가며 신호를 측정하였다. 현가계 각 부분에서 측정된 가속도 신호는 신호 증폭기를 통하여 데이터 수집기에 저장된다. Fig 8은 모드 시험시 가속도계가 장착된 모습을 보여준다.

수집된 가속도와 입력신호는 LMS사의 CADA-X장비의 모드 해석 모듈로 처리하여 시

스텝의 고유 진동수와 고유 모드를 구하였다. 약 50Hz 이하에서 5개의 현가계 요소의 강체 운동에 의한 고유 모드가 검출되었다. 50Hz 이상에서는 현가계 부품의 유연성 모드가 합쳐진 모드가 나타나므로 본 연구의 범위는 50Hz 이하의 모드에만 제한하였다. 50Hz 이하에서는 현가계 요소들의 유연성 모드는 나타나지 않았으며 현가계 각 요소들의 정확한 강체운동만이 나타났다. 본 연구에서 관심있는 50Hz 이하의 강체 운동 모드에 대해서는 이론적 모드 해석에서 구해진 고유 모드의 대부분이 시험에서 확인되었다. 해석 결과와 실험 결과를 Table 3에 나타내어 비교하였다.

Table 3 Comparison of natural frequencies between linear analysis and test

Mode	Linear Analysis (Hz)	Test (Hz)
Wheel hop	11.66 11.71	11.56
Wheel longitudinal movement (1/r opposite direction)	23.35 23.83	25.59
Wheel longitudinal movement (1/r same direction)	27.74	29.66
Wheel toe (1/r same direction)	40.13	42.52
Wheel toe (1/r opposite direction)	41.03	45.50

Table 3에서 첫번째 모드는 일반적인 현가계의 1차원 모델에서 추구이 가능한 차륜의 흡모드이다. 두번째 이상 모드들은 현가계의 기구학적인 특성과 현가계를 지지하는 고무부싱등의 자세한 모델링이 존재해야 예측이 가능한 모드이다. Table 3에서 해석 결과 중 첫번째와 두번째는 고유 모드가 짹(pair)으로 나타났다. 이는 반공진 점의 영향으로 보인다. Table 2와 비교해서 살펴보면 50Hz이하에서 해석 결과 중 15.79Hz를 제외하고는 모든 모드가 실험으로 확인되었음을 알

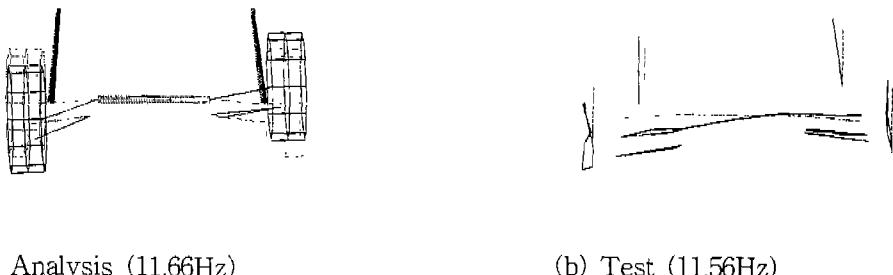


Fig. 9 Wheel hop mode

수 있다. 고유 진동수의 결과가 실험이 시뮬레이션보다 약간 높게 나왔다. 이는 해석에 사용한 탄성요소들의 강성값이 실제보다 약한 이유 때문으로 보인다. 또한, 실험에서는 경계조건이 완전한 자유단이 되지 못하므로 전체적으로 강성을 높이고 있다고 볼 수 있다. 그러나 모드의 순서는 실험과 해석결과가 잘 일치하고 있다. Fig. 9 ~ Fig. 13은 해석에 의한 모드형상과 실험에 의한 모드 형상을 비교하고 있다. Fig. 9는 차륜의 흡모드를 비교하고 있다. Fig. 10은 양측 차륜이 반대 방향으로 움직이는 종방향 운동 모드를 비교하고 있다. Fig. 11은 양측 차륜이 같은 방향으로 움직이는 종방향 운동 모드를 비교한다. Fig. 12와 Fig. 13은 각각 양측 차륜이 같은 방향과 반

대 방향으로 움직이는 차륜의 토우 운동 모드이다. Fig. 9를 제외하면 현가계 맵버들의 강체 운동에 의한 자유 진동 모드가 실험에서 확연히 나타나고 있음을 알 수 있다. 차륜의 흡 모드가 실험에서 부정확하게 나온 이유는 저주파 대역의 가진력 천달이 부족했고 차체를 완전히 고정하지 못했기 때문에 차체의 모드가 섞여나왔기 때문인 것으로 보인다. 그러나 타이어의 수직 탄성계수와 차륜과 너클의 질량에 의해 결정되는 차륜의 흡 모드는 약 10Hz 부근에서 나오는 것으로 일반적으로 알려져 있기 때문에 이 모드는 분명한 것으로 생각된다. 이상의 결과로부터 현가계의 강체 운동 모드를 선형 동역학 해석 방법으로 구할 수 있음을 알 수 있다.

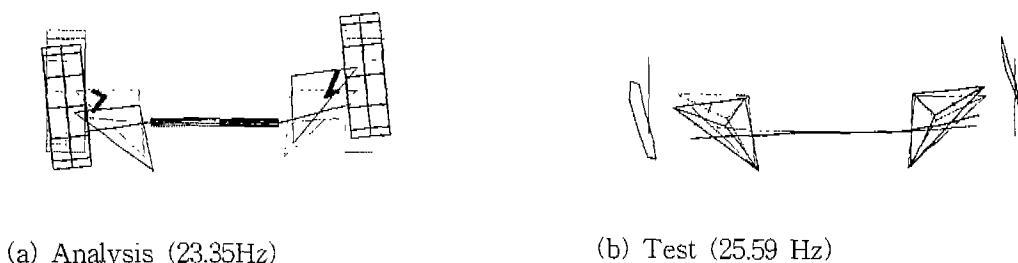
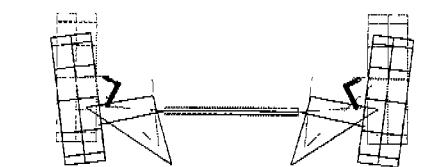
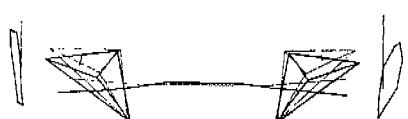


Fig. 10 Wheel longitudinal movement mode(opposite direction)

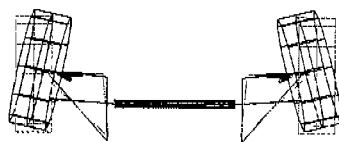


(a) Analysis (27.74 Hz)



(b) Test (29.66Hz)

Fig. 11 Wheel longitudinal movement mode(same direction)



(a) Analysis (41.03 Hz)



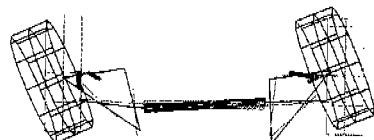
(b) Test (45.50 Hz)

Fig. 13 Wheel toe motion mode (opposite direction)

## 6. 결 론

강체로 이루어진 다물체계가 미소변위 운동을 하여 선형 가정이 성립하는 경우 동역학 지배방정식을 Cartesian 좌표계의 미소변위와 구속력의 항으로 유도하였으며 이를 현가장치에 적용하여 해석하였다. 해석결과는 기존의 비선형 해석결과와 비교할 때 일치된 결과를 보여 선형 가정이 성립하는 미소운동 범위에서는 본 연구에서 제시한 이론식의 유용성이 검증되었다. 유도된 지배방정식은 쉽게 컴퓨터 코드화 될수 있으며 기존의 다물체 해석 방법과 입력 데이터를 공유할 수 있는 장점이 있다. 이러한 동특성 해석 과정은 그대로 다른 현가계 해석 및 설계에도 응용할 수 있다.

선형 탄성기구학 지배방정식에 강체의 관성력과 감쇠요소의 감쇠력을 고려하여 구속조건이 존재하는 다물체계의 선형동역학 관계식을 유도하였다. 구속조건식은 좌표분리법을 이용하여 운동방정식에 합쳐져서 독립좌표계만으로 운동방정식을 기술하였다. 이를 현가계에 응용하여 사인스위핑(sine sweeping) 함수의 가진력을 적용할



(a) Analysis (40.13Hz)



(b) Test (42.52Hz)

Fig. 12 Wheel toe motion mode(same direction)

때 선형 해석결과와 비선형 해석결과는 가진력의 크기와 주파수에 따라서 다른 양상을 보였다. 가진력이 작아서 선형 가정이 가능하고 가진 주파수가 낮은 대역에서는 선형 해석과 비선형 해석의 결과가 일치하였다. 가진력이 커지는 비선형 구간에서는 선형 해석은 한계를 보이며 비선형 해석보다 작은 응답을 보였다. 고주파수 대역에서는 비선형 해석 결과는 응답의 크기에 대한 가진 주파수의 영향이 크지 않았지만 선형 해석 결과는 가진 주파수에 따라 응답의 크기가 다르게 나타났다. 특히 고주파수 영역에서 비선형 해석과 달리 선형 해석은 계의 고유 진동수 부근의 가진 주파수에 대해서는 큰 응답을 보여 계의 고유치 해석이 가능함을 알 수 있었다.

고유치 해석이 가능한 선형 동역학 해석을 이용하여 현가계 부품의 강체 운동에 의해 지배되는 고유 모드를 이론적으로 규명하였다. 이론으로 구한 고유모드들은 실제로 모드시험을 통해 50Hz이하에서 확인이 되었다. 1차원 모델로 예측되던 차륜의 흡모드 이외에 차륜의 종방향 변위 모드, 토우 운동 모드 등이 이론과 시험을 통해서 발견되었다. 이를 통해 다물체계의 비선형 해석으로는 불가능한 고유치 해석을 선형 해석으로 규명할 수 있음을 알았다.

## 후 기

본 논문은 1997년도 교육부 학술연구조성비 (ME97-D-10)에 의해 수행된 연구의 일부로서 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참 고 문 현

1. L.Segel, " In the Lateral Stability and Control of Automobile as Influenced by the Dynamics of Steering System," ASME J. Eng. Ind., Aug., pp.283-295, 1966.
2. R.W.Allen, T.J.Rosenthal, and H.T.Szostak, " Steady State and Transient Analysis of Ground Vehicle Handling," SAE Paper 870495, 1987 SAE International Congress and Exposition, Detroit, Michigan, Feb. 1987.
3. S. M. Metwalli, " Optimum Nonlinear Suspension Systems," Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Transactions of the ASME, vol.108, June 1986.
4. N.S.Nathoo, and A.J.Healey, " Coupled Vertical-Lateral Dynamics of a Pneumatic Tired Vehicle: Part I-A Mathematical Model," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.100, Dec. 1978.
5. N.S.Nathoo, and A.J.Healey, " Coupled Vertical-Lateral Dynamics of a Pneumatic Tired Vehicle: Part II Simulated versus Experimental Data," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.100, Dec. 1978.
6. R.A.Weilage and E.J.Haug, " Generalized Coordinate Partitioning for Dimension Reduction in Analysis of Constrained Dynamic System," Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, vol.104, Jan. 1982.
7. N.Orlandea, N.A.Chase, and D.A.Calahan, " A Sparsity-Oriented Approach to the Dynamic Analysis and Design of Mechanical System-Part 1." Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, pp.773-779, Aug. 1977.
8. N.Orlandea, N.A.Chase, and D.A.Calahan, " A Sparsity-Oriented Approach to the Dynamic Analysis and Design of Mechanical System-Part 2." Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, pp.773-779, Aug. 1977.

- the ASME, pp.773-779, Aug.1977.
9. J.D.Trom, J.L.Lopez, M.J.Vanderploeg,  
“Modelling of a Mid-Size Passenger Car  
Using a Multibody Dynamics Program,”  
Journal of Mechanisms, Transmissions,  
and Automation in Design, Transactions  
of ASME, vol.109, Dec. 1987.
10. T.W.Park, E.J.Haig, “A Hybrid  
Numerical Integration Method for  
Machine Dynamic Simulation,” Journal  
of Mechanisms, Transmissions, and  
Automation in Design, Transactions of  
the ASME, vol.108, June 1986.
11. M.Jonsson, “Simulation of Dynamical  
Behavior of a Front Wheel Suspension,”  
Vehicle System Dynamics, 16,  
pp.107-127, 1987.
12. K.Kumagai, T.Abe, J.L.Bretl, T.Ishigaki,  
and R.Takagi, “A Shock Absorber  
Vibration Analysis - High-Frequency and  
Low-Frequency,” SAE Paper, No.  
911068, 1991.
13. B.G.Kao, E.Y.Kuo, M.L.Adelberg,  
S.V.Sundaram, T.R.Richards, and  
L.T.Charek, “A New Tire Model for  
Vehicle NVH Analysis,” SAE Paper,  
No. 87024, 1987.