

# 불확실 비선형 시스템을 위한 강인한 퍼지 모델 기반 제어기

論 文

49D - 8 - 1

## Design Robust Fuzzy Model-Based Controller for Uncertain Nonlinear Systems

周永焄\* · 張旭\*\* · 朴珍培\*\*\*

(Young-Hoon Joo · Wook Chang · Jin-Bae Park)

**Abstract** - This paper addresses the analysis and design of fuzzy control systems for a class of complex uncertain single-input single-output nonlinear systems. The proposed method represents the nonlinear system using a Takagi-Sugeno fuzzy model and construct a global fuzzy logic controller by blending all local state feedback controllers with a sliding mode controller. Unlike the commonly used parallel distributed compensation technique, we can design a global stable fuzzy controller without finding a common Lyapunov function for all local control systems, and can obtain good tracking performance by using sliding mode control theory. Furthermore, stability analysis is carried out not for the fuzzy model but for the real nonlinear system with uncertainties. Duffing forced oscillation sysmte is used as an example to show the effectiveness and feasibility of the proposed method

**Key Words** : Uncertain nonlinear system, Fuzzy-model-based controller, TS fuzzy model, Sliding mode control

### 1. 서 론

과거 수년동안 퍼지 논리 제어는 시스템의 정성적 지식을 활용하여 제어 시스템을 설계할 수 있는 유용한 접근법으로 각광받아 왔다. 퍼지 논리 제어는 시스템의 수학적인 모델을 얻는 것이 어렵거나 불가능한 것을 보완하여 전문가의 정성적 지식을 이용하여 시스템을 제어하는 방법이다. 따라서, 퍼지 논리 제어는 시스템의 동력학이 불확실하고 복잡한 경우에 전문가의 지식을 이용하여 제어 시스템을 설계할 수 있는 대안이 되어왔다. 퍼지 논리 제어기의 설계 방법은 크게 모델에 기반한 제어기와 모델을 사용하지 않는 제어기의 두 가지로 분류할 수 있다. 제어기의 모델을 사용하지 않는 퍼지 제어기는 인간 전문가의 지식을 활용하여 제어기를 구성함으로써 설계된 제어기의 구조를 직관적으로 이해할 수 있는 장점이 있는 반면 그 설계는 전문가 지식 획득의 어려움 및 경험적인 지식에 대한 의존성 등과 같은 어려움이 있다. 따라서, 설계된 제어기의 성능은 플랜트 매개 변수의 변동이나 설계자가 예측하지 못한 사건이 발생할 때 저하될 수 있다. 더욱이 전문가의 제어 행위로부터 얻어진 퍼지 논리 제어기의 매개 변수가 최적이라는 보장도 없다. 최근에 이러한 어려움을 해결하기 위해 많은 연구자들이 퍼지 모델을 사용한 퍼지 제어 시스템의 체계적인 분석과 설계 방법을 연구하고

있다 [1-9].

1985년에 Takagi와 Sugeno는 Takagi-Sugeno (TS) 퍼지 모델이라 불리는 새로운 종류의 퍼지 추론 시스템을 제안하였다. 이는 퍼지 이론의 유연성과 엄밀한 수학적 분석 도구를 하나의 융합된 틀로 합치는 방법론이다. TS 퍼지 모델은 후건부가 선형 함수로 이루어져 있으므로 퍼지 논리 제어기의 분석에 유용한 모델이다. TS 퍼지 모델에 기반하여 다양한 종류의 퍼지 모델 기반 제어기가 제안되었다. Takagi 등은 비선형 시스템을 선형 함수의 조합으로 표현하여 수질 정정 프로세스 (water clearing process)와 강철 제조 공정 (steel-making process)에 적용하였다 [1]. Cao [3] 등은 일반적인 퍼지 모델 기반 제어기에 현대 제어 이론을 사용하여 제어기 분석을 행하였으며 Tanaka와 Kosaki는 [4] 관절 차량에 관한 퍼지 모델 기반 제어기의 설계 및 분석을 수행하였다. 이러한 방법들은 적절한 지역 선형 상태 모델을 사용하여 각각의 지역 제어기를 구성하고 전체 시스템의 안정도는 리아프노프 안정도 분석을 통해 이루어진다. 그러나, 이러한 방법들은 다음과 같은 단점을 가지고 있다. (1) 리아프노프 방정식을 만족시키기 위해서 공통 양한정 행렬을 구해야 하며 이는 시스템이 복잡하고 많은 규칙을 지니는 경우에는 만족시키는 것이 매우 어렵다. (2) 페루프 시스템의 성능을 예측하는 것은 어렵다. (3) 퍼지 모델 기반 제어기가 비록 많은 비선형 시스템에 성공적으로 적용되었으나 그 안정도의 보장은 근사화된 TS 퍼지 모델에만 적용된다. (4) 제어 시스템의 추종 문제에 대해 연구는 그다지 많지 않다. (5) 원 비선형 시스템이 부분적으로 알려져 있는 경우 전체 퍼지 시스템의 안정도를 분석하는 것은 매우 어려운 일이다. LMI에 기반한 접근법을 사용하여 공통 양한정 행렬을 구하는 문제를 해결하는 많은 연구가 수행되었으나 여전히 다른 문제들은

\* 正 會 員 : 群山大 工大 電氣電子制御工學部 助教授 · 工博

\*\* 正 會 員 : 延世大 工大 電氣工學科 博士課程

\*\*\* 正 會 員 : 延世大 工大 電氣工學科 副教授 · 工博

接受日字 : 1999年 6月 2日

最終完了 : 2000年 6月 27日

해결되지 않고 있다 [3-5].

본 논문에서는 앞에서 언급한 문제점을 해결하기 위해 슬라이딩 모드 제어 기법을 적용한 퍼지 모델 기반 제어기 설계 방법을 제안한다. 슬라이딩 모드 제어 (가변 구조 제어)는 비선형 시스템의 강인 제어 이론으로 많은 주목을 받고 있다 [6]. 퍼지 논리 제어기의 강인성과 성능을 향상시키기 위해 슬라이딩 모드 제어와 퍼지 논리 제어의 융합에 관한 많은 연구 결과들이 보고되었으며 [10-11] 이러한 접근법들은 일반적으로 퍼지 논리 이론을 통한 슬라이딩 평면의 설계에 그 초점을 맞추고 있으나 제안된 방법에서 슬라이딩 모드 제어는 기존 퍼지 모델 기반 제어기의 추종성 및 강인성을 향상시키기 위한 목적으로 사용된다. 퍼지 규칙의 전반부는 기존의 IF 절로 이루어지고 후반부는 주어진 시스템의 지역 선형 상태 모델인 TS 퍼지 모델을 사용하며 전역 퍼지 제어기는 퍼지 모델 기반 제어기와 슬라이딩 모드 제어기의 융합을 통하여 이루어진다. 따라서 제안된 방법은 퍼지 모델 기반 제어기의 단순함과 슬라이딩 모드 제어의 강인성을 동시에 갖는다. 제안하는 제어기 설계 절차는 두 가지 부분으로 이루어진다. 첫 번째 부분에서 각 선형 상태 모델의 지역적인 보상기가 설계되며 두 번째 단계에서 슬라이딩 모드 제어 입력을 구성하여 안정성 및 추종성을 향상시킨다. 이러한 방법으로 전체 폐루프 시스템의 강인성과 추종 성능을 향상시킬 수 있음을 보인다. 또한, 제안된 방법은 공통 리아프노프 함수를 구하지 않고서 전체 시스템의 안정성을 보장할 수 있으며 안정도는 TS 퍼지 모델이 아닌 원 비선형 시스템에 대하여도 보장된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서 TS 퍼지 모델이 간략히 검토되며 3절에서 제안된 퍼지 모델 기반 가변 구조 제어기가 상술된다. Duffing forced oscillator에 관한 실험이 4절에서 수행되며 5절에서 결론이 기술된다.

## 2. 퍼지 모델 기반 제어기

식 (1)과 같은 불확실 단일 입출력 비선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + g(x)u \quad (1)$$

여기서, 스칼라  $x$ 는 출력,  $u$ 는 제어 입력이며  $x = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]$ 는 상태 변수 벡터이다. 식 (1)에서 비선형 함수  $f(x)$ 는 정확히 알려져 있지 않으며  $f(x)$ 의 불확실성은  $x$ 의 알려진 연속 함수에 의한 상한(upper bound) 함수로 제약된다. 마찬가지로, 비선형 함수  $g(x)$ 는 정확히 알려져 있지 않으나 양의 부호를 갖는  $x$ 의 연속 함수로 제약된다. 제어 문제는 상태  $x$ 가 모델의 부정확성  $f(x)$ 와  $g(x)$ 에도 불구하고 특정한 시변 상태를 추종하도록 하는 것이다. 이러한 종류의 시스템은 컴패니언 형태 (companion form)이라 불리며 많은 기계적인 시스템에서 보인다. 앞에서 언급한 단일 입출력 비선형 시스템은 TS 퍼지 모델로 근사화 가능하다.

TS 퍼지 모델은 퍼지 추론 규칙과 지역적인 선형 상태 모델을 융합한 것이다. 식 (1)의 SISO 시스템을 표현하는 TS 퍼지 모델의  $i$ 번째 규칙은 다음과 같다.

$$\text{Plant Rule } i: \text{ IF } x(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x^{(n-1)}(t) \text{ is } F_n^i, \\ \text{ THEN } \dot{x} = A_i x + B_i u \quad (i = 1, 2, \dots, q) \quad (2)$$

여기서, 규칙  $i$ 는  $i$ 번째 퍼지 추론 규칙,  $F_j^i$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )는 퍼지 집합,  $x$ 는 상태 벡터,  $u$ 는 제어 입력,  $A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times 1}$ ,  $q$ 는 퍼지 IF-THEN 규칙의 수이고 상수 행렬  $A_i$ 와  $B_i$ 는 다음과 같다.

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1^i & a_2^i & a_3^i & \dots & a_n^i \end{bmatrix} \text{ and } B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

싱글톤 퍼지파이어, 프로덕트 추론, 무게 중심 비퍼지화기를 사용하면 식 (2)의 TS 퍼지 모델은 다음의 전역 모델로 표현된다.

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^q w_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^q w_i(x(t))} \\ = \sum_{i=1}^q \mu_i(x(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (4) \\ = A(\mu(x(t))) x(t) + B(\mu(x(t))) u(t)$$

여기서,

$$w_i(x(t)) = \prod_{j=1}^n F_j^i(x^{(j-1)}(t))$$

$$\mu_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^q w_i(x(t))}$$

$$\mu(x(t)) = (\mu_1(x(t)), \mu_2(x(t)), \dots, \mu_n(x(t)))$$

여기서,  $F_j^i(x^{(j-1)}(t))$ 는 퍼지 집합  $F_j^i$ 에 대한  $x^{(j-1)}(t)$ 의 소속 정도이다. 또한, 위의 수식으로부터 다음을 유추할 수 있다.

$$w_i(x(t)) \geq 0, \quad (i=1, 2, \dots, q),$$

$$\sum_{i=1}^q w_i(x(t)) > 0, \mu_i(x(t)) \geq 0, \quad (i = 1, 2, \dots, q),$$

$$\sum_{i=1}^q \mu_i(x(t)) = 1.$$

이후의 전개에서 우리는  $w_i = w_i(x(t))$ ,  $\mu_i = \mu_i(x(t))$ ,  $\mu = \mu(x(t))$ 로 정의한다. 또한 다음을 정의하자.

**정의 1** [9]: 식 (4)의 모델은 퍼지 시스템 (2)의 전역 상태 공간 모델이다. 만일  $(A_i, B_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, q$ 가 가제어성을

가지면 퍼지 시스템 (2)는 지역적으로 제어 가능하다고 한다.

정의 1은 이후 TS 퍼지 모델의 지역적인 제어기의 설계에 사용된다.

퍼지 모델 기반 제어기는 식 (2)의 TS 퍼지 모델에 기반하여 설계된 제어기를 지칭하는 것으로써 Tanaka가 제안한 병렬 분산 보상 (Parallel Distribution Compensation; PDC) 기법 [5]과 Cao의 스위칭 타입 제어기가 있다 [3]. 본 논문에서는 Tanaka가 제안한 PDC를 채택하여 이후 이론 전개를 수행한다. PDC는 퍼지 모델의 각 규칙의 선형 시스템을 독립적으로 보상하는 제어기를 설계하고 이를 퍼지 추론을 이용하여 융합해 전역적인 제어기를 설계하는 것이다.

식 (2)와 동일한 전방부를 사용하면 퍼지 모델 기반 제어기의  $i$ 번째 규칙은 다음과 같다.

Controller Rule  $i$ :

$$\text{IF } x(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x^{(n-1)}(t) \text{ is } F_n^i, \\ \text{THEN } u = -K_i x \quad (i = 1, 2, \dots, q) \quad (5)$$

여기서,  $K_i = [k_1^i, \dots, k_n^i]$ 는 피드백 이득 벡터이다. 퍼지 제어기 (5)는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$u(t) = \frac{\sum_{i=1}^q w_i(x(t))(-K_i x(t))}{\sum_{i=1}^q w_i(x(t))} = -\sum_{i=1}^q \mu_i(x(t))K_i x(t) \\ = -K(\mu) x(t) \quad (6)$$

식 (2)와 식 (6)을 조합한 전체 페루프 퍼지 시스템은 식 (7)과 같다.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mu_i \mu_j (A_i - B_i K_j) x \quad (7)$$

일반적으로 알려져 있는 퍼지 시스템 (7)의 안정도 조건은 다음과 같다.

정리 1 ([9]): 퍼지 제어 시스템 (7)의 평형점 (equilibrium point)은 다음의 두 부등식을 만족하는 공통 양한정 행렬  $P$ 가 존재하면 전역, 점근적으로 안정하다.

$$(A_i - B_i K_j)^T P + P(A_i - B_i K_j) < 0 \quad (i = 1, 2, \dots, q) \quad (8)$$

또한,

$$G_{ij}^T P + P G_{ij} < 0 \quad (i < j \leq q) \quad (9)$$

여기서,

$$G_{ij} = \frac{A_i - B_i K_j + A_j - B_j K_i}{2}$$

만일 정리 1에서 언급한 공통 양한정 행렬  $P$ 를 구할 수

있다면, 페루프 퍼지 시스템 (7)의 안정도는 결정 가능하다. 그러나, 많은 경우에 공통 행렬  $P$ 를 구하는 것은 쉽지 않으며, 따라서 퍼지 시스템의 안정도를 보장하는 것은 매우 어려운 일이다. 즉, 페루프 시스템은 지역 모델이 안정하다 하더라도 전체 시스템은 불안정할 가능성이 있다. 또한, 퍼지 모델 기반 제어 방법은 원 비선형 시스템 (1)이 아닌 TS 퍼지 모델 (2)에 대해 안정도 분석이 수행된다는 단점이 있으며 추종 문제가 명시적으로 언급이 되어 있지 않다. 한편, 슬라이딩 모드 제어 이론은 시스템 매개 변수의 불확실성을 다룰 수 있고 우수한 추종 성능을 보유하고 있다. 이러한 슬라이딩 모드 제어 방법의 장점을 이용하여 본 논문에서는 이를 퍼지 모델 기반 제어기의 성능 향상에 적용하고자 한다. 다음 절에서 우리는 원 불확실 비선형 시스템에 대한 안정도와 강인성을 보장하며 PDC의 추종 성능을 향상시키는 슬라이딩 모드 제어 이론에 기반한 새로운 퍼지 모델 기반 제어기를 제안한다.

### 3. 퍼지 모델 기반 가변 구조 제어기

앞 절에서 요약했듯이 기존의 퍼지 모델 기반 제어기는 원래의 비선형 시스템의 안정도를 결정하는데 있어 어려움을 가지며 추종 성능에 대한 이론적인 전개가 불충분하다. 이러한 단점을 해결하기 위해서 본 절에서는 제어 규칙 (5)를 식 (10)과 같이 수정한다.

Controller Rule  $i$ :

$$\text{IF } x(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x^{(n-1)}(t) \text{ is } F_n^i, \\ \text{THEN } u = -K_i x + r \quad (i = 1, 2, \dots, q) \quad (10)$$

여기서,  $K_i = [k_1^i, \dots, k_n^i]$ 는 피드백 이득 벡터이고 스칼라 입력  $r$ 은 이후 결정된다. 식 (10)은 다시 식 (11)과 같이 쓸 수 있다.

$$u(t) = \frac{\sum_{i=1}^q w_i(-K_i x(t) + r(t))}{\sum_{i=1}^q w_i} \\ = -\sum_{i=1}^q \mu_i K_i x(t) + \sum_{i=1}^q \mu_i r(t) \\ = -K(\mu) x(t) + r(t) \quad (11)$$

추종 제어를 위해서는 스칼라 입력  $r(t)$ 의 적절한 구조를 정해야 한다. 기존 선형 제어 이론에서 일반적으로 사용되는 구조는 피드포워드 이득과 기준 입력의 곱을 통한 구성이 많이 쓰이나 이러한 방법을 사용하는 경우 플랜트의 오차에 민감하고 전체 퍼지 제어기의 안정도와 성능을 분석하는 것이 어렵다. 따라서, 본 논문에서는 불확실한 비선형 시스템의 제어에 강인한 성능을 지니는 슬라이딩 모드 제어 이론을 적용한 새로운 종류의 퍼지 모델 기반 제어기를 구성한다.

비선형 시스템 (1)과 제어기 (11)을 결합하면 페루프 시스템은 식 (12)와 같다.

$$x^{(n-1)}(t) = F(x(t)) + G(x(t))r(t) \quad (12)$$

여기서,

$$F(x(t)) = f(x(t)) - g(x(t))K(\mu)x(t)$$

시스템 (12)는 컴패니언 형태이므로, 우리는 슬라이딩 모드 제어 이론에 기반하여 스칼라 피드포워드 제어 입력  $r$ 을 설계하여 상태  $x$ 가 모델의 부정확성에도 불구하고 원하는 상태  $x_d$ 를 추종하도록 할 수 있다. 먼저, 다음과 같은 가정을 정의하자.

**가정 1:**  $|f(x)| \leq f^U(x)$ 이고  $0 \leq g_L(x) \leq g(x) \leq g^U(x)$ 인 조건을 만족하는 함수  $f^U(x)$ ,  $g^U(x)$ , 그리고  $g_L(x)$ 가 존재한다.

$f^U(x)$ 와  $g^U(x)$ ,  $g_L(x)$ , 그리고 식 (12)를 사용하여  $F(x)$ 의 상한은 가정 1로부터 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$F^U(x) = f^U + g^U|K(\mu)|x \quad (13)$$

여기서,  $\tilde{x} = x - x_d$ 를 추종 오차라 하고 식 (14)를 정의한다.

$$\tilde{x} = x - x_d = [\tilde{x} \dots \tilde{x}^{(n-1)}]^T \quad (14)$$

또한, 슬라이딩 모드 제어 이론을 퍼지 모델 기반 제어기 구조에 융합하기 위해서 먼저 상태 공간  $R^n$ 내에서 정의되는 시변 평면  $S(t)$ 를 스칼라 방정식 식 (15)와 같이  $s(x,t) = 0$ 으로 정의하자.

$$s(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x} = \tilde{x}^{(n-1)} + a_1 \tilde{x}^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} \tilde{x} \quad (15)$$

여기서,  $\lambda$ 는 양의 상수이다.

그러면, 주어진 초기 조건에서의  $n$  차원 벡터  $x_d$ 의 추종 문제는 스칼라량  $s$ 를 0으로 유지하는 문제로 축소되며 이는  $x$ 의  $n$ 차 추종 문제가  $s$ 에 대한 1차 안정화 문제로 대치됨을 의미한다 [11]. 스칼라량  $s$ 를 0으로 두는 1차 안정화 문제는 제어 입력이 식 (16)을 만족하도록 됨으로 가능하다.

$$\frac{d}{dt} s^T s \leq -\eta|s| \quad \text{outside of } S(t) \quad (16)$$

식 (15)의  $s(x,t)$ 를 시간에 대하여 미분하면 다음의 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \overline{F}(x) + g(x)r \\ \overline{F}(x) &= F(x) - x_d^{(n)} + \tilde{x}^{(n-1)} + a_1 \tilde{x}^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} \tilde{x} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)에서  $F(x)$ 와  $g(x)$ 는 알려져 있지 않으므로, 그 한계값만을 사용하여 제어 입력  $u$ 를 구성한다. 이 경우 제어 입력  $r$ 을 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$r = -g_L^{-1}\{Q \operatorname{sgn}(s) + Ks\} \quad (18)$$

여기서

$$Q = [F^U + |x_d^{(n)} - a_1 \tilde{x}^{(n-1)} - \dots + a_{n-1} \tilde{x}|]$$

식 (18)을 식 (17)에 대입하면 식 (19)와 (20)을 얻을 수 있다.

$$\dot{s} = \overline{F} - (gg_L^{-1}[F^U + |x_d^{(n)} - a_1 \tilde{x}^{(n-1)} - \dots - a_{n-1} \tilde{x}|]) \operatorname{sgn}(s) - gg_L^{-1}Ks \quad (19)$$

$$\begin{aligned} s^T \dot{s} &= s^T \overline{F} - s^T (gg_L^{-1}[F^U + |x_d^{(n)} - a_1 \tilde{x}^{(n-1)} - \dots - a_{n-1} \tilde{x}|] \operatorname{sgn}(s)) \\ &\quad - s^T gg_L^{-1}Ks \\ &\leq -s^T gg_L^{-1}Ks + |s^T \overline{F}| \\ &\quad - |s^T (gg_L^{-1}[F^U + |x_d^{(n)} - a_1 \tilde{x}^{(n-1)} - \dots - a_{n-1} \tilde{x}|])| \\ &\leq -s^T gg_L^{-1}Ks \leq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

따라서, 페루프 퍼지 시스템 (10)은 점근적으로 안정하며 이를 다음과 같은 정리로 요약할 수 있다. 그림 1은 제어기 구조를 도시한 것이다.

**정리 1:** 식 (2)에서 기술한 TS 퍼지 시스템이 지역적으로 안정하면 식 (11)의 제어 입력과 식 (1)에 의한 페루프 제어 시스템 (12)는 원점 주위에서 점근적으로 안정하다.

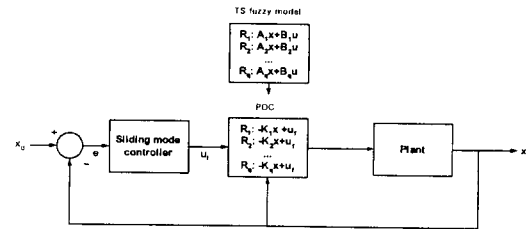


그림 1 제어기 구조

Fig. 1 Controller structure

정리 1에서, 지역 시스템의 가제어 조건은 각 규칙의 지역적인 보상을 설계하기 위해 필요한 조건이다. 이러한 조건이 없다면 추종은 불가능할 수도 있다.

또한, 제안된 제어 방법은 전체 시스템의 안정도를 보장 가능하나 제어 규칙의 스위칭 함수로 인해 떨림 현상(chattering)으로 인한 불안정성을 내포하고 있다. 이러한 떨림 현상에 의한 문제는 슬라이딩 모드 제어에 내재되어 있는 문제이나 포화 함수(saturation function)를 사용함으로써 일정 부분 해결 가능하다. 이에 의한 제어입력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r = -g_L^{-1}\{Q \operatorname{sat}(s/\Phi) + Ks\}$$

여기서,  $\Phi$ 는 경계층 상수이다. 이 경계층 외부에서의 관리 제어입력  $r$ 은 식 (18)과 동일하며 이는 시스템의 상태 궤

적용 경계층 내부로 들어가도록 강제하는 역할을 수행한다 [11].

정확한 제어 대상 비선형 시스템의 동력학 방정식이 알려져 있지 않더라도 퍼지 모델은 미지의 비선형 시스템의 명목상의 동력학을 이용하여 얻을 수 있다. 제안된 방법의 장점은 다음과 같다: 1) 제안된 제어기 구조는 기존 퍼지 모델 기반 제어 방법이 갖지 못한 추종 성능을 지닌다. 2) 슬라이딩 모드 제어 이론과 기존 퍼지 모델 기반 제어기의 융합에 의해 전체 시스템의 안정도는 공통 리아프노프 함수를 구하지 않고서 판별 가능하다. 3) 제안된 제어 시스템의 안정도는 기존 퍼지 모델 기반 제어기와 달리 원 비선형 시스템에 대해 판별 가능하다.

**Note:** 본 논문에서 제안하는 방법은 식 (1)과 같은 컴퍼나인 형태의 비선형 시스템에 적용 가능하다.

#### 4. 모의 실험

본 논문에서 제안한 퍼지 제어기 설계 방법의 효용성을 증명하기 위해서 Duffing forced oscillation system을 사용한다.

Duffing forced oscillation 시스템은 식 (21)과 같은 동력학을 갖는다 [10]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos(t) + u(t) \end{aligned} \quad (21)$$

식 (21)의 시스템은 제어 입력이 없는 경우 혼돈 현상을 보인다. 그림 2는  $u(t)=0$ 인 경우의 초기 조건  $x(0)=[2 \ 2]^T$ 에 대하여 임의의 시간 동안의 혼돈 시스템의 궤적을 나타낸 그림이다. 본 절에서는 제안된 제어기를 사용하여 이러한 혼돈 시스템 상태  $x_1$ 이 기준 궤적  $y_m(t)=\sin(t)$ 를 추종하도록 한다. 이러한 혼돈 시스템의 퍼지 모델은  $(x_1, x_2)$ 의 위상 평면의 여러 동작점에서 비선형 방정식을 선형함으로써 얻어진다. 얻어진 퍼지 모델은 다음과 같다.

Plant Rules:

Rule 1: IF  $x_1$  is about 0, THEN  $\dot{x} = A_1x + B_1u$

Rule 2: IF  $x_1$  is about  $\pm 2$ , THEN  $\dot{x} = A_2x + B_2u$

Rule 3: IF  $x_1$  is about  $\pm 4$ , THEN  $\dot{x} = A_3x + B_3u$

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -12 & -0.1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -48 & -0.1 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

그림 3은  $x_1$ 에 대한 소속 함수를 나타낸다. 제안된 퍼지 제어기의 제어 규칙은 다음과 같다.

Controller Rules:

Rule 1: IF  $x_1$  is about 0, THEN  $u = -K_1x + r$

Rule 2: IF  $x_1$  is about  $\pm 2$ , THEN  $u = -K_2x + r$

Rule 3: IF  $x_1$  is about  $\pm 4$ , THEN  $u = -K_3x + r$

각각의 선형 모델에 대해 원하는 극점의 위치를 -2와 -2로 설정하면 제어 이득은 다음과 같이 얻어진다.

$$K_1 = [4 \ 3.9], K_2 = [-8 \ 3.9], K_3 = [4 \ 3.9]$$

또한, 제어기의 다른 매개 변수들은  $K=10, \lambda=5, g^U=g_L=1, f^U=12+|x_1|^3$ 으로 두었다. 모의 실험 결과는 그림 4에 보인다. 그림 4 (a)는 상태 변수  $x_1(t)$ 와 추종하고자 하는 궤적  $y_m(t)=\sin(t)$ 를 보이며 그림 4 (b)는 상태 변수  $x_2(t)$ 와 추종하고자 하는 궤적  $\dot{y}_m=\cos(t)$ 를 보인다. 그림 5는 제어 대상 시스템의 상태 공간 궤적을 보이고 있다.

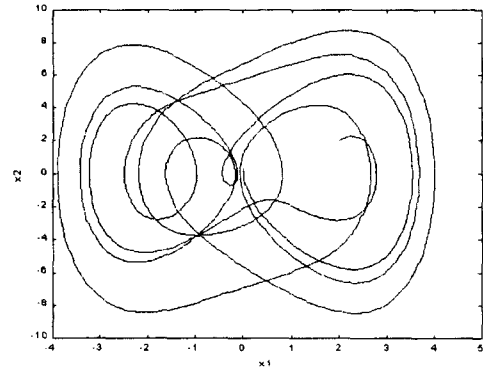


그림 2  $u(t)=0, x(0)=[2 \ 2]^T$ 인 조건하에 위상 공간 내에서 Duffing 시스템의 궤적

Fig. 2 Trajectory of the chaotic Duffing system in the phase plane, with  $u(t)=0, x(0)=[2 \ 2]^T$

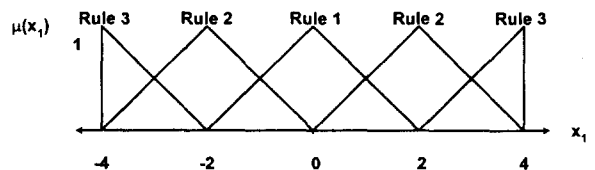
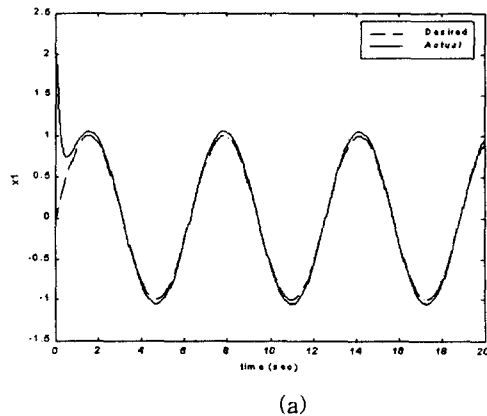
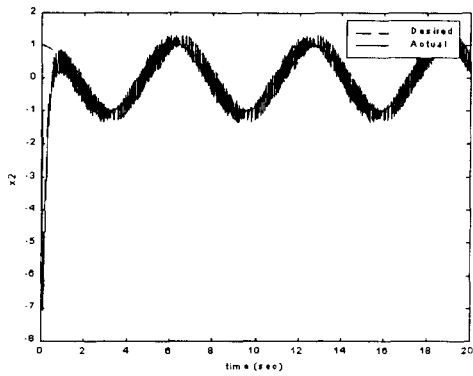


그림 3 상태  $x_1$ 의 소속 함수

Fig. 3 Membership functions of state  $x_1$



(a)



(b)

그림 4 페루프 시스템 궤적 (a)  $x_1(t)$  (b)  $x_2(t)$

Fig. 4 Closed-loop controlled system trajectories of (a)  $x_1(t)$  and (b)  $x_2(t)$

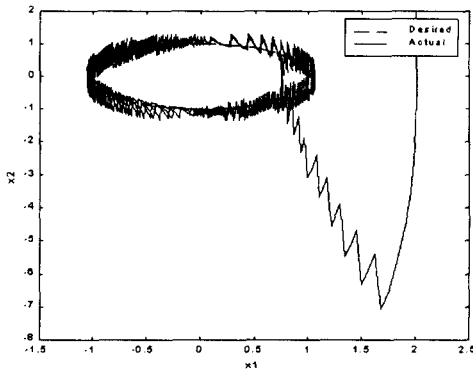


그림 5 혼돈 Duffing 시스템에 대한 제안된 퍼지 제어기를 사용한 페루프 시스템 궤적

Fig. 5 Closed-loop controlled system trajectory using the proposed fuzzy controller for the chaotic Duffing system

제안된 방법의 강인성을 보이기 위해 시스템 (21)에 임의의 외란이 가해지는 경우를 상정한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos(t) + w(t) + u(t) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $w(t)$ 는 시스템에 가해지는 외란이며 그림 6에 이를 도시하였다. 그림 7은 외란이 가해지는 경우 Duffing forced oscillation 시스템의 응답을 보인 것이다. 그림 7은 혼돈 시스템이라 보기는 어려우나 외란이 가해진 비선형 시스템으로 간주할 수 있다. 본 논문의 주된 목적은 제안된 방법을 이용한 비선형 시스템의 제어에 있으므로 외란이 가해진 시스템 (22)가 정확히 혼돈 시스템의 정의에 맞는 시스템인지 판별하지 않는다. 그림 8 (a)는 상태 변수  $x_1(t)$ 와 추종하고자 하는 궤적  $y_m(t) = \sin(t)$ 를 보이며 그림 8 (b)는 상태 변수  $x_2(t)$ 와 추종하고자 하는 궤적  $y_m = \cos(t)$ 를 보인다. 그림 9는 제어 대상 시스템의 상태 공간 궤적을 보이고 있다. 실험 결과에서 알 수 있듯이 제안된 방법은 상당한 외

란에도 불구하고 대상 시스템의 추종 제어를 강인하게 수행함을 알 수 있다.

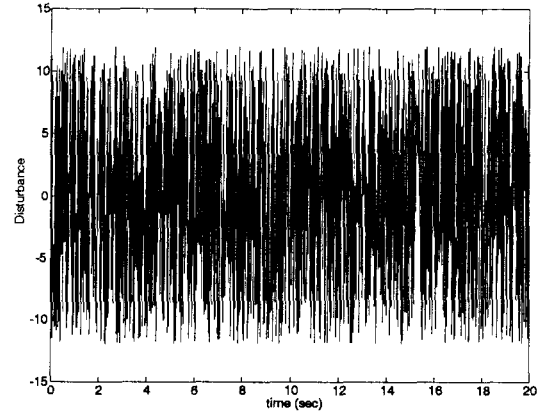


그림 6 외란의 형태

Fig. 6 Disturbance profiles

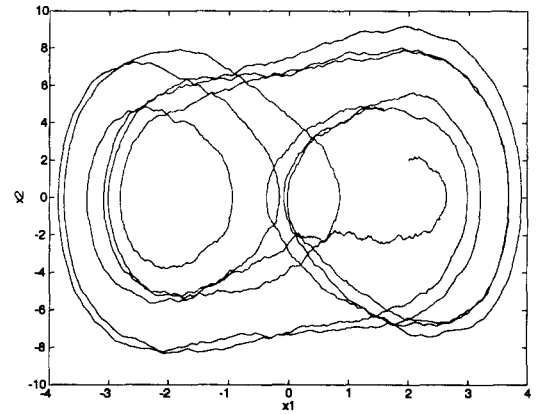


그림 7  $u(t)=0$ ,  $x(0)=[2 \ 2]^T$ 인 조건하에 위상 공간 내에서 외란이 가해진 Duffing 시스템의 궤적

Fig. 7 Trajectory of the chaotic Duffing system with disturbance in the phase plane, with  $u(t)=0$ ,  $x(0)=[2 \ 2]^T$



(a)

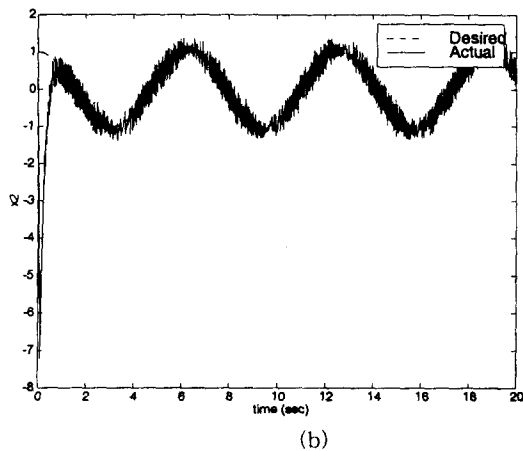


그림 8 페루프 시스템 궤적 (a)  $x_1(t)$  (b)  $x_2(t)$

Fig. 8 Closed-loop controlled system trajectories of (a)  $x_1(t)$  and (b)  $x_2(t)$

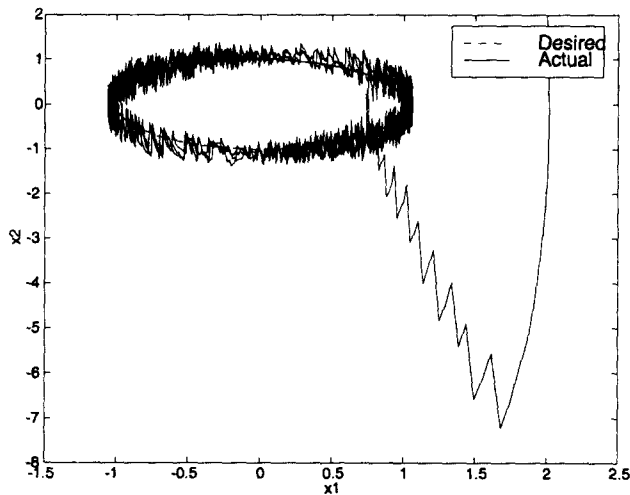


그림 9 외란이 가해진 혼돈 Duffing 시스템에 대한 제안된 퍼지 제어를 사용한 페루프 시스템 궤적

Fig. 9 Closed-loop controlled system trajectory using the proposed fuzzy controller for the chaotic Duffing system with disturbance

### 5. 결 론

본 논문에서는 컴패니언 형태로 표현되는 불확실한 SISO 비선형 시스템에 대한 강인한 퍼지 모델 기반 제어를 제안하였다. 이를 위해 제안한 제어기 설계 절차는 두 가지 부분으로 이루어진다. 첫 번째 부분에서 각 선형 상태 모델의 지역적인 보상기가 설계되며 두 번째 단계에서 슬라이딩 모드 제어 이론을 사용하여 관리 입력을 구성한다. 즉, 본 논문에서 제안한 퍼지 제어기는 퍼지 모델 기반 제어기와 슬라이딩 모드 제어기의 융합을 통하여 이루어지며 이는 퍼지 논리 제어의 유연성과 슬라이딩 모드 제어의 강인성과 같은 장점을 동시에 가지고 있음을 증명하였다. 제안된 방법의 장점은 요약하면 다음과 같다. (1) 공통 양한정 행렬을 구하지 않고 안

정성을 보장한다 (2) 제어기의 안정성은 원 비선형 시스템에 대해 보장된다. (3) 원하는 상태의 추종이 쉽게 가능하다. 제안된 방법은 컴패니언 형태로 표현된 비선형 방정식을 갖는 시스템에 대해 상기의 장점을 보유함을 혼돈 Duffing forced oscillation 시스템 대한 실험을 통해 보였다.

### 참 고 문 헌

- [1] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control", IEEE Trans. Sys., Man, and Cybernetics, Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116-132, 1985.
- [2] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues", IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 4, No. 1, pp. 14-23, 1996.
- [3] S. G. Cao, N. W. Rees and G. Feng, "Analysis and Design for a Class of Complex Control Systems Part II: Fuzzy Controller Design", Automatica, Vol. 33, No. 6, pp. 1029-1039, 1997.
- [4] K. Tanaka and T. Kosaki, "Design of a Stable Fuzzy Controller for an Articulated Vehicle", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, Vol. 27, No. 3, pp. 552-558, 1997.
- [5] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Fuzzy Control System Design via LMIs", ACC '97, Proceedings of the American Control Conference, Albuquerque, New Mexico, pp. 2861-2873, 1997.
- [6] X. J. Ma, Z. Q. Sun, and Y. Y. He, "Analysis and Design of Fuzzy Controller and Fuzzy Observer," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 1, pp. 41-51, 1998.
- [7] Y. C. Hsu and G. Chen, "Fuzzy Dynamical Modeling Techniques for Nonlinear Control Systems and Their Applications to Multiple-Input and Multiple Output (MIMO) System", 1998 (to be published).
- [8] J. C. Wu and T. S. Liu, "A Sliding-Mode Approach to Fuzzy Control Design", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 4, No. 2, pp. 141-151, 1996.
- [9] H. O. Wang, K. Tanaka, and T. Ikeda, "Fuzzy Modeling and Control of Chaotic Systems," in IEEE Symp. Circuits Syst., Atlanta, GA, pp. 209-212, May 1996.
- [10] G. Chen, and X. Dong, "On Feedback Control of Chaotic Continuous-Time Systems", IEEE Transactions on Circuits and Systems-1: Fundamental Theory and Applications, Vol. 40, No. 9, pp. 591-601, 1993.
- [11] J. J. E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1991.

저 자 소 개



주 영 훈 (周 永 焄)

1958년 6월 26일생. 1982년 연세대 공대 전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1986~1995년 8월 삼성전자(주) 자동화연구소(선임 연구원). 1998년 2

월~1999년 1월 휴스턴대학 교환교수, 1995년 9월~현재 군산대 공대 전기전자제어공학과 조교수. 관심분야 : 퍼지 및 지능 제어, 지능형 디지털 재설계 등

Tel : 063-469-4706, Fax : 063-466-2086

E-mail : yhjoo@ks.kunsan.ac.kr



박 진 배 (朴 珍 培)

1954년 8월 7일생. 1977년 연세대 공대 전기공학과 졸업. 1990년 Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터 공학과 졸업 (공학박). 1990~1991년 Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터 공학과

조교수. 현재 연세대 공대 전기공학과 부교수

Tel : 02-361-2773, Fax : 02-362-4539

E-mail : jbpark@control.yonsei.ac.kr



장 목 (張 旭)

1971년 11월 4일생. 1994년 연세대 공대 전기공학과 졸업. 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1996년 3월~현재 연세대 공대 전기공학과 박사과정 관심분야 : 지능 제어, 유전 알고리즘

Tel : 02-361-2773, Fax : 02-362-4539

E-mail : pegasus@control.yonsei.ac.kr