

〈논 문〉

발전용 대형 2 행정 디젤 엔진 및 기초의 구조 진동 해석

Structural Vibration Analysis of a Large Two-Stroke Engine and Foundation System for Stationary Power Plants

박 중 포* · 신 언 탁**

Jong-Po Park and Eon-Tak Shin

(2000년 2월 17일 접수 ; 2000년 4월 11일 심사완료)

Key Words : Structural Vibration(구조 진동), Diesel Engine(디젤 엔진), Foundation(기초), Excitation Moment(기진 모멘트), Dynamic Parameter Identification(동특성 계수 규명)

ABSTRACT

Structural vibration analysis of the stationary power plant system employing a large two-stroke low speed diesel engine is performed to verify that the vibration characteristics of the system meet design requirements. The system consists of the diesel engine, generator, and concrete foundation including pile and soil. The system is modeled in the form of a mass-elastic system of 5 degrees of freedom for vibration analysis. Excitation moments and dynamic parameters including engine body stiffness, soil stiffness and damping are identified for the analysis. Results of structural vibration analysis of the system are presented and compared with measurements in this paper.

기 호 설 명

I_{1v} : 2nd moment inertia of m_1 about vertical axis
 I_{1h} : 2nd moment inertia of m_1 about horizontal axis
 I_{2v} : 2nd moment inertia of m_2 about vertical axis
 I_{2h} : 2nd moment inertia of m_2 about horizontal axis
 m_1 : Equivalent foundation block + generator mass
 m_2 : Equivalent engine mass
 c_1 : Transversal damping of soil
 c_2 : Transversal damping of engine
 c_{d1} : Torsional damping of soil about vertical axis
 c_{d2} : Torsional damping of engine about vertical axis

c_B : Tilting damping of soil about horizontal axis
 k_1 : Transversal stiffness of soil
 k_2 : Transversal stiffness of engine
 k_{d1} : Torsional stiffness of soil about vertical axis
 k_{d2} : Torsional stiffness of engine about vertical axis
 k_B : Tilting stiffness of soil about horizontal axis
 e : Horizontal distance between mass centers
 h : Vertical distance between mass centers
 r : Tilting radius of m_1
 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, y_1, y_2$: Generalized coordinates
 $[M]$: System inertia matrix
 $[C]$: System damping matrix
 $[K]$: System stiffness matrix
 $\{Q(t)\}$: Generalized force vector

* 정회원, 한국중공업(주) 기술연구원

** 한국중공업(주) 기술연구원

1. 서론

Fig. 1의 발전용 엔진 시스템에서 구조 진동을 심하게 발생시키는 대표적인 기진력으로는 H-모멘트 및 X-모멘트를 들 수 있다. Fig. 2는 본 논문에서 다루는 7 실린더 엔진에서 3차 및 4차 X-모멘트와 실린더수의 정수배 차수의 H-모멘트의 기진력이 크게 발생하는 메카니즘을 보여주고 있다. 그리고 보통 엔진의 구조 진동 모드는 엔진 몸체가 좌우로 굽는 형태의 H-모드, 엔진의 가운데 실린더의 수직선을 기준으로 비틀리는 형태의 X-모드 및 엔진 몸체가 전후로 굽는 L-모드가 있다.^(1~3) 선박용 엔진에서 이들 기진력에 의해 엔진 구조 진동이 심할 경우 엔진 프레임과 선체 사이에 톱 브레이싱(top bracing)을 설치하여 손쉽게 진동을 제어할 수 있지만, Fig. 1에서 보는 바와 같이 내연 발전용 시스템은 그 구조상 엔진 주변에 톱 브레이싱을 설치할 수가 없으므로 설계 초기부터 지반을 포함한 기초 및 엔진으로 구성되는 전체 시스템의 구조 진동 해석과 제어에 세심한 주의를 요한다.

엔진 구조 건전성 및 피로 수명 조건을 만족하기 위해서는 내연 발전 엔진 시스템의 경우 이들 모멘트와 진동 모드와의 구조 공진을 회피할 수 있는 설계는 물론이고, 구조물의 진동치가 설계 허용치 이내로 만족할 수 있도록 시스템 설계 또는 이들 H-모멘트 또는 X-모멘트를 상쇄시킬 수 있는 전동형 보상기 설치 등으로 진동 제어를 해야 한다.

본 논문에서는 내연 발전용 대형 저속 2행정 디젤 엔진, 발전기와 지반을 포함한 콘크리트 기초로 구성되는 내연 발전 엔진 시스템의 구조 진동 해석을 위한 시스템 모델링, 엔진에서 유발되는 기진력 및 엔진 구조와 기초의 동특성 계수를 규명하고, 해석 결과를 실측치와 비교 검토하였다.

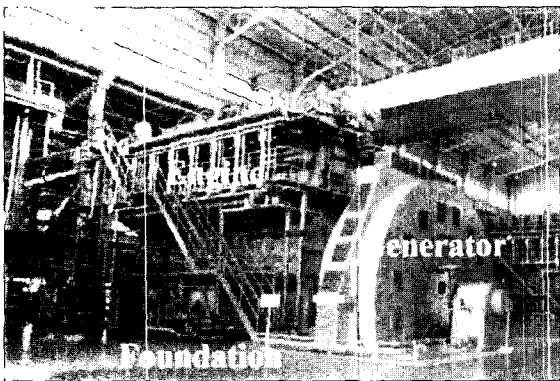


Fig. 1 Stationary diesel power plant

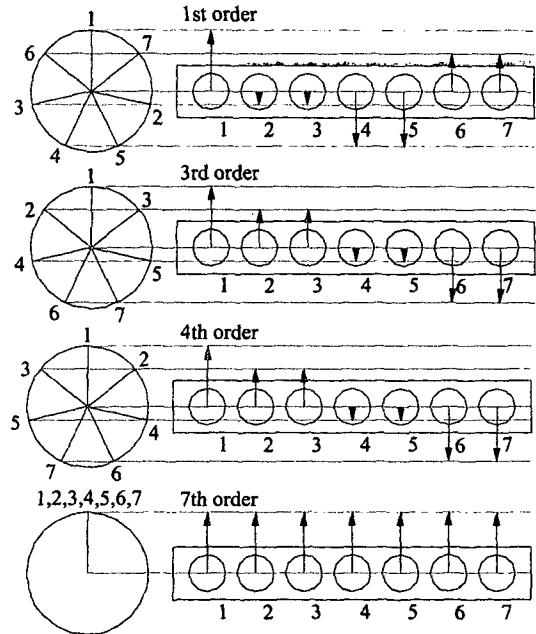


Fig. 2 Phase plots of harmonic orders for a 7 cylinder engine

2. 해석 모델 및 지배 방정식

Fig. 3(a)와 같이 엔진, 발전기 및 지반을 포함하는 기초로 구성된 내연 발전 시스템의 진동 해석을 위하여 Fig. 3(b)와 같이 상단부의 엔진 몸체는 등가 질량을 가진 강체로, 하단부는 기초와 발전기를 포함하는 등가 강체로 하여 수평, rocking 및 비틀림 진동을 하는 질량-댐퍼-스프링 모델로 단순화시켰다.

단순화된 해석 모델은 기초와 지반사이의 회전변위 θ_1 , 엔진 몸체와 기초사이의 상대 회전변위 θ_2 , 기초의 rocking 회전변위 θ_3 , 기초와 지반사이의 수평방향 변위 y_1 , 그리고 엔진 몸체와 기초사이의 상대 수평방향 변위 y_2 등 모두 5 자유도를 갖게 된다.

시스템의 해석 모델로부터 강체의 운동에너지 T , 위치 에너지 U 및 소멸함수(rayleigh dissipation function) F 는 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.^(4~5)

$$T = \frac{1}{2} \{ m_1(\dot{y}_1 + r\dot{\theta}_3)^2 + I_{14}\dot{\theta}_3^2 + m_2[\dot{y}_1 + (h+r)\dot{\theta}_3 + \dot{y}_2 + e\dot{\theta}_1]^2 + I_{2h}\dot{\theta}_3^2 + I_{1v}\dot{\theta}_1^2 + I_{2v}(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \} \quad (1)$$

$$U = \frac{1}{2} \{ k_1(y_1 + r\theta_3)^2 + k_{13}\theta_3^2 + k_2y_2^2 + k_{11}\theta_1^2 + k_{12}\theta_2^2 \} \quad (2)$$

$$F = \frac{1}{2} \{ c_1(\dot{y}_1 + r\dot{\theta}_3)^2 + c_{13}\dot{\theta}_3^2 + c_2\dot{y}_2^2 + c_{11}\dot{\theta}_1^2 + c_{12}\dot{\theta}_2^2 \} \quad (3)$$

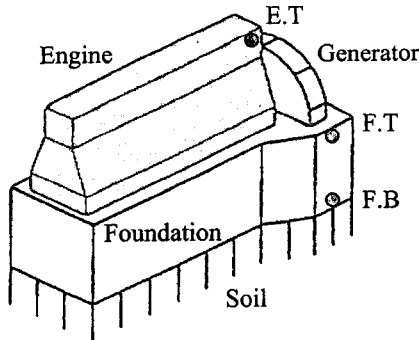
식 (1), (2), (3)을 아래 식 (4)로 주어진 Lagrange 방정식에 대입하여 정리하면 식 (5)의 지배 방정식을 구할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (i=1, \dots, 5) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & (I_{1v} + I_{2v} + m_2 e^2) \ddot{\theta}_1 + I_{2v} \ddot{\theta}_2 + m_2 e(h+r) \ddot{\theta}_3 \\ & + m_2 e \ddot{y}_1 + m_2 e \ddot{y}_2 + c_{11} \dot{\theta}_1 + k_{11} \theta_1 = 0 \\ & I_{2v} \ddot{\theta}_1 + I_{2v} \ddot{\theta}_2 + c_{12} \dot{\theta}_2 + k_{12} \theta_2 = 0 \\ & m_2 e(h+r) \ddot{\theta}_1 + [I_{1h} + m_1 r^2 + I_{2h} + m_2 (h+r)^2] \ddot{\theta}_3 \\ & + [m_1 r + m_2 (h+r)] \ddot{y}_1 + m_2 (h+r) \ddot{y}_2 + (c_1 r^2 + c_{13}) \dot{\theta}_3 \\ & + c_1 r \dot{y}_1 + (k_1 r^2 + k_{13}) \theta_3 + k_1 r y_1 = 0 \\ & m_2 e \ddot{\theta}_1 + [m_1 r + m_2 (h+r)] \ddot{\theta}_3 + (m_1 + m_2) \ddot{y}_1 \\ & + m_2 \ddot{y}_2 + c_1 r \dot{\theta}_3 + c_1 \dot{y}_1 + k_1 r \theta_3 + k_1 y_1 = 0 \\ & m_2 e \ddot{\theta}_1 + m_2 (h+r) \ddot{\theta}_3 + m_2 \ddot{y}_1 + m_2 \ddot{y}_2 + c_2 \dot{y}_2 + k_2 y_2 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

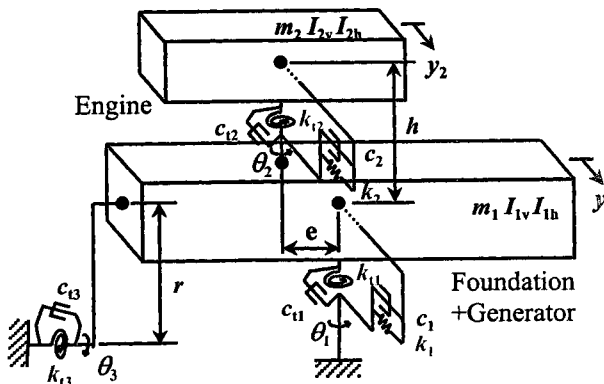
식 (5)를 행렬로 표시하고 기진력 벡터를 고려하면 다음과 같은 지배 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + [C] \{\dot{q}(t)\} + [K] \{q(t)\} = \{Q(t)\} \quad (6)$$



E.T: Engine top F.T: Foundation top
F.B: Foundation bottom

(a)



(b)

Fig. 3 System model for vibration analysis

3. 기진력 및 동특성 계수 규명

서론에서 언급했듯이 7K60MC-S 엔진에서 발생하는 구조 진동의 주된 기진력은 3, 4차의 X-모멘트 및 7차의 H-모멘트이고, 구조 진동 모드 또한 H- 및 X-모드이므로, 구조 진동 특성은 이들 모멘트에 의해 거의 지배된다.

3.1 기진력 규명

엔진 몸체에 작용하는 H-모멘트는 Fig. 4에서 크로스헤드 또는 피스톤이 실린더 벽면을 미는 힘 F_S 와 이에 대한 반작용으로 크랭크샤프트가 메인 저어널 베어링을 미는 힘 $-F_S$ 때문에 발생하며, 이로 인해 엔진 구조에 H형 진동이 발생된다.

모멘트 암의 길이는 평균적인 값으로서 연결봉의 길이를 취하며, i 번째 실린더에서 k 차 H-모멘트는 식 (7)과 같이 표현된다.^(1~3)

$$M_{Hk} = l \cdot F_{Sk} \sin \{ k(\theta + \alpha_i) + \phi_k \} \quad (7)$$

여기서 α_i , F_{Sk} , l , k 및 ϕ_k 는 착화 지연각, k 차 성분의 측면 힘, 연결봉의 길이, 조화 차수 및 각 조화 차수의 위상을 각각 나타낸다.

일반적으로 2행정 엔진의 경우에는 Fig. 2와 같이 실린더 수의 정수배를 제외한 여타 차수의 H-모멘트는 모두 0이 되므로 실린더 수의 정수배 차수만을 고려하면 되고, 전체 실린더 수가 N 인 경우 그 진폭은 다음과 같다.

$$|M_H| = N \cdot l \cdot F_{Sk} \quad (8)$$

X형 진동은 엔진 몸체가 강체이면 발생하지 않으나, 일반적으로 엔진은 유연 구조물이므로 X형 진동이 발생한다. i 번째 실린더에서 k 차 X-모멘트는 식 (9)와 같이 표현된다.^(1~3)

$$M_{Xk} = L_i \cdot F_{Sk} \sin \{ k(\theta + \alpha_i) + \phi_k \} \quad (9)$$

여기서 L_i 는 엔진 중심에서 해당 실린더 중심까지의 거리를 나타낸다.

전체 실린더 수가 N 인 경우 전체 k 차 X-모멘트는 식 (10)과 같이 표현된다

$$\begin{aligned} M_{Xk} &= \sum_{i=1}^N M_{Xki} = F_{Sk} \sum_{i=1}^N L_i \cdot \sin \{ k(\theta + \alpha_i) + \phi_k \} \\ &= F_{Sk} \cdot L_0 \sqrt{s^2 + c^2} \sin \{ k(\theta + \alpha_i) + \phi_k \} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 L_0 는 인접 실린더간의 거리를 나타내고, X-모멘트의 진폭은 식 (11)과 같이 된다.

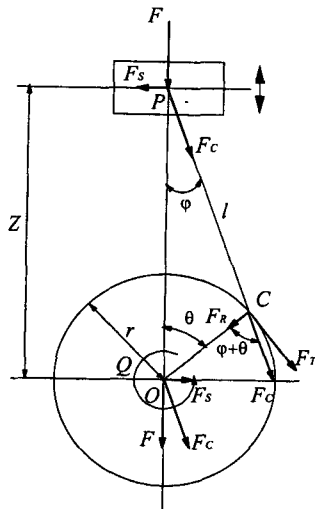


Fig. 4 Forces acting on crankshaft and connecting rod

$$M_{Xk} = F_{Sk} \cdot L_0 \cdot \sqrt{s^2 + c^2}$$

$$s = \sum_{i=1}^N l_i \sin ka_i, c = \sum_{i=1}^N l_i \cos ka_i, l_i = L_i/L_0 \quad (11)$$

X-모멘트는 H-모멘트와는 달리 실린더 수의 정수배 차수는 0이 되거나 미소하며 실린더 수와 상관없이 항상 3차 또는 4차 성분이 지배적이다.

3.2 엔진 및 기초의 동특성 계수 규명

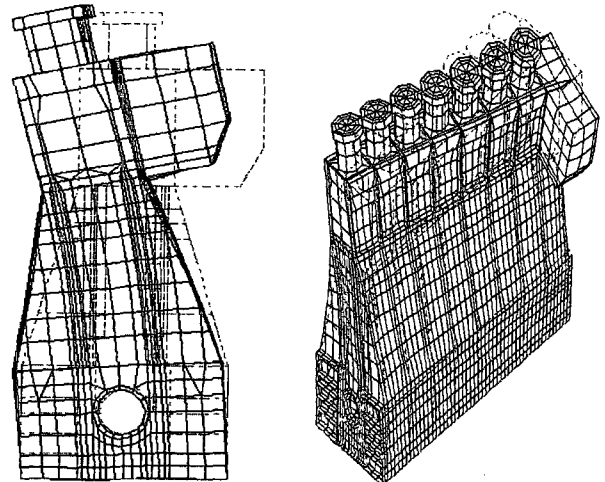
엔진 구조의 강성계수를 규명하기 위하여 유한요소 모델링과 해석을 수행하였다. Table 1은 본 논문에서 다루는 7K60MC-S 엔진의 기본 사양을 나타내고 있다. Fig. 5의 유한요소 모델은 6 자유도를 갖는 4개의 노드로 이루어진 셀 요소와 8개의 노드로 이루어진 3차원 입방요소를 병용하여 구성하였으며, 사용된 전체 노드 수는 12,831개, 요소 수는 9,886개였다.

정적인 힘과 모멘트를 유한요소 모델에 가하여 변위를 구한 후 엔진 구조의 강성계수를 계산하였다. 그리고, 엔진의 등가 질량 및 2차 관성 모멘트는 Fig. 5와 같이 상용 S/W를 이용하여 유한요소 모델을 모드 해석하여 구한 H- 및 X-모드의 고유진동수와 정적인 힘과 모멘트를 유한요소 모델에 가하여 변위를 구한 후 엔진 구조의 강성계수를 계산하였다. 그리고, 엔진의 등가 질량 및 2차 관성 모멘트는 Fig. 5와 같이 상용 S/W를 이용하여 유한요소 모델을 모드 해석하여 구한 H- 및 X-모드의 고유진동수와 앞서 구한 강성계수를 함께 이용하여 계산하였다. 엔진 구조의 감쇠계수는 진동 주파수에 비례하는 값을 갖는 절대 감쇠 형태로 주어지고, 그 값은 경험적인 것을 사용하였다.

기초는 그 형식에 따라 다양하게 구분될 수 있으나 지반 공학적인 측면에서는 주로 얇은 기초와 깊은 기초로 구분

Table 1 Specifications of 7K60MC-S engine

| | |
|-----------------|--------------------------|
| Engine type | HANJUNG MAN B&W 7K60MC-S |
| Output at M.C.R | 18,000 BHP (142.9 RPM) |
| Bore diameter | 600 mm |
| Stroke | 1,650 mm |
| No. of cylinder | 7 |
| M.I.P | 18.0 bar |
| Weight | 380 ton |



(a) H-mode

(b) X-mode

Fig. 5 Vibration modes of finite element models

되며, 이 때 기초의 형식에 따라 적용되는 해석 방법이 서로 다르다. (6~7) 기초의 여러 형식들 중 블록 기초와 전면 기초 및 프레임 기초가 얇은 기초의 주된 형식들이며, 이들 얇은 기초의 경우 기초와 지반간의 동적 거동을 표현하기 위한 해석 방법은 탄성 반무한체 이론에 근거한 방법과 경험적인 지반 반력계수를 이용하는 방법이 있다.

깊은 기초의 형식으로 가장 대표적인 것은 말뚝(pile) 기초이다. 말뚝 기초는 블록형 얇은 기초만으로는 요구되는 고유진동수를 만족할 수 없거나 허용 침하 또는 허용 지지력을 만족할 수 없는 경우에 사용된다. 주어지는 진동 하중의 형태(수평, 연직, rocking, 비틀)에 따라 적합한 설계가 이루어질 수 있도록 하여야 하며, 말뚝 기초는 일반적으로 무리를 이루어 설치되는 경우가 대부분이므로 군말뚝(group pile) 효과를 고려한 적절한 설계가 요구된다.

탄성 반무한체 이론에 근거한 강성계수의 결정은 정적 하중이 작용되는 경우에 탄성 반무한 지반의 지표에 놓인 강체 원형 기초의 경우이므로, 본 논문에서는 기초가 사각 형상을 고려하여 수행하였다. 지반의 강성계수 결정에 고려해야 할 사항은 기초의 관입 깊이, 접촉면에서의 응력 분포, 기초의 크기 등이며, 특히 기초의 크기는 깊이에 따른 지반

변형계수의 변화나 증상 효과와 밀접하게 관련되어 있다.

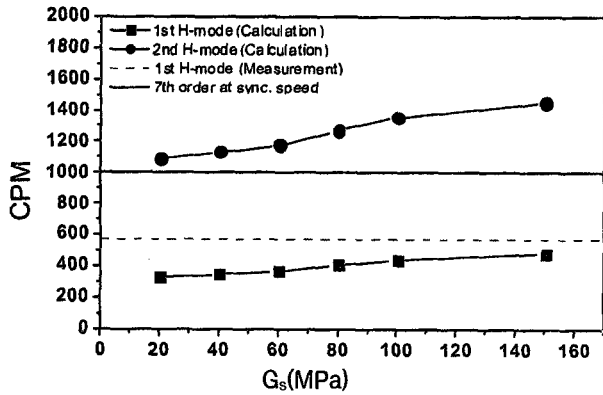
지반의 감쇠는 진동이 기초 근처로부터 멀리 전파되는 동안 에너지가 손실되는 것과 관련된 방사 감쇠와 지반 요소 내에서의 변위로 인한 내부에너지 손실에 의해 유발되는 내부 감쇠로 구분된다.

본 논문에서는 탄성 반무한체 이론을 이용하여 깊은 기초에 대하여 각 진동방향의 강성계수와 감쇠계수를 구하여 진동 해석에 사용하였다.

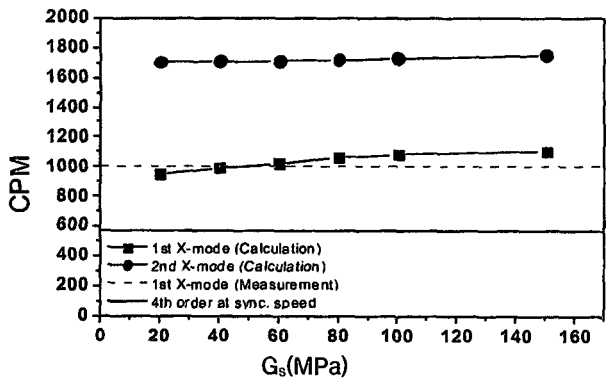
4. 해석 및 측정 결과

식 (6)의 운동 방정식과 앞에서 규명한 동특성 계수 및 기진력을 이용하여 시스템의 자유 진동 해석 및 기계적 임피던스 방법을 이용한 정상 상태의 강제 진동 해석을 수행하였다. 정확히 예측하기에는 불확실성이 많은 지반의 전단계수 (G_s)를 변화시키면서 해석하였고, Fig. 6과 Table 2는 그 결과를 보여준다.

Fig. 6에서 시스템의 H- 및 X-모드의 고유진동수 계산치와 H-모멘트의 7차 성분과 X-모멘트의 4차 성분과는 주파수 분리여유가 있어 구조 공진 발생은 없을 것으로 예측할 수 있었고, 측정치 또한 이를 잘 뒷받침한다.



(a) H-mode



(b) X-mode

Fig. 6 Natural frequencies of H- and X-modes

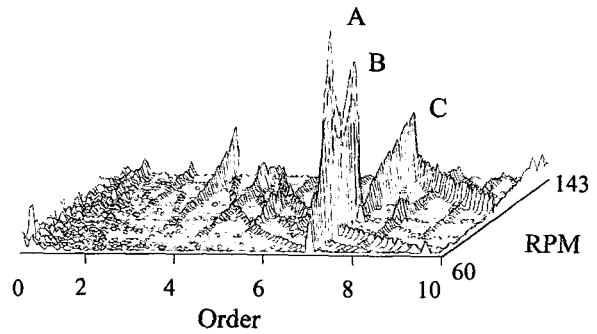


Fig. 7 Order tracking plot of structural vibration at foundation top

Table 2 Vibration values of system(unit: mm/s,0-P)

(a) 4th order vibration

| | G_s (MPa) | Position | | |
|--------------|-------------|----------|------|------|
| | | E.T | F.T | F.B |
| Calculations | 20 | 7.14 | 0.10 | 0.11 |
| | 40 | 7.15 | 0.07 | 0.07 |
| | 60 | 7.15 | 0.05 | 0.05 |
| | 80 | 7.15 | 0.04 | 0.04 |
| | 100 | 7.15 | 0.03 | 0.03 |
| | 150 | 7.15 | 0.02 | 0.03 |
| Measurements | | 10.0 | 1.29 | 0.58 |

(b) 7th order vibration

| | G_s (MPa) | Position | | |
|--------------|-------------|----------|------|------|
| | | E.T | F.T | F.B |
| Calculations | 20 | 18.5 | 7.59 | 5.10 |
| | 40 | 15.6 | 4.98 | 3.28 |
| | 60 | 14.8 | 4.08 | 2.76 |
| | 80 | 11.9 | 2.99 | 2.09 |
| | 100 | 10.0 | 2.35 | 1.69 |
| | 150 | 8.59 | 1.86 | 1.37 |
| Measurements | | 10.6 | 1.64 | 0.78 |

Fig. 7은 무부하 상태에서 엔진의 회전수 변화에 따른 기초 상단부에서의 진동 신호의 차수추적 선도이며, A점의 진동 피크는 H-모멘트의 7차 성분과 시스템의 H-모드(573 cpm)에 의한 구조 공진, B점의 진동 피크는 축계에 작용하는 7차 기진력과 축계의 비틀 모드(1,000 cpm)에 의한 축계 비틀 공진의 영향이다. C점에서는 큰 진동 피크를 볼 수 없는데 이는 관측된 X-모드의 고유진동수가 1,003 cpm 이고, H-모멘트의 7차 성분은 X형 진동 모드를 거의 가진 하지 않기 때문이다. 그리고 2차 H- 및 X-모드의 계측을 위해서는 오버 스피드 시험이 요구되나 현장 여건상 불가능하였다.

정상 운전시 엔진과 기초의 강제 진동 해석결과와 각 위치별 계측치를 Table 2에 나타내었다. 계산치와 측정치가

다소 차이를 보이는데, 이는 간략화한 진동 해석 모델과 규명한 동특성 계수 등에서의 오차와 엔진 운전시 엔진에 부착된 터보 차저, 펌프, 배기관, 주변기기 등의 가동에 의한 영향으로 보인다. 계산치와 측정치 모두 엔진의 진동 허용기준치(25 mm/s,0-P)를 만족함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 내연 발전용 대형 저속 2행정 디젤 엔진, 발전기와 지반을 포함한 콘크리트 기초로 구성되는 내연 발전 엔진 시스템의 구조 진동 해석을 위한 시스템 모델링, 엔진에서 유발되는 기진력 및 엔진 구조와 기초의 동특성 계수를 규명하고, 해석 결과를 실측치와 비교 검토하였다. 시스템의 H-모드 및 X-모드의 고유진동수 계산치와 H-모멘트의 7차 성분과 X-모멘트의 4차 성분과는 주파수 분리 여유가 있어 구조 공진 발생 가능성은 없을 것으로 예측할 수 있었고, 실제 계측으로 이를 확인하였다.

정상 운전시 엔진과 기초의 강제 진동 해석결과, 계산치와 측정치가 다소 차이를 보이는데, 이는 간략화한 진동 해석 모델과 규명한 동특성 계수 등에서의 오차와 엔진 운전시 엔진에 부착된 주변기기 등의 가동에 의한 영향으로 보인다.

계산치와 측정치 모두 엔진의 진동 허용기준치를 만족함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Jenzer, J., 1996, "Dynamic Aspects in Diesel Power Plants with Two-Stroke Diesel Engines," Wartsila New Sulzer Diesel Technical Paper, pp. 1~28.
- (2) MAN B&W, 1996, "New Developments in Two-Stroke Low Speed Diesel Engines for Stationary Application," Proc. of MAN B&W Diesel Course 1996, pp. 353~374.
- (3) 한국선급, 1997, 선박 진동 소음 제어 지침.
- (4) Paz, M., 1991, Structural Dynamics Theory and Computation, Van Nostrand Reinhold.
- (5) Thomson, W. T., 1988, Theory of Vibration with Applications, Prentice-Hall International.
- (6) Arya, Suresh C. 1984, Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines, Gulf Publishing Company.
- (7) Das, Braja M. 1992, Principles of Soils Dynamics, PWS-KENT Publishing Company.

부록 A : 깊은 기초의 강성계수/감쇠계수⁽⁷⁾

A-1. 깊은 기초의 강성계수

① 수평 진동의 경우(Sliding - x, y방향)

● 단말뚝(single pile)의 등가 강성계수

$$k_x = k_y = \frac{E_p^F I_p}{R_3} f_{x1}$$

E_p^F : 말뚝의 탄성계수

I_p : 말뚝의 관성모멘트

R : 말뚝의 반경

f_{x1} : 포아송비(ν)와 탄성계수비(E_p^F/G_s)에 따른 강성계수 parameter

● 군말뚝(group pile)의 등가 강성계수

$$k_x^g = \frac{\sum_1^n k_x}{\sum_1^n \alpha_x} = \frac{n \times k_x}{0.6 \left(\frac{E_p^F}{G_s} \right)^{\frac{1}{7}} R \sum_1^n \left(\frac{1 + \cos^2 \beta}{S} \right) + 1}$$

$$k_y^g = \frac{\sum_1^n k_y}{\sum_1^n \alpha_y} = \frac{n \times k_y}{0.6 \left(\frac{E_p^F}{G_s} \right)^{\frac{1}{7}} R \sum_1^n \left(\frac{1 + \sin^2 \beta}{S} \right) + 1}$$

● 말뚝의 cap이 지반에 묻혀 있는 경우 단말뚝의 전체 등가 강성계수

$$k_x^c = k_y^c = G_s r_0 \left[C_{x1} + \left(\frac{G_e h_e}{G_s r_0} \right) S_{x1} \right] = G_e h_e S_{x1}$$

● 전체 등가 강성계수

$$k_{xx} = k_x^g + k_x^c \quad k_{yy} = k_y^g + k_y^c$$

② Rocking 진동의 경우(Rocking - x, y방향)

$$k_\phi = \frac{E_p^F I_p}{R} f_{\phi 1} \quad k_{x\phi} = k_{y\phi} = \frac{E_p^F I_p}{R^2} f_{x\phi 1}$$

$$k_{\phi\phi, x}^g = \sum_1^n [k_\phi + k_z y^2 + k_{yy} z_{st}^2 - 2k_{y\phi} z_{st}]$$

$$k_{\phi\phi, y}^g = \sum_1^n [k_\phi + k_z x^2 + k_{xx} z_{st}^2 - 2k_{y\phi} z_{st}]$$

$$k_{\phi\phi, x}^c = G_s h_e \left[\left(\sqrt{\frac{B^3 L}{3\pi}} \right)^2 S_{\phi 1} + \left(\frac{h_e^2}{3} + z_{st}^2 - h_e z_{st} \right) S_{x1} \right]$$

$$k_{\phi\phi, y}^c = G_s h_e \left[\left(\sqrt{\frac{BL^3}{3\pi}} \right)^2 S_{\phi 1} + \left(\frac{h_e^2}{3} + z_{st}^2 - h_e z_{st} \right) S_{x1} \right]$$

$$k_{\phi\phi, x} = k_{\phi\phi, x}^g + k_{\phi\phi, x}^c \quad k_{\phi\phi, y} = k_{\phi\phi, y}^g + k_{\phi\phi, y}^c$$

③ 비틀림 진동의 경우(Torsional - θ 방향)

$$k_{\theta} = \frac{G_p J_p}{R} f_{\theta 1} \quad k_{\theta}^g = \sum_1^n [k_{\theta} + k_x(x^2 + y^2)]$$

$$k_{\theta}^c = G_e h_e \left[\sqrt{\frac{BL(B^2 + L^2)}{6\pi}} \right]^2 S_{\theta 1}$$

$$k_{\theta\theta} = k_{\theta}^g + k_{\theta}^c$$

A-2. 깊은 기초의 감쇠계수

① 수평 진동의 경우

$$c_x = c_y = \frac{E_p^F I_p}{R^2 \sqrt{G_s / \rho_s}} f_{x2}$$

$$c_x^g = \frac{\sum_1^n c_x}{\sum_1^n \alpha_x} = \frac{n \times c_x}{0.6 \left(\frac{E_p^F}{G_s} \right)^{\frac{1}{7}} R \sum_1^n \left(\frac{1 + \cos^2 \beta}{S} \right) + 1}$$

$$c_y^g = \frac{\sum_1^n c_y}{\sum_1^n \alpha_y} = \frac{n \times c_y}{0.6 \left(\frac{E_p^F}{G_s} \right)^{\frac{1}{7}} R \sum_1^n \left(\frac{1 + \sin^2 \beta}{S} \right) + 1}$$

$$c_x^c = c_y^c = h_e \sqrt{\frac{BL}{\pi}} \sqrt{G_e \rho_e} S_{x2}$$

$$D_{xx} = \frac{1}{3} \left(\frac{c_x^g + c_x^c}{2\sqrt{mk_{xx}}} + D_i \right)$$

$$D_{yy} = \frac{1}{3} \left(\frac{c_y^g + c_y^c}{2\sqrt{mk_{yy}}} + D_i \right)$$

내부 감쇠비 : $D_i = 0.05$

② Rocking 진동의 경우

$$c_{\phi} = \frac{E_p^F I_p}{\sqrt{G_s / \rho_s}} f_{\phi 2} \quad c_{x\phi} = c_{y\phi} = \frac{E_p^F I_p}{R \sqrt{G_s / \rho_s}} f_{x\phi 2}$$

$$c_{\phi\phi, x}^g = \sum_1^n [c_{\phi} + c_z y^2 + c_{yy} z_{st}^2 - 2c_{x\phi} z_{st}]$$

$$c_{\phi\phi, y}^g = \sum_1^n [c_{\phi} + c_z x^2 + c_{xx} z_{st}^2 - 2c_{y\phi} z_{st}]$$

$$c_{\phi\phi, x}^c = c_{\phi\phi, y}^c$$

$$= h_e r_0^3 \sqrt{G_e \rho_e} \left\{ S_{\phi 2} + \left[\frac{1}{3} \left(\frac{h_e}{r_0} \right)^2 + \left(\frac{z_{st}}{r_0} \right)^2 - \left(\frac{h_e}{r_0} \right) \left(\frac{z_{st}}{r_0} \right) \right] S_{x2} \right\}$$

$$D_{\phi\phi, x} = \frac{1}{3} \left(\frac{c_{\phi\phi, x}^g + c_{\phi\phi, x}^c}{2\sqrt{I_{xx} k_{\phi\phi, x}}} + D_i \right)$$

$$D_{\phi\phi, y} = \frac{1}{3} \left(\frac{c_{\phi\phi, y}^g + c_{\phi\phi, y}^c}{2\sqrt{I_{yy} k_{\phi\phi, y}}} + D_i \right)$$

③ 비틀림 진동의 경우

$$c_{\theta} = \frac{G_p J_p}{\sqrt{G_s / \rho_s}} f_{\theta 2}$$

$$c_{\theta}^g = \sum_1^n [c_{\theta} + c_x(x^2 + y^2)]$$

$$c_{\theta}^c = h_e \left[\sqrt{\frac{BL(B^2 + L^2)}{6\pi}} \right]^3 \sqrt{G_e \rho_e} S_{\theta 2}$$

$$D_{\theta\theta} = \frac{2}{3} \left(\frac{c_{\theta}^g}{2\sqrt{I_{zz} k_{\theta\theta}}} + \sqrt{\frac{r_0^4 \rho_e h_e S_{\theta 2}^2}{4I_{zz} S_{\theta 1}}} + D_i \right)$$