

확률유한요소법을 이용한 설계변수의 불확실성을 고려한 전기기기의 형상최적설계

論 文
49B-4-1

Shape Optimization of Electric Machine Considering Uncertainty of Design Variable by Stochastic Finite Element Method

許 眞* · 洪正杓**
(Jin Hur · Jung-Pyo Hong)

Abstract - This paper presents the shape optimization considering the uncertainty of design variable to find robust optimal solution that has insensitive performance to its change of design variable. Stochastic finite element method (SFEM) is used to treat input data as stochastic variables. It is method that the potential values are series form for the expectation and small variation. Using correlation function of their variables, the statistics of output obtained from the input data distributed. From this, design considering uncertainty of design variables.

Key Words : Robust, Tolerance, Uncertainty, Shape Optimization, Stochastic Finite element

1. 서 론

최적설계는 공학적인 문제의 설계시에 비용절감 및 컴퓨터에 의한 자동설계를 위하여 많이 개발되고 응용되고 있다. 이러한 최적설계 기법은 부과된 요구조건을 만족시키면서 설계자가 원하는 효과를 극대화시키는 설계변수의 해를 찾아내는 과정이다. 이러한 최적설계기법은 설계변수의 분포의 취급유무에 따라 결정론적 방법 (deterministic approach)과 통계적 방법 (stochastic approach)로 분류할 수 있다. 현재 대부분의 최적설계의 적용시 결정론적 방법이 이용되고 있으나, 이 방법에 의해 설계된 계는 불확실한 잡음인자에 의해 예상된 기능을 발휘하지 못할 가능성이 존재한다 [1-4].

현재로서는 설계과정에서 이러한 잡음인자의 영향을 고려하기보다는 설계 후에 잡음자체를 감소, 제거하려는 관점에서 안전계수를 보다 크게 하거나 요소들의 공차를 작게 주어 이러한 문제점을 해결하고자 한다. 그러나 이러한 방법은 설계변수의 불확실성으로 인해 목적함수 및 제한조건에 존재할 수 있는 분포 등의 영향을 무시함으로써 최종적으로 구한 최적해에 대한 신뢰성이 약해 변동을 초래할 수 있으며 구해진 최적해가 초기에 설정된 제한조건을 만족시키지 못할 수 있다. 이러한 경우 최적화 알고리즘을 통해 구해진 최적해는 실제 사용할 수 없는 무의미한 해가 될 수 있다.

설계변수의 불확실성이란 설계변수가 어떤 특정한 값으로 고정되지 못하고 제작상의 공차 또는 분포 등의 형태로 존재하고 있음을 의미한다. 즉, 최적설계를 통한 최적해를 얻었다 할지라도 제작기의 가동정밀도, 가공자의 숙련도 등의 기타

여러 가지 제작상의 여건으로 인하여 설계변수는 분포적인 형태로서 존재하게 되고, 따라서 제작된 시스템의 성능지표 또한 분포적으로 존재하게 된다. 그러므로 목적함수가 되는 제작된 시스템의 성능이 초기 설계시에 요구되는 특성을 만족하는가에 대한 확인 및 이를 고려한 설계가 요구된다.

본 논문에서는 설계변수의 분포적 특성을 고려한 최적설계를 위하여 확률유한요소법을 이용한 최적설계를 시행하였다.

확률유한요소법은 전자계시스템에서 발생할 수 있는 불확실성 즉, 가공오차 등에서 발생하는 구조적 오차로 인한 불확실성, 재질정수의 불확실성 등으로 나뉠 수 있으나, 본 논문에서는 가공오차를 고려한 전자계 시스템의 설계를 위하여 형상의 불확실성에 대하여 설계변수의 분포적 특성을 고려한 해석이 가능한 확률유한요소법을 이용하여 목적함수를 계산한다.

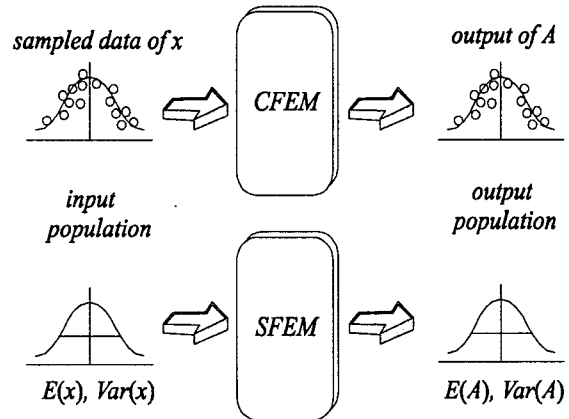


그림 1 기존의 유한요소법(CFEM)과 확률유한요소법(SFEM)의 개념도

Fig. 1 Concept of CFEM and SFEM

* 正 會 員 : Dept. of Electric Eng., Texas A&M Univ., Post Doc.

** 正 會 員 : 昌原大 電氣工學科 助教授 · 工博

接受日字 : 1999年 6月 23日

最終完了 : 2000年 3月 9日

즉, 확률유한요소법을 이용해서 출력에 대한 기대치 및 분산을 계산함으로써 입력변수의 분포적 특성을 고려하여 최적설계를 시행하였다.

그림 1은 기존의 유한요소법과 확률유한요소법에 대한 개념도이다. 그림에서와 같이 기존의 유한요소법을 이용하여 입력변수의 미소변위에 따른 출력함수의 분포적 변화량을 구하기 위해서는 많은 양의 샘플된 데이터를 바탕으로 한 계산이 요구되나, 확률유한요소법은 입력변수의 기대치와 분산치에 대한 출력함수의 분포적 변화량을 한번의 해석을 통하여 바로 구함으로써 입력변수가 되는 가공오차에 대한 출력치의 분포를 쉽게 구할 수 있다.

2. 확률유한요소법

전자장 수치해석의 본래의 목적은 직접 시제품을 제작하지 않고, 경제적으로 안정성, 신뢰성이 향상된 고효율, 고품질의 제품을 만드는 것에 있다고 사료된다. 근래의 컴퓨터에 의한 수치해석법, 특히 유한요소법의 급속한 발달이 이러한 목적에 크게 공헌하였다는 것은 더 이상 서술할 필요가 없을 것이다.

그러나, 실제의 전기기기의 제작에 있어서 전기기기는 제작기기의 정밀도 등과 같은 작업 환경아래 놓여 있기 때문에 불확정적인 외력을 받을 수밖에 없다. 따라서, 의미 있는 전자기 시스템의 수치해석을 통한 설계를 위해서는 우선 외력에 관계되는 불확정성을 명확하게 하는 것이 필요하고, 이러한 방법의 해석이 발전하고 있는 것이 주지의 사실이다[2-5].

이 경우 현상은 확률론에 기초를 두고 해석하는 것이 필요하며 이는 모집단의 통계량을 해석하는 것에 의해서 제작 후에 구조물의 신뢰성을 보증하는 수법이 될 것으로 사료된다. 이와 같이 전자계 시스템의 설계 및 제작시의 불확실성을 고려하기 위하여 유한요소법에 확률론을 적용한 것이 확률유한요소법이다.

2.1 유한요소법에서의 불확실성

유한요소법에서의 강성매트릭스 즉, 계수 매트릭스는 요소의 재질정수와 절점좌표, 경계조건에 따라 구성된다. 이러한 형태의 재원은 기존의 유한요소법에서는 확정적으로 입력하게 되고, 따라서 계수매트릭스 형태 역시 당연히 확정적인 값이 된다.

즉, 시스템의 응답 A 는 계를 구성하는 변수 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 값이 주어질 때 다음과 같은 함수 $A = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 로 나타낼 수 있다. 이와 같이 표현된 함수에서, 우리는 불확실성을 갖는 입력변수 즉 입력변수의 분포를 이용하여 이에 해당하는 시스템 출력의 분포를 얻고자 한다. 따라서, 입력분포에 대한 출력분포를 얻기 위하여, 이에 해당하는 출력의 기대치와 분산을 얻음으로 해서 원하는 출력값에 대한 기대치와 입력변수에 대한 범위를 결정할 수 있다. 즉, 전자계 시스템에서의 확률유한요소법에서 기기의 재질 및 형상의 불확실성, 즉 원하는 목표형상에 대한 가공오차 또는 재질특성의 변화에 대한 목표출력의 변화를 미리 예측함으로써 기기의 제작

시의 가공오차와 재질의 사용을 고려할 수 있다. 그러므로, 시스템의 입력값의 기대치와 분산에 대한 시스템 출력값의 기대치와 분산을 구하는 것이 필요하다.

시스템을 표현하는 함수 $A = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 의 기대치와 분산은 다음과 같이 얻을 수 있다[4-6]. 즉,

$$E[A] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) f_x(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) dx \quad (1)$$

$$Var[A] = \int_{-\infty}^{\infty} \{ g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) - E[A] \}^2 f_x(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) dx \quad (2)$$

그러나, 여기서 위와 같은 식을 기대치와 분산을 결정하기 위해서는 확률밀도함수 $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 의 정보를 필요로 하게 되나 이를 구하기가 어려울 뿐만 아니라 이를 알더라도 적분의 어려움으로 계산이 어렵다. 또한, 유한요소법으로의 적용에 있어서는

$$\begin{aligned} A_1 &= g_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ A_2 &= g_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ A_3 &= g_3(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ A_4 &= g_4(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ A_m &= g_m(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)과 같이 표현되는 연립방정식에서, 확률변수 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 결합확률밀도함수(Joint probability density function, jpdf)가 주어질 때, $A (= A_1, A_2, A_3, \dots, A_m)$ 의 결합확률밀도는 식(4)와 같이 나타나므로 이를 구하기가 매우 어렵다.

$$f(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m) = \frac{f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)}{\left| J \begin{pmatrix} g_1, g_2, g_3, \dots, g_m \\ x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \end{pmatrix} \right|} \quad (4)$$

따라서, $A = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 의 기대치와 분산을 쉽게 계산하는 방법으로 이를 근사적으로 계산하는 방법인 Taylor Series를 이용하여 계산하는 방법이 대표적으로 이용되고 있다[4,5].

즉, 함수 $A = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 을 Taylor Series로 전개하면 식(5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A &= g(x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right) (x_i - x_i^0) + \\ &\quad \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right) (x_i - x_i^0)(x_j - x_j^0) + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 2차이상의 미소량을 무시하고, 함수 $A = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 의 기대치와 분산각각 식(6)과 식(7)을 얻을 수 있다.

$$E[A] = g(x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} Var[A] &= E[(A_i - A_i^0)(A_j - A_j^0)] \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{x_i^0} \left(\frac{\partial g}{\partial x_j} \right)_{x_j^0} E[(x_i - x_i^0)(x_j - x_j^0)] \quad (7) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{x_i^0} \left(\frac{\partial g}{\partial x_j} \right)_{x_j^0} Cov[x_i, x_j] \end{aligned}$$

이와 같은 방법이 1차 근사에 의한 1차 근사 2차 모멘트이다. 여기서, 함수 g 에 대한 편미분을 구하는 방법에 따라 다시 민감도법을 이용한 방법과 확률정식화를 이용한 방법으로 나눌 수 있다[7]. 민감도를 이용한 방법은 일반적인 유한요소 정식화에 의해 얻어지는 식 (8)과 같이 표현되는 시스템 방정식으로부터

$$KA = F \quad (8)$$

양변에 확률변수로서 편미분을 취하면 식 (9)와 같이 되고,

$$K \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial x} A = \frac{\partial F}{\partial x} \quad (9)$$

식(9)로부터 $\frac{\partial A}{\partial x} = K^{-1} \left(\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial K}{\partial x} A^0 \right)$ 을 얻을 수 있다.

반면에 확률 유한요소 정식화를 이용한 방법은 포텐셜 A 에 대하여 정식화 과정에서 이미 확률변수에 대한 미소변화량을 고려하여 정식화를 수행함으로써 포텐셜 A 를 확률변수 x_i 에 대하여 $A = A^0 + \sum_{i=1}^n A_i x_i$ 의 형태로 직접 얻음으로

로써 이로부터 쉽게 $\frac{\partial A}{\partial x}$ 를 얻을 수 있다. 또한, 위와 같이 확률변수의 급수형태로 표현되는 포텐셜을 얻음으로서 확률변수의 미소 변위량에 대한 포텐셜의 변화량을 형상의 변화에 따른 시스템 방정식의 풀이 없이 간단한 대수의 합으로서 직접 구할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

이와 같이 구한 시스템 함수 A 에 대한 편미분을 이용하여 A 의 분산을 구하기 위해서는 각 확률변수에 대한 공분산을 구해야만 한다. 일반적으로 이에 대한 공분산을 구하는 방법은 각 확률변수가 상호 독립과 상호 종속으로 하여 구하는 방법이 있다.

1) x_i, x_j 이 각각 독립이라고 가정하면 x_i, x_j 에 대한 분산행렬의 각 대각행렬만이 값만을 가지게 되므로 계산하는 경우가 있다. 즉 식(7)의 공분산행렬에서 대각행렬을 제외한 모든 공분산값이 0이 되고 각각의 확률변수에 대한 분산만을 가지고 계산하는 방법이다. 그러나, 이는 계산의 편리를 위하여 가정되나 실제 경우 대부분 각각의 확률변수가 상호 종속적인 값으로 존재하므로 실질적이지 못하다.

2) 본 연구에서는 상호종속되어있는 x_i, x_j 에 대하여 이에 대한 공분산을 구하여 해석 및 설계로의 적용을 시행하였다. 즉, 확률변수의 분포를 가우시안 분포를 가정하고 이 가우시

안 분포로부터 Matlab를 이용하여 랜덤확률변수를 샘플링하고 이것을 이용하여 Fast Fourier Transform을 이용한 자기상관함수(Autocorrelation function)을 구하는 방법을 이용하여 확률변수의 공분산을 계산하였다[4,8].

2.2 확률유한요소법의 정식화

미소변위에 따른 포텐셜의 분산을 계산하기 위하여, 형상의 불확실성은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x &= \sum N_i x_i = \sum N_i (x_i^0 + a_i) \\ y &= \sum N_i y_i = \sum N_i (y_i^0 + \beta_i) \end{aligned} \quad (10)$$

즉, 해석모델에 대한 형상의 좌표가 각 절점의 좌표인 기대치 x_i^0, y_i^0 와 미소변위량 a_i, β_i 의 합의 형태로 나타낼 수 있고, 이로부터 면적좌표를 이용한 각 요소에서의 요소계수행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \iint B(x, y)^T D B(x, y) dx dy \quad (11)$$

여기서, $B = \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right]^T$, D 는 재질정수 행렬이다. 위 식을 면적좌표를 이용하면 나타내면 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \int \int B(L_1, L_2)^T D B(L_1, L_2) |J| dL_1 dL_2 \quad (12)$$

이때, $dx dy = |J| dL_1 dL_2 = |J| d\xi d\eta$ 이고,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} = J \cdot B \quad (13)$$

따라서, 자코비안 행렬 J 는 다음과 같다.

$$J = J \left(\begin{matrix} x, y \\ \xi, \eta \end{matrix} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial L_1} - \frac{\partial x}{\partial L_3} & \frac{\partial y}{\partial L_1} - \frac{\partial y}{\partial L_3} \\ \frac{\partial x}{\partial L_2} - \frac{\partial x}{\partial L_3} & \frac{\partial y}{\partial L_2} - \frac{\partial y}{\partial L_3} \end{bmatrix}$$

따라서 식(13)과 (14)에 식(10)을 대입하면 식(15)와 식(16)을 구할 수 있다.

$$|J| = J^0 + \sum_i J_i^1 a_i + \sum_i J_i^2 \beta_i \quad (15)$$

$$B = B^0 + \sum_i B_i^1 \alpha_i + \sum_i B_i^2 \beta_i \quad (16)$$

위식으로 부터 식(12)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} k = & \int \int B^{0T} D B^0 J^0 dL_1 dL_2 \\ & + \sum_i \left(2 \int \int B^{0T} D B_i^1 J^0 dL_1 dL_2 \right. \\ & \left. + \int \int B^{0T} D B_i^2 J^0 dL_1 dL_2 \right) \alpha_i \\ & + \sum_i \left(2 \int \int B^{0T} D B_i^1 J^1 dL_1 dL_2 \right. \\ & \left. + \int \int B^{0T} D B_i^2 J^1 dL_1 dL_2 \right) \beta_i \end{aligned} \quad (17)$$

따라서, 요소계수행렬은 식(18)과 같이 정리 할 수 있다.

$$k = k_0 + \sum_i k_i^a \alpha_i + \sum_i k_i^b \beta_i \quad (18)$$

여기서, k_0 는 기존의 유한요소해석에서의 요소행렬과 같은 것이고, k_i^a, k_i^b 는 형상의 미소변위에 따른 계수행렬이다. 이와 같이 구성된 요소행렬을 전체해석영역에 대하여 적용하면 식(19)와 같은 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\left(K_0 + \sum_i K_i^a \alpha_i + \sum_i K_i^b \beta_i \right) A = F \quad (19)$$

식(19)의 대수방정식을 풀면 식(20)과 같은 형태의 해를 얻을 수 있다.

$$A = A_0 + \sum_i A_i^a \alpha_i + \sum_i A_i^b \beta_i \quad (20)$$

식(20)에서 보여지는 바와 같이 미소변위 확률변수 α_i, β_i 에 대해서 표현된 포텐셜로 부터 직접 기대치(Expectation)와 분산(Variance)을 구할 수 있다.

3. 강건설계

설계된 제품이나 부품의 기준이 목표값으로부터 변할 수 있도록 허용된 량을 공차라한다. 제작공차는 공정의 능력에 의해서 결정된다. 따라서 제작공차는 제작현장의 작업조건이나 가공기기의 정밀도, 작업자의 숙련정도 등을 고려하여 제작현장의 조건에 따라 유동적으로 결정된다. 일반적으로 기계가공에 있어서 선삭가공 만을 할 경우에는 공차를 ± 0.05 (mm)정도의 수준으로 결정하게 되고 연삭가공 등 높은 정밀도가 요구될 때는 공차를 ± 0.001 (mm)정도의 수준으로 결정하게 된다.

본 논문에서는 전기기기의 설계 시에, 제작 상에 발생할 수 있는 제작공차를 고려한 설계를 시행하기 위하여 형상의 불확실성을 고려할 수 있는 확률유한요소법을 이용하여 형상 최적화를 시행하고자 한다. 즉, 설계변수는 실제로 제작시에 제작기의 가공정밀도 등에 의하여 어떤 변화분포 또는 공차

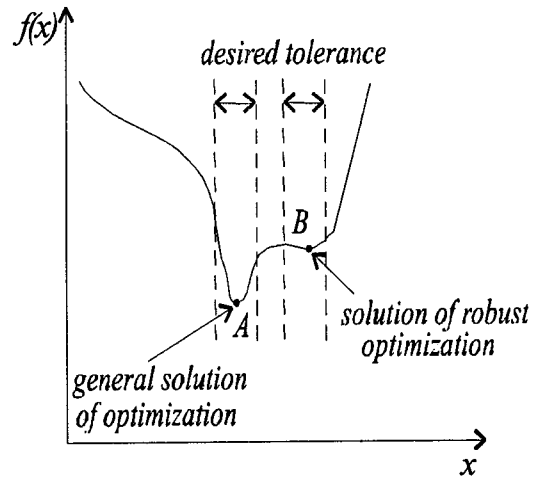


그림 2 강건최적설계의 개념도

Fig. 2 Concept of robust optimization

영역을 갖고 있으므로 기존의 유한요소 정식화에 의한 목적함수의 계산은 이를 고려할 수 없게 된다. 따라서 이러한 기존의 정식화를 통하여 구한 최적해를 이용하여 계를 설계하면 제한조건함수에도 변동이 발생하여 제한조건을 위배하는 경우가 존재할 수 있을 뿐만 아니라 이러한 변동량은 설계변수의 분포정도에 따라 다르게 발생하게 되고, 그 변동량이 클수록 계의 성능은 불안정하게 될수도 있다[1].

설계의 강건성은 크게 목적함수에 대한 강건성과 제한조건함수에 대한 강건성으로 분류할 수 있다. 설계과정에서 설계변수의 변동량을 고려하여 최적화를 수행함으로써 목적함수의 변동량을 감소시키면서 초기에 설계된 제한조건을 항상 만족시키는 최적해를 구하는 것이 강건최적설계의 목적이다 [1,9-11]. 여기서, 임의의 시스템에 요구되는 잠음인자가 입력될 때 시스템의 출력값이 원래 목표표하는 값의 제한된 범위를 벗어나지 않고 안정한 상태를 유지하는 것을 시스템의 강건성이라고 정의한다. 그리고 그림 2는 강건최적설계의 개념도이다.

본 연구에서는 목적함수의 강건성을 얻기 위하여 설계변수가 어떤 고정 값으로 설정되지 못하고 상한, 하한값 사이에서 분포를 갖게될 때 목적함수가 그림 2에서와 같이 일반적인 최적설계에 의해서 얻어지는 A점은 최적의 값을 가지지만 그 성능이 매우 민감한 반응을 나타낸다. 반면에 B점은 A점 보다는 다소 큰 성능치를 갖지만 설계변수의 변동에 덜 민감한 해를 갖게된다. 즉 강건최적설계의 측면에서는 B점이 A점 보다 우수한 해로 간주할 수 있다. 여기서, $f(x)$ 는 목적함수이고, x 는 설계변수이다. 따라서 시스템의 성능에 중요한 영향을 미치는 형상에 대하여 이를 확률변수로 하여 형상의 불확실성에 대한 분산을 구함으로써 원하는 성능을 얻기 위한 제작공차를 결정할 수 있다. 본 논문에서는 확률변수가 되는 설계변수의 분포적 존재에 따른 목적함수의 분포를 확률유한요소 해석을 통하여 계산하고, 임의의 제작공차에 대한 출력범위를 제약조건으로 하여 최적설계를 시행하였다. 즉, 최적설계 알고리즘의 입력으로 형상의 좌표 및 분포도를 주고 확

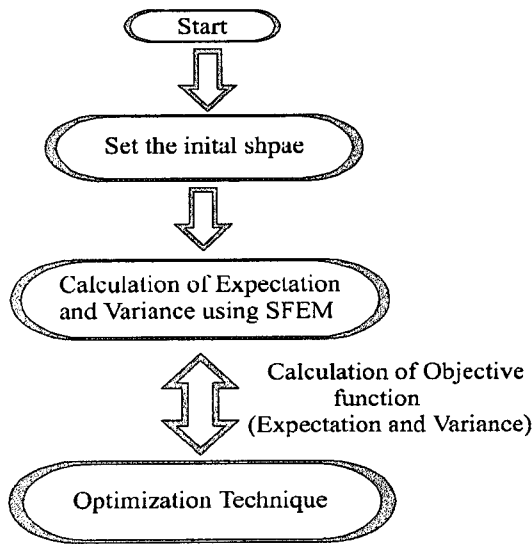


그림 3 강건설계를 위한 알고리즘
Fig. 3 Flow chart of the robust optimization

확률유한요소해석에 의한 출력값의 기대치와 분포를 계산하여 시스템 요구성능 하한선을 제약조건으로 하였다. 그리고 계산된 출력값의 분포가 목표로 하는 값의 범위를 만족하면, 확률변수의 분포로부터 $n\sigma$ 한계를 이용하여 설계변수의 공차를 결정할 수 있다. 예에서 확률 변수의 분포가 정규분포를 따른다고 가정하였으므로 확률변수가 평균치로부터 커져서 n 배의 표준편차(σ) 만큼 떨어진 사이에 있는 확률은 $n = 1, 2, 3$ 에 대하여 각각 0.682, 0.955, 0.997 이다. 따라서 설계변수의 공차는 $\sigma, 2\sigma, 3\sigma$ 로 결정할 수 있으며, 일반적으로 3σ 한계를 많이 사용한다[9].

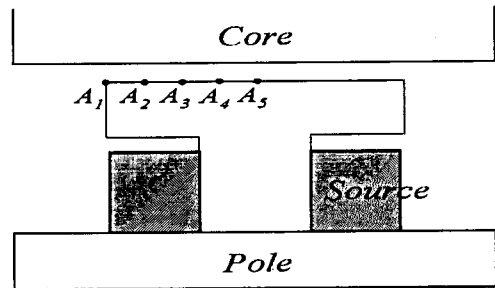
최적화 알고리즘은 순차이차계획법(Sequential Quadratic Programming Method)이 사용되었고[12,13], 강건설계를 위한 알고리즘은 그림 3과 같다.

본 연구에서는 강건설계의 예를 보이기 위하여 일반적인 전기기기의 특성에 요구되는 공극 자속밀도의 분포에 따른 치형상설계를 예로 들었다. 따라서, 그림 4(a)와 같은 일반적인 전기기기의 치형상을 초기 형상으로 하여 공극에서의 자속밀도가 정현적인 분포를 가지도록 통계적 형상설계를 시행하였다. 이때, 전기기기의 해석에서 자속은 비선형적 특성을 가지고 있으며, 해석 대상이 전체 또는 국부적으로 포화되는 경우가 많이 있으므로 이를 고려하여 비선형 해석하는 것이 일반적이다. 그러나 본 논문에서는 확률유한요소해석을 이용한 통계적 최적설계방법을 제시하는 것에 주안점을 두고, 최적화 알고리즘의 적용함에 따른 계산시간을 줄이기 위해서 일반적인 전기기기에서 보다 공극이 크고, 국부적인 포화가 발생하지 않는 해석 모델을 선정하여 선형해석 하였다. 따라서, 전기기기 해석시 일반적으로 적용하는 값으로서 공극에 대한 상대 투자율이 크도록 철심의 비투자율을 2000으로 하였다. 그림 4(b)는 공극 자속밀도가 정현적인 분포를 갖도록 최적화된 형상을 나타내고 있으며, 확률유한요소 해석결과인 각 확률변수에서의 포텐셜의 분산은 표1에 나타나있다. 이 값은 상대적인 의미를 갖는 값으로서 각 노드에서 입력변수

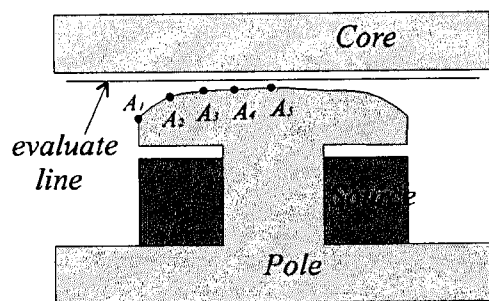
의 분포에 대한 민감도를 알 수 있다. 또한, 결정된 입력변수의 분포로부터 확률유한요소법을 이용하여 출력분포를 구하고 다시 강건설계를 수행하여 출력분포가 목표치와 제약조건을 만족할 때까지 입력분포를 조정하는 반복과정을 거쳐서 원하는 출력분포를 얻었을 때, 비로소 입력분포로부터 가공오차를 결정할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 최적화 과정의 수행을 통하여 원하는 출력함수의 기대치와 분산을 구하였으며, 이때 설계변수는 10%의 허용변화 범위를 가진다. 그리고 그림 5는 공극에서 공극 자속밀도의 분포가 정현적인 분포를 갖도록 하기 위해서 그림 4(a)에 나타난 초기형상으로부터 5개 절점의 x, y 좌표를 설계변수로 하여 최적설계된 그림 4(b)에서의 공극 자속밀도 분포를 나타낸 것이다. 이때 최적설계를 위한 목적함수는 식 (21)과 같이 정의하고, 입력변수의 변화를 고려하기 위해서 확률유한요소해석을 이용하여 입력분포의 변화로부터 반복 계산되는 출력함수의 분산을 제약조건으로 하였다.

$$F = \sum_k (B_{desired, k} - B_{calculated, k}) \quad (21)$$

그림 6은 확률분포를 가지는 설계변수를 입력변수로 하여 확률유한요소 해석한 결과로서 포텐셜의 기대치와 각 설계변수의 변화가 다른 절점의 포텐셜에 미치는 영향도를 나타낸 것이다. 기존의 유한요소해석으로는 단지 그림 6(a)의 포텐셜의 기대값만을 얻을 수 있지만, 확률유한요소해석을 통해서 그림 6(b) ~ 그림 6(e)와 같이 포텐셜의 변화 가능성을 얻을 수 있다.



(a) 해석 모델의 초기 형상
(a) Initial pole shape



(b) 최적설계된 치의 형상
(b) Optimized pole shape

그림 4 최적설계된 형상과 확률변수인 설계변수
Fig. 4 Optimized pole and design variable

표 1 최적설계된 확률 변수노드에서 포텐셜의 분산
Table 1 The variance of potential of uncertain node

확률변수	분산 Var(A)
A ₁	1.937 × 10 ⁻⁶
A ₂	2.634 × 10 ⁻⁶
A ₃	3.236 × 10 ⁻⁶
A ₄	2.772 × 10 ⁻⁵
A ₅	5.155 × 10 ⁻⁵

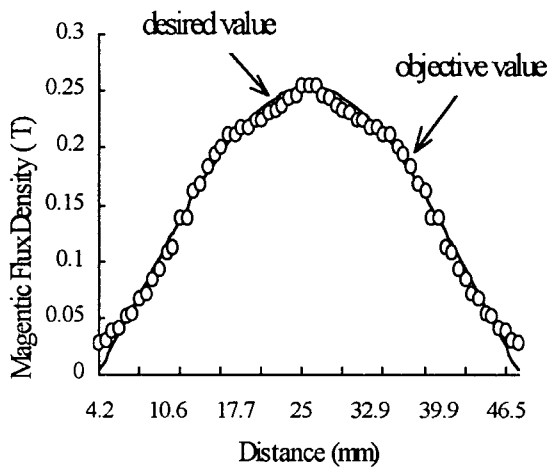
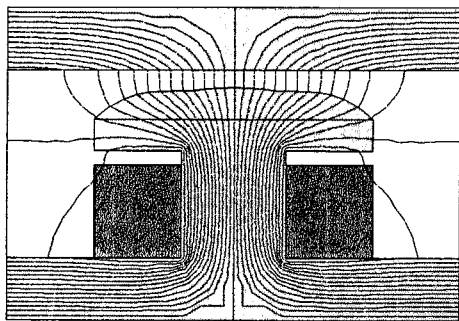
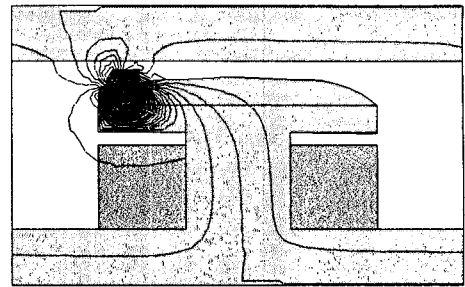


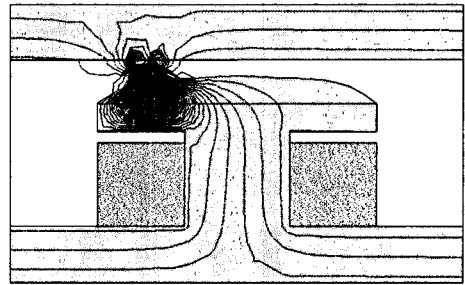
그림 5 최적설계된 형상의 공극 자속밀도분포의 목적치와 계산치의 비교
Fig. 5 Comparison of calculated value and desired value



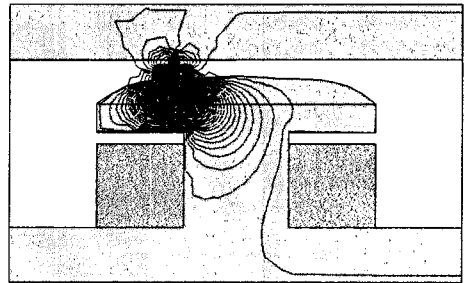
(a) 기대치의 등포텐셜도
(a) The filed lines of expectation



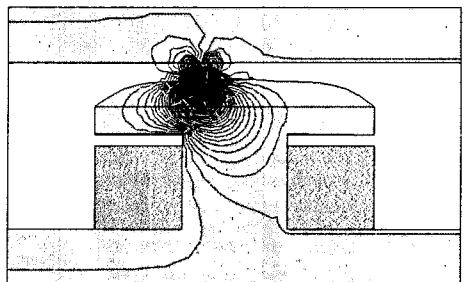
(b) 확률변수 A₁절점의 미소변위에 대한 등포텐셜도
(b) The filed lines of small variation, α_1



(c) 확률변수 A₂절점의 미소변위에 대한 등포텐셜도
(c) The filed lines of small variation, α_2



(d) 확률변수 A₃절점의 미소변위에 대한 등포텐셜도
(d) The filed lines of small variation, α_3



(e) 확률변수 A₄절점의 미소변위에 대한 등포텐셜도
(e) The filed lines of small variation, α_4

그림 6 설계된 형상의 기대치와 미소변위에 따른 등포텐셜도
Fig. 6 The field lines of expectation and small variation

4. 결론

기기제작시 대부분의 경우에 있어서, 여러 가지 원인에 의해 발생하는 오차 또는 제작 공정상에 필요한 공차 등으로 인하여 형상에 불확실성 또는 변화 가능성이 존재한다. 그러나 기존의 최적 설계방법은 결정론적 방법으로써 설계변수의 변화가능성을 고려하여 출력에 반영할 수 없으며, 반영한다하더라도 안전계수나 작업자의 경험치에 의존하므로 제작된 기기들은 정해진 성능을 발휘하지 못할 가능성이 있다. 본 연구에서는 이와 같이 여러 가지 원인에 의해서 발생하는 형상의 불확실성을 확률유한요소법을 사용하여 초기 설계에서부터 반영함으로써 강건설계를 시행하였다. 입력변수인 형상의 불확실성 또는 변화가능성을 고려하기 위하여 확률유한요소 해석하였고, 이것으로부터 분포함수로 표현되는 입력변수에 대한 출력의 분포함수를 구하였다. 이와 같은 통계적 방법의 최적설계법을 초기 설계시에서부터 고려하여 설계를 시행함으로써, 실제 공정에서의 제작공차에 따른 시스템의 출력을 많은 샘플링 자료로부터 계측을 통하여 얻어내는 방법보다 시간과 노력을 줄이면서 설계변수의 변화에 대한 성능의 변화를 보다 효율적으로 대처할 수 있다. 따라서 확률유한요소법을 이용한 통계적 최적 설계방법은 실제의 제작을 위한 설계시에 매우 유용한 방법으로 사용될 수 있으리라 사료된다.

감사의 글

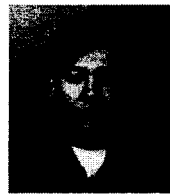
본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계 기술 센터의 지원에 의한 것입니다.

참 고 문 헌

[1] 이건희, "연속 및 이산설계공간에서 강건설계," 한양대학교 박사학위논문, 1997.
 [2] Michael Kleiber and Tran Duong Hien, *The Stochastic Finite Element Method*, John Wiley & Sons, 1992.
 [3] S. Ratnajeevan H. Hoole, *Finite Elements Electromagnetics and Design*, Elsevier, 1995.
 [4] S. Nakagiri, T. Kubota, *Introduction to the Stochastic Finite Element Method*, Baifukan(Publishers)Ins., 1985.
 [5] M.Enokizono and H. Miyazaki, "Magnetic Field including Uncertain Shape by using the Stochastic Boundary Element Method," *Trans. on Magn.* Vol.28, No. 2., pp1627-1630, 1992.
 [6] Alberto Leon-Garcia, *Probability and Random Processes for Electrical Engineering*, Addison-Wesley, 1994.
 [7] W.K. Liu, T. Belytschko and A. Mani, "Applications of Probabilistic Finite Element Method in Elastic/Plastic Dynamic," *Trans. of the ASME* Vol.109, pp2-8, 1987.

[8] Carl de Boor, *Statistics Tool box for use with MATLAB*, Matlab, 1995
 [9] Lee, K, H, Eom, I.S., Park, G.J. and Lee W.I., "Robust Design for Unconstrained Optimization Using the Taguchi Method," *AIAA Journal*, Vol.34, No. 5, pp1059-1063, 1996
 [10] Balling, R.J., Free, J.C. and Parkinson, A.R., "Consideration of Worst Case Manufacturing Tolerance in Design Optimization," *Trans. On of the ASME*, Vol.108, No. 5, pp438-441, 1986
 [11] Sundaresan, S., Ishii, K. and Houser, D. R., "A Robust Optimization Procedure with Variation on Design Variable and Constraints," *Engineering Optimization*, Vol.24, No.2, pp101-117, 1995
 [12] S.B. Yoon, J. Hur, Y.D. Chun and D.S. Hyun, "Shape Optimization of Solenoid Actuator Using the Finite Element Method and Numerical Optimization Technique," *Trans. on Magn.* Vol.33, No. 5, pp4140 - 4142, 1997.
 [13] Garret N. Vanderplaats, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Application*, MacGraw-Hill, 1984.

저 자 소 개



허진 (許眞)

1968년 11월 13일생. 1993년 인천대 공대 전자공학과 졸업. 1995년 한양대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학). 1999년 ~ 현재

Dept. of Electric Eng., Texas A&M University, Post Doc.

Tel : 1-409-845-7111

E-mail: emcn@unitel.co.kr



홍정표 (洪正杓)

1959년 4월 17일생. 1983년 한양대 공대 전기공학과 졸업. 1985년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1985년~1990년 LG정밀(주) 중앙연구소 주임연구원 1990년~1992년 삼성전기(주) 종합연구소 선임연구원. 1995년

동 대학원 전기공학과 졸업(공학). 1996년~1996년 한양대 산업 과학연구소 선임연구원. 현재 창원대 공대 전기공학과 조교수

Tel : 0551-279-7517

E-mail : jphong@sarim.changwon.ac.kr