

<논 문>

# 차량 추진축과 엑슬 진동의 상관성에 관한 연구

## A Study on the Correlation of Vehicle Propeller Shaft and Axle Vibration

장 일 도\* · 한 기 석\*\* · 홍 동 표\*\*\*

Il-Do Chang, Ki-Seok Han and Dong-Pyo Hong

(2000년 2월 24일 접수 ; 2000년 7월 11일 심사완료)

**Key Words** : Driveline(동력전달계), Propeller Shaft(추진축), Axle(엑슬), Torsional Vibration(비틀림 진동), Harmonic Excitation(조화가진)

### ABSTRACT

Propeller shaft is one of the main excitation source in the vehicle driveline. This paper presents the correlation of the propeller shaft and axle vibration. 10 D.O.F. lumped mass model is constructed to simulate the driveline. Experimental apparatus is constructed to verify the simulation model and to measure the vibration signal of the driveline. The results of simulation and experiments show that propeller shaft excitation is 2nd harmonic of the rotational frequency. Axle housing vibration signal shows that axle resonate with 2nd harmonic of excitation frequency due to universal joint effect.

### 1. 서 론

차량의 동력 전달계는 엔진으로부터 휠까지 엔진의 구동력을 전달하는 장치이다. 동력 전달계의 주요 부품들은 대부분 회전하는 부품으로 구성되어 있으며, 이들 부품은 동력의 전달 과정에서 가진력에 대한 공진 및 회전 불평형 등의 원인으로 비틀림 및 굽힘 진동을 일으키는 진동계로 볼 수 있다. 구동력이 토크의 형태로 전달되며 각 구성 부품이 회전 운동을 하고 있으므로 동력 전달계에서의 진동, 소음 발생 현상은 비틀림 진동의 지배를 받는다고 볼 수 있다.

동력 전달계에 있어서의 주된 가진력은 엔진의 폭발에 따른 토크의 변동과 교각을 포함한 추진축의 기구학적 특성에 기인한 속도 변동을 들 수 있다. 추진축은 교차각을 갖는 유니버설 조인트를 포함하고 있으며, 이로 인해 토크의 전달시 피동축은 구동축의 회전 주파수에 대해 2차 조

화 주파수로 회전하게 된다.<sup>(1,2,5,6)</sup> 엑슬은 차동장치를 포함하고 있으며 엑슬의 진동,소음은 차체를 통하여 차량 내부로 전달된다. 엑슬의 진동,소음은 엑슬 자체적인 발생 메카니즘에 대한 연구와 구동계를 이루는 다른 구성부품들과의 연성 효과에 대한 연구들이 이루어졌다.<sup>(3,4)</sup>

본 연구에서는 추진축과 엑슬 및 휠을 포함하는 실험 장치를 구성하였다. 엔진의 폭발력에 의한 가진 현상을 배제하기 위하여 모터로 구동하였다. 구성되어진 동력 전달계의 고유진동수 및 진동 현상을 시뮬레이션하기 위하여 구성되어진 실험장치를 집중 질량을 갖는 10 자유도계 비틀림 진동계로 모델링하였다. 구성되어진 모델은 비틀림 진동 전용 해석 프로그램인 ARLA Simul v6.70을 사용하여 동력 전달계의 고유진동수 및 교각 및 회전속도 변동에 따른 진동 현상들을 해석하였다.

### 2. 이론 해석

#### 2.1 추진축의 기구학적 특성

유니버설 조인트와 구동축 및 피동축으로 구성된 추진축은 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있다.

\* 정회원, 전북대학교 대학원

\*\* 전북대학교 대학원

\*\*\* 정회원, 전북대학교 기계공학부(자동차신기술연구소)

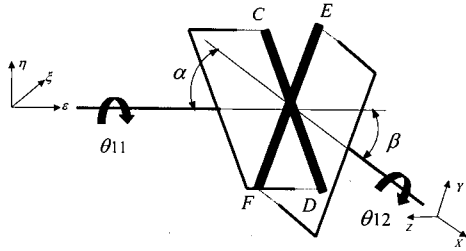


Fig. 1 Universal joint system

십자축의 중심으로부터 점 C, E에 접촉하는 벡터를 각각  $r_C, r_E$ 라하고, 구동축의 회전각이  $\theta_{11}$ 이라 하면  $r_C$ 는 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다. 이때 R은 십자축의 한끝에서 중심까지의 거리이다.

$$r_C = [T_0] \begin{bmatrix} 0 \\ R \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{11} & -\sin \theta_{11} \\ 0 & \sin \theta_{11} & \cos \theta_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$= -r_D$$

동일한 시간 간격동안 피동축에서 발생하는 각을  $\theta_{12}$ 라 하면  $r_E$ 는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.  $T_1, T_2, T_3$ 는 각각 직선  $\overline{EF}$ 에 대한 각도  $\alpha$ ,  $\overline{CD}$ 에 대한 각도  $\beta$ , 피동축에 대한  $\theta_{12}$ 에 대한 변환 행렬이다.

$$r_E = T_1 T_2 T_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{bmatrix} = -r_F \quad (2)$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{12} & -\sin \theta_{12} \\ 0 & \sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$r_C \cdot r_E = 0 \quad (3)$$

$r_C, r_E$ 는 서로 직교하는 벡터이므로 식 (3)과 같이 나타낸다.

$r_C, r_E$ 는 각각 식 (4)와 같이 나타낼 수 있으며 식 (3)의 관계를 이용하여 구동 회전각  $\theta_{11}$ 과 피동 회전각  $\theta_{12}$ 의 관계를 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$r_C = R(\cos \theta_{11} j + \sin \theta_{11} k)$$

$$r_E = R[(\sin \alpha \sin \theta_{11} + \cos \alpha \sin \beta \cos \theta_{12}) i$$

$$+ (-\cos \alpha \sin \theta_{12} + \sin \alpha \sin \beta \cos \theta_{12}) j$$

$$+ (\cos \beta \cos \theta_{12}) k] \quad (4)$$

$$\tan \theta_{12} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \tan \theta_{11} + \tan \alpha \sin \beta \quad (5)$$

식 (5)는 측면 및 평면 교각을 고려한 경우이고 측면 교각만을 고려한다면 식 (6)과 같다.

$$\tan \theta_{12} = \frac{1}{\cos \alpha} \tan \theta_{11} \quad (6)$$

$0^\circ$  위상차 유니버설 조인트의 경우  $\theta_{11}$ 과  $\theta_{12}$ 는 식 (7)의 관계를 갖는다.

$$\theta_{12} = \arctan\left(\frac{1}{\cos \alpha} \tan \theta_{11}\right) \quad (7)$$

식 (7)을 급수 전개 한 후 고차항을 무시할 경우 식 (8)과 같고 이로부터 식 (9), 식 (10)과 같은 각속도와 각가속도를 얻을 수 있다.

$$\theta_{12} = \theta_{11} + \epsilon \sin 2\Omega t \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_{12} = \Omega(1 + 2\epsilon \cos 2\theta_{11}) \quad (9)$$

$$\ddot{\theta}_{12} = -4\Omega^2 \epsilon \sin 2\theta_{11} \quad (10)$$

이때  $\epsilon = \tan^2(\frac{\alpha}{2})$ 이며 식 (9), (10)을 통해 교각을 갖는 유니버설 조인트에 연결된 피동축은 구동 주파수  $\Omega$ 에 대해  $\theta_{12} = \theta_{11} + f(2\Omega t)$  형태의 비정속 회전이 발생하며  $2\Omega$ 의 각주파수를 가지고 진동함을 보여준다.

## 2.2 운동 방정식

모터-추진축-엑셀-휠로 구성된 동력 전달계를 Fig. 2와 같은 10자유도계의 집중 질량계로 모델링하였다. Table 1

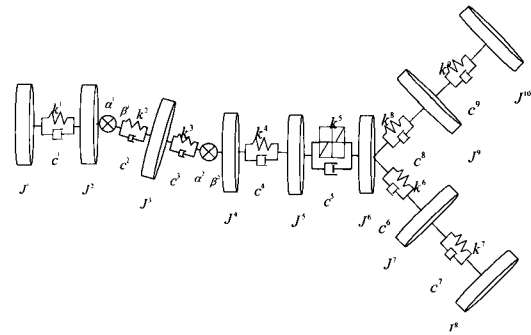


Fig. 2 10 D.O.F. model of driveline

Table 1 Moment of inertia of the model

No.	1	2~4	5,6	7~10
Component	Motor	Propeller shaft	Pinion & ring gear	Shaft & wheel

은 구성되어진 모델의 회전 관성 요소들을 나타낸다.  $k$ 와  $c$ 는 각각 회전관성 사이의 강성과 감쇠 상수를 나타낸다. 회전관성은 실측 치수와 물성 규격표를 참조하여 계산하였고 강성 및 감쇠값은 근사식<sup>(7)</sup>을 참조하여 구하였다. 강성 및 추진축의 유니버설 조인트는 각각 측면과 상하 교각  $\alpha, \beta$ 를 포함한다. 엑슬을 구성하는 피니언과 링기어 사이 에 백래쉬  $k_5$ 를 포함하며, 백래쉬는 식 (11)과 같다.

$$B(\theta_o, \theta_b) = \begin{bmatrix} \theta_o - \theta_b, & \theta_b < \theta_o \\ 0, & -\theta_b \leq \theta_o \leq \theta_b \\ \theta_o + \theta_b, & \theta_o < -\theta_b \end{bmatrix} \quad (11)$$

유니버설 조인트를 통해 전달되는 입,출력 토크는 식 (12)와 같다.(첨자  $i$ 와  $o$ 는 각각 입, 출력단을 의미한다.) 이때  $\theta_{21}, \theta_{22}$ 는 각각 첫 번째 교각 이전, 이후의 각도이고,  $\theta_{41}, \theta_{42}$ 는 각각 두 번째 교각 이전, 이후의 각도이다.  $\theta_{11}^\circ, \theta_{41}^\circ$ 은 회전관성  $J_1, J_4$ 의 초기 위상각이다.

$$T_{1o} = [k_2(\theta_{22} - \theta_3) + c_2(\dot{\theta}_{22} - \dot{\theta}_3)] \cdot [1 + 2\varepsilon_1 \cos 2(\theta_{21} + \theta_{11}^\circ)] \quad (12)$$

$$T_{4i} = [k_3(\theta_3 - \theta_{41}) + c_3(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_{41})] \cdot [1 + 2\varepsilon_2 \cos 2(\theta_{41} + \theta_{41}^\circ)]$$

구동 모터에서 유니버설 조인트에 의해 구동되는 추진축 에 이르는 구동계의 운동 방정식은  $T_L = k_4(\theta_{42} - \theta_5) - c_4(\dot{\theta}_{42} - \dot{\theta}_5)$  일때 식 (13)과 같고, 엑슬의 피니언 기어에서 타이어에 이르는 운동 방정식은 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 &= T_M - k_1(\theta_1 - \theta_{21}) - c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{21}) \\ J_2 \ddot{\theta}_{21} &= k_1(\theta_1 - \theta_{21}) + c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{21}) - T_{1o} \\ J_3 \ddot{\theta}_3 &= k_2(\theta_{22} - \theta_3) + c_2(\dot{\theta}_{22} - \dot{\theta}_3) \\ &\quad + k_3(\theta_3 - \theta_{41}) - c_3(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_{41}) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} J_4 \ddot{\theta}_{42} &= T_{4i} - T_L \\ J_5 \ddot{\theta}_5 &= k_4(\theta_{42} - \theta_5) + c_4(\dot{\theta}_{42} - \dot{\theta}_5) - k_5 B(\theta_o, \theta_b) \\ &\quad - c_5 \dot{B}(\theta_o, \theta_b) \\ J_6 \ddot{\theta}_6 &= k_5 B(\theta_o, \theta_b) + c_5 \dot{B}(\theta_o, \theta_b) - k_6(\theta_6 - \theta_7) \\ &\quad - c_6(\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_7) - k_8(\theta_6 - \theta_9) - c_8(\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_9) \\ J_7 \ddot{\theta}_7 &= k_6(\theta_6 - \theta_7) + c_6(\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_7) - k_7(\theta_7 - \theta_8) \\ &\quad - c_7(\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_8) \end{aligned} \quad (14)$$

$$J_8 \ddot{\theta}_8 = k_7(\theta_7 - \theta_8) + c_7(\dot{\theta}_7 - \dot{\theta}_8)$$

$$J_9 \ddot{\theta}_9 = k_8(\theta_6 - \theta_9) + c_8(\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_9) - k_9(\theta_9 - \theta_{10}) - c_9(\dot{\theta}_9 - \dot{\theta}_{10})$$

$$J_{10} \ddot{\theta}_{10} = k_9(\theta_9 - \theta_{10}) + c_9(\dot{\theta}_9 - \dot{\theta}_{10})$$

식 (13), (14)는 10자유도계 동력전달계 모델에 대한 비선형 상미분 방정식이다.

### 3. 수치 해석 및 실험 결과

#### 3.1 수치 해석

수치 해석은 비틀림 진동 해석 전용 상용 프로그램인 ARLA-SIMUL 6.70을 사용하였다. 구성되어진 10 자유도 계 모델에 대한 자유진동 해석을 통해 고유 진동수 및 고유 모드를 구하였고, 강제 진동 해석을 통하여 유니버설 조인트의 교각 효과를 파악하였고 추진축과 엑슬의 진동 신호로부터 연관성을 파악하였다.

자유 진동 해석 결과로 얻은 고유진동수는 Table 2와 같다. Fig. 3은 이에 대한 1, 2차 모드 형상이다. 1차 모드는 양쪽축과 휠의 모드이고, 2차 모드는 추진축과 엑슬의 모드로 보여진다. 가진 주파수의 6차 조화 성분 이상이 계에 미치는 영향이 작다고 볼 때, 일반적인 디젤 차량의 운전 조건인 2000 rpm의 6차에 해당하는 200 Hz 미만의 고유진동수는 1, 2차 고유진동수이다. 따라서 2000 rpm 미만에서 계의 공진 발생 가능성을 가지고 있는 것으로 보인다. Fig. 4는 1, 2차 고유 모드의 에너지 분포를 보여준다.

Table 2 Natural frequency of driveline(Hz)

No.	1	2	3	4	5	6	7
Natural frequency	20.5	23.8	251.4	699.3	775.3	866.1	1563.2

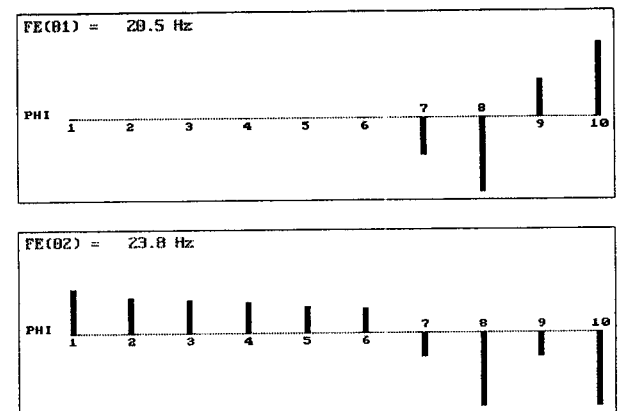


Fig. 3 Mode shapes of model(1st, 2nd mode)

EKIN과 EPOT는 각각 운동에너지와 위치에너지를 나타내며, 그 값이 클수록 각각 해당 관성모멘트와 인접 강성의 영향이 지배적임을 보여준다. 따라서 1차, 2차 모드가 공통적으로 액슬축과 타이어의 관성과 액슬축 강성의 지배적인 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

강제 진동 해석은 구성되어진 실험 장치에 사용되어진 모터의 출력과 크기가 같은 토크가 일정하게 입력되는 경우에 대하여 교각을 지난 추진축 중심의 관성  $J_3$ 에서의 각속도에 대하여 해석하였다. 결과는 Fig. 5와 Fig. 6과 같으며 교각과 회전수가 커짐에 따라 진폭이 커지는 것을 알 수 있다.

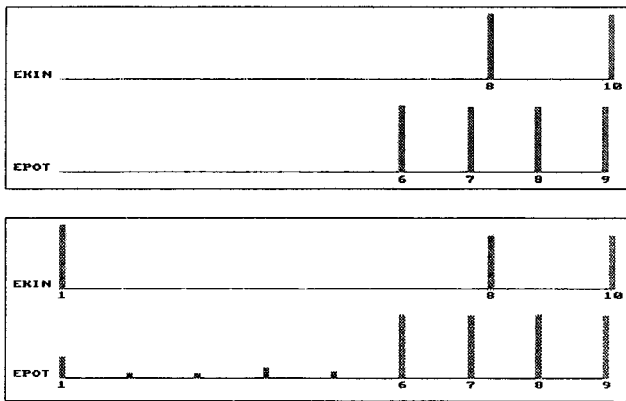


Fig. 4 Energy distribution of 1st, 2nd mode

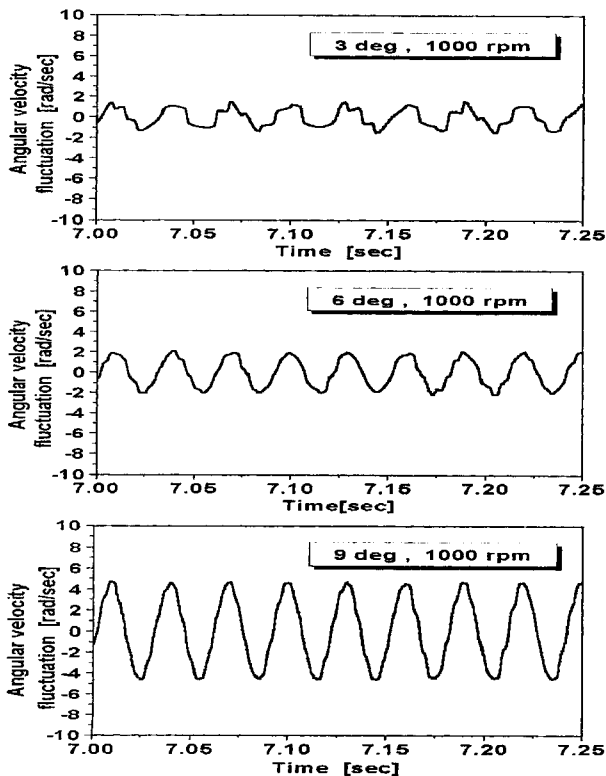


Fig. 5 Influence of joint angle(3, 6, 9 deg at 1000 rpm)

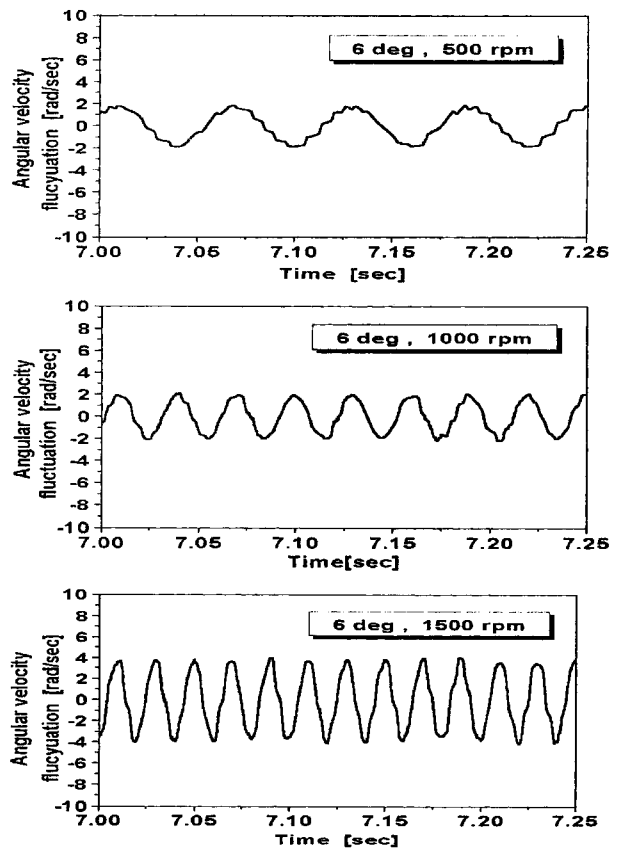


Fig. 6 Influence of rpm(500, 1000, 1500 rpm at 6 deg)

### 3.2 실험 결과

Fig. 7은 실험을 위한 장치의 개략도이다. Table 3은 실험에 사용되어진 장비와 센서를 보여준다. 모터의 회전수는 차수분석(order tracking)을 위해 속도 센서(tacho probe)로 측정하였으며, 추진축의 각속도를 측정하기 위하여 축에 관성을 무시할 정도의 기어를 장착하여 마그네틱 센서로 펄스를 측정하여 F/V 변환기를 통하여 연속파형으로 변환시켰다. 또한 액슬의 내부 기어의 측정이 용이하지 못하여 액슬 하우징의 진동 신호를 전후, 좌우, 상하방향에 대하여 가속도계로 측정하였다. 측정되어진 데이터는 디지털 레코더에 저장하여 주파수 분석기를 사용하여 분석하였다.

Fig. 8은 추진축의 교각 영향을 보기 위하여 교각의 효과를 볼 수 있는 추진축의 중앙에서 측정한 결과이며 교각이 증가할수록 각속도 변동량이 커짐을 볼 수 있다. 이 결과는 수치해석 결과와 일치한다. Fig. 9는 교각 9°, 1000 rpm일때의 각속도 신호를 주파수 영역에서 본 것으로 교각의 영향에 따라 1000 rpm 즉, 16.7 Hz의 2차 성분인 33.4 Hz와 근접한 34.3 Hz의 성분으로 나타나고 있음을 알 수 있다.

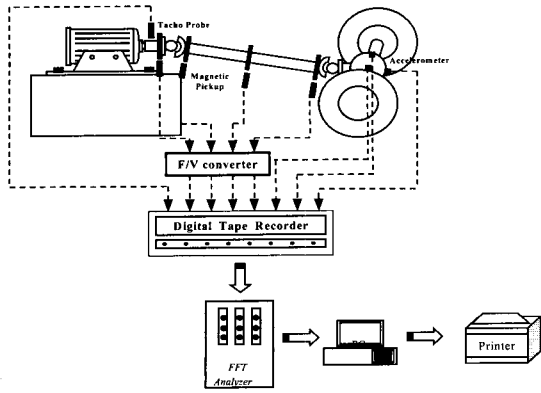


Fig. 7 Schematic diagram of experimental apparatus

Table 3 List of equipment

Equipment	Specification
Digital tape recorder	Sony PC 208Ax
F/V converter	Onosoki FV-5304
FFT analyzer	B&K 3560 pulse
Tacho probe	GWI Ltd. model PI 231
Magnetic pickup	Electro Co. model 58423
Accelerometer	Wilcoxson Re. model 726

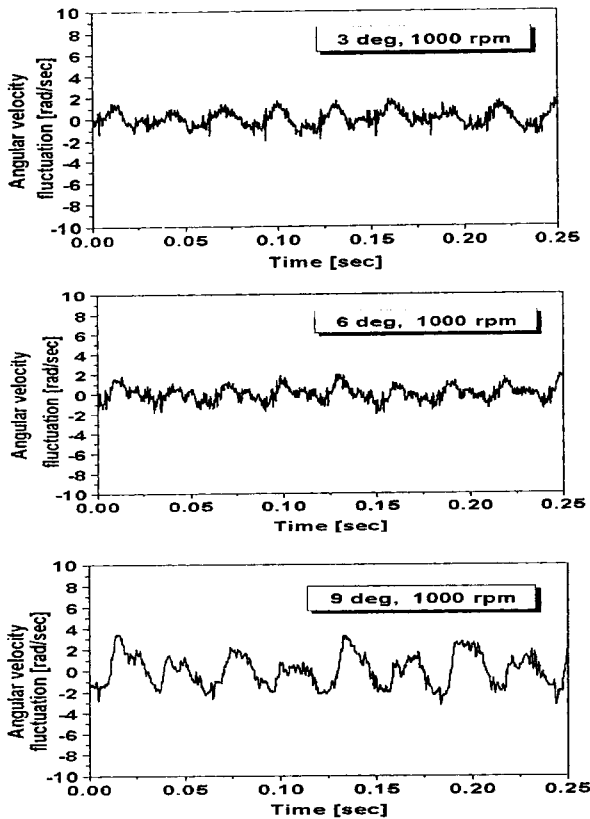


Fig. 8 Influence of joint angle(3°, 6°, 9° at 1000 rpm, experimental results)

Fig.10은 교각에 의한 추진축의 2차 가진 효과와 엑슬 진동과의 관계를 살피기 위해 교각을 6°로 고정시키고 구동 회전수를 0rpm에서 1500 rpm 까지 증가시키며 엑슬 상하, 전후, 좌우 방향의 가속도를 측정 한 결과이다. 세 방향 모두 1차 성분에 의한 공진 현상은 관찰할 수 없었고 2차 성분의 730 rpm 부근 즉, 24.3 Hz 부근에서 공진 현상을 관찰할 수 있었다. Table 2의 시뮬레이션 결과로 얻어진 고유진동수를 감안할 때 이는 모터의 구동 주파수(12.65 Hz)의 2차 성분이 구동계의 2차 고유진동수(23.8 Hz)와 근접함으로 발생하는 공진 현상이라고 판단 할 수 있다.

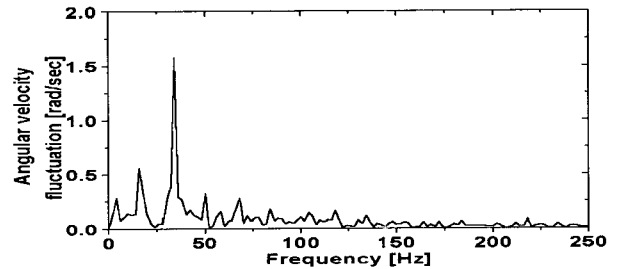


Fig. 9 Frequency of angular velocity(at 9°, 1000 rpm, experimental result)

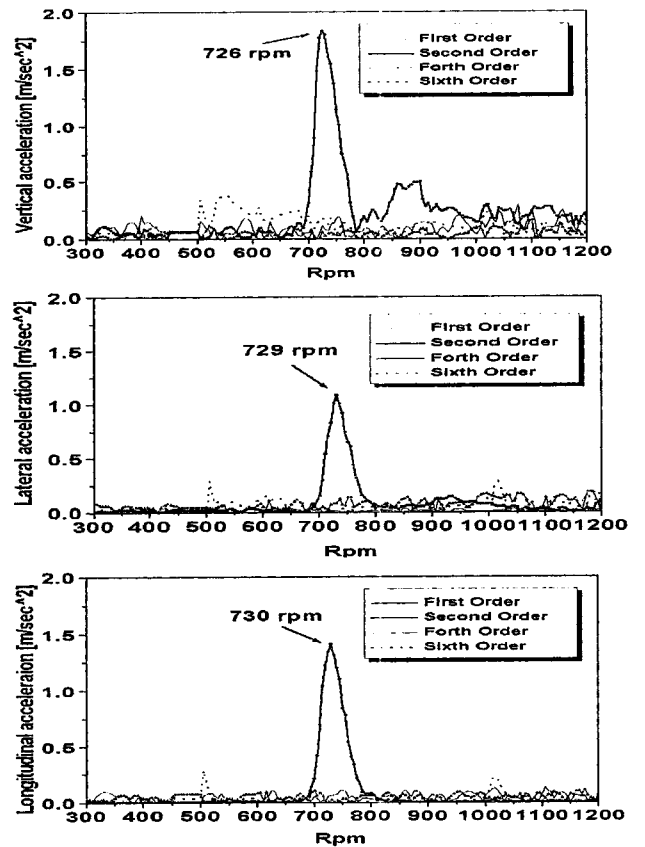


Fig.10 Order tracking of axle housing(vertical, lateral, longitudinal direction)

#### 4. 결 론

본 논문에서는 추진축과 엑슬을 포함하는 동력 전달계에 대한 10자유도계 비틀림 진동 모델을 만들었으며, 이에 대한 자유진동 해석을 통하여 동력 전달계의 고유진동수 및 모드를 구할 수 있었다. 또한 강제 진동 해석을 통하여 교각의 효과에 따라 모터 가진 주파수의 2차 성분으로 교각 이후의 요소들이 가진되고 있음을 확인 할 수 있었다. 또한 구성된 모델과 동일한 실험 장치를 통하여 교각의 효과를 확인할 수 있었으며, 차수 분석을 통하여 엑슬은 추진축의 교각효과에 의한 구동 주파수의 2차 성분에 의하여 가진되고 엑슬의 2차 고유진동수에 대한 공진을 일으키고 있음을 확인 할 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Joyner, Robert G.1976, "The Truck Driveline as a Source of Vibration", SAE 760843.
- (2) Otake, T., et. al, 1992, "Prediction of Torsional Vibration Caused by Hook's Joint in Drive Train", SAE 925068.
- (3) Eiichi, A., Hiroshi, H., 1975, "Advanced Method for Reduction in Axle Gear Noise", SAE 750150.
- (4) Kamash, K.M.A. 1978, "An Investigation of the Origins of Vibration of an Automobile Rear Axle", Vehicle System Dynamics 7(1978), pp.123~134.
- (5) 강효식, 1990, "Universal Joint를 갖는 구동축 시스템의 비틀림진동 감소를 위한 Damper의 적정설계에 관한 연구" 한양대학교 석사학위논문.
- (6) Willumeit, H.-P.박보용 "차량역학" 동명사.
- (7) ARLA-SIMUL User's Manual.