

# 자기시스템의 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도와 자하 전자력 밀도의 비교

論 文  
49B - 4 - 2

## Comparison of Korteweg-Helmholtz Electromagnetic Force Density and Magnetic Charge Force Density in Magnetic Systems

李世熙\* · 崔名俊\*\* · 朴日韓\*\*\*  
(Se-Hee Lee · Myung-Jun Choi · Il-Han Park)

**Abstract** - In magnetic systems, distribution of electromagnetic force density causes mechanical deformation, which results in noise and vibration. In this paper, Korteweg-Helmholtz's energy method and equivalent magnetic charge method are employed for comparison of their resulting distributions of force density. The force density from the Korteweg-Helmholtz's method is expressed with two Maxwell stresses on the inside and the outside of magnetic material respectively. The other is calculated using the magnetic Coulomb's law. In the numerical model of an electromagnet, their numerical results are compared. The distributions by the two methods are almost the same. And their total forces are also shown to be the same to the one calculated from the conventional Maxwell stress tensor. But the magnetic charge method is easier and more efficient in numerical calculation.

**Key Words** : Electromagnetic Force Density, Maxwell Stress Tensor, Korteweg-Helmholtz Force Density, Magnetic Charge Method, Finite Element Method

### 1. 서 론

국내의 전기기기 산업은 최근 생산 기술 위주에서 설계 기술의 확보를 통한 고부가 가치화 및 고정밀, 고신뢰성 기기의 개발로 발전하고 있다. 따라서 전기기기 자기시스템의 해석 및 설계시 전기적인 문제에 대한 관심 뿐만 아니라 진동, 소음, 구조 변형등의 기계적 문제 해결이 요구되고 있다. 이런 문제의 해결을 위해 기계분야의 연구자들도 가진력으로 작용하는 전자기력에 대한 관심이 증대하고 있으나 이는 근본적으로 전자기현상에 기인하고 있기 때문에 쉽게 접근하지 못하고 있는 실정이며, 간략화된 방법이나 임의로 가정된 가진력을 이용하고 있다. 기존의 전기기기 설계에서 전자력의 계산은 자기회로법을 사용할 경우 가정된 자기회로에서의 자속을 얻은 후, 이를 자극에서의 자기에너지 밀도로 환산하여 가동부분이 받는 전체의 전자기력을 계산한다. 또한 자기회로법과 같은 집중정수 회로법이 아닌 유한요소법 등의 분포 정수 회로법을 사용할 경우에는 가동부분이 받는 전체 전자기력은 에너지 보존법칙에 의한 가상변위의 원리 및 맥스웰응력을 사용하여 비교적 만족스러운 결과를 보

고 있다[1]. 하지만 기기구조의 변형 및 진동소음을 유발하는 가진력인 전자력을 계산하기 위해서는 가동부가 받는 전체 힘이 아닌 기기의 각부분의 체적 또는 표면이 받는 전자력 밀도 분포의 정확한 계산이 요구된다. 그러나 현재까지 전자력 밀도 계산에 대한 다양한 방법이 제기되어 왔으나 각기 결과가 상이할 뿐 아니라 서로의 관계가 설명되지 못하는 등 아직 체계가 확립되지 않고 있는 실정이다.

본 논문에서는 전자력 밀도 해석에 대한 기초연구로서 이론적 일반성을 갖고 있는 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도식[2~6]과 자하에 의한 전자력 밀도식[7]을 고찰하였고 서로를 비교하였다. 그리고 정량적으로 비교하기 위하여 전자력 해석모델에 대하여 우선 유한요소법으로 계를 해석한 후, Korteweg-Helmholtz의 전자력 밀도 계산방법과 자하에 의한 방법을 이용하여 자성체 각부에서 발생하는 전자력 밀도를 계산하였다. 전자력 밀도를 구한 후 모두 더해서 얻은 전체힘을 기존의 맥스웰응력법을 이용하여 계산된 전체 힘과 비교하여 타당성을 검증하였다.

### 2. 전자력 밀도의 해석 이론

#### 2.1 맥스웰응력법

맥스웰응력법은 대상체의 전체힘을 구하는 방법 중 가상 변위법과 함께 가장 널리 사용되는 방법의 하나이다. 일반적으로 응력텐서 T에 의한 힘은 다음과 같다[6].

$$\vec{F} = \int_V \nabla \cdot T dV = \oint_S T \cdot \hat{n} dS \quad (1)$$

\* 正 會 員 : 成均館大 電氣電子 및 컴퓨터工學部 博士課程

\*\* 正 會 員 : 成均館大 電氣電子 및 컴퓨터工學部 博士課程

\*\*\* 正 會 員 : 成均館大 電氣電子 및 컴퓨터工學部 副教授 · 工博

接受日字 : 1999年 9月 9日

最終完了 : 2000年 3月 21日

여기서  $\vec{F}$ 는 대상체에 작용하는 전체힘,  $V$ 는 대상체의 체적,  $S$ 는 대상체의 표면,  $\hat{n}$ 은 표면에서의 법선의향성분이다. 즉, 힘은 대상체를 둘러싸는 폐곡면을 형성하여 폐곡면 각부에서 발생된 텐서를 법선방향으로 투사시켜 이를 모두 더해서 구해진다. 이때 자계에서 응력텐서는 다음과 같이 표현된다.

$$T = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}|^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_y B_x & B_y^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}|^2 & B_y B_z \\ B_z B_x & B_z B_y & B_z^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}|^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서  $\mu_0$ 는 진공의 투자율,  $B_x, B_y, B_z$ 는 x, y, z 성분의 자속밀도이다. 이 방법은 식(2)의 응력텐서  $T$ 를 대상체를 둘러싸는 폐곡면을 그림 1에서 처럼 적분하여 전체힘을 구한다.

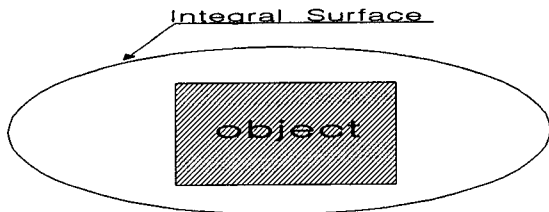


그림 1 맥스웰응력법의 폐적분면  
Fig. 1 Closed surface integral path of Maxwell stress

식(2)의 텐서 표현식으로부터 2차원 구조에서 최종적인 맥스웰응력법의 전자력 밀도식은 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{F} = \frac{1}{\mu_0} \left[ \left\{ \left( B_x^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}|^2 \right) l_x + (B_x B_y) l_y \right\} \hat{x} + \left\{ (B_x B_y) l_x + \left( B_y^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}|^2 \right) l_y \right\} \hat{y} \right] \quad (3)$$

여기서  $l_x$ 와  $l_y$ 는 각각 x, y 방향으로의 방향여현이며  $\hat{x}, \hat{y}$ 는 각각 x, y 방향의 단위벡터이다. 맥스웰응력법은 기본적으로 폐곡면에 둘러싸인 대상체의 전체힘을 계산하는 방법이나 2.2절과 2.3절에서 계산되는 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도와 자하에 의한 전자력 밀도와의 비교를 위하여 적분경로를 대상체와 가장 인접한 표면을 취하여 전자력 밀도를 계산하였다. 맥스웰응력에 의한 전자력 계산 방법은 적분경로의 선택에 따라 값이 비교적 크게 변하며 전자력 밀도를 정의하기 위해 적분경로로 취한 대상체와 가장 인접한 표면은 유한요소해석시 비교적 큰 오차를 포함하는 곳이며 공기중에서 구해진 전체 전자력을 이산화하여 자성체 각부의 전자력 밀도로 고려하기에는 어려움이 있다.

## 2.2 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도

일반적인 전자력 밀도식의 도출을 위하여 Korteweg-Helmholtz 접근법은 연속체 시스템에서 매질특성을 이용하여 에너지밀도를 구한 뒤 에너지 보존법칙으로부터 힘의 밀도를 유도한다. 모든 매질은 일정한 운동을 하는 분자들로 구성되어 있으나 대부분의 공학적인 문제에서 응용할 때는 분자들의 평균적이거나 거시적인 영향에만 관심을 가지게 된다. 즉, 일반적으로 공학에서 인식하고 측정할 수 있는 것들은 이 거시적인 영향들이다. 따라서 매질을 무한히 작게 나누어질 수 있는 물질, 즉 연속체로 취급하며, 개개 분자들의 거동에 대해서는 관심을 갖지 않는다. 연속체라는 가정의 결과 때문에 매질의 각 물리적 성질은 공간상의 모든 점에서 정하여진 값을 갖는다. 이 절에서는 대상을 연속체 시스템으로 가정하고 에너지 원리를 이용하여 힘의 밀도를 표현하는 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도를 도출한다. 자계에서 자속밀도와 자계의 세기  $\vec{B}, \vec{H}$ 는 매질특성을 표현하는  $\alpha_i$ 에 의해 다음과 같이 상태함수로 표현된다.

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \vec{H}(\alpha_1, \dots, \alpha_n, \vec{B}) \\ \vec{B} &= \vec{B}(\alpha_1, \dots, \alpha_n, \vec{H}) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 매질은 비균질연속체로서 주어진 시간에 대하여  $\alpha_i$ 는 위치의 함수이고 전기적 특성은 매질에 부착되어 있으며 물질의 이동에 따라서 같이 움직인다. 이때 시스템의 총 자기에너지  $w$ 는 자기에너지밀도  $W$ 의 적분으로 구해진다.

$$w = \int_V W dV \quad (5)$$

여기서  $V$ 는 매질을 포함하는 특정한 영역이며

$$W = \int_0^{\vec{B}} \vec{H}(\alpha_1, \dots, \alpha_n, \vec{B}) \delta \vec{B} \text{이다.}$$

여기서 에너지 밀도에 관한 미소변화량을 구한 뒤, 매질의 미소변위에 대한 전기적 에너지와 그에 따른 기계적인 일의 관계를 시스템의 총 에너지의 합은 0라는 에너지 보존법칙을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\int_V [\delta W + \vec{F} \cdot \delta \vec{\xi}] dV = 0 \quad (6)$$

여기서  $\delta \vec{\xi}$ 는 미소변위를 나타내는 독립변수이다. 결국 항등관계를 이용하여 최종적으로 다음과 같은 일반적인 전자력 밀도식을 얻는다[5].

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{j} \times \vec{B} - \sum_i \alpha_i \nabla \frac{\partial W}{\partial \alpha_i} \\ &= \vec{j} \times \vec{B} + \sum_i \frac{\partial W}{\partial \alpha_i} \nabla \alpha_i - \nabla \sum_i \left( \alpha_i \frac{\partial W}{\partial \alpha_i} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $\vec{j}$ 는 전류밀도이다. 식(7)에서 첫째항은 자계내에 자유전류가 흐를 때 받는 힘으로 Lorentz의 전자기력을 나타내며, 둘째항은 매질특성의 gradient가 힘으로 나타난 것이며, 셋째항은 스칼라 압력항의 gradient가 힘으로 작용하고 있음을 나타낸다. 위 식은 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도의 일반적인 전자력 밀도 표현식이며 매질의 특성에 따라 각기 다르게 표현된다.

비압축성 매질에서 스칼라 압력의 gradient 값 차이가 있는 항은 "left-over" 변수로서 실제적인 변형에 기여를 하지 못하는 것을 나타내므로 식(7)에서 압력의 gradient를 표현하는 마지막 항이 소거되어 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} + \sum_i \frac{\partial W}{\partial \alpha_i} \nabla \alpha_i \quad (8)$$

자기시스템의 선형성을 가정하면 매질특성  $\alpha_1 = \chi_m$  과 같이 취할 수 있으며 에너지 밀도는 다음과 같다.

$$W = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0(1 + \chi_m)} \quad (9)$$

여기서  $\chi_m$  은 자성체의 자화율이다. 식(9)의 매질특성에 대한 미분과  $\nabla \chi_m = \nabla(1 + \chi_m)$  을 이용하여 식(7)을 비압축성과 전기적 선형성 매질에 대한 전자력 밀도식으로 표현하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu \quad (10)$$

여기서  $\mu$  는 자기투자율이다. 식(10)에서 둘째항은 식(7)과 식(8)의 둘째항에서 표현된 매질특성의 gradient로서 전류원이 없는 대상체에서 주된 힘의 근원으로 작용하게 되며 이 힘은 자기투자율의 변화에 기인하는 힘으로 비균질 매질이 자계내에 있을 때 발생한다. 본 논문에서는 전기적 선형성 매질에 대하여 다루기 때문에 자기투자율의 gradient 항은 동일한 매질내에서 0가 되어 전자기력 또한 0가 된다. 따라서 급격하게 자기투자율이 변하는 곳, 즉 공기와 자성체가 접하는 곳인 자성체 표면에서 전자기력은 집중적으로 발생하게 된다. 이를 그림 2에 도시하였다.

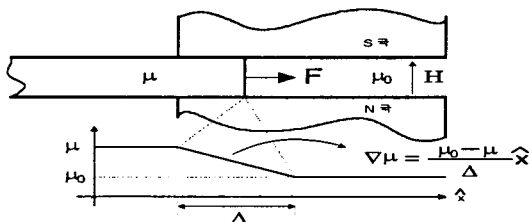


그림 2  $\nabla \mu$ 에 의한 전자력 밀도의 발생  
Fig. 2 Magnetic force density made by  $\nabla \mu$

여기서 인접한 두 자극 사이의 공간에 놓여있는 투자율  $\mu$  인 자성체는 결국 공기와의 접면에서 분포하는 힘을 받아 x 방향으로 미끄러져 간다. 이러한 현상을 표현하기 위하여 공기와 자성체의 경계면을 확대하여 이 부분에서 투자율의 연속적 변화를 나타내었다.

또한 전기적 선형성과 질량밀도에 의존하는 자화를 고려한 매질에서는 질량밀도  $\rho$  에 의존하는 자화를 고려하기 위한 관계  $\chi_m = \chi_m(\rho)$  를 이용하여 에너지밀도를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$W = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0(1 + \chi_m(\rho))} \quad (11)$$

매질특성은 질량밀도로 표현되므로  $\alpha_1 = \rho$  와 같으며 에너지밀도의 매질특성에 의한 미분을 구하여 식(7)에 대입 정리하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} - \frac{1}{2} H^2 \nabla \mu + \nabla \left( \frac{1}{2} \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} H^2 \right) \quad (12)$$

식(12)에서 셋째항은 식(7)의 셋째항에서 고려된 스칼라 압력의 gradient 항이다. 셋째항은 자왜(magnetostriction) 현상을 고려한 것으로 비압축성 매질에서는 외부의 변형에 기여를 하지 못하지만 내부의 엄밀한 전자력 분포를 위해서는 알아야 한다.

이상에서처럼 매질의 특성에 따라 달리 표현되는 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도식을 수치해석적으로 이용하기 위해 본 논문에서는 매질의 특성을 등방성, 균질성, 비압축성, 그리고 전기적으로 선형성을 지니는 것으로 가정한다.

전기적 선형성에 대해 표현된 식(10)과 식(12)의 Tensor 표현은 각각 다음과 같다[5].

$$T_{mn} = \mu H_m H_n - \frac{1}{2} \mu \delta_{mn} H_k H_k \quad (13)$$

$$T_{mn} = \mu H_m H_n - \frac{1}{2} \delta_{mn} H_k H_k \left( \mu - \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right) \quad (14)$$

여기서  $T_{mn}$ 은 텐서의 성분,  $\delta_{mn}$ 는 Kronecker delta 함수,  $m, n, k = 1, 2, 3$  으로 각각 좌표성분을 표시하며 3차원 직각좌표계에서 x, y, z 성분을 나타낸다. 매질특성은 등방성, 균질성, 비압축성을 가진다고 가정하였으므로 식(14)의 마지막 부분의  $\rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho}$  는 영향을 끼치지 않게 되어 식(13)과 같은 의미를 지니게 된다. 이를 2차원 자기시스템에 도입하게 되면 응력텐서는 단순화되어 다음과 같이 표현된다.

$$T = \begin{pmatrix} B_x H_x - Z & B_x H_y \\ B_y H_x & B_y H_y - Z \end{pmatrix} \quad (15)$$

여기서  $Z = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$ 이다. 식(13)의 응력텐서를 이용하여 힘을 정의하기 위해 관심영역에 대하여 체적적분한 후 발산 정리를 이용하게 되면 결국 이 힘은 표면에 작용하는 표면력으로 바뀌게 되며 이를 그림으로 표시하면 다음과 같다.

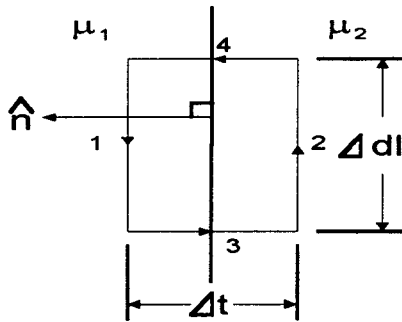


그림 3 매질 경계면의 응력텐서  
Fig. 3 Stress tensor at the boundary between two materials

즉, 그림 3처럼 폐곡면을 정의하고 각 부분에서의 응력텐서를 정의하여 두께  $\Delta t$ 를 극한을 취해 0으로 소거시켜 힘을 계산한다. 따라서 응력텐서 표현식인 식(15)를 이용하여 전자력 밀도를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \frac{1}{\mu_1} \left[ \left( (B_{1x}^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}_1|^2) l_x + (B_{1x} B_{1y}) l_y \right) \hat{x} \right. \\ &\quad \left. + \left( (B_{1x} B_{1y}) l_x + \left( B_{1y}^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}_1|^2 \right) l_y \right) \hat{y} \right] \\ &\quad - \frac{1}{\mu_2} \left[ \left( (B_{2x}^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}_2|^2) l_x + (B_{2x} B_{2y}) l_y \right) \hat{x} \right. \\ &\quad \left. + \left( (B_{2x} B_{2y}) l_x + \left( B_{2y}^2 - \frac{1}{2} |\vec{B}_2|^2 \right) l_y \right) \hat{y} \right] \\ &= \vec{H}_1 (\vec{B}_1 \cdot \hat{n}) - \left( \frac{\vec{B}_1 \cdot \vec{H}_1}{2} \right) \hat{n} \\ &\quad - \left[ \vec{H}_2 (\vec{B}_2 \cdot \hat{n}) - \left( \frac{\vec{B}_2 \cdot \vec{H}_2}{2} \right) \hat{n} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

식(16)에서 알 수 있듯이 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도는 유한요소해석시 대상체의 경계면에 인접한 두 요소 사이에서 발생하는 두 맥스웰응력의 합으로 표현된다. 즉 공기층의 맥스웰응력과 자성체 내에서 발생하는 맥스웰응력이 합해진 식으로 얻어진다. 여기서 자성체 부분의 맥스웰응력은 비투자율이 공기에 비해 상대적으로 매우 크면 영향이 거의 없다. 따라서 식(16)에 의한 결과는  $\mu_r \gg 1$ 인 자성체에

대하여 식(3)의 결과와 거의 동일한 결과를 유추하게 된다. 이는 다음 장에서 수치해석 모델에 적용한 결과로 잘 알 수 있다.

이 방법은 일반적인 전자력 밀도 식으로 얻어지지만 위의 과정에서 알 수 있듯이 수식 전개 과정이 어려우며 대상 매질이 비선형성등을 지니게 되면 전자력 밀도 계산의 수치해석적 적용이 상당히 어려워지게 되는 단점이 있다.

### 2.3 자하에 의한 전자력 밀도

자하에 의한 전자력 밀도는 자기시스템 내에 있는 자성체의 자화를 등가 자하량으로 환산한 후, 이를 외부 자계와의 곱을 취하여 단위 체적당, 또는 단위 면적당 전자력 밀도를 산출한다. 이는 자기쿨롱의 법칙으로 다음과 같이 표현된다[5].

$$\vec{F} = \sigma_m \vec{H}_{ext} \quad (17)$$

여기서  $\sigma_m$ 은 자극밀도이며 자성체의 자화가  $\vec{M}$ 인 경우 체적자하밀도는  $-\nabla \cdot (\mu_0 \vec{M})$ 이며 불연속면에 대하여 표면자하밀도는  $(\mu_0 \vec{M}) \cdot \hat{n}$ 이다.  $\vec{H}_{ext}$ 는 자하에 인가된 외부자계의 세기이다. 선형매질에 대하여 체적자하밀도는 0가 되어 자성체 내부에는 자하가 존재하지 않으며 표면자하밀도인  $(\mu_0 \vec{M}) \cdot \hat{n}$ 만이 경계표면에 존재한다. 따라서 자하법에 의한 전자력은 공기와 접해 있는 표면에만 분포하게 된다. 식(17)에서 외부자계를 구하기 위해서 유한요소법을 이용한 경우 일단 유한요소법에 의해서 해석된 요소내의 자계의 세기는 등가 자하에 의해 발생한 자계와 외부에서 발생한 자계가 합쳐져서 생성된 것이므로 순수한 외부자계만 뽑아낼 필요가 있게 된다. 왜냐하면 자신이 발생한 자계는 자기에게 영향을 미치지 않기 때문이다. 따라서 공기와 자성체 경계에서의 인접한 요소내에서 유한요소 해석 결과로 얻어진 자계의 세기가 각각  $\vec{H}_1^e$ 와  $\vec{H}_2^e$ 라면 요소내의 자계의 세기는 등가 자하 자체에서 발생하는 자계  $\vec{H}_{1self}$ ,  $\vec{H}_{2self}$ 와 외부의 자계가 서로 합쳐져서 결과적으로 요소내의 자계의 세기를 형성하게 된다. 이를 식으로 표현하면 다음 식과 같고 그림 4에 나타내었다.

$$\vec{H}_1^e = \vec{H}_{1self} + \vec{H}_{ext} \quad (18)$$

$$\vec{H}_2^e = \vec{H}_{2self} + \vec{H}_{ext} \quad (19)$$

그림 4에서처럼 식(18)과 식(19)에서 등가 자하 자체에 의한 자계의 세기는 서로 크기가 같고 방향이 정반대이므로 본문에서는 계산의 편의상 두 요소내 자계값의 평균을 취하여 자기 자신에 의한 자계의 영향을 소거하고 순수한 외부자계만 구하였다.

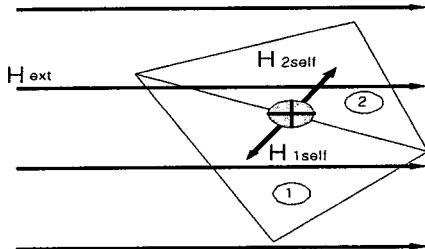


그림 4 유한요소표면의 한 점에서의 자하와 자하에 작용하는 외부 자계

Fig. 4 Magnetic charge and external applied magnetic field at the interface of two elements

따라서 선형 자기시스템에서 자하에 의한 전자력 밀도 최종 식은 다음과 같다.

$$\vec{F} = (\mu_0 \vec{M} \cdot \hat{n}) \vec{H}_{ext} \quad (20)$$

식(20)에서 알 수 있듯이 맥스웰응력에 의한 표현식 (3)과 Korteweg-Helmholtz 전자력밀도 식인 식(16)과 비교하여 자하에 의한 전자력 밀도는 수치전계가 용이하고 이해하기 쉬워 유한요소 해석시 프로그램 구현이 비교적 단순하게 되는 장점을 지니므로 이론적, 수치해석적 관점에서 효율적인 방법임을 알 수 있다.

### 3. 수치해석 적용 사례

#### 3.1 전자석 해석 모델과 포텐셜 분포

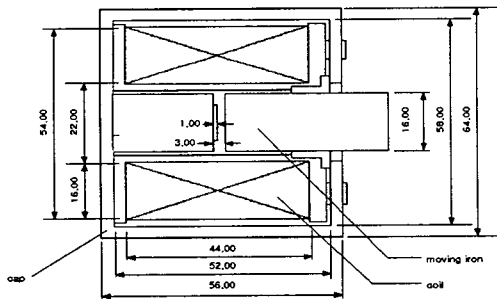


그림 5 전자석 해석 모델  
Fig. 5 Electromagnet model(unit:mm)

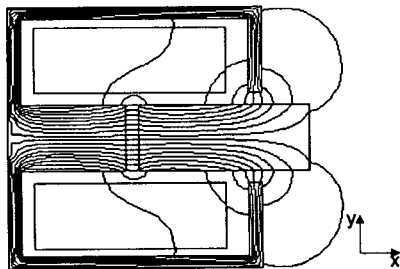


그림 6 자속분포  
Fig. 6 Flux distribution

그림 5와 같은 전자석 해석 모델에 대하여 유한요소법을 이용하여 계를 해석한 후, 각 방법에 의한 전자력 밀도 분포를 계산하였다. 요소수는 9926개, 절점수는 4982개이며 자성체의 비투자율은 1000, 그리고 코일의 전류밀도는  $\pm 0.5 \times 10^6 [A/m^2]$  이다. 자속밀도가 큰 공극 부분에서는 오차를 줄이기 위하여 집중적으로 요소를 발생시켰다. 그림 6은 유한요소법으로 해석한 포텐셜 분포도이다.

#### 3.2 각 방법에 의한 전자력 밀도 분포와 고찰

각 방법에 의한 전자력 밀도분포를 그림 7-9에 나타내었다. 전자력은 가동부에 대하여 계산되었으며 발생된 실선은 전자력의 분포가 벡터적으로 표시되어 진 것이다. 전자력 밀도는 자속이 집중하는 부분에서 큰 값이 분포하며 거의 동일한 분포를 나타내었다.

Korteweg-Helmholtz 전자력밀도는 공기와 경계에서 발생하는 두 응력인 공기중의 맥스웰응력과 자성체에서의 맥스웰응력이 합해져서 최종적으로 응력값을 나타내게 되는데 공기 부분의 맥스웰응력은 자성체 부분의 맥스웰응력보다  $\mu_r (>>1)$ 배 크기 때문에 주된 응력값은 공기부분의 값이 크게 나타나 결국 맥스웰응력법에 의한 결과와 Korteweg-Helmholtz 전자력밀도 법에 의한 결과는 거의 흡사하게 된다. 마찬가지로 자성체를 등가자하량으로 고려한 자하법은 위의 두 방법에 의한 전자력 밀도 분포와 거의 같은 패턴을 보인다.

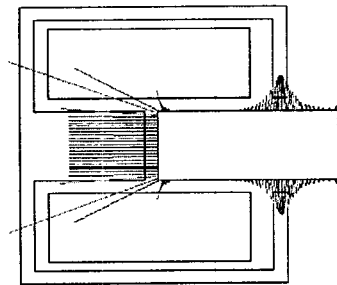


그림 7 맥스웰응력법에 의한 전자력 밀도 분포  
Fig. 7 Distribution of force density using Maxwell stress tensor

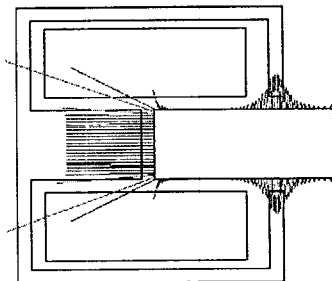


그림 8 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도 분포  
Fig. 8 Distribution of Korteweg-Helmholtz force density

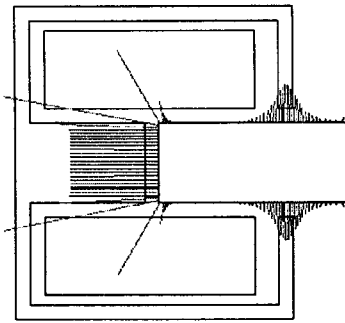


그림 9 자하에 의한 전자력 밀도 분포  
 Fig. 9 Distribution of Magnetic charge force density

계산된 전자력 밀도 해의 타당성을 고려하기 위해 전자력 밀도를 모두 더해 얻은 전체 전자력 밀도를 서로 비교하여 표 1에 나타내었다. 일반적으로 전체 전자력 계산법 중에서 유한요소 해석을 이용할 경우 충분한 절점의 개수가 생성되면 어느 정도 해의 유효성이 보장되는 가상변위법을 기준으로 하여 전체전자력의 오차를 계산하였다. 가동부의 y방향으로의 힘은 수치해석 결과에서처럼 거의 0이며 x방향의 힘이 가동부에 미치는 주된 힘임을 알 수 있다. 표 1에서 알 수 있듯이 가상변위법에 대하여 맥스웰용력과 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도에 의한 방법은 3% 정도의 오차를 보였으며 자하에 의한 방법은 0.5% 정도의 오차를 나타내었다.

표 1 전체전자력 결과의 비교  
 Table 1 Comparison of total magnetic forces

방 법	$F_x$ [N]	$F_y$ [N]	$F_x$ 의 오차(%)
가상변위법	-42.123	-8.411E-3	
맥스웰용력법	-43.394	-2.260E-2	3.017
Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도	-43.394	-2.259E-2	3.017
자하에 의한 전자력 밀도	-42.350	-1.593E-2	0.538

4. 결 론

본 논문에서는 자계내의 자성체에서 발생하는 전자력 밀도를 Korteweg-Helmholtz의 일반적인 전자력 밀도와 자하에 작용하는 전자력 밀도식을 도출하였다. 이를 전자석 모델에 적용하여 두 방법에 의한 전자력 밀도 분포를 맥스웰용력에 의한 것과 서로 비교하고 전자력 밀도 계산결과와 타당성을 검증하기 위하여 밀도식의 적분인 전체힘을 기존의 가상변위법에 의한 것과 비교하였다. 수치해석방법으로 유한요소법을 이용하였으며 대상모델을 해석하고, 구해진 자계의 정보를 이용하여 이산화된 유한요소면 각부에서 전자력밀도 계산이 수행되었다. 대상 모델은 선형성을 가정하였

으며 Korteweg-Helmholtz 전자력 밀도의 경우 자성체 외부 매질인 공기에 대해서 내부의 비투자율이 훨씬 크기 때문에 전자력은 자성체 표면에 집중하여 발생되었으며 이러한 현상은 맥스웰용력이 대상체를 감싸는 표면의 공기 중에서 계산된다는 점에서 거의 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 또한 자성체를 동일한 자계를 형성하는 등가자하의 분포로 생각하여 이 자하들이 자성체 각부에서 외부의 자계에 의해 받는 힘을 고려한 자하에 의한 전자력 밀도 계산법과 Korteweg-Helmholtz 방법에 의한 전자력밀도는 확연히 틀린 접근방법과 수학적인 표현식을 가지지만 서로 거의 동일한 결과가 얻어짐을 알 수 있었다. 한편 자하에 의해 유도된 식은 Korteweg-Helmholtz 방법에 비해 훨씬 간단한 이론으로 설명이 되며 수치해석적 결과 또한 만족스러운 결과를 보이고 있으며, 이론적으로 접근이 쉬워 수치해석적용이 용이하며 이는 특히 비선형 자성체에 적용시 큰 장점이 될 수 있기 때문에 보다 효율적인 전자력밀도 계산법으로 판단된다. 따라서 매질에 동일한 변형을 유발하는 근원적인 힘의 분포로 고려해 볼 때 자하에 의한 전자력 밀도 계산은 유한요소법을 이용한 선형자기 시스템의 전자력밀도 수치해석에 유용한 방법으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 1996년도 한국학술진흥재단의 신진교수 과제 연구비 지원에 의하여 이루어진 연구로서, 관계 부처에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- [1] K.Reichert, H.Freundl, W.Vogt, "The calculation of force and torque within numerical magnetic field calculation method," Proceedings on COMPUMAG, pp. 64-74, 1976.
- [2] J.L.Coulomb, "A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness," IEEE Transactions on Magnetics, vol. Mag-19, No. 6, pp. 2514-2519, November, 1983
- [3] G.Reyne, J.C.Sabonnadiere, J.L.Coulomb, .Brissonneau, "A survey of the main aspects of magnetic forces and mechanical behaviour of ferromagnetic materials under magnetisation," IEEE Transactions on Magnetics, vol. Mag-23, No. 5, pp. 3765-3767, September 1987
- [4] G.Reyne, G.Meunier, J.F.Imhoff, E.Euxibie, "Magnetic forces and mechanical behaviour of ferromagnetic materials. Presentation and results on the theoretical, experimental and numerical approaches," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, No. 1, pp. 234-237, January 1988
- [5] J.R.Melcher, Continuum Electromechanics, M.I.T Press, pp. 3.1-3.26, 1981

- [6] H.H.Woodson & J.R.Melcher, Electromechanical Dynamics Part II : Fields, Forces, and Motion, John Wiley & Sons, pp. 418-466, 1968
- [7] W.Muller, "Comparison of different methods of force calculation," IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, No. 2, pp.1058-1061, March, 1990

## 저 자 소 개



이 세 희 (李世熙)

1971년 8월 3일 생. 1996년 숭실대 전기공학과 졸업. 1998년 동 대학원 전기공학과 (석사) 1999년~현재 성균관대 전기전자 및 컴퓨터공학부 박사과정

Tel : 0331-290-7177

E-mail: lshhis@ece.skku.ac.kr



최 명 준 (崔名俊)

1969년 11월 28일 생. 1995년 숭실대 전기공학과 졸업. 1997년 동 대학원 전기공학과 (석사) 1997년~현재 성균관대 전기전자 및 컴퓨터공학부 박사과정

Tel : 0331-290-7177

E-mail: result98@ece.skku.ac.kr



박 일 한 (朴日韓)

1960년 5월 7일 생. 1984년 서울대 전기공학과 졸업. 1986년 동 대학원 전기공학과 (석사) 1990년 동 대학원 박사졸업(공학). 1990. 8.~1991. 12 서울대 공학연구소 연구원. 1991.7~1992. 8 프랑스 Grenoble

공대(INPG, ENSIEG), Post-doc. 1992. 10~1993. 8 기초전력 공학공동 연구소 선임연구원. 1993. 9~1998. 2 숭실대 전기공학과 조/부교수. 1998. 3~현재 성균관대 전기전자 및 컴퓨터공학부 부교수

Tel : 0331-290-7146, Fax : 0331-290-7179

E-mail: ihpark@yurim.skku.ac.kr