

고강성 병렬형 로봇의 최적 여유 구동

Optimal Redundant Actuation of Parallel Manipulators with High Operational Stiffness

김 성 복
(Sungbok Kim)

Abstract : This paper presents the optimal redundant actuation of parallel manipulators for complicated robotic applications, such as cutting, grinding, drilling, and digging, that require a high degree of operational stiffness, as well as the balance between force applicability and dexterity. First, by taking into account the distribution(number and location) of active joints, the statics and the operational stiffness of a redundant parallel manipulator are formulated, and the effects of actuation redundancy are analyzed. Second, for given task requirements including joint torque limit, task force, maximum allowable disturbance, and maximum allowable deflection, the task execution conditions of a redundant parallel manipulator are derived, and the efficient testing formulas are provided. Third, to achieve high operational stiffness while maintaining moderate dexterity, the redundant actuation of a parallel manipulator is optimized, which determines the optimal distribution of active joints and the optimal internal joint torque. Finally, the simulation results for the optimal redundant actuation of a planar parallel manipulator are given.

Keywords : parallel manipulator, actuation redundancy, operational stiffness, optimal redundant actuation

I. 서론

병렬형 로봇은 능동, 수동 조인트를 포함하는 여러 개의 폐사슬로 이루어지며, 능동 조인트만의 개사슬인 직렬형 로봇과 상반된 작업 특성을 보인다[1]. 스튜어트 플랫폼을 비롯하여 작업 특성을 달리하는 여러 형태의 병렬형 로봇이 제안되어 있으나[2]-[4], 구조적으로 능동/수동 조인트의 혼재 그리고 다리간의 병렬 연결이라는 공통점을 지닌다. 병렬형 로봇의 구동 상태는 작업 자유도에 대한 능동 조인트 수에 따라 최소 구동으로부터(스튜어트 플랫폼) 최대 구동까지(병렬 협력 로봇 시스템) 다양하게 변화될 수 있다. 필요 개수 이상의 능동 조인트를 갖는 여유 구동 병렬형 로봇의 작업 특성은 능동 조인트의 분포(수와 위치)에 따라 변하며, 역으로 주어진 작업 요구에 따라 능동 조인트 분포를 달리함으로써 병렬형 로봇의 작업 적응성이 향상될 수 있다[5].

조인트 공간과 작업 공간 사이의 힘(속도) 전달 효율을 나타내는 병렬형 로봇의 가력성(유연성)은 내부 조인트 토크와는 무관하나 능동 조인트 추가에 따라 증가(감소)하고 능동 조인트 위치 변경에 따라 변화하는 양상을 보인다. 병렬형 로봇의 가력성과 관련된 기존 연구로는 작업 힘의 능동 조인트간 최적 분배[6], 작업적용성 향상을 위한 능동 조인트 분포 변경[5], 여러 목적 함수를 고려한 최적 설계[7], 조인트 고장에 따른 성능 감쇄 등을 들 수 있다[8]. 작업 외력과 작업 변형의 관계를 나타내는 병렬형 로봇의 작업 강성은 피드백 제어에 의한 요소와 자세 변화 및 조인트 토크에 의한 요소로 구분될 수 있으며, 능동 조인트 분포와 내부 조인트 토크에 따라 변화하게 된다. 병렬형 로

봇의 작업 강성 혹은 컴플라이언스와 관련된 기존 연구로는 피드백, 자코비안 변화, 구조 강성, 접촉 유형 등을 고려한 컴플라이언스의 표현 및 합성[9], 내부 조인트 토크에 의한 작업 강성 분석 등을 들 수 있다[10].

절단, 연마, 천공, 굴착 작업의 경우, 작업 케이블을 따라 이동하며(유연성) 작업 힘을 가할 수 있어야 할 뿐 아니라(가력성) 작업 면과의 접촉으로 인한 작업 외력 및 작업 변형을 극복할 수 있어야 한다(강성). 이러한 고난도 자동화를 위해서는, 강성 및 가력성을 결여한 직렬형 로봇이나 유연성을 결여한 병렬 협력 로봇 시스템에 비해 적정 여유 구동 상태의 병렬형 로봇이 보다 적합하다고 할 수 있다. 본 논문의 목적은 강성 향상과 유연성 확보가 요구되는 자동화 작업을 상정하여, 여유 구동 병렬형 로봇의 능동 조인트 분포를 결정하는 구조상의 최적화와 내부 조인트 토크를 결정하는 제어상의 최적화 방안을 제시하는데 있다. 한편, 병렬형 로봇의 최적 여유 구동과 관련된 기존 연구는 가력성에 기초한 제어상의 최적화로 국한되어 왔다[6].

본 논문의 구성은 다음과 같다: II장에서는 능동 조인트 분포를 반영하여 병렬형 로봇의 정역학과 작업 강성을 표현하고 여유 구동의 영향을 분석한다. III장에서는 작업 사양을 만족시키기 위한 강성 측면에서의 병렬형 로봇의 작업 수행 조건과 효율적인 판정식을 유도한다. IV장에서는 강성 향상과 유연성 확보를 목적으로 병렬형 로봇의 능동 조인트 분포와 내부 조인트 토크를 결정하는 구조 및 제어상의 최적화를 행한다. V장에서는 평면 작업용 병렬형 로봇의 여유 구동 최적화에 대한 시뮬레이션 결과를 제시한다. 물리적 단위의 불일치로 야기되는 문제를 피하기 위해[11], 본 논문에서는 여유 구동 병렬형 로봇의 조인트가 모두 회전형이며 작업 공간상의 물리량은 선형 성분만을 갖는다고 가정한다.

접수일자 : 1999. 8. 24., 수정완료 : 1999. 12. 6.

김성복 : 한국외국어대학교 제어계측공학과

* 이 논문은 1997년도 한국학술진흥재단의 자유공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

II. 정역학과 작업 강성

능동 조인트의 분포를 반영하여 여유 구동 병렬형 로봇의 역자코비안, 능동 조인트 토크, 그리고 작업 강성의 표현식을 얻고 여유 구동으로 인한 영향을 분석한다. 병렬형 로봇의 조인트 및 링크 자체의 구조적 강성은 무시된다고 가정한다.

작업 자유도 m 인 여유 구동 병렬형 로봇의 전체 조인트 수가 n 이고 그 가운데 능동 조인트 수가 n_a ($m < n_a \leq n$) 라고 한다. 여유 구동 병렬형 로봇의 전체 조인트 변위와 능동 조인트 변위를 각각 θ 와 θ_a [rad]라 하자. 능동 조인트를 최소 구동 조인트와 여유 구동 조인트로 나누어 해당 변위를 θ_m 과 θ_r 이라 하면

$$\theta_a = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \theta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_m \\ S_r \end{bmatrix} \theta = S_a \theta \quad (1)$$

여기서 $S_m \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $S_r \in \mathbb{R}^{(n_r - m) \times n}$, 그리고

$S_a = \begin{bmatrix} S_m \\ S_r \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 각각 전체 조인트 중 최소 구동 조인트, 여유 구동 조인트, 그리고 능동 조인트의 분포(수와 위치)를 선택하는 행렬이다. 여유 구동 병렬형 로봇의 작업 점에서의 변위를 x_o [m]라 하자. 작업 속도 \dot{x}_o [m/s]에 따라 전체 조인트 속도 $\dot{\theta}$ [rad/s]가 결정되므로

$$\dot{\theta} = Q \dot{x}_o \quad (2)$$

여기서 $Q = \frac{\partial \theta}{\partial x_o} \in \mathbb{R}^{n \times m}$. (1)과 (2)로부터, 여유 구동 병렬형 로봇의 역기구학은

$$\dot{\theta}_a = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_m \\ Q_r \end{bmatrix} \dot{x}_o = Q_a \dot{x}_o \quad (3)$$

여기서

$$Q_m = \frac{\partial \theta_m}{\partial x_o} = S_m Q \in \mathbb{R}^{m \times m},$$

$$Q_r = \frac{\partial \theta_r}{\partial x_o} = S_r Q \in \mathbb{R}^{(n_r - m) \times m},$$

그리고

$$Q_a = \frac{\partial \theta_a}{\partial x_o} = \begin{bmatrix} Q_m \\ Q_r \end{bmatrix} = S_a Q \in \mathbb{R}^{n \times m} \quad (4)$$

조인트 속도 $\dot{\theta}_m$, $\dot{\theta}_r$, 그리고 $\dot{\theta}_a$ 에 대응되는 조인트 토크를 각각 τ_m , τ_r , 그리고 τ_a [Nm]라 하고, 작업 속도 \dot{x}_o 에 대응되는 작업 힘을 f_o [N]라 하자. 가장 일의 원리에 의해, (3)으로부터, 여유 구동 병렬형 로봇의 순정역학은

$$f_o = [Q_m^T \quad Q_r^T] \begin{bmatrix} \tau_m \\ \tau_r \end{bmatrix} = Q_a^T \tau_a \quad (5)$$

로서 항상 미결정계이다. (5)로부터,

$$\begin{aligned} \tau_a &= (-Q_a^T)^+ f_o + [I - (-Q_a^T)^+ Q_a^T] z \\ &= \tau_{ap} + \tau_{an} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $(-Q_a^T)^+$ 은 Q_a^T 의 의사 역행렬이고 z 는 임의의 벡터이다. (6)에서, $\tau_{ap} = (-Q_a^T)^+ f_o$ 는 작업 힘 발생에 기여하는 성분으로 Q_a^T 의 영공간, $C(Q_a^T)$, 상의 벡터이며, $\tau_{an} = [I - (-Q_a^T)^+ Q_a^T] z$ 는 작업 힘 발생과 무관한 내부 조인트 토크로 Q_a^T 의 영공간, $N(Q_a^T)$, 상의 벡터이다.

여유 구동 병렬형 로봇의 전체 조인트 강성 K [Nm/rad]는 조인트에 가해지는 외력과 그로 인한 조인트 변형의 관계로 정의된다.

$$K = \frac{\partial \tau}{\partial \theta} = K' \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (7)$$

(1)과 (7)로부터, 능동 조인트 강성 K_a 를 분리하면

$$K_a = \frac{\partial \tau_a}{\partial \theta_a} = S_a K \quad S_a^T = K_a^T \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (8)$$

로서 능동 조인트에 해당되는 전체 조인트 강성 K 의 부분 행렬이다. 여유 구동 병렬형 로봇의 작업 강성 K_o [N/m]는 작업 점에 가해지는 작업 외력과 그로 인한 작업 변형의 관계로 정의된다.

$$K_o = \frac{\partial f_o}{\partial x_o} \in \mathbb{R}^{m \times m} \quad (9)$$

(5)와 (9)로부터, 여유 구동 병렬형 로봇의 작업 강성 K_o 는

$$K_o = Q_a^T \frac{\partial \tau_a}{\partial x_o} + \frac{\partial Q_a^T}{\partial x_o} \tau_a = K_F + K_f \quad (10)$$

여기서

$$K_F = Q_a^T \frac{\partial \tau_a}{\partial x_o} = Q_a^T K_a Q_a = K_F' \quad (11)$$

$$K_f = \frac{\partial Q_a^T}{\partial x_o} \tau_a = \frac{\partial}{\partial x_o} \left(\frac{\partial \theta_a}{\partial x_o} \right)^T \tau_a \quad (12)$$

(11)은 피드백에 의한 작업 강성을 나타내고 항상 대칭적인데 반해, (12)는 자코비안 변화에 의한 작업 강성을 나타내고 θ_a 와 x_o 의 관계가 홀로노미한 경우에 한해 대칭적이다[10].

(1)과 (8)로부터, 능동 조인트 강성 K_a 를 재표현하면

$$K_a = \begin{bmatrix} S_m \\ S_r \end{bmatrix} K \begin{bmatrix} S_m^T & S_r^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_m & K_{mr} \\ K_{rm} & K_r \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 $K_m = S_m K S_m^T$ 과 $K_r = S_r K S_r^T$ 는 각각 최소 구동 조인트 강성과 여유 구동 조인트 강성을 나타내며, 그리고 $K_{mr} = S_m K S_r^T = K_{rm}$ 은 결합 조인트 강성을 나타낸다. (4), (11), 그리고 (13)으로부터, 피드

백에 의한 작업 강성 K_F 는

$$K_F = \frac{1}{2} \left(\mathbf{Q}_m^T \mathbf{K}_m \mathbf{Q}_m + \mathbf{Q}_r^T \mathbf{K}_r \mathbf{Q}_r \right) \quad (14)$$

여기서 $\mathbf{Q}_m^T \mathbf{K}_m \mathbf{Q}_m$ 은 비여유 구동 시 퍼드백에 의한 작업 강성이다. 따라서, 여유 구동에 따른 퍼드백에 의한 작업 강성의 변화 ΔK_F 는

$$\Delta K_F = \frac{1}{2} \left(\mathbf{Q}_r^T \mathbf{K}_r \mathbf{Q}_r + \mathbf{Q}_m^T \mathbf{K}_m \mathbf{Q}_r \right) \quad (15)$$

로서 결합 강성에 따라 증가될 수 있다. 한편, (5)와 (12)로부터, 자코비안 변화에 의한 작업 강성 K_J 는

$$K_J = \frac{\partial \mathbf{Q}_m^T}{\partial \mathbf{x}_o} \tau_m + \frac{\partial \mathbf{Q}_r^T}{\partial \mathbf{x}_o} \tau_r \quad (16)$$

따라서, 여유 구동에 따른 자코비안 변화에 의한 작업 강성의 변화 ΔK_J 는

$$\Delta K_J = \frac{\partial \mathbf{Q}_m^T}{\partial \mathbf{x}_o} (\tau_m - \tau_{mp}) + \frac{\partial \mathbf{Q}_r^T}{\partial \mathbf{x}_o} \tau_r \quad (17)$$

여기서 $\tau_{mp} = (\mathbf{Q}_m^T)^{-1} \mathbf{f}_o$ 는 비여유 구동 시 능동 조인트 토크이며, $\frac{\partial \mathbf{Q}_m^T}{\partial \mathbf{x}_o} \tau_{mp}$ 는 비여유 구동 시 자코비안 변화에 의한 작업 강성이다.

III. 작업 수행 조건

강성이 요구되는 절단, 연마, 천공, 굴착 등의 작업을 상정하여, 조인트 구동 한계, 작업 힘, 허용 작업 외력, 허용 작업 변형 등의 작업 사양을 충족시키기 위한 여유 구동 병렬형 로봇의 작업 수행 조건을 유도한 후, 효율적인 판정을 위한 산술적 부등식으로 변환하고 능동 조인트 분포와 내부 조인트 토크에 대한 합수적 의존성을 밝힌다.

(5)와 (9)로부터, 작업 중 발생되는 작업 외력 $\delta \mathbf{f}_o$ [N], 작업 외력의 극복에 필요한 복원 조인트 토크 $\delta \tau_a$ [Nm], 그리고 작업 외력에 의해 야기되는 작업 변형 $\delta \mathbf{x}_o$ [m] 사이의 관계를 표현하면

$$\delta \mathbf{f}_o = \mathbf{Q}_a^T \delta \tau_a \quad (18)$$

$$\delta \mathbf{f}_o = \mathbf{K}_o \delta \mathbf{x}_o \quad (19)$$

(18)과 (19)는 작업 외력 $\delta \mathbf{f}_o$ 가 역자코비안 \mathbf{Q}_a 를 통해 복원 조인트 토크 $\delta \tau_a$ 와 상관 관계를 갖으며, 또한 작업 강성 \mathbf{K}_o 를 통해 작업 변형 $\delta \mathbf{x}_o$ 와 상관 관계를 갖음을 보인다. 여유 구동 병렬형 로봇의 작업 사양이 전체 조인트 구동 한계 τ^M [Nm], 작업 점 \mathbf{x}_o [m], 작업 힘 \mathbf{f}_o [N], 최대 허용 외력 $r_{\delta f_o}$ [N], 그리고 최대 허용 변형 $r_{\delta x_o}$ [m]로 주어진다고 하자. 먼저, 능동 조인트 구동 한계를 τ_a^M 이라 하면, 여유 구동 병렬형 로봇의 조인트 구동 범위 Ω_{τ_a} 는

$$\Omega_{\tau_a} : -\tau_a^M \leq \tau_a \leq \tau_a^M \quad (20)$$

(20)은 조인트 토크 공간상에서 n_a 쌍의 (n_a-1) 차원 평면으로 정의되는 n_a 차원 폴리토프로서 정점의 수는 2^{n_a} 이다. 단순화를 위해 조인트 구동 범위 Ω_{τ_a} 가 조인트 토크 공간상의 좌표축에 대해 대칭적이라 가정하고 있으나, 방향별 구동 한계, 중력 효과 등이 고려될 경우 비대칭이게 된다. 다음, (6)과 (20)으로부터, 작업 힘 \mathbf{f}_o 발생 이후 작업 외력 $\delta \mathbf{f}_o$ 의 극복에 기여할 수 있는 여유 구동 병렬형 로봇의 복원 조인트 토크의 범위 $\Omega_{\delta \tau_a}$ 는

$$\Omega_{\delta \tau_a} : -(\tau_a^M - \tau_a^m) \leq \delta \tau_a \leq \tau_a^M - \tau_a^m \quad (21)$$

여기서 τ_a^m 은 τ_a 의 요소별 절대치를 나타내는 벡터이다. (21)은 조인트 구동 범위 Ω_{τ_a} 의 부속 범위로서 항상 조인트 토크 공간상의 좌표축에 대해 대칭인 n_a 차원 폴리토프이다. 마지막으로, 임의의 방향으로 허용되는 최대 작업 외력의 크기와 최대 작업 변형의 크기를 $r_{\delta f_o}$ 와 $r_{\delta x_o}$ 라 하면, 여유 구동 병렬형 로봇의 허용 외력 범위 $\Omega_{\delta f_o}$ 와 허용 변형 범위 $\Omega_{\delta x_o}$ 는

$$\Omega_{\delta f_o} : \| \delta \mathbf{f}_o \|^2 = \delta \mathbf{f}_o^T \delta \mathbf{f}_o = r_{\delta f_o}^2 \quad (22)$$

$$\Omega_{\delta x_o} : \| \delta \mathbf{x}_o \|^2 = \delta \mathbf{x}_o^T \delta \mathbf{x}_o = r_{\delta x_o}^2 \quad (23)$$

으로서 각각 작업 힘 공간과 작업 변위 공간상의 m 차원 구로 표현될 수 있다.

여유 구동 병렬형 로봇의 작업 사양을 충족시키기 위해서는, 허용 외력 범위 $\Omega_{\delta f_o}$ 내 작업 외력의 극복을 위해 필요한 조인트 토크가 복원 조인트 토크 범위 $\Omega_{\delta \tau_a}$ 를 초과하지 않아야 하며, 또한 허용 외력 범위 $\Omega_{\delta f_o}$ 내 작업 외력에 의해 야기되는 작업 변형이 허용 변형 범위 $\Omega_{\delta x_o}$ 를 초과하지 않아야 한다. 바꾸어 표현하면, 허용 외력 범위 $\Omega_{\delta f_o}$ 가 복원 조인트 토크 범위 $\Omega_{\delta \tau_a}$ 에 상응하는 작업 외력 범위 이내여야 하며 또한 허용 변형 범위 $\Omega_{\delta x_o}$ 에 상응하는 작업 외력 범위 이내여야 한다. 복원 조인트 토크 범위 $\Omega_{\delta \tau_a}$ [Nm], 허용 외력 범위 $\Omega_{\delta f_o}$ [N], 그리고 허용 변형 범위 $\Omega_{\delta x_o}$ [m] 사이의 포함 관계를 나타내기 위해서는, 물리적 단위를 일치시키기 위한 노력이 선행되어야 한다.

(18)과 (21)로부터, 복원 조인트 토크 범위 $\Omega_{\delta \tau_a}$ 내에서 극복 가능한 작업 외력의 범위 $R_{\delta f_o}^I$ 은 [12]

$$R_{\delta f_o}^I = \{ \delta \mathbf{f}_o \mid \delta \mathbf{f}_o = \mathbf{Q}_a^T \delta \tau_a, \delta \tau_a \in \Omega_{\delta \tau_a} \} \quad (24)$$

로서 $\Omega_{\delta \tau_a}$ 의 $C(\mathbf{Q}_a^T)$ 로의 투영이다. (24)는 작업 힘 공간상에서 n_a 쌍의 ($m-1$) 차원 평면으로 정의되는 m 차원 폴리토프로서 정점의 수는 최대 $[2^m + 2(m-1)(n_a-m)]$ 이다. 주어진 허용 외력 범위 $\Omega_{\delta f_o}$ 가 작업 외력 범위 $R_{\delta f_o}^I$ 에 포함되어야 하므로

$$\Omega_{\delta f_o} \subseteq R_{\delta f_o}^I \quad (25)$$

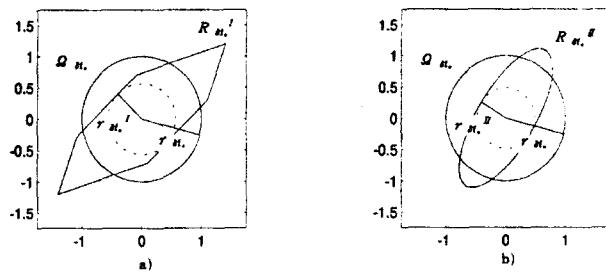


그림 1. $m=2$, $n_a=3$ 인 경우, $Q_{\delta f_o}$ 와 a) $R_{\delta f_o}^I$ 그리고 b) $R_{\delta f_o}^{II}$ 의 포함 관계.

Fig. 1. In case of $m=2$ and $n_a=3$, the inclusion relations of a) $Q_{\delta f_o}$ and $R_{\delta f_o}^I$ and b) $Q_{\delta f_o}$ and $R_{\delta f_o}^{II}$.

이는 여유 구동 병렬형 로봇의 첫째 작업 수행 조건을 나타낸다. 그림 1a)는 작업 자유도가 2이고 능동 조인트 수가 3인 경우 ($m=2$, $n_a=3$), 작업 힘 공간상의 원인 허용 외력 범위 $Q_{\delta f_o}$ 그리고 작업 힘 공간상의 정점 수 6의 평행 다변형인 작업 외력 범위 $R_{\delta f_o}^I$ 을 예시한다. 다음, (19)와 (23)으로부터, 허용 변형 범위 $Q_{\delta x_o}$ 를 초래하는 작업 외력의 범위 $R_{\delta f_o}^{II}$ 는 작업 힘 공간상의 m 차원 타원으로 얻어진다.

$$R_{\delta f_o}^{II} : \delta f_o^T K_o^{-2} \delta f_o = r_{\delta x_o}^2 \quad (26)$$

K_o 의 특이치를 σ_i , $i=1, \dots, m$, 이라 하면, 작업 외력 범위 $R_{\delta f_o}^{II}$ 의 반경은 $r_{\delta x_o} \sigma_i$, $i=1, \dots, m$, 이 된다. 주어진 허용 외력 범위 $Q_{\delta f_o}$ 가 작업 외력 범위 $R_{\delta f_o}^{II}$ 에 포함되어야 하므로, 여유 구동 병렬형 로봇의 둘째 작업 수행 조건은:

$$Q_{\delta f_o} \subseteq R_{\delta f_o}^{II} \quad (27)$$

그림 1b)는 작업 자유도가 2인 경우 ($m=2$), 작업 힘 공간상의 원인 허용 외력 범위 $Q_{\delta f_o}$ 와 작업 힘 공간상의 타원인 작업 외력 범위 $R_{\delta f_o}^{II}$ 를 예시한다.

(25)와 (27)에 의거한 작업 수행 조건의 만족 여부는 작업 힘 공간상에서 폴리토프 $R_{\delta f_o}^I$ 로의 \cap $Q_{\delta f_o}$ 의 포함 여부 그리고 타원 $R_{\delta f_o}^{II}$ 로의 구 $Q_{\delta f_o}$ 의 포함 여부에 따라 판정된다. 이러한 기하학적 포함 관계는 작업 수행 조건을 직관적으로 표현하고 있기는 하나, 보다 효율적인 판정을 위해서는 산술적 부등식으로 변환될 필요가 있다. 폴리토프 $R_{\delta f_o}^I$ 과 타원 $R_{\delta f_o}^{II}$ 에 내접하는 구의 반경을 각각 $r_{\delta f_o}^I$ 과 $r_{\delta f_o}^{II}$ 라 하면(그림 1 참조), (25)와 (27)은 등가적으로

$$r_{\delta f_o} \leq r_{\delta f_o}^I \quad (28)$$

$$r_{\delta f_o} \leq r_{\delta f_o}^{II} \quad (29)$$

여기서 $r_{\delta f_o}$ 는 구 $Q_{\delta f_o}$ 의 반경이다. $r_{\delta f_o}^I$ 은 폴리토프

$R_{\delta f_o}^I$ 의 원점으로부터 평면까지의 최소 수직 거리로서, 이를 구하기 위해서는 폴리토프 $R_{\delta f_o}^I$ 의 모든 평면에 대한 수직 거리가 계산되어야 하는 반면, $r_{\delta f_o}^{II}$ 는 타원 $R_{\delta f_o}^{II}$ 의 최소 반경, 즉 $r_{\delta f_o}^{II} = r_{\delta x_o} \text{Min}_i \sigma_i$ 로서 작업 강성 K_o 의 최소 특이치를 계산하는 것으로 족하다. (28)과 (29)는 최대 작업 외력 $r_{\delta f_o}$ [N]가 복원 조인트 토크 범위 내의 허용 외력 $r_{\delta f_o}^I$ [N]에 의해 제한되며 동시에 최대 작업 변형 내의 허용 외력 $r_{\delta f_o}^{II}$ [N]에 의해 제한됨을 의미한다.

여유 구동 병렬형 로봇의 능동 조인트 분포 S_a 와 내부 조인트 토크 τ_{an} 에 따른 파급 효과를 요약하면

$$\begin{aligned} S_a &\rightarrow Q_a \rightarrow R_{\delta f_o}^I \rightarrow r_{\delta f_o}^I \\ &\searrow K_F, K_J (K_o) \rightarrow R_{\delta f_o}^{II} \rightarrow r_{\delta f_o}^{II} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \tau_{an} &\rightarrow Q_{\delta f_o} \rightarrow R_{\delta f_o}^I \rightarrow r_{\delta f_o}^I \\ &\searrow K_J (K_o) \rightarrow R_{\delta f_o}^{II} \rightarrow r_{\delta f_o}^{II} \end{aligned} \quad (31)$$

따라서, 강성 측면에서의 여유 구동 병렬형 로봇의 작업 수행 조건의 만족 여부는 능동 조인트 분포 S_a 와 내부 조인트 토크 τ_{an} 에 따라서 달라지게 된다. 한편, 앞에서 유도된 작업 수행 조건은 내부 조인트 토크가 존재하지 않는 비여유 구동 병렬형 로봇에 대해서도 유효하며, 비여유 구동 시 작업 수행 조건의 만족 여부는 능동 조인트의 위치에 따라 달라지게 된다.

IV. 최적 여유 구동

높은 강성의 실현과 유연성과 가력성의 조화가 요구되는 자동화 작업을 대상으로 병렬형 로봇의 여유 구동 최적화 방안을 제시한다. 먼저, 능동 조인트 분포 변경 없이 강성 극대화를 목적으로 내부 조인트 토크를 결정하는 제어상의 최적화를 수행하고, 다음, 강성 향상과 유연성 확보라는 상반된 목적 아래 능동 조인트의 분포와 내부 조인트 토크를 결정하는 구조 및 제어상의 최적화를 수행한다.

먼저, 병렬형 로봇의 여유 구동 최적화를 위하여 가력성을 나타내는 가력 지수와 강성을 나타내는 항외력 지수를 정의한다. (5)로부터, 여유 구동 병렬형 로봇의 가력 지수

FAM(Force Applicability Measure)을 정의하면[13]

$$FAM = \sqrt{\det Q_a^T Q_a} = FAM(S_a) \quad (32)$$

로서 조인트 토크 공간과 작업 힘 공간 사이의 힘 전달 효율을 나타낸다. 가력 지수 FAM은 능동 조인트 분포 S_a 의 함수로서((4) 참조) 능동 조인트의 추가에 따라 증가하고 또한 능동 조인트의 위치에 따라 달라지게 된다[5]. 한편, 여유 구동 병렬형 로봇의 유연 지수(manipulability measure)는 가력 지수의 역으로 정의되며, 따라서, 가력성과 유연성간의 조화를 위해서는 능동 조인트 분포 S_a 가 적절히 정해져야 한다. 물론, 최대(최소) 구동 상태에서, 병

렬형 로봇의 가력 지수 FAM은 최대(최소)로 되는 반면, 유연성 지수는 최소(최대)로 되게 된다. (28)과 (29)로부터, 여유 구동 병렬형 로봇의 항외력 지수 DRM(Disturbance Rejection Measure)을 정의하면

$$\begin{aligned} \text{DRM} &= \min (r_{\delta f}^I, r_{\delta f}^{II}) \\ &= \text{DRM}(S_a, \tau_{an}) \end{aligned} \quad (33)$$

로서 복원 조인트 토크 한계와 최대 작업 변형 내에서 허용되는 최대 작업 외력을 나타내며, 능동 조인트 분포 S_a 와 내부 조인트 토크 τ_{an} 의 함수이다((30)과 (31) 참조). 가력 지수 FAM이 조인트 구동 한계와 무관하고 물리적 단위가 없는데 반해, 항외력 지수 DRM은 조인트 구동 한계를 고려하여 정의되고 물리적 단위가 [N]이다.

작업 사양이 조인트 구동 한계 τ^M , 조인트 강성 K , 작업 점 x_o , 작업 힘 f_o 그리고 최대 허용 변형 $r_{\delta x}$ 로 주어진다는 가정하자. 먼저, 능동 조인트 분포 S_a 의 변경 없이 내부 조인트 토크 τ_{an} 을 결정하는 여유 구동 병렬형 로봇의 제어상의 최적화에 대해 고려하도록 한다. 능동 조인트 분포 S_a 가 고정되고 내부 조인트 토크 τ_{an} 만이 변화될 경우, 가력 지수 FAM이 불변인데 반해 항외력 지수 DRM은 변화하게 된다 ((32)와 (33) 참조). 따라서, 여유 구동 최적화는 유연성과 무관하게 강성 극대화를 목적으로 행하여지게 되며, 항외력 지수 DRM이 최대가 되도록 내부 조인트 토크 τ_{an} 을 결정하는 문제로 귀착된다.

주어진 능동 조인트 분포 S_a 에 대해, 강성 향상을 위한 여유 구동 병렬형 로봇의 제어상의 최적화는 다음 절차에 따라 이루어진다. 능동 조인트 분포 S_a 에 해당되는 조인트 구동 조합을 ϕ 라 하자.

Step 1 : 조인트 구동 조합 ϕ 에 대해, (6)과 (20)으로부터, 작업 힘 f_o 의 발생 이후 작업 외력 δf_o 의 극복에 기여하는 유효 조인트 토크 범위 $T_a(\phi)$ 를 구한다.

$$T_a(\phi) = \{ \tau_a \mid \tau_a = \tau_{ap} + \tau_{an}, \tau_{ap} \in C(Q_a), \tau_{an} \in N(-Q_a^T), \tau_a \in \Omega_{\tau_a} \} \quad (34)$$

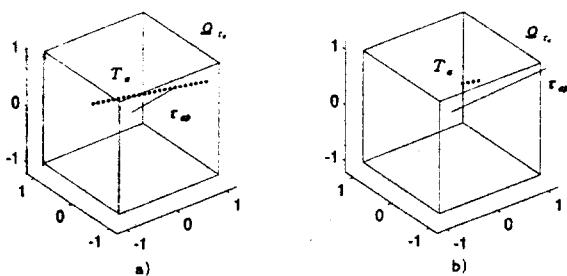


그림 2. $m=2, n_a=3$ 인 경우, Ω_{τ_a} 내의 T_a : a)

$\tau_{ap} \in \Omega_{\tau_a}$ 와 b) $\tau_{ap} \notin \Omega_{\tau_a}$.

Fig. 2. In case of $m=2$ and $n_a=3$, T_a inside Ω_{τ_a} : a) $\tau_{ap} \in \Omega_{\tau_a}$ and b) $\tau_{ap} \notin \Omega_{\tau_a}$.

(34)는 조인트 토크 공간상의 n_a 차원 조인트 구동 범위 Ω_{τ_a} 의 부속 범위로서 (n_a-m) 차원 폴리토프이다. 그럼 2는 작업 자유도가 2이고 능동 조인트 수가 3인 경우 ($m=2, n_a=3$), 3차원 조인트 구동 범위 Ω_{τ_a} 내의 선분으로 얻어지는 유효 조인트 토크 범위 T_a 를 $\tau_{ap} \in \Omega_{\tau_a}$ 와 $\tau_{ap} \notin \Omega_{\tau_a}$ 에 대해 예시한다. 여유 구동 시라도 조인트 구동 범위 Ω_{τ_a} 내에서 작업 힘 f_o 의 발생이 불가능한 경우 유효 조인트 토크 범위 T_a 는 공집합이 되며, 또한 비여유 구동 시에는 $\tau_{an}=0$ 이므로 $T_a = \{ \tau_{ap} \}$ 혹은 공집합이 된다.

Step 2 : 유효 조인트 토크 범위 $T_a(\phi)$ 에 속하는 모든 유효 조인트 토크 $\tau_a \in T_a(\phi)$ 에 대해 다음을 반복한다.

2-1) (21)에 의해 복원 조인트 토크 범위 $\Omega_{\delta f_o}$ (n_a 차원 폴리토프)를 구한다.

2-2) (24)에 의해 작업 외력 범위 $R_{\delta f_o}^I$ (m 차원 폴리토프)를 구한 후, (25)로부터 $R_{\delta f_o}^I$ 의 원점으로부터 평면까지의 최소 수직 거리로써 허용 외력 $r_{\delta f_o}^I$ 을 구한다.

2-3) (26)으로부터, 작업 외력 범위 $R_{\delta f_o}^{II}$ (m 차원 타원)의 최소 반경으로써 허용 외력 $r_{\delta f_o}^{II}$ 를 구한다.

2-4) (33)에 의해, 허용 외력 $r_{\delta f_o}^I$ 과 $r_{\delta f_o}^{II}$ 의 최소치로써 항외력 지수 DRM을 정한다.

Step 3 : 모든 유효 조인트 토크 $\tau_a \in T_a(\phi)$ 에 대해 얻어진 DRM (ϕ, τ_a) 가운데 최대치로써 조인트 구동 조합 ϕ 에 대한 최대 항외력 지수 $DRM^*(\phi)$ 를 정한다.

$$DRM^*(\phi) = \max_{\tau_a \in T_a(\phi)} DRM(\phi, \tau_a) \quad (35)$$

강성 극대화를 위한 여유 구동 병렬형 로봇의 최적 조인트 토크 $\tau_a^*(\phi)$ 는 최대 항외력 지수 $DRM^*(\phi)$ 에 대응되는 유효 조인트 토크 τ_a 로써 결정된다. $DRM^*(\phi)$ 에 대응되는 τ_a 가 유일하지 않을 때에는 일반적인 조인트 토크 최적화에서와 같이 내적이 최소인 τ_a 를 $\tau_a^*(\phi)$ 로 선정하도록 한다. 물론, 유효 조인트 토크 범위 T_a 가 공집합인 경우 주어진 작업 사양 자체가 충족되지 않으며,

$DRM^*(\phi) = 0$ 이 된다. 한편, 주어진 조인트 구동 조합 ϕ 에 대한 최대 항외력 지수 $DRM^*(\phi)$ 가 강성 요구에 미치지 못하거나, 가력 지수 FAM(ϕ)가 유연성 요구에 부합되지 않을 때에는 능동 조인트 분포 S_a 의 변경이 고려되어야 한다.

다음, 강성 향상과 유연성 확보라는 상충되는 작업 요구가 동시에 수용되도록 여유 구동 병렬형 로봇의 능동 조인트 분포 S_a 를 결정하는 구조상의 최적화 그리고 내부 조인트 토크 τ_{an} 을 결정하는 제어상의 최적화를 행하도록 하자. 최대 허용 외력 $r_{\delta f_o}$ 가 작업 사양으로 추가된다는 가정 아래, 항외력 지수 DRM이 $r_{\delta f_o}$ 이상 되도록 하되 가력 지수 FAM의 증가가 최대한 억제되도록 능동 조인트 분포 S_a 와 내부 조인트 토크 τ_{an} 을 결정한다. 이러한 구조

및 제어상의 최적화는 주어진 조인트 구동 조합에 대한 강성 극대화를 위한 제어상의 최적화 과정을 내부 루프로 포함되게 되며, 따라서 효율적인 최적화를 위해서는 내부 루프의 반복 회수를 줄이기 위한 노력이 필요하다.

강성 향상과 유연성 확보를 위한 여유 구동 병렬형 로봇의 구조 및 제어상의 최적화는 다음 절차에 따라 이루어진다. 최소 구동 상태에서 최대 구동 상태까지의 가능한 모든 조인트 구동 조합을 포함하는 전체 조인트 구동 집합을 $\Phi = \{\phi_k, k=1, \dots, K\}$ 라 하자.

Step 1 : 전체 조인트 구동 집합 Φ 에 속하는 모든 조인트 구동 조합 $\phi_k \in \Phi$ 에 대해, (32)에 의해 가력 지수 FAM을 구한 후, FAM의 증가 순서에 따라 정렬된 조인트 구동 조합의 집합을 $\bar{\Phi}$ 라 한다.

$$\bar{\Phi} = \{\bar{\phi}_k \mid \text{FAM}(\bar{\phi}_k) \leq \text{FAM}(\bar{\phi}_{k+1}), k=1, \dots, K\} \quad (36)$$

Step 2 : 정렬 순서에 따라 조인트 구동 조합 $\bar{\phi}_k \in \bar{\Phi}$ 에 대해, (35)에 의해 최대 항외력 지수 $\text{DRM}^*(\bar{\phi}_k)$ 를 구하고 이를 주어진 최대 허용 외력 $r_{\delta t_a}$ 와 비교한다.

$$\text{DRM}^*(\bar{\phi}_k) = \underset{\tau_a \in T_a(\bar{\phi}_k)}{\text{Max}} \text{DRM}(\bar{\phi}_k, \tau_a) \geq r_{\delta t_a} \quad (37)$$

(37)이 최초로 만족될 때 최소한의 가력 지수 FAM으로서(유연성 확보) 최대 항외력 지수 DRM^* 가 주어진 최대 허용 외력 $r_{\delta t_a}$ 이상이게(강성 향상) 된다. 따라서, 강성 향상과 유연성 확보를 위한 여유 구동 병렬형 로봇의 최적 능동 조인트 분포 S_a^* 는 (37)을 최초로 만족하는 조인트 구동 조합 $\bar{\phi}_k$ 로서 결정되며, 그리고 최적 조인트 토크 τ_a^* 는 $\text{DRM}^*(\bar{\phi}_k)$ 에 대응되는 유효 조인트 토크 τ_a 로서 결정된다. Step 1에서의 FAM에 따른 조인트 구동 조합의 정렬을 통해 Step 2에서의 DRM^* 를 구하는 내부 루프의 평균 반복 회수가 $K/2$ 로 감소되고 있음을 주목하여야 한다. 한편, 최적화 결과 능동 조인트 분포 변경이 이루어져야 하는 경우, 수동간의 급격한 조인트 모드 전환으로 초래되는 조인트 토크의 불연속성을 극복하기 위한 효과적인 방안이 강구되어야 한다[5].

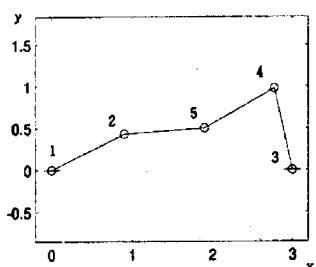


그림 3. 평면 작업용 병렬형 로봇.

Fig. 3. A planar parallel manipulator.

V. 시뮬레이션

여유 구동 병렬형 로봇의 구조 및 제어상의 최적화 예로서 그림 3에서와 같이 xy 평면상에서 선형 작업을 하고 있는 작업 자유도 $m=2$ 인 병렬형 로봇에 대한 시뮬레이션 결과를 제시한다. 병렬형 로봇은 길이 1 [m]인 링크를 연결하는 5개의 회전형 조인트로 구성되며, 1번부터 4번 조인트의 경우 능동, 수동 전환이 가능한 반면 작업 점으로 정의된 5번 조인트는 수동형으로 고정되어 있다고 하자.

병렬형 로봇의 작업 자유도가 2이므로 4개의 조인트 가운데 최소 2개 이상이 구동 상태여야 하며, 능동 조인트 위치를 고려하면 가능한 조인트 구동 조합의 수는 ${}_4C_2 + {}_4C_3 + {}_4C_4 = 11$ 이 된다. 조인트 구동 조합을 $\phi_1 = \{1, 2\}, \phi_2 = \{1, 3\}, \phi_3 = \{1, 4\}, \phi_4 = \{2, 3\}, \phi_5 = \{2, 4\}, \phi_6 = \{3, 4\}, \phi_7 = \{1, 2, 3\}, \phi_8 = \{1, 2, 4\}, \phi_9 = \{1, 3, 4\}, \phi_{10} = \{2, 3, 4\}$, 그리고 $\phi_{11} = \{1, 2, 3, 4\}$ 라고 하고, 전체 조인트 구동 조합을 $\Phi = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_{11}\}$ 라하자. 작업 힘의 발생과 아울러 작업 외력의 극복이 요구되는 절단, 연마, 천공, 굴착 등의 작업을 상정하여, 병렬형 로봇의 작업 사양이 작업 점 $x_a = [1.9, 0.5]^T$ [m], 작업 힘 $f_a = [0.35, 0.35]^T$ [N], 조인트 구동 한계 $\tau^M = [1, 1, 1, 1]^T$ [Nm], 전체 조인트 강성 $K = 15 I_4$ [Nm/rad], 그리고 최대 허용 변형 $r_{\delta x_a} = 0.05$ [m](내부 조인트 토크에 의한 강성의 변화가 두드러지도록 $r_{\delta x_a}$ 는 크게 선정함)로 주어진다고 가정한다. 주어진 작업 점 x_a 에서의 전체

역자코비안은 $Q = \begin{vmatrix} -2.71 & -0.19 \\ 5.17 & 1.36 \\ -0.91 & -0.49 \\ 1.14 & -0.52 \end{vmatrix}$ 이다.

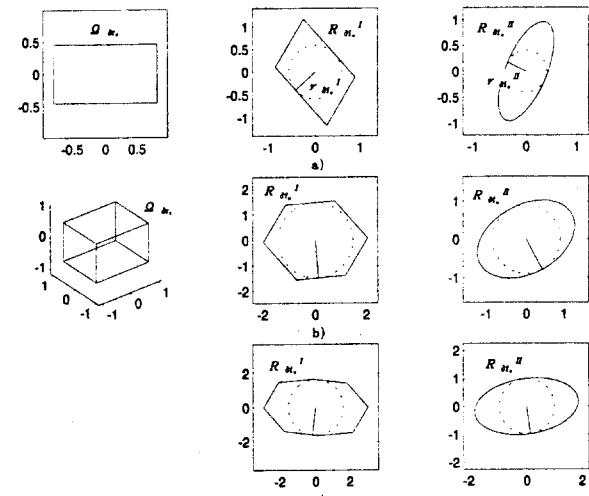


그림 4. $m=2$ 인 경우, $Q_{\delta\tau_a}^I$, $R_{\delta\tau_a}^{II}$, 그리고 $R_{\delta\tau_a}^{III}$ 의 변화: a) $n_a=2$, b) $n_a=3$, 그리고 c) $n_a=4$.

Fig. 4. In case of $m=2$, the changes of $Q_{\delta\tau_a}^I$, $R_{\delta\tau_a}^{II}$, and $R_{\delta\tau_a}^{III}$: a) $n_a=2$, b) $n_a=3$, and c) $n_a=4$.

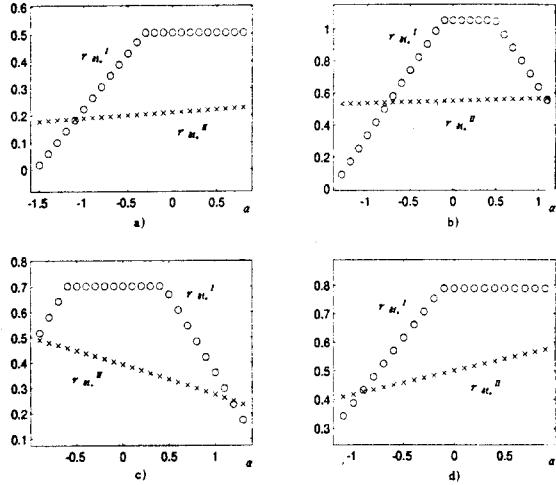


그림 5. $n_a=3$ 인 경우, α 에 따른 $r_{\delta_1}^I$ 과 $r_{\delta_1}^{II}$ 의 변화: a) ϕ_7 , b) ϕ_8 , c) ϕ_9 , 그리고 d) ϕ_{10} .

Fig. 5. In case of $n_a=3$, the variations of $r_{\delta_1}^I$ and $r_{\delta_1}^{II}$, with respect to α : a) ϕ_7 , b) ϕ_8 , c) ϕ_9 , and d) ϕ_{10} .

우선, 능동 조인트 수에 따른, 병렬형 로봇의 복원 조인트 토크 범위 Ω_{δ_1} , 외력 범위 $R_{\delta_1}^I$, 그리고 외력 범위 $R_{\delta_1}^{II}$ 의 차원 및 형태의 변화를 살펴보도록 하자. 그림 4a), 4b) 그리고 4c)는 각각 능동 조인트 수 n_a 가 2, 3, 그리고 4인 경우를 예시한다. 작업 자유도 $m=2$ 이므로, $n_a=2$, $n_a=3$, 그리고 $n_a=4$ 인 경우, 복원 조인트 토크 범위 Ω_{δ_1} (조인트 토크 공간상의 n_a 차원 폴리토프)는 각각 직사각형, 직육면체, 그리고 4차원 폴리토프로 얻어지며, 외력 범위 $R_{\delta_1}^I$ (작업 힘 공간상의 최대 정점 수 $[2^m + 2(m-1)(n_a - m)]$ 인 m 차원 폴리토프)은 각각 정점 수가 4, 6, 그리고 8인 평행다변형으로 얻어지며, 그리고 외력 범위 $R_{\delta_1}^{II}$ (작업 힘 공간상의 m 차원 타원)는 모든 경우에 대해 타원으로 얻어지게 된다.

다음, 주어진 조인트 구동 조합 ϕ_k 에 대해, 유효 조인트 토크 범위 T_a 를 구하고 내부 조인트 토크에 따른 허용 외력 $r_{\delta_1}^I$ 과 $r_{\delta_1}^{II}$ 의 변화를 살펴 후, 강성이 극대화되도록 내부 조인트 토크를 결정하는 여유 구동 병렬형 로봇의 제어상의 최적화를 행하도록 하자. 능동 조인트 수가 2인 ϕ_k , $k=1, \dots, 6$,의 경우, 최소 구동 상태로서 내부 조인트가 존재하지 않으므로 최적화 대상에서 제외되며, $DRM^*(\phi_k) = DRM(\phi_k)$, $k=1, \dots, 6$. 이고, 특히 $\tau_a = \tau_{ap} \notin \Omega_{\tau_a}$ 인 ϕ_1 의 경우에는 $DRM^*(\phi_1)=0$ 이 된다. 능동 조인트 수가 3인 경우($n_a=3$), 유효 조인트 토크 범위 T_a (조인트 토크 공간상의 (n_a-m) 차원 폴리토프)는 3차원 조인트 구동 범위 Ω_{τ_a} 내의 선분으로 얻어진다(그림 2 참조).

$$T_a = \{ \tau_a | \tau_a = \tau_{ap} + \tau_{an} = Q^T f_e + \alpha n, \quad (38) \\ \tau_a \in \Omega_{\tau_a} \}$$

여기서 $\tau_{an} = \alpha n$ 으로서 n 은 $N(Q_a^T)$ 상의 단위 벡터이고, α 는 내부 조인트 토크 τ_{an} 의 크기와 방향을 나타내는 스칼라이다. 그림 5는 ϕ_7 , ϕ_8 , ϕ_9 , 그리고 ϕ_{10} 에 대해, 내부 조인트 토크 α 에 따른 허용 외력 $r_{\delta_1}^I$ 과 $r_{\delta_1}^{II}$ 의 변화를 보인다. 허용 외력 $r_{\delta_1}^I$ 이 볼록 형태에 가까움을 관찰할 수 있는데, 이는 조인트 토크 τ_a 가 조인트 구동 한계에 균접함에 따라 복원 조인트 토크 범위 Ω_{δ_1} 가 축소되며((21) 참조) 역자코비안 Q_a 에 따라 허용 작업 외력이 감소될 가능성이 높아지기 때문이다((24) 참조). 또한, 허용 외력 $r_{\delta_1}^{II}$ 가 상대적으로 소폭으로 변화하고 있음을 관찰할 수 있는데, 이는 주어진 최대 허용 변형 r_{δ_1} 에 비해 작업 강성 K_a 가 적은데 기인한다((26) 참조). 전반적으로, 항외력 지수 $DRM = \min(r_{\delta_1}^I, r_{\delta_1}^{II})$ 의 변화 폭이 상당히 큽을 관찰할 수 있으며, 따라서 강성 향상을 위한 내부 조인트 토크 최적화가 필요하게 된다. ϕ_7 의 경우, 강성 향상을 위한 제어상의 최적화 결과는 최적 내부 조인트 토크 $\alpha^*(\phi_7)=0.8$ 에서 최대 항외력 지수 $DRM^*(\phi_7)=0.23$ 으로 얻어진다. 또한, ϕ_8 의 경우 $\alpha^*(\phi_8)=1.0$ 에서 $DRM^*(\phi_8)=0.57$, ϕ_9 의 경우 $\alpha^*(\phi_9)=-0.9$ 에서 $DRM^*(\phi_9)=0.49$, 그리고 ϕ_{10} 의 경우 $\alpha^*(\phi_{10})=0.9$ 에서 $DRM^*(\phi_{10})=0.58$ 로 얻어진다.

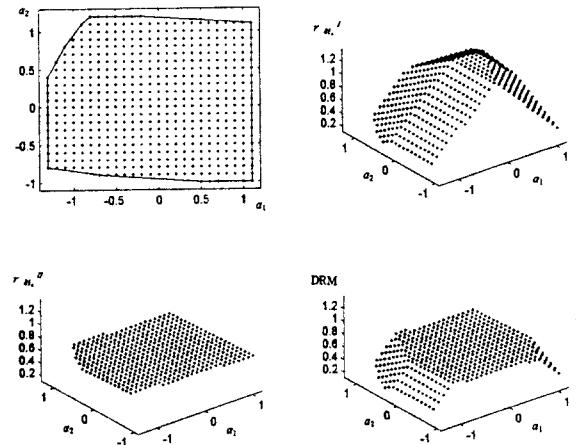


그림 6. $n_a=4$ 인 ϕ_{11} 의 경우, α_1 과 α_2 의 범위, 그리고 α_1 과 α_2 에 따른 $r_{\delta_1}^I$, $r_{\delta_1}^{II}$ 와 DRM 의 변화.

Fig. 6. In case of ϕ_{11} ($n_a=4$), the range of α_1 and α_2 , and the variations of $r_{\delta_1}^I$, $r_{\delta_1}^{II}$, and DRM with respect to α_1 and α_2 .

그림 6은 능동 조인트 수가 4($n_a=4$)인 ϕ_{11} 의 경우에 대한 내부 조인트 토크 τ_{an} 의 범위, 그리고 내부 조인트 토크에 따른 허용 외력 $r_{\delta_1}^I$ 과 $r_{\delta_1}^{II}$ 그리고 항외력

지수 DRM의 변화를 보인다. ϕ_{11} 의 경우, 유효 조인트 토크 범위 T_a 는 4차원 조인트 구동 범위 Ω_{τ_a} 내의 다변형으로 얻어진다.

$$T_a = \{ \tau_a \mid \tau_a = \mathbf{Q}^+ f_o + \alpha_1 \mathbf{n}_1 + \alpha_2 \mathbf{n}_2, \quad (39) \\ \tau_a \in \Omega_{\tau_a} \}$$

여기서 $\tau_{an} = \alpha_1 \mathbf{n}_1 + \alpha_2 \mathbf{n}_2$ 로서 \mathbf{n}_1 과 \mathbf{n}_2 는 $N(\mathbf{Q}_a')$ 상의 단위 벡터이고, α_1 과 α_2 는 내부 조인트 토크 τ_{an} 의 크기와 방향을 나타내는 스칼라이다. ϕ_{11} 의 경우, 여유 구동 병렬형 로봇의 강성 향상을 위한 제어상의 최적화 결과는 최적 내부 조인트 토크 $\alpha_1^*(\phi_{11})=0.6$ 과 $\alpha_2^*(\phi_{11})=-1.0$ 에서 최대 항외력 지수 $DRM^*(\phi_{11})=0.66$ 으로 얻어진다. 그림 7a)는 모든 조인트 구동 조합 $\phi_k \in \Phi, k=1, \dots, 11$, 에 대한 최대 항외력 지수 $DRM^*(\phi_k)$ 를 함께 보인다. 최대 항외력 지수 DRM^* 가 능동 조인트 분포(수와 위치)에 따라 크게 달라짐을 관찰 할 수 있으며, 따라서 현재 조인트 구동 조합에 대한 최대 항외력 지수 DRM^* 가 강성 요구(최대 허용 외력 r_{st})를 충족하지 않을 때에는 능동 조인트 분포 변경이 고려될 수 있을 것이다. 또한, 능동 조인트 수의 증가에 따라 최대 항외력 지수

DRM^* 가 대체로 증가되는 경향을 나타내고 있으나 예외적인 경우도 관찰할 수 있는데, 이는 조인트별 항외력 지수 DRM 에 대한 기여도의 차이에서 비롯된다. 예를 들어, 능동 조인트 수가 2이나 기여도가 높은 4번 조인트를 포함하는 경우의 $DRM^*(\phi_5)=0.42$ 가 능동 조인트수가 3이나 4번 조인트를 포함하지 않는 경우인 $DRM^*(\phi_7)=0.23$ 보다 오히려 크게 된다.

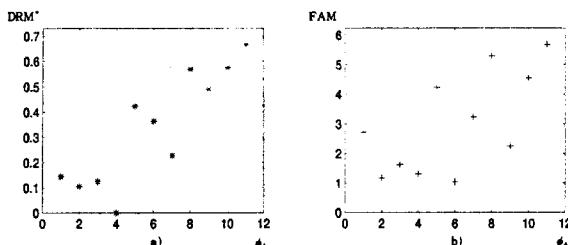


그림 7. 모든 $\phi_k \in \Phi, k=1, \dots, 11$,에 대한 a) $DRM^*(\phi_k)$ 과 b) $FAM(\phi_k)$.

Fig. 7. For all $\phi_k \in \Phi, k=1, \dots, 11$, the changes of a) $DRM^*(\phi_k)$ and b) $FAM(\phi_k)$.

마지막으로, 최대 허용 외력 $r_{st}=0.35$ 가 작업 사양에 추가된다는 가정 아래, 여유 구동 병렬형 로봇의 강성 향상과 유연성 확보를 위해 능동 조인트 분포를 결정하는 구조상의 최적화와 내부 조인트 토크를 결정하는 제어상의 최적화를 행하도록 하자. 그림 7a)에서 보듯, 최대 허용 외력 $r_{st}=0.35$ 이상의 최대 항외력 지수 DRM^* 를 지니는 조인트 구동 조합에는 $\phi_5, \phi_6, \phi_8, \phi_9, \phi_{10}$, 그리고 ϕ_{11} 이 포함되게 된다. 강성 향상만이 목적인 경우 이를 가운-

데 가장 큰 최대 항외력 지수 DRM^* 를 지니는 ϕ_{11} 이 선정되어야 하지만, 유연성 확보가 추가될 경우에는 이를 가운데 가력 지수 FAM이 최소인 조인트 구동 조합이 선정되어야 한다. 그럼 7b)는 조인트 구동 조합 $\phi_k \in \Phi, k=1, \dots, 11$, 에 대한 가력 지수 $FAM(\phi_k)$ 를 보인다. 가력 지수 FAM이 능동 조인트의 추가에 따라 증가되고 또한 능동 조인트의 위치에 따라 변하게 됨을 관찰할 수 있으며, FAM의 크기 순서에 따른 정렬 조인트 구동 집합은 $\overline{\Phi}=\{\phi_6, \phi_2, \phi_4, \phi_3, \phi_9, \phi_1, \phi_7, \phi_5, \phi_{10}, \phi_8, \phi_{11}\}$ 로 얻어진다. 정렬 조인트 구동 집합 $\overline{\Phi}$ 내의 정렬 순서에 따라 DRM^* 를 구하여 $r_{st}=0.35$ 이상인 최초의 조인트 구동 조합을 찾으면 $\overline{\Phi}$ 내에서 5번째인 ϕ_9 임을 알 수 있다(이를 위해서는 $DRM^*(\phi_2), DRM^*(\phi_4), DRM^*(\phi_3)$, 그리고 $DRM^*(\phi_9)$ 의 계산을 위한 4회의 내부 루프의 반복이 요구됨). 따라서, 강성 향상과 유연성 확보를 위한 여유 구동 병렬형 로봇의 최적 능동 조인트 분포 S_a^* 는 ϕ_9 로 결정되며, 최대 항외력 지수 $DRM^*(\phi_9)$ 는 0.49로서 이에 대응되는 최적 내부 조인트 토크 τ_{an}^* 는 $\alpha^*(\phi_9)=-0.9$ 로부터 결정된다.

VI. 결론

본 논문에서는 절단, 연마, 천공, 굴착 등의 작업을 상정하여 강성의 향상과 유연성의 확보를 목적으로 여유 구동 병렬형 로봇의 능동 조인트 분포와 내부 조인트 토크를 결정하는 구조 및 제어상의 최적화 방안이 제시되었다. 주요 내용으로는 능동 조인트 분포를 반영한 정역학 및 작업 강성의 표현과 여유 구동 영향 분석, 강성 측면에서의 작업 수행 조건과 효율적 판정식의 유도, 강성 향상과 유연성 확보를 위한 능동 조인트 분포와 내부 조인트 토크의 최적화 등이 취급되었다. 본 논문에서 제안된 여유 구동 병렬형 로봇의 구조 및 제어상의 최적화는 강성 및 유연성을 고려한 새로운 시도이나, 종래의 가력성에 기초한 제어상의 최적화와[6] 비교하여 복잡하며 향후 준최적화 방안을 포함하여 복잡성을 줄이기 위한 노력이 지속되어야 할 것이다. 또한, 본 논문은 정역학적 해석을 기반으로 하고 있으나 보다 실제적인 응용을 위해서는 동력학적 고려가[14] 추가되어야 할 것이다.

참고문헌

- [1] K. J. Waldron and K. H. Hunt, "Series-parallel dualities in actively coordinated mechanisms," Proc. 4th Int. Sym. Robotics Research, MIT Press, pp. 175-181, 1987.
- [2] D. Stewart, "A platform with six degrees of freedom," Proc. Inst. Mech Engr., vol. 180, pp. 371-386, 1965.
- [3] Y. K. Byun and H. S. Cho, "Analysis of a novel 6 DOF, 3 PPSP parallel manipulator," Int. Jour. Robotics and Research, vol. 16, pp. 859-872, 1997.
- [4] 진병대, 우기영, 권동수, "5각 관절 병렬 구조를 이용

- 한 6자유도 힘 반사형 마스터 콘트롤러,” 제어 자동화 시스템공학 논문지, 제5권, 제3호, pp. 288-296, 1999.
- [5] S. Kim, “Joint actuation switching in closed-chain mechanisms for high task adaptability,” *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 531-536, 1999.
- [6] V. Kumar and J. F. Gardner, “Kinematics of redundantly actuated closed chains,” *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 6, pp. 269-274, 1990.
- [7] R. Kurtz and W. Hatwoard, “Multiple goal kinematic optimization of a parallel spherical mechanism with actuator redundancy,” *IEEE Jour. Robotics and Automation*, vol. 8, pp. 644-651, 1992.
- [8] 이병주, 김희국, “고장에 강인한 구형 3자유도 모듈에 관한 기구학적 해석,” 대한기계학회논문집, 제18권, 제11호, pp. 2846-2859, 1994.
- [9] M. R. Cutkosky and I. Kao, “Computing and controlling the compliance of a robotic hand,” *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 5, pp. 151-165, 1989.
- [10] B. J. Yi and R. A. Freeman, “Synthesis of actively adjustable springs by antagonistic redundant actuation,” *Trans. ASME Jour. Dynamic Systems, Measurements, and Control*, vol. 114, pp. 454-461, 1992.
- [11] K. L. Doty, C. Melchiorri, E. M. Schwartz, and C. Bonivento, “Robot manipulability,” *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 11, pp. 462-468, 1995.
- [12] 이영일, 이자홍, “로봇 조작도 지수에 관한 연구,” 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제4권, 제1호, pp. 105-112, 1998.
- [13] T. Yoshikawa, “Analysis and control of robot manipulator with redundancy,” *Proc. 1st Int. Symp. Robotics Research*, MIT Press, pp. 735-748, 1984.
- [14] 김성복, “여유 자유도 병렬형 로봇의 분석 및 설계,” 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제3권, 제5호, pp. 482-489, 1997.

김 성 복



1958년 3월 1일생. 1980년 서울대학교 전자공학과 졸업. 1982년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(석사), 1993년 University of Southern California 전기공학과(공학박사). 현재 한국외국어대학교 제어계측공학과 부교수. 관심분야는 로봇 분석, 설계 및 제어.