

레이저 회절법을 이용한 축대칭 분무 구조의 공간 분포 변환에 관한 실험적 연구

An Experimental Study of Reconstruction from Laser Diffraction Measurement for Axisymmetric Sprays

양승연*, 이충훈**, 구자예***, 정석호****
Seungyeon Yang, Choonghun Lee, Jayae Koo, Sukho Chung

ABSTRACT

Spatially resolved liquid volume fractions from a set of line-of-sight laser diffraction measurements for axisymmetric sprays generated from a pintle-type gasoline injector have been tomographically reconstructed by Abel transformation, Fourier transformation and onion peeling method. Spatially resolved liquid volume fractions classified into 32 size groups were translated into number density distributions and equivalent diameters which show well evaporating characteristics of SI engine fuel sprays. These data were also obtained from the phase Doppler measurements for the same sprays. The comparison between laser diffraction measurements and phase Doppler measurements at some spatial measurement points shows that Fourier transformation reconstructs more reasonable spatially resolved characteristics for axisymmetric sprays as well as for asymmetric sprays.

주요기술용어 : Abel transformation(Abel 변환), Fourier transformation(Fourier 변환), Laser diffraction measurement (레이저 회절 계측), Equivalent diameter(등가직경)

1. 서 론

자동차 엔진에 사용되는 인젝터의 분무 특성을
을바르게 파악하기 위해서는 분무 전체의 평균적
인 공간 분포 특성뿐만 아니라, 필요에 따라서는

특정 위치에서의 분무 특성을 알 수 있어야 한다.
레이저를 이용하여 분무의 특성을 파악하는데 널리
사용되는 계측 장비로는 위상 도플러 입자 분
석기(PDPA)와 레이저 회절 입경 분석기
(LDPA)가 있다¹⁾.

PDPA는 공간상의 한 점에 형성된 프린지를
통과하는 입자의 직경과 속도가 동시에 계측되며,
특정 위치에서의 분무의 국소 정보를 얻는데
주로 이용된다. PDPA를 이용한 계측은 국소 위
치에서의 분무 특성을 비교적 정확하게 파악할

* 정회원, 서울대학교 대학원

** 정회원, 한국과학기술연구원

*** 정회원, 한국항공대학교 기계공학과

**** 정회원, 서울대학교 기계항공공학부

수 있지만, 이로부터 분무 전체의 평균적인 공간 분포를 구성하기 위해서는 많은 시간과 노력이 필요하며, 또한 구성된 공간 분포가 전체적인 분무 특성을 제대로 나타내지 못하고 있는 것으로 알려져 있다.

LDPA는 관측선(line of sight) 측정 기법으로 경로상의 정보가 적분되어 계측되며, 분무 전체의 평균적인 공간 분포 특성을 파악하는데 주로 이용된다. LDPA를 이용한 계측은 레이저 범이 지나가는 전체 경로상의 정보가 적분되어 계측되지만, 적절한 변환 기법을 적용하면 분무의 체적 분율 및 평균 입경 등의 공간적 분포를 쉽게 구성할 수 있다.

경로 적분값으로부터 내부 분포 함수의 공간적 분포를 구하는 변환 기법은 축대칭 구조의 경우 광학 분야에서 이미 오래 전부터 많은 연구가 수행되어 왔으며, Hammond²⁾와 Zhu 등³⁾이 단공(single hole) 분무의 축대칭 분무 구조에 대하여 LDPA 계측의 경로 적분 결과로부터 반경 방향의 평균 입자 직경과 체적 농도 분포를 구성하는 기법을 제시한 바 있다. 비대칭 구조의 경우는 의학 분야에서 단층 촬영 기법의 연구와 더불어 개발되었으며, 이 등⁴⁾이 산업용 연소기 및 자동차 엔진에 많이 사용되는 다공(multi-hole) 인젝터의 비대칭 분무 구조에 대하여 Fourier 변환을 이용한 토모그래피 재구성 방법(tomographic reconstruction)을 제시하였다.

한편, LDPA의 경로 적분 계측 결과로부터 공간상의 특정 위치에서의 분무 특성도 파악해 낼 수 있는데, 양 등⁵⁾은 비대칭 분무 구조에 대하여 이 등이 제시하였던 토모그래피 재구성 기법을 LDPA에서 제공하는 32개 직경 구간(size groups)에 적용하여 각 직경 구간에 속하는 입자들의 체적 분율에 대한 공간적 분포를 구하고, 이로부터 국소 위치에서의 입자수 분포를 계산하여 PDPA 계측 결과와 비교 분석한 바 있다.

본 연구에서는 단공 인젝터의 축대칭 분무 구조에 대하여 Abel 변환 기법과 Fourier 변환 기법, 그리고 onion peeling 방법을 각각의 직경

구간에 적용하여 직경 구간별 체적 분율의 공간적 분포를 구하고, 이로부터 국소 위치에서의 입자수 분포와 가솔린 자동차용 인젝터로부터 발생하는 분무의 증발 특성을 파악하기 위하여 도입된 등가 직경(equivalent diameter)을 계산하여 동일한 인젝터의 분무에 대한 PDPA 계측 결과와 비교하였다.

2. 실험장치 및 실험방법

실험장치는 Fig. 1의 개략도와 같이 측정부, 연료 공급계와 인젝터로 구성되어 있다.

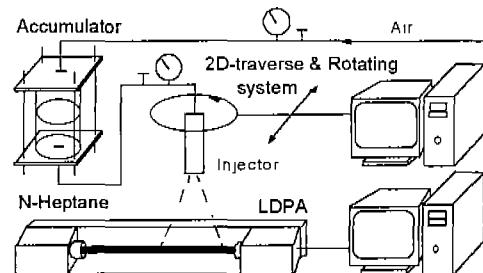


Fig. 1 Schematic of experimental setup for LDPA measurement

LDPA 측정부는 LDPA(Malvern, 2604L)와 이송장치로 구성되어 있다. LDPA는 측정의 원활함과 광학대(optical bed) 및 지면에 의한 유동의 영향을 최소화하기 위하여 바닥으로부터 약 700 mm의 높이에 90° 회전하여 설치하였다. 분석기 범은 정렬(alignment)이 비교적 안정적인 직경 9mm 범을 사용하였으며, 수광부 렌즈는 초점 거리 300 mm 렌즈를 사용하였다. 이 경우 측정 가능한 입경 범위는 5.8~564 μm이다. 이송장치는 스텝 모터로 구동되는데 펄스당 이송 거리는 0.05 mm이며 PC를 이용하여 제어하였다. 이송 장치에는 다각 주사 측정을 위하여 회전이 가능하도록 설계된 인젝터 고정 장치가 부착되어 있다.

PDPA(Aerometrics) 측정부는 직접 이송이 가능하도록 3차원 이송 장치에 설치하였다. 계측

에 사용된 광학계 렌즈의 초점 거리는 광원부 렌즈와 수광부 렌즈 모두 500 mm이며, 이 때의 입경 측정 범위는 2.5~162.5 μm이다.

연료 공급계는 정적 압력 용기, 각종 압력 조절기 및 압력계로 구성되어 있다. 연료로는 헵탄(N-heptane)을 사용하였으며, 압축 공기로 정적 압력 용기 내의 연료를 가압하여 인젝터에 공급하였다. 분사가 진행되면서 정적 압력 용기 내 연료의 수위 변동에 따른 공급 압력의 변동을 방지하기 위하여 인젝터 공급 바로 전에 별도의 압력 조절기를 설치하였다. 연료의 공급 계기 압력은 인젝터 공급 바로 전의 압력 조절기 기준으로 400 kPa이다.

축대칭 분무 구조를 형성하기 위하여 가솔린 자동차용 핀틀(pintle) 타입 인젝터를 사용하여 대기 중으로 분무하였고, 인젝터 선단으로부터 수직 하방 100mm 위치에서 측정하였다.

LDPA의 경우 측정 반경은 20 mm이며, 다각 주사 측정을 위하여 5° 간격으로 인젝터를 회전시키면서 각각의 측정 각도에 대하여 수평 방향으로 1 mm씩 이동하면서 측정하였다. 1회의 측정 시 측정 횟수(sweep)는 100으로 설정하였다. 체적 농도(volume concentration) 계산에는 수학적 모델을 가정하지 않는 독립 분포 함수 모델과 Rosin-Rammler 모델을 적용하였다.

한편, PDPA 계측의 경우 인젝터는 고정된 상태에서 3차원 이송 장치에 부착된 측정부(전달부와 수광부)를 반경 방향으로 이동시키면서 입자의 축방향 속도와 입자 직경을 동시에 측정하였다. 이 때, 측정 데이터의 유효 데이터 수는 10,000개로 설정하였다.

3. Tomographic 재구성 기법

토모그래피 재구성 기법은 관축선상에서 평균된 데이터를 공간적으로 분해하여 국소점 데이터로 바꾸는데 그 목적이 있다. 경로 적분된 실험 데이터를 국소점 데이터로 변환하여 재구성하는 방법에는 Abel 변환 기법, Fourier 변환 기법,

그리고 onion peeling 방법 등⁶⁾이 있다.

축대칭 분무에서 내부 분포 함수를 $f(r)$, 경로 적분된 측정치를 $g(y)$ 라고 하면,

$$g(y) = \int_{-\sqrt{R^2 - y^2}}^{\sqrt{R^2 - y^2}} f(r) dx \\ = 2 \int_y^R \frac{f(r) r dr}{(r^2 - y^2)^{1/2}} \quad (1)$$

이 된다. 여기서 R 은 측정 반경이고, 이 식은 내부 분포 함수 $f(r)$ 의 Abel 변환이다. 이를 고쳐쓰면 다음과 같이 되어 $f(r)$ 의 정보를 구할 수 있다.

$$f(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{dg(v)/dv}{(v^2 - r^2)^{1/2}} \quad (2)$$

Abel 변환을 이용하여 실험으로 측정한 값들 $g(y)$ 로부터 $f(r)$ 을 구하는 방법들의 기본적인 접근 방법은 식 (2)의 전체 적분을 구간 적분의 합으로 대체하는 것이다. 즉,

$$f(r_j) = -\frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{N_s-1} \int_{x_k}^{x_{k+1}} \frac{g'(y) dy}{\sqrt{y^2 - r_j^2}} \quad (3)$$

$$j = 1, \dots, N_R$$

각 구간 x_k 에서 x_{k+1} 사이에서 함수 $g(y)$ 를 해석적으로 적분 가능한 2차 함수로 가정하면,

$$g(y) = g(y_k) \quad (4)$$

$$+ \frac{g(y_{k+1}) - g(y_k)}{y_{k+1}^2 - y_k^2} (y^2 - y_k^2)$$

이 되고, 이를 식 (3)에 적용하면

$$f(r_j) = -\frac{2}{\pi} \left[\sum_{k=j}^{N_s-1} \frac{g(y_{k+1}) - g(y_k)}{y_{k+1}^2 - y_k^2} \times \sqrt{(y^2 - r_j^2) | \frac{x_{k+1}}{x_k}} \right] \quad (5)$$

이 된다.

Fourier 변환은 비대칭 분무 구조에 적용하는 일반적인 방법이며, Fourier 해석을 수행하기 위하여 식 (1)을 일반적인 2차원 형태로 표시하면 다음과 같다.

부정확성에 기인한다.

$$g(u, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u, v) dv \quad (6)$$

이 때, $g(u, \theta)$ 의 1차원 Fourier 변환과 $f(u, v)$ 의 2차원 Fourier 변환 사이의 중앙 단면 정리 (central slice theorem)⁷⁾를 사용하면 $f(u, v)$ 를 구할 수 있다.

Onion peeling 방법⁸⁾은 유동장을 축정 수에 따라 N개의 동심원으로 나눈다. 각 환상링의 내부 분포 함수 $f(r)$ 은 균일하다고 가정하면 식 (1)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g_r = \sum_{j=1}^{N_r} l_j f_j, \quad i=1, \dots, N_r \quad (7)$$

여기서, l_j 는 i 번째 축정시 레이저 광선이 j 번째 환상링을 통과하는 광로 길이이고, f_j 는 j 번째 환상링에서의 $f(r)$ 값이다. 등간격으로 축정 했을 경우, i 번째 축정시 광선이 j 번째 환상링과 겹치는 면적 s_{ij} 의 행렬이 광로 길이 행렬을 대신할 수 있고, 이의 역행렬을 구하면 f_j 를 구할 수 있다.

본 연구에 사용된 트모그래피 재구성 프로그램들의 정확도를 확인하기 위하여 축대칭 Gauss 함수 $f(r) = 0.5 \exp[-20 \times (r - 0.5)^2]$ 에 대해 검증한 결과를 Fig. 2에 나타내었다.

여기서, Abel 변환 기법은 축정수(N)=41, Fourier 변환 기법은 축정수 × 각도($N \times M$)=41 × 18, 그리고 onion peeling 방법은 축정수 (N)=41의 경우에 대한 결과이다.

Abel 변환 기법의 오차 원인은 축정수가 적을 때 Abel 알고리즘에서 $dg(y)/dy$ 를 정확하게 나타낼 수 없는데 기인한다. Fourier 변환의 오차 원인은 축정수가 적으면 고주파수 성분이 저주파수 성분에 나타나는 현상에서 기인하는데, 내삽의 방법으로 축정수를 늘리면 이를 제거할 수 있다. Onion peeling 방법의 오차 원인은 유동장을 일정한 $f(r)$ 의 환상링으로 나타낼 때의

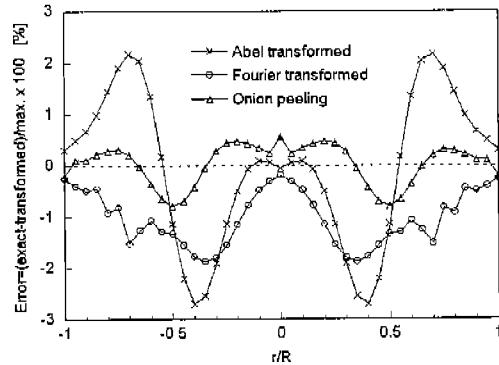


Fig. 2 Test of tomographic reconstruction algorithms

축정 오차가 재구성 정도에 매우 큰 영향을 미치기 때문에 데이터를 재구성하기 전에 데이터를 매끄럽게 할 필요가 지적되어, 여러 가지 데이터 필터링 방법이 제안되어 왔다. 그러나, 이러한 필터링 방법은 힙수의 형태나 차수의 영향을 정량화하기가 어렵기 때문에 본 연구에서는 축정 데이터의 필터링은 적용하지 않았다.

4. 등가직경(Equivalent diameter)⁹⁾

등가 직경 $d_{e,x}[y]$ 는 분무된 액체 입자 전체의 증발량이 $x\%$ 에서 $y\%$ 로 되는데 소요되는 시간 동안 입자 자체의 증발량이 $x\%$ 에서 $y\%$ 로 되는 입자의 직경으로 정의된다.

분무된 액체 입자는 기본적으로 d^2 -법칙에 따라 증발된다.

$$d_{e,y}^2 = d_{e,0}^2 - K(t_y - t_0) \quad (8)$$

여기서, K 는 액체의 물성치로서 주위 조건에 따라 달라지는 값으로 이를 알면 시간이 경과함에 따른 분무 전체의 증발량을 계산해 낼 수 있다.

만약 다양한 입자군(size group)에 대한 증발이 동일한 상수 K 값을 따를다면,

$$d_{e,x}[y] = \sqrt{\frac{K(t_y - t_x)}{1-z}} \quad (9)$$

여기서,

$$z = \frac{[1-y/100]^{2/3}}{[1-x/100]^{2/3}} \quad (10)$$

이 되어 등가 직경을 구할 수 있다.

특히 등가 직경 $d_{e,0}[y]$ 는 자동차 엔진의 분무 증발 특성을 효과적으로 나타낼 수 있는 것으로 알려져 있는데 기존의 SMD가 증발 특성에 거의 영향을 미치지 못하는 작은 직경의 입자 수 밀도에 의해 값의 변동이 커지는데 비하여, 등가 직경 $d_{e,0}[y]$ 는 커다란 영향을 받지 않는다.

다양한 분무에 대한 등가 직경 $d_{e,0}[y]$ 의 한 예를 Fig. 3에 나타내었다.

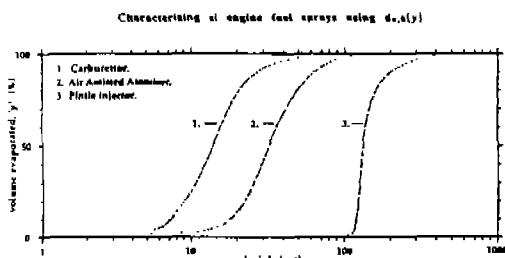


Fig. 3 Example of equivalent diameters [9]

5. 결과 및 검토

측정 위치 $r/R=0.45$ 에서의 LDPA의 측정 결과를 토모그래피 변환하여 얻은 입자수 분포와 PDPA의 측정 결과로부터 얻은 입자수 분포를 Fig. 4의 (a)와 (b)에 나타내었다. Abel 변환의 경우는 체적 농도의 계산시 수학적 모델을 적용한 것과 수학적 모델을 적용하지 않은 결과에 대하여 토모그래피 변환하였으며, Fourier 변환과 onion peeling 방법의 경우에는 수학적 모델을 적용한 경우에 대하여만 토모그래피 변환하였다.

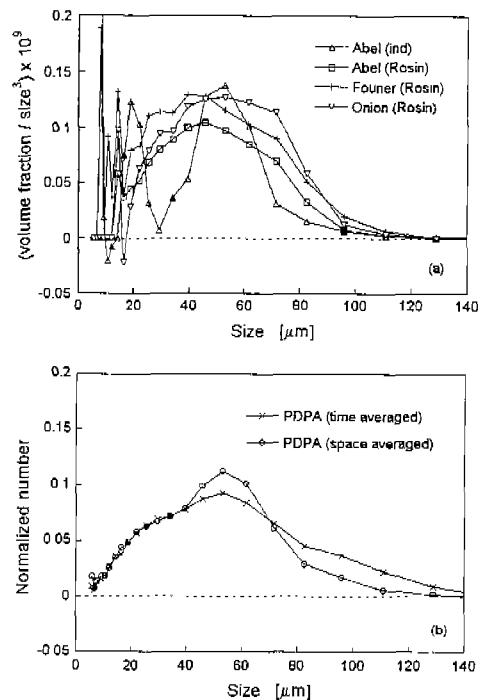


Fig. 4 Comparison of number distributions ; (a) transformed LDPA measurements, (b) PDPA measurements

Abel 변환시 수학적 모델을 적용하지 않은 경우의 입자수는 $30 \mu\text{m}$ 이하의 작은 직경의 입자군과 중간 직경의 입자군, 그리고 그림에는 나타나지 않았지만 $150 \mu\text{m}$ 이상의 큰 직경의 입자군이 불연속적으로 분포하는 것처럼 나타난다. 이는 LDPA 검출부의 0번링 근처에서 자주 나타나는 에너지 강도의 모호성에 기인하는 것으로 많은 연구자들이 이에 대한 고려¹⁰⁾와 수학적 모델의 필요성을 언급한 바 있다.

Onion peeling 방법의 경우 $20 \mu\text{m}$ 이하의 작은 직경의 입자군에서 음의 값을 갖는 경우가 나타나며, 다른 토모그래피 변환의 경우 이러한 작은 직경의 입자군에서 과도한 값을 갖는 것으로 나타나고 있는데 이는 필터링을 통해 데이터를 매끄럽게 하지 않은 것에 기인하는 것으로 판단된다.

PDPA 측정 결과의 경우는, PDPA에서 기본

적으로 제공되는 계측 결과가 측정 시간 동안 공간상의 한 점을 통과하는 입자들에 대한 정보인 시간 평균된(time averaged)값이므로, 어느 한 순간의 측정 단면에 대해 계측되는 LDPA의 결과와 비교하기 위하여 입자들 개개의 속도로 나누어 준 공간 평균된(space averaged)값에 대한 입자수를 고려하였다.

LDPA의 측정 결과를 토모그래피 변환하여 얻은 입자수 분포와 PDPA의 측정 결과로부터 얻은 입자수 분포로부터 구한 측정 위치 $r/R = 0.45$ 에서의 등가 직경의 변화를 Fig. 5에 나타내었다.

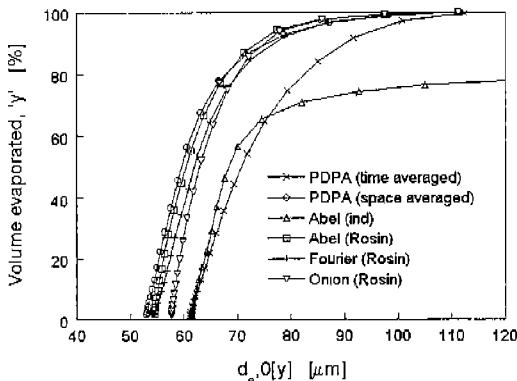


Fig. 5 Comparison of equivalent diameters at $r/R = 0.45$

LDPA의 입자수 분포에서 나타나던 $20 \mu\text{m}$ 이하의 작은 직경의 입자군에 대한 부정확성이 등가 직경의 전체적인 변화에는 크게 영향을 미치지 못하고 있음을 확인할 수 있고, 수학적 모델을 적용하여 계산한 토모그래피 변환의 결과들이 공간 평균된 PDPA의 결과와 비교적 일치하여 나타나고 있음을 알 수 있다.

Onion peeling 방법의 경우 중발 초기에 해당하는 등가 직경이 다소 크게 나타나고 있는데, 이는 작은 직경 입자군의 입자수 분포에서 나타나고 있는 음의 값의 영향에 의한 것으로 판단된다. Fourier 변환의 등가 직경이 다소 크게 나타나는 것은 $20 \sim 40 \mu\text{m}$ 의 중간 직경 입자군에 대한 토

모그래피 변환시 측정 영역 외부 경계면에 이르기까지 $g(y)$ 값이 0이 되지 않아서 생기는 Gibbs 현상으로 중간 직경의 입자군의 입자수가 많이 나타났기 때문으로 여겨진다.

액체 입자의 체적 분율 및 입자수가 가장 많은 측정 위치 $r/R = 0.3$ 과 $r/R = 0.6$ 에서의 LDPA의 측정 결과를 토모그래피 변환하여 얻은 입자수 분포와 PDPA의 입자수 분포로부터 구한 등가 직경의 변화를 Fig. 6의 (a)와 (b)에 나타내었다.

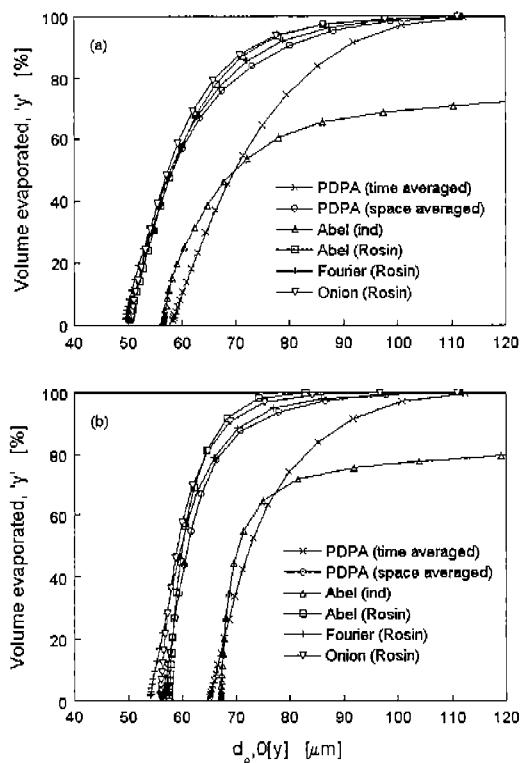


Fig. 6 Comparison of equivalent diameters at ;
(a) $r/R = 0.3$, (b) $r/R = 0.6$

측정 위치 $r/R = 0.45$ 에서의 결과와 마찬가지로 수학적 모델을 적용하여 계산한 토모그래피 변환의 결과들이 공간 평균된 PDPA의 결과와 비교적 일치하여 나타나고 있음을 알 수 있다. 특히, 비축대칭 분무 구조의 특성 파악에 주로 적용되는 Fourier 변환에 의한 결과가 축대칭 분무

구조의 경우임에도 불구하고 PDPA의 측정 결과에 더 잘 부합되어 나타나고 있음을 알 수 있다. 이는 인체에서 분사된 분무가 완전한 축대칭을 형성하지 못하고 있음을 시사하고 있으며, 분무의 공간적 분포 변환에는 완전한 축대칭을 가정하여 적용되는 Abel 변환 기법이나, onion peeling 방법보다는 Fourier 변환 기법이 축대칭 성에 대한 사전의 고려 없이 보다 효과적으로 적용될 수 있음을 확인할 수 있다.

6. 결 론

축대칭 분무 구조에 대하여 LDPA의 경로 적분된 계측 결과로부터 수학적으로 검증된 Abel 변환, Fourier 변환, onion peeling 방법을 적절히 나누어진 직경별 입자군에 대해 독립적으로 적용하여 공간 분해함으로써 특정 위치의 국소점 정보를 얻을 수 있었다.

LDPA의 경로 적분된 계측 결과를 토모그래피 변환하여 얻은 국소점에서의 입자수 분포와 PDPA 계측 결과로부터 얻은 입자수 분포의 비교를 통하여 LDPA의 계측 결과에는 적절한 수학적 모델이 적용되어야 함을 알 수 있었다.

분무의 증발 특성을 나타내는 등가 직경의 변화에 대하여 특정 위치에서의 토모그래피 변환 결과와 PDPA의 계측으로부터 얻은 결과가 비교적 일치하여 나타나는 것으로 보아 특정 위치에서의 분무의 특성을 파악하는데 있어서 LDPA의 경로 적분된 계측 결과에 대한 토모그래피 변환 이 유효하게 적용될 수 있음을 알 수 있었다.

특히, 비축대칭 분무 구조를 파악하는데 적용하기 위하여 제안되었던 Fourier 변환 기법이 축대칭 분무 구조의 파악에도 적용될 수 있음을 확인하였고, 이로써 분무 구조의 대칭성 여부에 상관없이 LDPA의 경로 적분된 계측 결과를 공간 변환하여 국소점 정보를 얻는데 Fourier 변환 기법이 보다 유리하게 적용될 수 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 현

1. L. G. Dodge, "Drop size Measurement Techniques for Sprays", *Applied Optics*, Vol. 26, No. 11, pp. 2144-2154, 1987.
2. D. C. Hammond Jr, "Deconvolution Technique for line-of-sight optical scattering measurements in axisymmetric sprays", *Applied Optics*, Vol. 20, No. 3, pp. 493-499, 1981.
3. H. M. Zhu, "Tomographical Transformation of Malvern Spray Measurements", *Atomization and Spray Technology*, Vol. 3, pp. 89-105, 1987.
4. C. H. Lee, S. H. Chung, "Tomographic Reconstruction of Asymmetric Sprays from a Twin-Hole Air Shroud Injector", *Atomization and Sprays*, Vol. 7, No. 2, pp. 183-197, 1997.
5. 양승연, 정석호, 한국액체미립화학회 학술강연회 논문집, pp. 59-62, 1998.
6. 朴丙圭, 서울대학교 工學博士學位 論文, pp. 202-206, 1994.
7. William Swindell, Harrison H. Barrett, "Computerized tomography:taking sectional X rays", *Physics Today*, pp. 32-40, 1977.
8. R. Gordon, "A tutorial on Art", *IEEE Transaction on Nuclear Science*, Vol. N9-21, pp. 78-93, 1974.
9. P. A. Williams, "Characterizing Fuel Sprays for Spark Ignition Engines using the Malvern Analyser", prepublished.
10. P. A. Williams, "Laser diffraction particle sizing and spark-flash photography techniques for successful measurement of spark ignition fuel sprays", IMeche, pp. 261-272, 1993.