

관망의 부정류 해석 프로그램의 개발

○김상현*, 정봉석**, 김주인**, 박남식***

1. 서론

관로 내의 펌프의 급정지나 급가동, 밸브의 개폐 등으로 인해 급격한 압력변화로 발생하는 수격현상은 관로 내 각종 시설물을 손상하거나 파괴하는 원인이 될 수 있으므로 부정류 해석을 통한 안정적인 관로 관리가 필요하다. 이러한 부정류 해석은 모의 실험을 통해 설계내역이 수리학적 으로 타당한지 검증하거나, 이미 운전되고 있는 여러 구조물의 수격현상을 예측하는데 이용할 수 있다.

지금까지 개발되어온 관망 해석 전산 프로그램은 주로 정상류 상태의 설계최적화를 고려한 것으로 WaterCAD, KYPIPE 등이 상용화되어 있으며 국내에서도 PIPE, WHAPPL 등이 개발되었다.(1998, 상수도공학의 이론과 적용) 국내에서 수격현상과 부정류에 대한 연구는 비교적 최근에 들어서야 활성화되기 시작했으나, 부정류 해석 프로그램은 주로 외국에서 개발된 상용 프로그램에 의존하고 있다.

현재까지 부정류 해석에 가장 많이 사용되는 해석법은 특성선 방법으로서 미소공간축과 미소 시간축의 비가 충격파의 속도로 정의된 특성선상에서 운동량방정식과 질량보전방정식을 결합하여 유한차분형태의 적분을 통해 임의의 지점의 수두와 유량을 구하는 방법이다.(Wylie 1993, Roberson et al., 1993) 관망 내부 절점에서의 유량과 수두는 특성선 지배 방정식에 의해 쉽게 구할 수 있지만 저수조, 밸브 및 펌프, 각종 관로부속물(조압, 감압, 공기수조)들은 별도의 경계조건 수식을 필요로 한다.(Wylie, 1993) 특성선 방정식과 각각의 절점에서 경계조건에 따른 적당한 수식과 결합시킴으로서 시간의 진행에 따른 관로 및 구조물에서의 수두와 유량을 구해낼 수 있다.(Karney, 1992) 다양한 관망의 길이와 복잡한 구성으로 인해 발생하는 계산진행시간의 불일치는 보간의 필요를 야기하게 되므로 적당한 보간법을 고려해 주어야 한다. (Chen 1995) 보간은 오차를 유발하게 되므로 보간을 최소화하기 위해 적당한 크기로 관망을 재구성하는 것이 필요하다.

2. 관망에서의 부정류 해석

2.1 특성선 방법(Method of Characteristics)

특성선방법은 미소공간축과 미소시간축의 비가 충격파의 속도로 정의된 특성선상에서 운동량 방정식과 질량보전방정식을 결합하여 유한차분형태의 적분을 통해 임의의 지점의 수두와 유량을 구하는 해석법으로 단일관망 및 복합관망의 부정류해석에 가장 널리 사용하는 방법이다.(Wylie와 Streeter, 1983; Roberson et al., 1993)

* 부산대학교 환경공학과 조교수

** 부산대학교 환경공학과 석사과정

*** 동아대학교 토목공학과 부교수

일반적인 관로내에서 부정류해석을 위한 미분방정식으로 나타나는 운동량방정식과 질량보존 방정식의 형태는 다음과 같다.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + R|Q|Q = 0 \quad (2)$$

여기서, R 은 $f/(2DA)$, H 는 piezometric 수두, Q 는 유량, D 는 내부관경, f 는 Darcy-Weisbach 마찰계수, a 는 충격파속도, g 는 중력가속도, A 는 관로단면적이다. 식 (1)과 식 (2)를 조합하여 유량 Q 와 수두 H 로 이루어진 특성방정식을 얻을 수 있는데 이 식은 천이상태에서 효율적인 수치 해석적 해를 구하는데 이용되어진다

$$\frac{dQ}{dt} \pm \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + R|Q|Q = 0 \quad (3)$$

위의 식은 $dx/dt = \pm a$ 로 정의되어지는 C^+ 와 C^- 특성선(characteristic line)상에서만 유효하게 적용되어진다. 이러한 특성관계를 만족하기 위해서는 $\Delta x = \pm a \Delta t$ 의 관계가 성립되어야 한다.

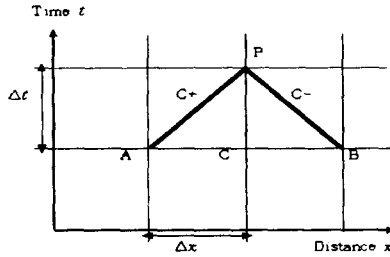


그림 1. 시간축과 공간축을 이용한 특성선의 해석

일단 초기조건과 시간-공간 축이 결정되어지면 식 (3)은 그림 1에서 보여지는 AP 와 BP 선을 따라 적분되어진다. 그림 1에서 미지점 P에 대한 2 개의 방정식은 다음과 같다.

$$Q_P = C_p - C_a H_P \quad (4)$$

$$Q_P = C_n + C_a H_P \quad (5)$$

여기서 적분상수는 다음과 같다.

$$C_p = Q_A + C_a H_A - R|Q_A|Q_A \Delta t \quad (6)$$

$$C_n = Q_B - C_a H_B - R|Q_B|Q_B \Delta t \quad (7)$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad (8)$$

여기서, 수두와 유량의 아래첨자는 그 지점의 수두와 유량을 의미한다(즉 P는 $t + \Delta t$ 의 지점, A와 B는 t 의 지점). 초기조건에서 기지점 A점과 B점의 수두와 유량을 알려져 있다면 계산이 진행됨에 따라 미지의 시간 P($t + \Delta t$ 지점값)의 유량과 수두 값을 계산할 수 있다. 일반적으로 정류상태의 값들을 부정류상태의 초기 값으로 취함으로써 부정류상태의 계산이 진행되어 나간다

2.2 보간과 관의 재구성

특성선을 고정된 시간-공간 격자 평면에서 해석할 때 시간간격(Δt)이 일치하여야 하는데 관망의 구성상 이러한 일치성이 반드시 전제되는 것은 아니다.

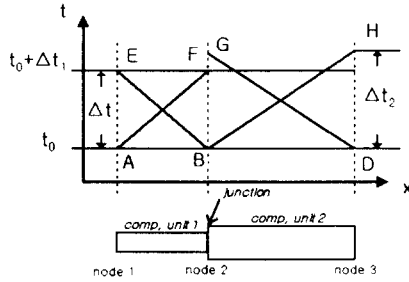


그림 2. 상이한 진행시간을 가진 특성선

그림 2에서처럼, 두 개의 계산요소에 대한 진행시간이 다르다면, F와 G가 서로 일치하지 않게 된다. 이 문제를 해석하기 위해서는, F와 G점간의 보간이 필요하게 된다. 보간은 계산이 진행됨에 따라 오차를 유발하기 때문에, 보간 방법의 적절한 활용은 신뢰성 있는 천이문제해석에 중요하다. 보간 오차를 줄이려면 Courant 수($a\Delta t/\Delta x$)가 가능한 1이 되도록 관망의 길이와 절점을 재구성하거나, 시간 간격(Δt)을 줄여 해석해야하는데 컴퓨터 수치계산 시 많은 기억용량과 시간을 요구하게 된다.

보간방법은 시간축(t)을 따라 보간하느냐 공간축(x)을 따라 보간하느냐에 따라 시간공간과 공간보간으로 나누어지며 또한 선형적으로 보간하느냐 고차함수를 이용하여 보간하느냐에 따라 선형 보간(Linear Interpolation)과 입방 보간(Cubic spline interpolation)으로 나눌 수 있다. 선형 보간은 두 개의 시간 간격(혹은 공간 간격) 사이에 위치하는 특성선의 값을 양 시간(공간) 축의 값으로 선형적으로 보간하는 방법이다. 입방 보간은 도함수와 고차방정식을 도입하여 시간 혹은 공간 사이 값을 보간함으로써 더 큰 정확도를 제공한다. 하지만, 천이방정식의 도입과 도함수의 계산에 복잡한 알고리즘과 많은 연산 시간을 필요로 한다.

2.3. 경계조건(Boundary Conditoin) 및 부정류 제어기

식(3)과 같은 상미분방정식을 이용하여 관의 각 지점에서 수두와 유량을 구하기 위해서는 초기 조건(initial condition)과 함께 경계조건(boundary condition)이 필요하다. 초기조건은 기존의 정상류 상태 모델링을 통해 얻은 수두와 유량을 사용함으로써 조건에 만족시킬수 있지만 경계조건은 관로의 구성에 따라 알맞은 조건이 부여되어야 한다. 예를 들어 대기로 완전히 열린 관의 끝 지점에서는 양의 특성선과 음의 특성선이 만나지 않으므로 수두와 유량에 관한 새로운 관계가 지정되어야 한다. 마찬가지로 관로 내부가 아닌 구조물이나 여러 제어기기들은 수두와 유량을 관한 관계식이 지정되어야 위의 상미분 방정식의 해를 구할 수 있다.

따라서, 특성선 방법을 이용하여 부정류를 해석하기 위해서 여러 구조물과 제어기기의 거동을 잘 모의할 수 있는 수두-유량 관계식이 필요하다. 관망 구조물 중 펌프와 밸브는 부정류를 직접 야기시키는 구조물로서 수두-유량 관계식이 정형화되어 있다. 야기되는 부정류 현상을 감소하고 제어하기 위해 설치되는 조압수조, Air Chamber, 공기밸브, Bypass line 등은 좀 더 복잡한 관계식을 필요로 한다. 또한 저수지나 수요가 있는 지점은 일정한 수두나 수요량을 지정함으로써 경계조건을 적용할 수 있다. 얼마나 다양한 구조물을 처리할 수 있는가는 이러한 경계조건을 어떻게 잘 처리해야 할 것인가에 달려있다.

3. 범용 부정류 프로그램(B-pipe)의 개발

3.1. B-pipe의 특성

관련연구를 종합적으로 고려하여 범용 부정류 해석 모형(B-pipe)을 개발하였다. 부정류 해석의 방법론으로 부정류 현상의 해석에 가장 보편적으로 사용하는 특성선방법(Method of Characteristics)을 이용하였다. 앞서와 같이 특성선 방법에 있어 다양한 길이를 지닌 복잡한 관망을 어떤 길이와 계산시간으로 구성하여야 수치적으로 안정되면서도 계산용량을 줄일것인가는 중요한 문제이다. 본 프로그램은 관의 계산진행시간($a/\Delta x$)이 가장 짧은 관을 기준으로 관 망을 재구성함으로써 Courant 수($Cr ; a\Delta t/\Delta x$)가 1보다 작거나 같도록 하였다. 또한 이러한 시간의 불일치 지점의 오차를 줄이기 위하여 사용한 보간방법은 선형시간보간(Linear timeline interpolation)을 이용하였다. 선형시간보간은 다음 시간의 해를 구하기 위해 현재시간과 그 이전 시간의 수두와 유량 값으로부터 선형보간하는 방법으로 입방보간에 비해 비교적 간단하며 전도달 및 투영의 특성을 고려할 수도 있어 적용되었다.

각각의 절점에서는 고유의 경계조건을 부여하며 각종 제어기기들도 다른 경계조건을 부여하였다. 경계조건에 따라 서로 다른 수두와 유량 관계식을 지정하였으며 각 절점에서 수두와 외부 유입 및 유출 유량이 계산되며 각 관을 따라 양의 특성선과 음의 특성선으로 관 내부의 유량이 계산된다. B-pipe의 대략적인 알고리즘은 그림 3과 같다.

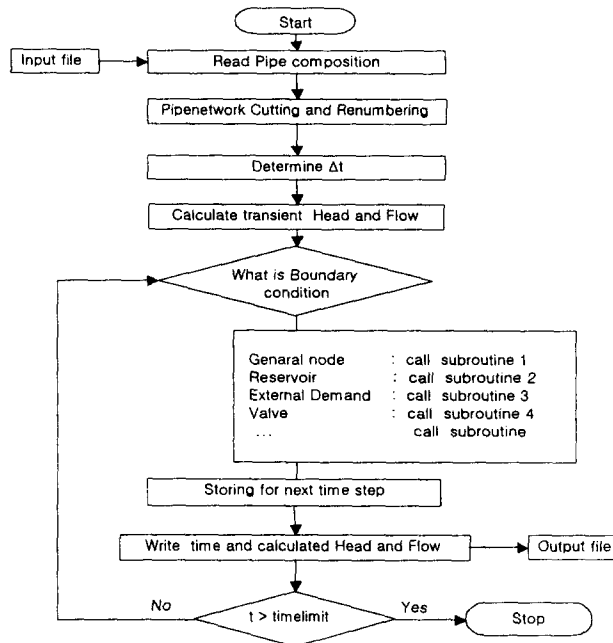


그림 3. B-pipe의 관망해석 알고리즘

3.2. 다른 프로그램과의 비교

현재 부정류 해석에 가장 널리 알려진 프로그램으로는 Surge Series로서 Wave Plan Method를 바탕으로 저수조와 펌프, 밸브 및 다양한 관로 부속물을 고려할 수 있도록 관망을 해석한다.

최계운, 1999) 한편 Chen과 Liggett은 INVCHAR를 개발하였는데 이 프로그램은 특성선 방법(MOC)을 이용하여 부정류를 해석하였으며 역산기법을 통해 누수 및 마찰계수를 찾아낼 수 있도록 고안된 수치해석 모형이다.(Liggett and Chen, 1997) INVCHAR는 하나의 시간간격에서의 수두와 유량값을 Matrix로 구성하여 implicit method로 해를 풀이하고 있고, 다양한 보간방법을 제시하고 있다.

3.3 예제

개발된 부정류 프로그램을 Liggett과 Chen에 의해 개발된 INVCHAR의 부정류 해석결과와 비교하였다. 그림 4는 도시지역의 상수관망을 예로 든 것으로 각 관의 길이 및 재원 등이 나타내었다. 1번 절점 밸브에서 30초 저수지의 수위를 160m에서 130m로 낮춤으로써 부정류를 야기하였으며 그로 인해 3번 절점에서의 수두의 변화를 INVCHAR와 B-pipe로 모의하여 그림 5에 나타내었다.

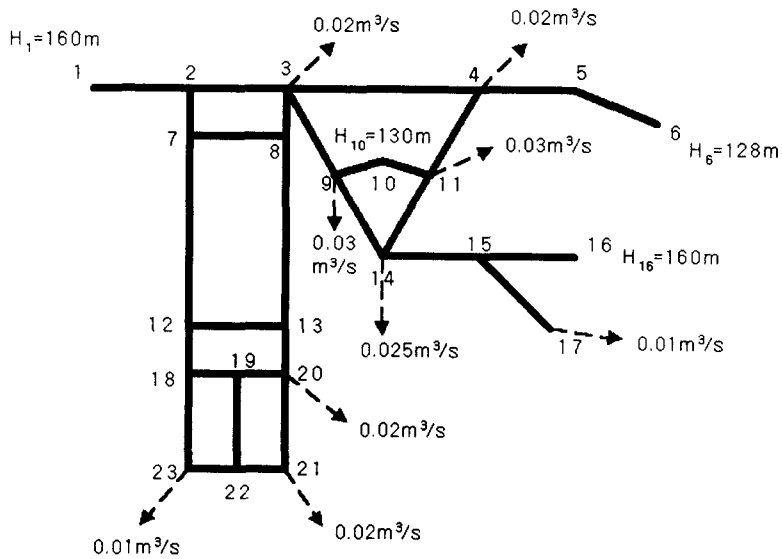


그림 4. 예제관망의 구성

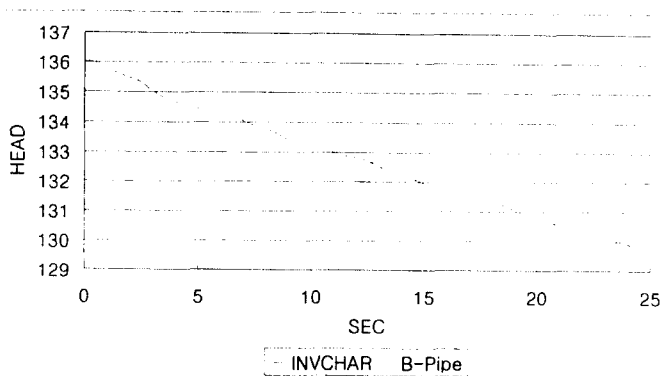


그림5. 절점 3에서의 수두변화

그림 5에서와 같이 개발된 B-pipe는 INVCHAR와 유사한 결과를 나타내고 있다. 개발된 모형은 기존의 Surge Series에서 간과될 수 있는 관망의 길이와 계산시간의 관계를 검증할 수 있으며, INVCHAR에서와 같이 복잡한 행렬을 형성하여 풀이하지 않고도 부정류를 해석할 수 있다. 보다 발전적인 모형 구성을 위해 더욱 다양한 제어기기들의 경계조건을 고려하는 것이 필요하다.

4. 결론

본 연구에서는 각종 수격현상의 안정적인 제어를 위한 부정류 해석과 다양한 관망 제어 기기를 모의할 수 있는 범용 부정류 해석프로그램을 개발하였다. 관망 내 수두와 유량을 구하기 위한 방법론으로 특성선 방법을 사용하였으며 수치해석의 오차를 줄이며 컴퓨터 계산용량을 줄이기 위해 관의 재구성과 선형시간 보간방법을 도입하였다. 또한 각종 수격현상 제어기기는 각 절점에서 다른 경계조건과 그에 따른 수두 유량 관계식을 지정함으로써 고려되었다. 개발된 전산해석 프로그램을 이용하여 부정류를 해석한 결과 기존의 해석 프로그램의 계산결과와 유사한 값을 보였으며 계산시간도 줄일 수 있었다. 좀 더 발전된 모형구성을 위해서 더욱 다양한 부속 제어기기들의 경계조건식으로 확장하는 것이 필요할 것으로 사료된다.

5. Reference

- 상수도공학의 이론과 전개 (1998), 한국수자원학회
최계운, 곽한범 (1998), "수격현상의 실제와 적용성 평가", 한국수자원학회 학술발표회 논문집
박남식, 김상현, 유중권, 강주영, (1999), "수도권 광역상수도 1.2단계 관망의 수격현상 전산해석", 대한토목학회, Vol. 19 No. 2, pp. 309 - 316
Wylie, E.B., and Streeter, V.L. (1983), *Fluid transients*. FEB Press, Ann Arbor, Mich.
Roberson, J., Cassidy, J., and Chaudhry M.H.(1993), *Hydraulic engineering*. Boston Graphics, Inc.
Karney, B. and McInnis, D. (1992), "Efficient calculation of transient flow in single pipe network." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 118, No. 7, pp. 1014-1030, .
Liggett, J.A. and Chen, L.C. (1994), "Inverse transient analysis in pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 120, No. 8, pp. 934-955,
Chen L. (1995) "Pipe Network Analysis- The Forward and Inverse Problem." Ph. D. Thesis, August, Cornell University
Ghidaoui, M.S., Karney B.W. (1997), "Flexible Discretization Algorithm for Fixed-Grid MOC in Pipelines." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol 123, No. 11, pp. 1004-1011
Simpson, A.R., Vitkovsky, J.P. (1997), "Calibration and Leak detection in pipe networks using inverse transient analysis and genetic algorithms.", Research report No. R157 of University of Adelaide.