

〈논 문〉

임의 하중이 작용하는 진동-충격시스템에서의 충격력계산

Calculation of Impact Forces of an Arbitrary Force Applied Vibro-Impact System

이 창 희

C. H. Lee

(2000년 5월 9일 접수 : 2000년 6월 16일 심사완료)

Key Words: Vibro-Impact System(진동-충격시스템), Impact Force(충격력), Numerical Analysis(수치해석), Impulse Response Function(충격응답함수), Convolution Integral(컨벌루션 적분), Fourier Inverse Transform(푸리에역변환)

ABSTRACT

A procedure is presented for calculating the magnitude and shape of impact pulses in a vibro-impact system when an arbitrary input force is applied to a point in the system. The procedure utilizes the condition that the displacements of two contacting points in the primary and secondary system are the same during a contacting period. The displacements of those points are calculated numerically through the convolution integral which involve the impulse response functions and applied forces. The validity of the calculation procedure is demonstrated by using it to calculate the impact forces of a simple system where a theoretical solution is known and also of systems for which other researchers have published results. The agreement between the results derived by the numerical method and the theoretical and also some published results is good.

1. 서 론

산업기계, 자동차에서의 기계부품들이 운전 중 마모 등으로 인해 작은 간격이 생기면 이 간격을 통해 두개의 시스템 사이에는 상호 충격이 생기게 된다. 이러한 충격은 두 시스템 사이의 간격, 작용하는 힘에 따라 달라지나 일반적으로 충격으로 인한 소음을 수반하며 국부적으로 피로, 마모 현상을 일으키고 기계부품의 수명을 단축시키는 요인이 된다. 크랭크샤프트와 핀에서 처음 정상적으로 작동되던 시스템이 마모 등으로 인해 간격이 생겨 운전 중 충격력이 생기게 되는 경우가 이에 해당한다. 이러한 충격시스

템은 주시스템과 부시스템으로 나눌 수 있는데 여기서 비교적 질량이 크고 지속적인 가진력이 주어지는 시스템을 주시스템이라 하고 비교적 질량이 작고 주시스템사이에서 움직이며 충격을 일으키는 시스템을 부시스템이라고 한다. 일반적으로 주시스템에는 지속적 진동이 주어지며 부시스템에서는 직선적운동이 일어난다. 예로써 증기발생기의 튜 부지지판과 튜브, 기차바퀴와 레일, 기어의 이와 이사이의 맞물림 등이 이에 속한다.

주시스템과 부시스템의 충격은 두 시스템이 상호 접촉하게 되므로 생긴다. 이때 생기는 충격의 크기 및 시간은 주시스템에 주어지는 힘의 크기, 또는 두 시스템 사이의 간격 및 시스템을 이루고 있는 구성요소 등에 의해 달라진다. 일반적으로 크기가 클수록 빈도가 많을수록 시스템의 소음, 마모가 커진다. 주어진 가진 입력에 따른 충격시스템에서의 충격력의 크기 및 충격형상을 구하는 것은 이러한 시스

* 정회원, 인천전문대학

템의 충격에 따른 건전성여부를 분석하는 데 주요한 사항이 된다.

진동-충격시스템에서 주 및 부시스템의 충격은 접촉형태에 따라 다음과 같이 나눌 수 있다. 첫째 접촉점의 충격메커니즘이 반발계수에 의해 정해지는 것으로 충격 전후의 두 시스템의 순간적인 속도의 변화를 고려하여 각 시스템에서의 운동을 구하는 것이다. 이 시스템은 시스템의 운동방정식이 반발계수에 의해 주어지는 것으로 운동지배방정식이 비교적 단순하여 해석적인 해를 구하는 것이 가능하였다.⁽¹⁻³⁾ 그러나 충격순간에서의 순간적인 속도만을 고려하므로 충격력의 시간에 따른 크기, 형상에 대하여는 구할 수 없었다. 다음으로 충격메커니즘이 접촉점에서의 스프링과 감쇠기 요소에 의한 것이다.⁽⁴⁻⁵⁾ 즉 충격전후의 충격크기 및 충격시간 등이 접촉점에서의 이들 접촉요소에 의해 정해지는 것으로 접촉점에서의 국부적 변형, 충격력크기 및 형상 등을 얻는 것이 가능하였다. 이러한 시스템에 대한 것으로 Nguyen⁽⁶⁾이 선형 스프링과 감쇠기가 병렬로 연결된 충격시스템에서 주시스템에 정현파 입력이 주어진 경우의 충격매개변수를 구하였고 Comparin⁽⁷⁾은 비선형스프링과 감쇠기로 이루어진 충격시스템에 정현파 입력에 주어질 때 시스템 충격응답을 구한 바 있다.

일반적으로 충격시스템에서의 운동은 매우 비선형적이고 따라서 해석적으로 충격의 크기 또는 빈도와 같은 충격매개변수를 구하는 것은 정현파와 같은 단순한 입력이 주어지는 경우를 제외하고는 매우 어렵다. 특히 자동차의 부품에서와 같이 운전 중 불규칙적으로 움직이는 경우 충돌시 충격력의 크기, 형상 등을 해석적으로 구하는 것은 거의 불가능하다.

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 주어진 스프링-감쇠기 충격시스템에 있어서 주시스템에 임의 하중이 주어지는 경우에 대해 충격력의 크기와 형상을 수치적으로 구하는 방법을 제시하였다. 이 방법을 이용할 경우 불규칙적으로 움직이는 시스템에 대한 충격응답을 구하는 것이 가능하게 된다. 제

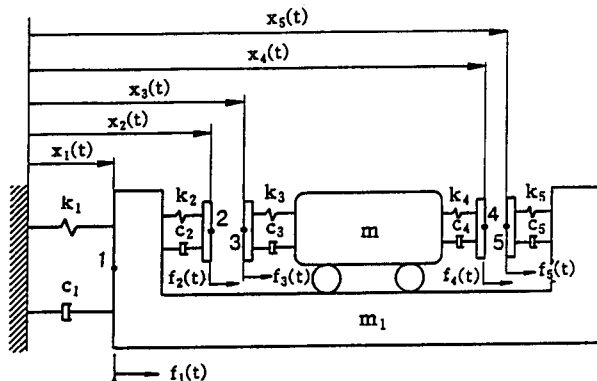


Fig. 1 Impact system model.

시된 방법에 대한 검증을 위해 해석해가 알려진 단순시스템을 택하여 이 시스템에서 얻은 충격크기 및 형상을 비교하였고, 또한 정현입력에 대하여는 다른 저자에 의해 발표된 결과가 있는 바 이들을 본 연구에서의 결과와 상호 비교하였다.

2. 충격력의 계산

충격력의 크기 및 형상을 구하기 위해 설정한 모델은 Fig. 1과 같다. 주시스템의 질량은 m_1 이고 이 질량은 스프링 k_1 과 감쇠기 c_1 에 의해 연결되어 있다. 주시스템의 접촉점은 점 2에서의 스프링 k_2 , 감쇠기 c_2 와 점 5에서의 스프링 k_5 , 감쇠기 c_5 로 되어 있다. 부시스템은 질량 m 과 접촉점에서의 스프링 k_3 , 감쇠기 c_3 및 스프링 k_4 , 감쇠기 c_4 로 이루어져 있다. 주시스템에 임의의 힘 $f_1(t)$ 가 그룹에 같이 주어지고 주 및 부시스템의 상호 접촉은 점 2, 3과 점 4, 5에서 이루어진다.

임의의 주어진 힘에 의해 주시스템이 운동을 하게 되면 부시스템과의 충돌이 생기게 되고 따라서 접촉점에서는 충격력이 생기게 된다. 접촉점 2, 3에서는 충격력 $f_2(t)$, $f_3(t)$ 가, 접촉점 4, 5에서는 충격력 $f_4(t)$, $f_5(t)$ 가 생긴다. 충격력 $f_2(t)$, $f_3(t)$ 와 $f_4(t)$, $f_5(t)$ 는 각각 크기는 같으나 방향은 서로 반대가 된다.

Fig. 1의 주시스템 및 부시스템에서 점 2 및 점 3에 대한 운동방정식을 세우고 이로부터 주파수응답함수를 구할 수 있다. 점 2와 점 3에 대한 주파수응답함수는 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned}
 H_{21}(i\omega) &= 1/(-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 - k_1) \\
 H_{22}(i\omega) &= 1/(i\omega c_2 + k_2) + 1/(-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 + k_1) \\
 H_{25}(i\omega) &= 1/(-\omega^2 m_1 + i\omega c_1 + k_1) \\
 H_{33}(i\omega) &= 1/(-\omega^2 m) + 1/(i\omega c_3 + k_3) \\
 H_{34}(i\omega) &= 1/(-\omega^2 m)
 \end{aligned} \tag{1}$$

이들 주파수응답함수를 푸리에역변환을 하면 식 (2)와 같은 충격응답함수가 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 h_{21}(t) &= (1/m_1 \omega_1) e^{-\sigma_1 t} \sin \omega_1 t \\
 h_{22}(t) &= (1/c_2) e^{(-k_2/c_2)t} + (1/m_1 \omega_1) e^{-\sigma_1 t} \sin \omega_1 t \\
 h_{25}(t) &= (1/m_1 \omega_1) e^{-\sigma_1 t} \sin \omega_1 t \\
 h_{33}(t) &= (1/m) t + (1/c_3) e^{(-k_3/c_3)t}
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$h_{34}(t) = (1/m)t = h_{43}(t)$$

여기서

$$\omega_1 = \sqrt{-(c_1/2m_1)^2 + k_1/m_1}$$

$$\sigma_1 = c_1/2m_1$$

이다. 식 (1)과 식 (2)에서의 첨자는 주어진 입력점에 대한 응답점에서의 주파수응답함수 및 충격응답함수를 나타낸다. 예로 $h_{21}(t)$ 는 점 1에 주어진 힘에 의한 점 2의 변위 충격응답함수이다. 임의의 주어진 힘에 대한 각 점에서의 변위는 시스템의 충격응답함수가 알려진 경우 작용하는 힘과 충격응답함수와의 컨볼루션적분에 의해 식(3)과 같이 구할 수 있다.

$$x_{ij}(t) = \int_0^t f_j(\tau) h_{ij}(t-\tau) d\tau \quad (3)$$

여기서 변위는 주어진 시간 0과 t 사이에 주어진 힘에 의해 생기는 것이며 $x_{ij}(t)$ 는 점 j 에 주어진 임의의 힘 $f_j(t)$ 에 의해 점 i 에 생기는 변위이다.

접촉점에서의 충격력은 접촉점에서의 변위의 조건으로부터 구한다. 즉 접촉하는 동안에는 두 접촉점에서의 변위는 서로 같다. 먼저 점 2와 3에서의 접촉이 일어나 충격이 생기는 경우를 생각한다. 이 시스템의 각 점에 시간 0으로부터 t 사이에 임의의 힘이 주어진다 하고 하면 점2와 3에서의 변위는 각각의 점에 가해진 힘에 의해 생긴 이들 점에서의 변위를 합하면 된다.

$$x_2(t) = x_{21}(t) + x_{22}(t) + x_{25}(t) + x_2(0)$$

$$x_3(t) = x_{33}(t) + x_{34}(t) + x_3(0) \quad (4)$$

여기서 $x_2(0)$, $x_3(0)$ 는 점2와 점3의 정지시 기준점으로부터 거리로 초기변위이다.

식 (2)를 식 (3)의 컨볼루션적분으로 주어지는 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_2(t) &= \int_0^t f_1(\tau) h_{21}(t-\tau) d\tau + \int_0^t f_2(\tau) h_{22}(t-\tau) d\tau \\ &\quad + \int_0^t f_5(\tau) h_{25}(t-\tau) d\tau + x_2(0) \\ x_3(t) &= \int_0^t f_3(\tau) h_{33}(t-\tau) d\tau \\ &\quad + \int_0^t f_4(\tau) h_{34}(t-\tau) d\tau + x_3(0) \end{aligned} \quad (5)$$

Fig. 1 에서 점 2에서의 변위가 점 3보다 커지면 주시스템과 부시스템은 왼쪽 벽에서 접촉을 하게된다. 마찬가지로 점 4에서의 변위가 점 5에서의 변위보다 크면 오른쪽 벽에서 접촉이 생긴다. 주시스템과 부시스템이 서로 접촉

하는 순간 이들 점에서의 변위는 서로 같아지게 되는데 이때의 시간은 반간격검색방법(half interval searching method)으로 구한다. 즉 두 시스템의 접촉점에서의 상대변위의 값이 양수 또는 음수인가에 따라 현재의 시간에서 시간간격의 반을 더하거나 빼는 방법으로 검색을 계속하다가 변위의 차가 주어진 허용치에 달하면, 충격이 일어난 것으로 하고 그 때의 시간을 구하는 방법이다. 접촉이 시작하는 시간이 구해지면 접촉에 의한 힘은 다음의 방법으로 구한다.

접촉이 점 2와 3에서 일어나는 순간에서의 시간을 t^* 로 한다. 이때 접촉점의 변위는 식(6)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} x_2(t^*) &= x_{21}(t^*) + x_{22}(t^*) + x_{25}(t^*) + x_2(0) \\ x_3(t^*) &= x_{33}(t^*) + x_{34}(t^*) + x_3(0) \end{aligned} \quad (6)$$

접촉 후 시간 Δt 가 지난 후에도 두 점에서의 접촉이 계속된다면 $x_2(t^* + \Delta t)$ 와 $x_3(t^* + \Delta t)$ 는 서로 같다. 이 때 두 시스템에서의 충격력은 서로 크기가 같고 방향이 반대가 되므로 다음과 쓸 수 있다.

$$-f_2(t^* + \Delta t) = f_3(t^* + \Delta t) = f_c(t^* + \Delta t) \quad (7)$$

여기서 $f_c(t^* + \Delta t)$ 는 접촉 후 Δt 지난 때의 충격력이다. 이 시간에서의 충격력의 크기를 구하기 위해 먼저 식(6)을 정리하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{22}(t^* + \Delta t) &= x_{33}(t^* + \Delta t) + x_{34}(t^* + \Delta t) + x_3(0) - \\ &\quad x_{21}(t^* + \Delta t) - x_{25}(t^* + \Delta t) - x_2(0) \end{aligned} \quad (8)$$

위 식에서 $x_{33}(t^* + \Delta t)$ 를 제외하고는 모두 알려진 값이다. 나머지 알려진 값 전체를 $x'(t^* + \Delta t)$ 로 두면 다음과 같이 된다.

$$x_{22}(t^* + \Delta t) = x_{33}(t^* + \Delta t) + x'(t^* + \Delta t) \quad (9)$$

$x_{22}(t^* + \Delta t)$ 를 구하기 위해 식 (2)에 주어진 충격함수를 식 (3)에 대입하여 $x_{22}(t^* + \Delta t)$ 에 관한 식을 구하면, $x_{22}(t^*)$ 를 포함한 알려진 값으로 표시되는 임의상수 α 와 미지의 힘 $f_c(t^* + \Delta t)$ 에 임의상수 β 를 곱한 식의 형태로 나타나게 된다. 같은 방법으로 $x_{33}(t^* + \Delta t)$ 에 대하여도 임의상수를 δ , γ 라 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{22}(t^* + \Delta t) &= \alpha - \beta f_c(t^* + \Delta t) \\ x_{33}(t^* + \Delta t) &= \delta - \gamma f_c(t^* + \Delta t) \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하면 $f_c(t^* + \Delta t)$ 에 대한 식을

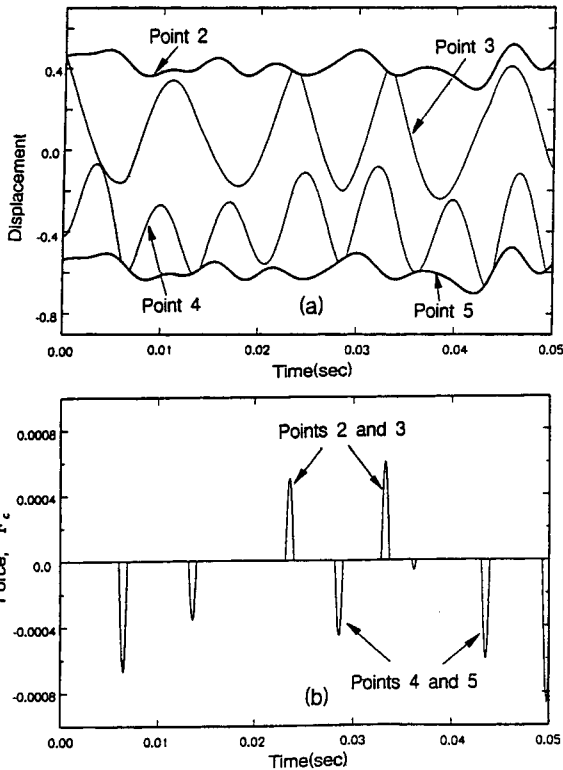


Fig. 2 Displacements(a) and impact forces(b) of points 2, 3, 4 and 5.

연계 되고 여기서 상수 $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ 값과 $x(t^* + \Delta t)$ 값은 모두 알려져 있으므로 충돌 후 Δt 시간 지났을 때의 충격력 값인 $f_c(t^* + \Delta t)$ 를 구할 수 있게 된다. 이렇게 충격력이 얻어지면 식 (9)로부터 $x_{22}(t^* + \Delta t)$ 또는 $x_{33}(t^* + \Delta t)$ 를 구할 수 있고 따라서 식 (4)로부터 충돌 후 Δt 시간 지난 때의 이들 점에서의 변위를 구할 수 있다. 만약 점 4 및 5에서 접촉이 일어난다면 위에서와 같은 방법으로 충격력과 변위를 구하면 된다.

Fig. 2는 주어진 충격시스템에서 임의 하중이 주시스템에 가해진 경우 접촉점에서의 변위와 충격력을 위에서 제시된 방법으로 구한 예이다. Fig. 2(a)에 나타난 각 점에서의 변위곡선에서 볼 때 부시스템에 속한 점 3과 점 4가 주시스템의 양쪽 벽에서의 점 2와 점 5 사이에서 움직이는 것을 알 수 있다. 점 2와 점 5는 주시스템에서의 점들로 충격이 일어나지 않는 동안에 서로 동일하게 움직이는 것을 볼 수 있다. 충격이 일어나는 동안 점 2와 3 또는 점 4와 5에서의 변위는 서로 일치함을 알 수 있고, 충격 후 부시스템은 한 쪽 벽에서 다른 쪽 벽으로 병진운동을 함을 알 수 있다. 점 3에서의 진동주기는 점 4에서보다 크게 나타나는 데 이것은 점 3에서의 접촉점스프링상수가 점 4에서의 값보다 작게 주어졌기 때문이다.

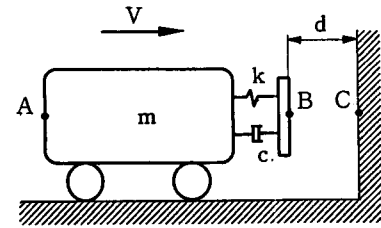


Fig. 3 Test system for impact force accuracy assessment.

3. 수치적 충격력계산결과의 검증

이상의 수치적방법으로 구한 충격력의 값에 대한 확인을 위해 Fig 3과 같이 스프링과 감쇠기의 접촉점을 가진 질량이 고정벽에 일정속도로 충돌하는 경우를 생각한다. 즉, 질량 m 이 초기속도가 V 를 가지고 접촉간격 d 인 거리를 움직여 고정점 C에 충돌한다고 한다. 그림에서의 질량-스프링-감쇠기 시스템에서 비감쇠고유진동수 $\omega_n = \sqrt{k/m}$ 이고 따라서 접촉간격 $d = \pi V \sqrt{m/k}$ 로 잡는다. 질량이 진행하여 시간 $T = \pi \sqrt{m/k}$ 가 되면 점 B는 고정점 C와 접촉하게 되고 그 이후 시간이 경과하면 B점은 정지하고 A점만 진행을 계속한다. 처음 접촉시 점 A의 점 B에 대한 상대속도는 점 B가 0이므로 V 가 된다. 이러한 초기조건을 단순 질량-스프링-감쇠기 시스템의 일반해에 대입하면 점 A의 점 B에 대한 상대속도 $x_{A/B}(t)$ 는 식 (11)과 같이 구해진다.

$$x_{A/B}(t) = (Ve^{-\zeta\omega_n t} / \omega_d) \sin \omega_d t \quad (11)$$

여기서 $\omega_n = \sqrt{k/m}$, $\zeta = c/2\sqrt{km}$ 및 $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ 이다. 이제 시간 $T = \pi / \omega_d$ 가 지나면 $x_{A/B}(t)$ 는 다시 0이 되고 접촉으로부터 떨어지게 된다. 이 순간 점 A와 점 B의 속도는 식 (11)을 미분하여 시간 T 의 값을 대입하므로 구할 수 있다. 이상의 식을 이용하여 감쇠계수 $\zeta = 0.01$ 일 때 시간에 따른 점 A 및 점 B의 변위를 구하면 Fig. 4와 같다. 그림에서 시간은 비감쇠시스템의 반주기에 해당하는 $T = \pi \sqrt{m/k}$ 로, 변위는 $d = \pi V \sqrt{m/k}$ 로 나누어 표시하였다. 따라서 그림에서의 x, y 좌표는 $t^* = t/T$, $x^* = x/d$ 로 나타내어지는 무차원 값이다.

시간에 따른 충격력 $F_c(t)$ 는 스프링과 감쇠기에서의 변위와 속도로부터 식 (12)로부터 구할 수 있다.

$$F_c(t) = k x_{A/B}(t) + c \dot{x}_{A/B}(t) \quad (12)$$

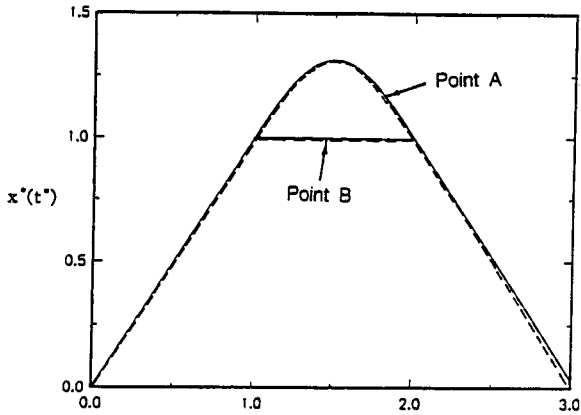


Fig. 4 Analytical(—) and numerical(----) evaluations of the non-dimensional displacement time-histories of Points A and B.

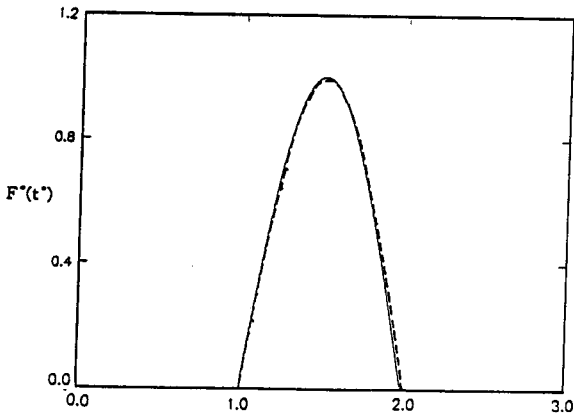


Fig. 5 Analytical (—) and numerical (----) evaluations of the non-dimensional contact forces.

이 식에서 구한 힘을 주어진 구간에서 나타난 힘의 최대치로 나누어 무차원화하여 Fig. 5에 나타냈다. 이상의 방법으로 구한 해석적인 결과와 Fig. 3의 시스템에서와 동일한 변수를 사용하여 구한 수치적방법에 의한 결과를 Fig. 4와 5에 동시에 나타냈다. 수치적방법에서 계산을 위한 시간간격은 $\Delta t^* = 0.01$ 로 하였다. Fig. 4와 Fig. 5에 나타난 결과를 볼 때 무차원 시간간격을 0.01로 하여 구한 수치적 결과는 해석적으로 구한 값과 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 유사충격 모델에서의 결과와 비교

Nguyen⁽⁶⁾은 Fig. 6과 같은 충격시스템에 대해 정현입력이 주어지는 경우 충격력의 크기, 충격빈도수 등을 해석적

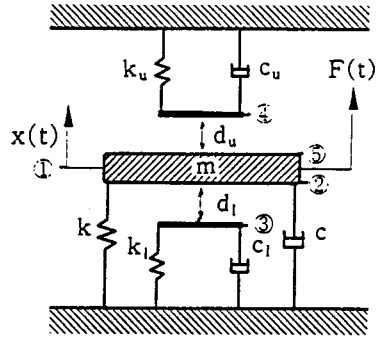


Fig. 6 The impact system of Nguyen et al⁽⁶⁾.

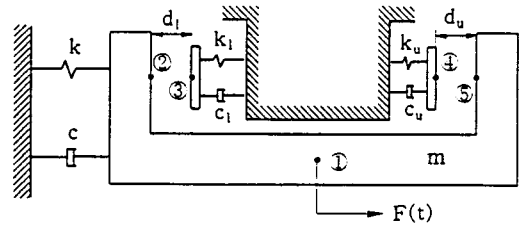


Fig. 7 Modified form of the system shown in Fig.1.

으로 구하였다. Nguyen이 택한 Fig. 6의 충격모델은 Fig. 1의 충격시스템의 특수한 경우에 해당한다. 즉, Fig. 1에서 부시스템의 질량 m 을 무한대로 하여 고정벽으로 하고 스프링 k_2, k_5 와 감쇠기 c_2, c_5 도 각각 무한대로 한다. 또한 접촉점 3에서의 스프링, 감쇠기 k_3, c_3 을 상단 고정벽에서의 스프링 k_u, c_u 로, 접촉점4에서의 스프링, 감쇠기 k_4, c_4 를 하단 고정벽에서의 스프링 k_l, c_l 로 하고 주시스템질량 m_1 을 가진질량 m 로 바꾸면 Fig. 1의 충격시스템은 Fig. 7과 같이 된다. Fig. 7에서 표시된 각 점에서의 번호를 Fig. 6에서의 각 점과 대응시키면 서로 같은 시스템이 됨을 알 수 있다.

Nguyen은 Fig. 6의 시스템에 있어 가진력이 정현파인 경우 질량, 스프링상수, 감쇠계수, 간격 등 주어진 시스템 파라미터에 따라 충격펄스가 주기적 또는 불규칙적으로 되고 주기적인 경우 몇 가지 패턴으로 나타남을 발견하였다. Fig. 8(a)와 Fig. 9(a)는 주기적인 경우의 예로써 Nguyen⁽⁶⁾이 제시한 해석식을 이용 유한중심 차분방법으로 구한 결과이다. 같은 시스템 파라미터를 사용하여 Fig. 7의 충격모델에 대해 본 연구에서의 수치적방법을 적용하여 얻은 결과는 Fig. 8(b) 및 9(b)와 같다. 이들 두 결과를 비교할 때 시간에 따른 충격형상 및 크기가 두 경우 모두 잘 일치함을 알 수 있다.

다음으로 시스템의 운동으로 주어지는 정현파 가진입력의 크기의 변화에 따른 접촉점에서의 충격력의 크기와 충

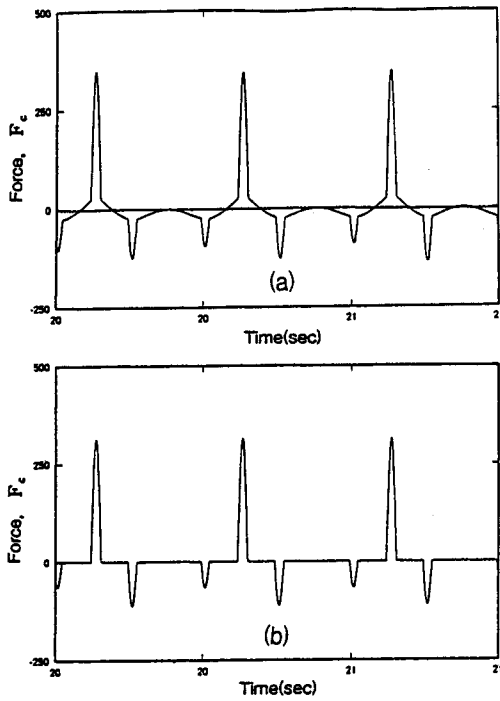


Fig. 8 Impact forces from Nguyen(a) and the numerical method(b) ($f_0=30, \omega=2.0, m=0.3, c=0.1, k=62.5, c_s=0, k_s=2500, d=0.4$).

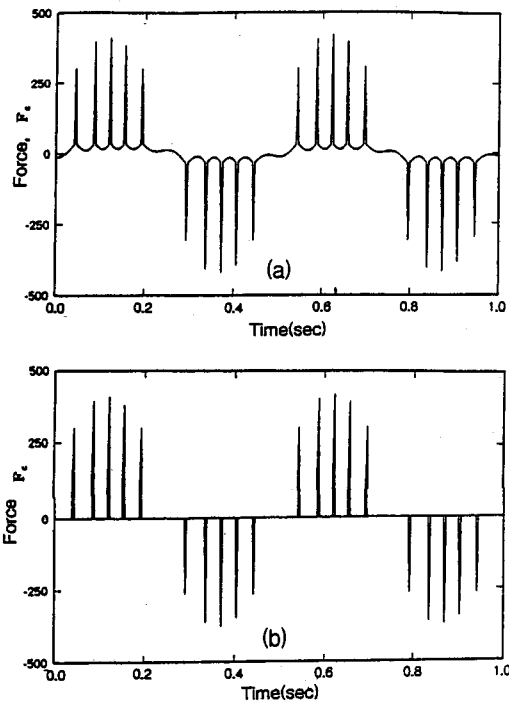


Fig. 9 Impact forces from Nguyen(a) and the numerical method(b) ($f_0=60, \omega=2.0, m=0.02, c=0.05, k=80, c_s=0, k_s=8000, d=0.4$).

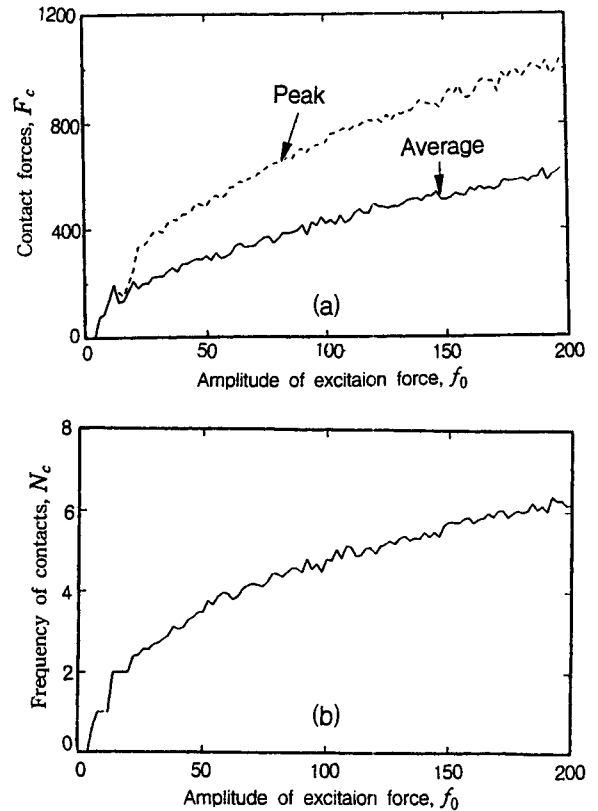


Fig. 10 Impact forces(a) and frequency of contacts(b) from Nguyen^[6]. (Input data from Fig. 5 of Nguyen, $f_0=30, \omega=2.0, m=0.3, c=0.1, k=62.5, c_s=0, k_s=2500, d=0.4$)

격빈도수에 대하여 Nguyen이 해석적으로 구한 값과 수치적으로 얻은 결과를 비교한다. Nguyen의 해석적으로 구한 충격력 및 충격빈도수의 값을 Fig. 10에, 본 연구에서의 수치적 방법에 의해 구한 이들 값을 Fig. 11에 각각 나타냈다. 여기서 최대충격력은 주어진 시간에 나타난 최대크기이고 평균충격력은 충격력 전체의 합을 충격횟수로 나눈 것이다. 접촉빈도 N_c 는 정현강제진동에 따른 한쪽벽에서의 평균접촉횟수를 나타내며 따라서 $N_c = n / (2fT)$ 가 된다. 여기서 f 는 강제진동운동의 주파수, n 은 일정시간 T 동안에 일어난 총 충격횟수를 나타낸다. Fig. 10과 Fig. 11에서 볼 때 수치적 방법에 의한 입력의 크기에 따른 충격력의 크기 및 빈도수는 해석적 방법으로 얻은 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

5. 결론

임의 가진이 주어지는 충격 시스템에서 충돌시의 충격력

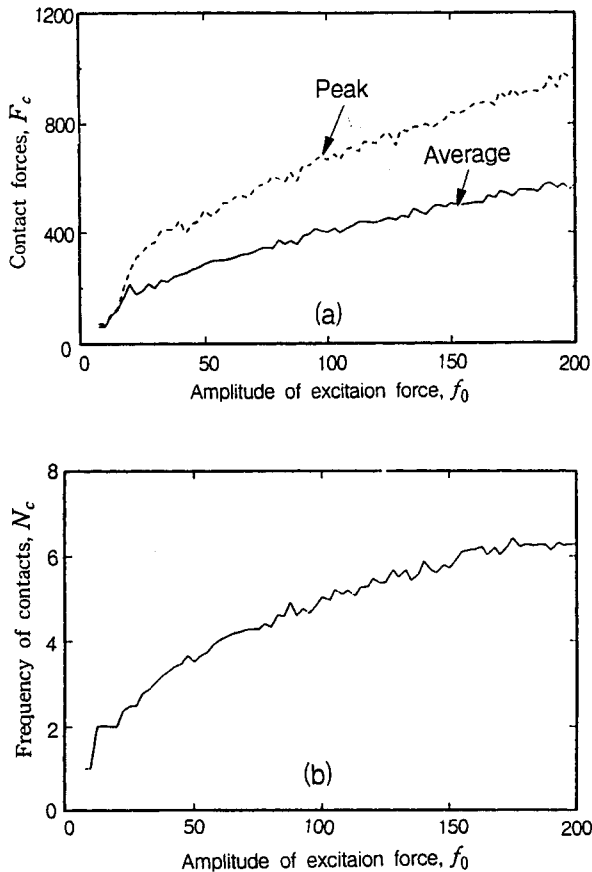


Fig. 11 Impact forces(a) and frequency of contacts(b) calculated from the numerical method (Input data from Fig. 5 of Nguyen, $f_0=30$, $\omega=2.0$, $m=0.3$, $c=0.1$, $k=62.5$, $c_s=0.$, $k_s=2500$, $d=0.4$)

을 수치적방법으로 구하는 방법을 제시하였다. 주 및 부시스템의 접촉점에서의 변위를 충격 응답함수와 작용하는 힘과의 컨벌루션 적분으로부터 구하고 이로부터 얻은 변위가 접촉시 서로 같아야 한다는 조건으로부터 충격력을 구하였다. 접촉시 충격력의 형상 및 크기에 대한 검증으로 해석적 값이 알려진 단순 질량-스프링-감쇠시스템이 고정 벽에

충돌할 때의 결과와 비교한 바 잘 일치하였다. 또한 주어진 시스템에서의 임의의 값이 주어질 때 시간에 따른 충격력과 충격빈도는 해석적으로 구한 기 발표된 논문에서의 결과와 잘 일치하였다. 따라서 제시된 수치적 방법은 임의의 값에 따른 충격 시스템에서의 충격력의 크기 및 형상을 구하는데 적절하게 사용될 수 있다고 본다.

참고문헌

- (1) Kozol, J. E., and Brach, R. M., 1991, "Two-Dimensional Vibratory Impact With Chaos", Journal of Sound and Vibration, Vol. 148, No. 2, pp. 319~327.
- (2) Bapat C. N. and Popplewell, N., 1983, "Stable Periodic Vibro-Impacts of an Oscillator", Journal of Sound and Vibration, Vol. 87, pp. 41~59.
- (3) Lee, Y., Hamilton J.F. and Sullivan, J.W., 1983, "The Lumped Parameter Method for Elastic Impact Problems, Trans. of ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 50, pp. 823~827.
- (4) Mahfouz, A. and Badrakhan, F., 1990, "Chaotic Behaviour of Some Piecewise-Linear Systems", Journal of Sound and Vibration, Vol. 143, No.2, pp. 289~328.
- (5) Shaw, S.W., 1985, "The Dynamics of a Harmonically Excited System Having Rigid Amplitude Constraints", Trans. of ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 52, pp. 453~464.
- (6) Nguyen, D.T., Noah, S.T. and Kettleborough, D.F., 1986, "Impact Behaviour of an Oscillator with Limiting Stops. Part I: A Parametric Study, Part II: Dimensionless Design Parameters", Journal of Sound and Vibration, Vol. 109, No.2, pp. 293~307.
- (7) Comparin, R. J. and Singh, R., 1989, "Non-linear Frequency Response Characteristics of an Impact Pair", Journal of Sound and Vibration, Vol. 134, pp. 259~290.