論 文
48D - 1 - 4

시간지연을 갖는 불확정성 대규모 시스템의 강인 제어기 설계

Design of Robust Controller for Uncertain Large-scale Systems with Time-delays

李 喜 松* · 金 鎭 勳**
(Hee-Song Lee · Jin-Hoon Kim)

Abstract - In this paper, we consider the robust controller design problem for the linear large scale systems with the uncertainties and the time-delays. The considered time-delays are that exist in the state and the input of the subsystems and the interconnected subsystems. And the considered uncertainties are two general types that exist in the system, input and interconnected matrices. Based on the linear matrix inequality(LMI) and Lyapunov theorem, we present sufficient conditions for the existence of a controller that guarantees the asymptotic stability of systems regardless of the uncertainties and the time-delays. Also, the controller can be easily obtained by checking the feasibility of the LMI's. Finally, we show the usefulness of our results by an example.

Key Words : Large-scale system, Linear matrix inequality(LMI), Lypaunov theorem, Time-delay, Uncertainty

1. 서 론

실제 산업 현장에서 전력 시스템, 통신 시스템 또는 화학 공정 시스템등 많은 대규모 시스템들이 이용되고 있다. 최근 산업 구조의 정밀성, 대형화, 복잡성등으로 인해 생기는 이러한 많은 대규모 시스템의 경우, 시스템의 많은 변수와 내부 구조의 복잡성으로 시스템의 해석이나 설계가 어려운 것이 사실이다. 특히 시스템간에 서로 연관되어 있는 시스템이 존재함으로 인해 더욱 더 힘든 과정을 필요로 한다. 시간지연의 경우 근래 많은 연구가 되어 지고 있다. 시간지연의 연구는 크게 시간지연의 정보를 포함하는 시간지연 종속(delay-dependent) 판별과 시간지연의 정보를 포함하지 않는 시간지연 독립(delay-independent) 판별로 나눌 수 있고 특히 시간지연 독립 판별은 시간지연의 크기를 알 수 없는 즉, 임의의 시간지연에 대한 판별법으로 최근에도 많은 연구가 되고 있다[1]. 대규모 시스템의 경우 각각의 보조 시스템사이의 정보 데이터 교환시에 생기는 전송 시간지연과 시스템의 구조가 큰 이유로 많은 시간지연들이 포함되므로 이에 대한 연구가 필요하다. 또한 시스템의 변화나 시스템 모델링 오차등에서 기인하는 불확정성도 시스템의 해석이나 설계시 빼놓을 수 없는 특성이다. 이러한 시간지연과 불확정성을 고려하지 않고 시스템의 해석이나 설계를 할 경우에는 시스템의 성능뿐만 아니라 시스템의 안정성까지도 보장하지 못하는 경우가 일반적이다.

*正 會 員 : 忠北大 電氣工學科 博士課程
**正 會 員 : 忠北大 電氣電子工學部 助敎授 · 工博
接受日字 : 1999年 10月 1日
最終完了 : 1999年 11月 29日

시간지연을 갖는 대규모 시스템의 연구는 크게 시스템의 해석과 설계로 나눌 수 있다. 시간지연을 갖는 대규모 시스템의 해석연구는 주로 안정성에 관한 것으로 comparison 이론과 M-행렬을 이용한 Mori등[2]의 연구를 시작으로 Razumikhin 이론과 M-행렬을 이용한 Xu[3]의 연구와 근래에는 matrix measure등을 이용한 연구[4,5]가 되어왔다. 이러한 연구들의 대부분은 시간지연과 불확정성을 포함하더라도 시스템의 안정성을 보장하는 조건들을 제시하였다. 그러나 이러한 연구들의 대부분은 노옴을 이용한 조건들이기 때문에 conservative한 결과들이 많다. 따라서 최근에는 선형 행렬 부등식(LMI)을 이용하여 시간지연을 갖는 불확정성 대규모 시스템의 안정성 해석에 대한 연구가 되어 오고 있다[13]. 이러한 LMI의 경우, 효과적인 알고리듬을 이용해 원하는 파라미터와 해를 구할 수 있을 뿐만 아니라 여러 가지 선형 제약조건들(constraints)을 쉽게 다룰 수 있다는 장점이 있어 많은 시스템의 해석이나 설계에 이용되고 있다.

시간지연 대규모 시스템의 설계연구는 확장 Nyquist 배열 기법을 이용하여 보조시스템간의 시간지연을 포함하는 대규모 시스템의 제어기 설계를 연구한 Suh등[6]의 연구를 시작으로 Lee등[7]와 Trinh등[8]은 행렬 Riccati 방정식을 이용하여 시간지연을 갖는 대규모 시스템의 상태 궤환 제어기를 제시하였다. 또한 Mahmoud등[9,10]은 연관된 시스템간의 시간지연뿐만 아니라 불확정성을 갖는 대규모 시스템을 Lyapunov 이론과 Riccati 방정식을 이용하여 시스템의 안정성을 보장하는 강인 제어기를 설계하였다. 하지만 이때까지의 접근법들은 많은 제약조건들과 파라미터를 포함하는 해를 구하는 데에 어려움이 많았고, 구한다하더라도 주로 시행착오에 의한 방법으로 해결하여 conservative한 결과들이 많았다. 이러한 이유로 최근에는 위에서 언급한 LMI를 이용하여 Cheng등[11]이 상태에 시간지연이 존재하는 불확정성 대

규모 시스템의 강인 제어기 설계를 다루었다. 이 연구에서는 시간지연의 정보를 포함하는 시간지연 종속 판별로 시스템의 안정성을 보장하는 강인 H_∞제어기를 설계하였으나 고려된 시간지연이 상태에만 국한되었고 연관된 시스템에는 불확정성을 고려하지 않았다. 지금까지 언급한 것처럼 많은 대규모 시스템의 연구들이 제한된 범위 내에서의 시간지연과 불확정성을 다룬 것을 알 수 있었다. 또한 많은 선형 시스템에 적용되어 각광을 받고 있는 LMI기법이 대규모 시스템의 경우에는 Cheng등의 연구를 제외하고는 찾아 볼 수 없는 것이 현실이다. 따라서 LMI를 이용하여 연관된 보조시스템에 뿐만 아니라 시스템의 상태와 입력에도 시간지연과 불확정성이 존재하는 좀더 일반적인 시간지연과 불확정성을 갖는 대규모 시스템의 연구가 필요하다.

본 논문에서는 시간지연을 갖는 불확정성 대규모 시스템의 강인 제어기 설계를 다룬다. 연관된 시스템뿐만 아니라 시스템의 상태와 입력에도 고려된 시간지연은 지연의 미분값만을 알고 있는 시변 시간지연 독립 형태이고, 불확정성은 노옴 바운드만이 알려진 비구조적 불확정성과 불확정성의 구조가 알려진 형태인 구조적 불확정성을 고려한다. 주요결과에서는 LMI기법과 Lypunov 정리를 이용하여 시간지연과 불확정성을 포함하는 대규모 시스템에 제어기가 존재하는 충분조건을 제시한다. 여기서 설계된 강인 제어기는 시스템에 시간지연과 불확정성이 존재하더라도 시스템의 강인 안정성을 보장한다. 또한 제시된 조건들은 LMI형태이기 때문에 여러 가지 제약조건들을 쉽게 다룰 수 있고 효과적인 알고리듬을 통하여 원하는 파라미터와 해를 구할 수 있다. 수치예제에서는 LMI toolbox[14]를 이용하여 제시된 정리들의 유용성을 보인다.

이 논문에서는 $(\cdot)^T$는 벡터 또는 행렬의 전치(transpose)를 의미하고 대칭(symmetric)행렬 $V, W \in R^{n\times n}$에 대하여 $V>W$ 또는 $V\ge W$는 각각 행렬 $V-W$가 양확정(positive definite) 또는 준양확정(semi positive definite)행렬임을 나타낸다. 그리고 $\|\cdot\|$는 Euclidean 벡터 노옴 또는 이의 유사(induced) 행렬 노옴을 말하며, 끝으로, I_n은 $n\times n$항등(identity)행렬이다.

2. 본 론

2.1 문제 기술

연관된 보조 시스템뿐만 아니라 시스템의 상태와 입력에 시간지연과 불확정성을 갖는 대규모 시스템을 고려하자. 다음으로 기술되는 연관된 N개의 보조 시스템 S_i로 이루어져 있는 대규모 시스템 S를 생각하자.

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) &= [A_i+\Delta A_i(t)]x_i(t)+[B_i+\Delta B_i(t)]u_i(t)\\ &\quad+[A_{di}+\Delta A_{di}(t)]x_i(t-d_i(t))\\ &\quad+[B_{hi}+\Delta B_{hi}(t)]u_i(t-h_i(t))\\ &\quad+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}[A_{ij}+\Delta A_{ij}(t)]x_j(t-\tau_{ij}(t)),\\ &\qquad i=1,2,\cdots,N. \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $x_i(t)\in R^{n_i}$는 보조시스템 S_i의 상태이고 A_i, B_i, A_{di}, B_{hi}는 적당한 차수의 행렬이며 $A_{ij}\in R^{n_i\times n_j}$는 i번째 보조 시스템과 j번째 보조 시스템간의 연관된 상수행렬이다. 또한, $\Delta A_i(t), \Delta B_i(t), \Delta A_{di}(t), \Delta B_{hi}(t)$, $\Delta A_{ij}(t)$는 고려된 불확정성으로 노옴 바운드만이 알려진 비구조적 불확정성과 정합조건의 형태로 알려진 구조적 불확정성을 다룬다. 먼저 비구조적 불확정성은 양의 상수인 노옴 바운드 $\eta_{ai}, \eta_{bi}, \eta_{di}, \eta_{hi}, \eta_{ij}$만이 알려진 불확정성으로 다음에 오는 식(2)을 만족한다.

$$\begin{aligned}&\|\Delta A_i(t)\|\le\eta_{ai},\quad \|\Delta B_i(t)\|\le\eta_{bi},\quad \|\Delta A_{di}(t)\|\le\eta_{di},\\ &\|\Delta B_{hi}(t)\|\le\eta_{hi},\quad \|\Delta A_{ij}(t)\|\le\eta_{ij},\\ &\qquad i,j=1,2,\cdots,N.\end{aligned} \tag{2}$$

또한 불확정성의 구조가 알려진 형태인 구조적 불확정성은 다음 식(3)과 같이 고려한다.

$$\begin{aligned}&\Delta A_i(t)=D_{ai}F_{ai}(t)E_{ai},\quad \Delta B_i(t)=D_{bi}F_{bi}(t)E_{bi},\\ &\Delta A_{di}(t)=D_{di}F_{di}(t)E_{di},\quad \Delta B_{hi}(t)=D_{hi}F_{hi}(t)E_{hi},\\ &\Delta A_{ij}(t)=D_{ij}F_{ij}(t)E_{ij},\qquad i,j=1,2,\cdots,N.\end{aligned} \tag{3}$$

여기서, $D_{ai}, D_{bi}, D_{di}, D_{hi}, D_{ij}, E_{ai}, E_{bi}, E_{di}, E_{hi}, E_{ij}$는 알려진 상수 행렬이며, $F_{ai}(t), F_{bi}(t), F_{di}(t), F_{hi}(t), F_{ij}(t)$는 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned}&F_{ai}(t)^TF_{ai}(t)\le I_n,\quad F_{bi}(t)^TF_{bi}(t)\le I_n,\\ &F_{di}(t)^TF_{di}(t)\le I_n,\quad F_{hi}(t)^TF_{hi}(t)\le I_n,\quad F_{ij}(t)^TF_{ij}(t)\le I_n.\end{aligned}$$

또한 $d_i(t), h_i(t), \tau_{ij}(t)$는 시변 시간지연으로 다음 식(4)을 만족한다.

$$\begin{aligned}&0\le d_i(t)<\infty,\quad \dot{d}_i(t)\le\overline{d}_i<1,\quad 0\le h_i(t)<\infty,\quad \dot{h}_i(t)\le\overline{h}_i<1\\ &0\le\tau_{ij}(t)<\infty,\quad \dot{\tau}_{ij}(t)\le\overline{\tau}_{ij}<1,\qquad i,j=1,2,\cdots,N.\end{aligned} \tag{4}$$

그리고 시간지연을 갖는 불확정성 대규모 시스템(1)의 제어기로는 다음과 같은 상태 궤환 입력(5)을 제안한다.

$$u_i(t)=K_ix_i(t),\qquad i=1,2,\cdots,N. \tag{5}$$

제안된 제어기(5)를 대규모 시스템(1)에 적용한 폐루프 시스템은 다음 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) &= [A_i+B_iK_i+\Delta A_i(t)+\Delta B_i(t)K_i]x_i(t)\\ &\quad+[A_{di}+\Delta A_{di}(t)]x_i(t-d_i(t))\\ &\quad+[B_{hi}K_i+\Delta B_{hi}(t)K_i]x_i(t-h_i(t))\\ &\quad+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}[A_{ij}+\Delta A_{ij}(t)]x_j(t-\tau_{ij}(t))\\ &\qquad i=1,2,\cdots,N.\end{aligned} \tag{6}$$

본 논문의 주요 목적은 시스템의 상태와 입력 그리고 연

관된 시스템간에 시간지연과 불확정성이 존재함에도 불구하고 대규모 폐루프 시스템(6)이 점근적으로 안정하도록 보장하는 강인 제어기를 설계하는 것이다.

다음에 오는 보조정리들은 앞으로 제시되는 주요결과의 증명에 이용된다.

보조정리1 : 임의의 두 행렬 X, Y와 양의 행렬 $W>0$에 대하여 다음이 성립한다

$$X^TY+Y^TX \le X^TWX+Y^TW^{-1}Y\ . \tag{7}$$

보조정리2[12] : 임의의 행렬 $P>0$와 양의 스칼라 $\varepsilon>0$에 대하여 다음의 부등식은 성립한다.

$$\begin{aligned}(A+DFE)\,P(A+DFE)^T \\ \le APA^T+APE^T(\varepsilon I_n-EPE^T)^{-1}EPA^T+\varepsilon DD^T\end{aligned} \tag{8}$$

여기서 $\varepsilon I_n-EPE^T>0$이고 $F^TF\le I_n$을 만족한다.

보조정리3[13] : 임의의 대칭 행렬 Q, R에 대하여 다음의 두 선형 행렬 부등식은 동치(equivalent)이다.

$$\text{i)}\ \ Q+S^TR^{-1}S<0,\quad R>0.$$

$$\text{ii)}\ \ \begin{bmatrix} Q & S^T \\ S & -R \end{bmatrix}<0. \tag{9}$$

2.2 주요 결과

다음에 오는 정리1은 시간지연과 노옴 바운드만이 알려진 비구조적 불확정성을 포함하더라도 대규모 시스템의 강인 안정성을 보장하는 제어기 설계에 관한 조건이다.

정리1 : 시변 시간지연(4)과 비구조적 불확정성(2)을 갖는 폐루프 대규모 시스템(6)을 고려하자. 만약 다음에 오는 LMI(10)-(13)을 만족하는 양확정 대칭 행렬 $X_i, Q_{di}, Q_{hi}, Q_{ij}$와 행렬 Y_i 그리고 양의 스칼라 $\alpha_i, \beta_i, \varepsilon_{di}, \varepsilon_{hi}, \varepsilon_{ij}$가 존재한다면,

$$\begin{bmatrix} H(i,j) & X_i & Y_i & \Pi_i & \Phi_i & M_i & \overline{X_i} \\ X_i & -\frac{\alpha_i}{\eta_{ai}^2}I_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_i^T & 0 & -\frac{\beta_i}{\eta_{bi}^2}I_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Pi_i^T & 0 & 0 & -\overline{Q_{di}} & 0 & 0 & 0 \\ \Phi_i^T & 0 & 0 & 0 & -\overline{Q_{hi}} & 0 & 0 \\ M_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda_i & 0 \\ \overline{X_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_i \end{bmatrix}<0 \tag{10}$$

$$(\varepsilon_{di}I_n-Q_{di})>0 \tag{11}$$

$$(\varepsilon_{hi}I_n-Q_{hi})>0 \tag{12}$$

$$\sum_{j=1,i\neq j}^{N}(\varepsilon_{ij}I_n-Q_{ij})>0, \qquad i=1,2,\cdots,N. \tag{13}$$

폐루프 대규모 시스템(6)은 제어기 입력(5)에 의해서 점근적으로 안정하다. 여기서,

$$\begin{aligned} H(i,j) = {} & X_iA_i^T+A_iX_i+Y_i^TB_i^T+B_iY_i+\alpha_iI_n+\beta_iI_n \\ & +(1-\overline{d_i})^{-1}A_{di}Q_{di}A_{di}^T+(1-\overline{h_i})^{-1}B_{hi}Q_{hi}B_{hi}^T \\ & +(1-\overline{d_i})^{-1}\varepsilon_{di}\eta_{di}^2I_n+(1-\overline{h_i})^{-1}\varepsilon_{hi}\eta_{hi}^2I_n \\ & +\sum_{j=1,i\neq j}^{N}(1-\overline{\tau_{ij}})^{-1}A_{ij}Q_{ij}A_{ij}^T+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}(1-\overline{\tau_{ij}})^{-1}\varepsilon_{ij}\eta_{ij}^2I_n \end{aligned}$$

$$\Pi_i=[X_i\ :\ A_{di}Q_{di}]$$

$$\overline{Q_{di}}=\boldsymbol{Diag}\{Q_{di},\ (1-\overline{d_i})(\varepsilon_{di}I_n-Q_{di})\}$$

$$\Phi_i=[Y_i\ :\ B_{hi}Q_{hi}]$$

$$\overline{Q_{hi}}=\boldsymbol{Diag}\{Q_{hi},\ (1-\overline{h_i})(\varepsilon_{hi}I_n-Q_{hi})\}$$

$$M_i=[A_{i1}Q_{i1}\ :\ A_{i2}Q_{i2}\ :\ \cdots\ :\ A_{iN}Q_{iN}]$$

$$\begin{aligned}\Lambda_i=\boldsymbol{Diag}\{ & (1-\overline{\tau_{i1}})(\varepsilon_{i1}I_n-Q_{i1}),\ (1-\overline{\tau_{i2}})(\varepsilon_{i2}I_n-Q_{i2}), \\ & \cdots,\ (1-\overline{\tau_{iN}})(\varepsilon_{iN}I_n-Q_{iN})\}\end{aligned}$$

$$\overline{X_i}=[X_i\ :\ X_i\ :\ \cdots\ :\ X_i]$$

$$\Omega_i=\boldsymbol{Diag}\{Q_{1i},\ Q_{2i},\ \cdots,\ Q_{Ni}\}$$

증명 : 먼저 Lyapunov 후보함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} V(x(t))=\sum_{i=1}^{N}\Big[& x_i^T(t)P_ix_i(t)+\int_{t-d_i(t)}^{t}x_i^T(s)Q_{di}^{-1}x_i(s)\,ds \\ & +\int_{t-h_i(t)}^{t}x_i^T(s)K_i^TQ_{hi}^{-1}K_ix_i(s)\,ds \\ & +\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\int_{t-\tau_{ij}(t)}^{t}x_j^T(s)Q_{ij}^{-1}x_j(s)\,ds\Big] \end{aligned} \tag{14}$$

시스템(6)의 해를 따라 Lyapunov 후보함수(14)의 시간미분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \le \sum_{i=1}^{N} & x_i^T(t)\big[(A_i+B_iK_i)^TP_i+P_i(A_i+B_iK_i) \\ & +(\Delta A_i+\Delta B_iK_i)^TP_i+P_i(\Delta A_i+\Delta B_iK_i)\big]x_i(t) \\ & +2x_i^TP_i(A_{di}+\Delta A_{di}(t))Q_{di}^{\frac{1}{2}}Q_{di}^{-\frac{1}{2}}x_i(t-d_i(t)) \\ & +2x_i^TP_i(B_{hi}+\Delta B_{hi}(t))Q_{hi}^{\frac{1}{2}}Q_{hi}^{-\frac{1}{2}}K_ix_i(t-h_i(t)) \\ & +\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\Big\{2x_i^TP_i(A_{ij}+\Delta A_{ij}(t))Q_{ij}^{\frac{1}{2}}Q_{ij}^{-\frac{1}{2}}x_i(t-\tau_{ij}(t))\Big\} \\ & +x_i^T(t)Q_{di}^{-1}x_i(t)-(1-\dot{d}_i(t))x_i^T(t-d_i(t))Q_{di}^{-1}x_i(t-d_i(t)) \\ & +x_i^T(t)K_i^TQ_{hi}^{-1}K_ix_i(t) \\ & -(1-\dot{h}_i(t))x_i^T(t-h_i(t))K_i^TQ_{hi}^{-1}K_ix_i(t-h_i(t)) \\ & +\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\big[x_j^T(t)Q_{ij}^{-1}x_j(t) \\ & -(1-\dot{\tau}_{ij}(t))x_j^T(t-\tau_{ij}(t))Q_{ij}^{-1}x_j(t-\tau_{ij}(t))\big] \end{aligned}$$

보조정리1과 식(4)을 이용하여 위 식을 정리하면 다음을

얻는다.

$$\le \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t)\big[(A_i+B_iK_i)^TP_i+P_i(A_i+B_iK_i)$$
$$+(\Delta A_i+\Delta B_iK_i)^TP_i+P_i(\Delta A_i+\Delta B_iK_i)$$
$$+\frac{1}{1-\overline{d}_i}P_i(A_{di}+\Delta A_{di})Q_{di}(A_{di}+\Delta A_{di})^TP_i+Q_{di}^{-1}$$
$$+\frac{1}{1-\overline{h}_i}P_i(B_{hi}+\Delta B_{hi})Q_{hi}(B_{hi}+\Delta B_{hi})^TP_i+K_i^TQ_{hi}^{-1}K_i$$
$$+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\frac{1}{1-\overline{\tau}_{ij}}P_i(A_{ij}+\Delta A_{ij})Q_{ij}(A_{ij}+\Delta A_{ij})^TP_i$$
$$+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}Q_{ji}^{-1}\Big]x_i(t)$$

또한 보조정리1과 2를 이용해 식을 전개하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\le \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t)\big[A_i^TP_i+K_i^TB_i^TP_i+P_iA_i+P_iB_iK_i$$
$$+\Big(\frac{1}{\alpha_i}\Delta A_i^T\Delta A_i+\alpha_iP_iP_i+\frac{1}{\beta_i}K_i^T\Delta B_i^T\Delta B_iK_i+\beta_iP_iP_i\Big)$$
$$+\frac{1}{1-\overline{d}_i}P_i\{A_{di}Q_{di}A_{di}^T+A_{di}Q_{di}(\varepsilon_{di}I_n-Q_{di})^{-1}$$
$$\cdot Q_{di}A_{di}^T+\varepsilon_{di}\Delta A_{di}^T\Delta A_{di}\}P_i+Q_{di}^{-1}$$
$$+\frac{1}{1-\overline{h}_i}P_i\{B_{hi}Q_{hi}B_{hi}^T+A_{hi}Q_{hi}(\varepsilon_{hi}I_n-Q_{hi})^{-1}$$
$$\cdot Q_{hi}B_{hi}^T+\varepsilon_{hi}\Delta B_{hi}^T\Delta B_{hi}\}P_i+K_i^TQ_{hi}^{-1}K_i$$
$$+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\frac{1}{1-\overline{\tau}_{ij}}P_i\{A_{ij}Q_{ij}A_{ij}^T+A_{ij}Q_{ij}(\varepsilon_{ij}I_n-Q_{ij})^{-1}$$
$$\cdot Q_{ij}A_{ij}^T+\varepsilon_{ij}\Delta A_{ij}^T\Delta A_{ij}\}P_i+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}Q_{ji}^{-1}\Big]x_i(t)$$
$$\le \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t)X_i^{-1}Z_iX_i^{-1}x_i(t)$$

여기서 Z_i는 다음을 만족하고, $X_i=P_i^{-1}$, $Y_i=K_iP_i^{-1}$이다.

$$Z_i=X_iA_i^T+A_iX_i+Y_i^TB_i^T+B_iY_i$$
$$+\Big(\frac{\eta_{ai}^2}{\alpha_i}X_iX_i+\alpha_iI_n+\frac{\beta_{ai}^2}{\beta_i}Y_i^TY_i+\beta_iI_n\Big)$$
$$+\frac{1}{1-\overline{d}_i}\{A_{di}Q_{di}A_{di}^T+A_{di}Q_{di}(\varepsilon_{di}I_n-Q_{di})^{-1}$$
$$\cdot Q_{di}A_{di}^T+\varepsilon_{di}\eta_{di}^2I_n\}+X_iQ_{di}^{-1}X_i$$
$$+\frac{1}{1-\overline{h}_i}\{B_{hi}Q_{hi}B_{hi}^T+B_{hi}Q_{hi}(\varepsilon_{hi}I_n-Q_{hi})^{-1}$$
$$\cdot Q_{hi}B_{hi}^T+\varepsilon_{hi}\eta_{hi}^2I_n\}+Y_i^TQ_{hi}^{-1}Y_i$$
$$+\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{1-\overline{\tau}_{ij}}\{A_{ij}Q_{ij}A_{ij}^T+A_{ij}Q_{ij}(\varepsilon_{ij}I_n-Q_{ij})^{-1}$$
$$\cdot Q_{ij}A_{ij}^T+\varepsilon_{ij}\eta_{ij}^2I_n\}+X_i\sum_{j=1,i\neq j}^{N}Q_{ji}^{-1}X_i$$

따라서 모든 $Z_i<0\,(i=1,2,\cdots,N)$이면 Lyapunov 안정성 이론에 의하여 시간지연을 갖는 불확정성 대규모 시스템(6)은 안정하다. 또한 보조정리3을 통하여 부등식 $Z_i<0$과 정리1과는 동치임을 쉽게 알 수 있다. ■

다음에 오는 정리2는 시간지연과 불확정성의 구조가 알려진 구조적 불확정성을 포함하더라도 대규모 시스템의 강인 안정성을 보장하는 제어기 설계에 관한 조건이다.

정리2 : 시변 시간지연(4)와 구조적 불확정성(3)을 갖는 폐루프 대규모 시스템(6)을 고려하자. 만약 다음에 오는 LMI(15)-(18)를 만족하는 양확정 대칭 행렬 $X_i, Q_{di}, Q_{hi}, Q_{ij}$와 행렬 Y_i 그리고 양의 스칼라 $\alpha_i, \beta_i, \varepsilon_{di}, \varepsilon_{hi}, \varepsilon_{ij}$가 존재한다면,

$$\begin{bmatrix} H(i,j) & E_{ai}X_i & E_{bi}Y_i & \Pi_i & \Phi_i & M_i & \overline{X}_i \\ X_iE_{ai}^T & -\alpha_iI_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_i^TE_{bi}^T & 0 & -\beta_iI_n & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Pi_i^T & 0 & 0 & -\overline{Q_{di}} & 0 & 0 & 0 \\ \Phi_i^T & 0 & 0 & 0 & -\overline{Q_{hi}} & 0 & 0 \\ M_i^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Lambda_i & 0 \\ \overline{X}_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_i \end{bmatrix}<0 \tag{15}$$

$$(\varepsilon_{di}I_n-E_{di}Q_{di}E_{di}^T)>0 \tag{16}$$
$$(\varepsilon_{hi}I_n-E_{hi}Q_{hi}E_{hi}^T)>0 \tag{17}$$
$$\sum_{j=1,i\neq j}^{N}(\varepsilon_{ij}I_n-E_{ij}Q_{ij}E_{ij}^T)>0, \qquad i=1,2,\cdots,N \tag{18}$$

폐루프 대규모 시스템(6)은 제어기 입력(5)에 의해서 점근적으로 안정하다. 여기서,

$$H(i,j)=X_iA_i^T+A_iX_i+Y_i^TB_i^T+B_iY_i+\alpha_iD_{ai}^TD_{ai}$$
$$+\beta_iD_{bi}^TD_{bi}+(1-\overline{d}_i)^{-1}A_{di}Q_{di}A_{di}^T$$
$$+(1-\overline{d}_i)^{-1}\varepsilon_{di}D_{di}D_{di}^T+(1-\overline{h}_i)^{-1}B_{hi}Q_{hi}B_{hi}^T$$
$$+(1-\overline{h}_i)^{-1}\varepsilon_{hi}D_{hi}D_{hi}^T+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}(1-\overline{\tau}_{ij})^{-1}A_{ij}Q_{ij}A_{ij}^T$$
$$+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}(1-\overline{\tau}_{ij})^{-1}\varepsilon_{ij}D_{ij}D_{ij}^T$$
$$\Pi_i=[X_i : E_{di}Q_{di}A_{di}^T]$$
$$\overline{Q_{di}}=\mathbf{Diag}\{Q_{di},\ (1-\overline{d}_i)(\varepsilon_{di}I_n-E_{di}Q_{di}E_{di}^T)\}$$
$$\Phi_i=[Y_i : E_{hi}Q_{hi}B_{hi}^T]$$
$$\overline{Q_{hi}}=\mathbf{Diag}\{Q_{hi},\ (1-\overline{h}_i)(\varepsilon_{hi}I_n-E_{hi}Q_{hi}E_{hi}^T)$$
$$M_i=[E_{i1}Q_{i1}A_{i1}^T : E_{i2}Q_{i2}A_{i2}^T : \cdots : E_{iN}Q_{iN}A_{iN}^T]$$
$$\Lambda_i=\mathbf{Diag}\{(1-\overline{\tau}_{i1})(\varepsilon_{i1}I_n-E_{i1}Q_{i1}E_{i1}^T),$$
$$(1-\overline{\tau}_{i2})(\varepsilon_{i2}I_n-E_{i2}Q_{i2}E_{i2}^T),\cdots,(1-\overline{\tau}_{iN})(\varepsilon_{iN}I_n-E_{iN}Q_{iN}E_{iN}^T)\}$$

$$\overline{X_i} = [X_i : X_i : \cdots : X_i]$$
$$\Omega_i = \textbf{Diag}\{Q_{1i}, Q_{2i}, \cdots, Q_{Ni}\}.$$

증명 : Lyapunov 후보함수를 식(14)과 같이 정의하고 시스템(6)의 해를 따라 Lyapunov 후보함수의 시간미분을 구하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}
\le \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t)\Big[&(A_i+B_iK_i)^TP_i+P_i(A_i+B_iK_i)\\
&+(\Delta A_i+\Delta B_iK_i)^TP_i+P_i(\Delta A_i+\Delta B_iK_i)\\
&+\frac{1}{1-\overline{d_i}}P_i(A_{di}+\Delta A_{di})Q_{di}(A_{di}+\Delta A_{di})^TP_i+Q_i^{-1}\\
&+\frac{1}{1-\overline{h_i}}P_i(B_{hi}+\Delta B_{hi})Q_{hi}(B_{hi}+\Delta B_{hi})^TP_i+K_i^TQ_{hi}^{-1}K_i\\
&+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\frac{1}{1-\overline{\tau_{ij}}}P_i(A_{ij}+\Delta A_{ij})Q_{ij}(A_{ij}+\Delta A_{ij})^TP_i\\
&+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}Q_{ji}^{-1}\Big]x_i(t)
\end{aligned}$$

그리고 정합조건 형태의 불확정성(3)과 식(4)을 적용하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}
\le \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t)\Big[&(A_i+B_iK_i)^TP_i+P_i(A_i+B_iK_i)\\
&+(D_{ai}F_{ai}(t)E_{ai}+D_{bi}F_{bi}(t)E_{bi}K_i)^TP_i\\
&+P_i(D_{ai}F_{ai}(t)E_{ai}+D_{bi}F_{bi}(t)E_{bi}K_i)\\
&+\frac{1}{1-\overline{d_i}}P_i\{(A_{di}+D_{di}F_{di}(t)E_{di})Q_{di}\\
&\qquad\cdot(A_{di}+D_{di}F_{di}(t)E_{di})^T\}P_i+Q_{di}^{-1}\\
&+\frac{1}{1-\overline{h_i}}P_i\{(B_{hi}+D_{hi}F_{hi}(t)E_{hi})Q_{hi}\\
&\qquad\cdot(B_{hi}+D_{hi}F_{hi}(t)E_{hi})^T\}P_i+K_i^TQ_{hi}^{-1}K_i\\
&+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\frac{1}{1-\overline{\tau_{ij}}}P_i\{(A_{ij}+D_{ij}F_{ij}(t)E_{ij})Q_{ij}\\
&\qquad\cdot(A_{ij}+D_{ij}F_{ij}(t)E_{ij})^T\}P_i+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}Q_{ji}^{-1}\Big]x_i(t)
\end{aligned}$$

보조정리1과 2를 이용해 다음으로 전개한다.

$$\begin{aligned}
\le \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t)\Big[&A_i^TP_i+K_i^TB_i^TP_i+P_iA_i+P_iB_iK_i\\
&+(\frac{1}{\alpha_i}E_{ai}^TE_{ai}+\alpha_iP_iD_{ai}^TD_{ai}P_i+\frac{1}{\beta_i}K_i^TE_{bi}^TE_{bi}K_i+\beta_iP_iD_{bi}^TD_{bi}P_i)\\
&+\frac{1}{1-\overline{d_i}}P_i\{A_{di}Q_{di}A_{di}^T+A_{di}Q_{di}E_{di}^T(\varepsilon_{di}I_n-E_{di}Q_{di}E_{di}^T)^{-1}\\
&\qquad\cdot E_{di}Q_{di}A_{di}^T+\varepsilon_{di}D_{di}D_{di}^T\}P_i+Q_{di}^{-1}\\
&+\frac{1}{1-\overline{h_i}}P_i\{B_{hi}Q_{hi}B_{hi}^T+B_{hi}Q_{hi}E_{hi}^T(\varepsilon_{hi}I_n-E_{hi}Q_{hi}E_{hi}^T)^{-1}\\
&\qquad\cdot E_{hi}Q_iB_{hi}^T+\varepsilon_{hi}D_{hi}D_{hi}^T\}P_i+K_i^TQ_{hi}^{-1}K_i\\
&+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\frac{1}{1-\overline{\tau_{ij}}}P_i\{A_{ij}Q_{ij}A_{ij}^T+A_{ij}Q_{ij}E_{ij}^T(\varepsilon_{ij}I_n-E_{ij}Q_{ij}E_{ij}^T)^{-1}\\
&\qquad\cdot E_{ij}Q_{ij}A_{ij}^T+\varepsilon_{ij}D_{ij}D_{ij}^T\}P_i+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}Q_{ji}^{-1}\Big]x_i(t)\\
\le \sum_{i=1}^{N} x_i^T(t)&X_i^{-1}Z_iX_i^{-1}x_i(t)
\end{aligned}$$

여기서 Z_i는 다음을 만족하고, $X_i = P_i^{-1}$, $Y_i = K_iP_i^{-1}$이다.

$$\begin{aligned}
Z_i = {}&X_iA_i^T+A_iX_i+Y_i^TB_i^T+B_iY_i\\
&+(\frac{1}{\alpha_i}X_iE_{ai}^TE_{ai}X_i+\alpha_iD_{ai}^TD_{ai}+\frac{1}{\beta_i}Y_i^TE_{bi}^TE_{bi}Y_i+\beta_iD_{bi}^TD_{bi})\\
&+\frac{1}{1-\overline{d_i}}\{A_{di}Q_{di}A_{di}^T+A_{di}Q_{di}E_{di}^T(\varepsilon_{di}I_n-E_{di}Q_{di}E_{di}^T)^{-1}\\
&\qquad\cdot E_{di}Q_{di}A_{di}^T+\varepsilon_{di}D_{di}D_{di}^T\}P_i+X_iQ_{di}^{-1}X_i\\
&+\frac{1}{1-\overline{h_i}}\{B_{hi}Q_{hi}B_{hi}^T+B_{hi}Q_{hi}E_{hi}^T(\varepsilon_{hi}I_n-E_{hi}Q_{hi}E_{hi}^T)^{-1}\\
&\qquad\cdot E_{hi}Q_{hi}B_{hi}^T+\varepsilon_{hi}D_{hi}D_{hi}^T\}P_i+Y_i^TQ_{hi}^{-1}Y_i\\
&+\sum_{j=1,i\neq j}^{N}\frac{1}{1-\overline{\tau_{ij}}}\{A_{ij}Q_{ij}A_{ij}^T+A_{ij}Q_{ij}E_{ij}^T(\varepsilon_{ij}I_n-E_{ij}Q_{ij}E_{ij}^T)^{-1}\\
&\qquad\cdot E_{ij}Q_{ij}A_{ij}^T+\varepsilon_{ij}D_{ij}D_{ij}^T\}+X_i\sum_{j=1,i\neq j}^{N}Q_{ji}^{-1}X_i
\end{aligned}$$

따라서 모든 $Z_i<0\,(i=1,2,\cdots,N)$이면 Lyapunov 안정성 이론에 의하여 폐루프 대규모 시스템(6)은 안정하다. 그리고 보조정리3을 통하여 부등식 $Z_i<0$과 LMI형태의 정리2와는 동치임을 쉽게 알 수 있다. ■

2.3 수치 예제

이 장에서는 위에서 얻어진 결과의 유용성을 보이기 위하여 시간지연을 갖는 불확정성 대규모 시스템(1)을 고려한다. 여기서,

$$A_1=\begin{bmatrix}-4 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}5 & -2\\ 1 & 3\end{bmatrix},\ A_3=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 2 & -3\end{bmatrix},$$
$$B_1=\begin{bmatrix}3 & -1\\ 2 & 2\end{bmatrix},\ B_2=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 3 & 3\end{bmatrix},\ B_3=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & -4\end{bmatrix},$$
$$A_{d1}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},\ A_{d2}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},\ A_{d3}=\begin{bmatrix}0.3 & 0\\ 0 & 0.3\end{bmatrix},$$
$$B_{h1}=\begin{bmatrix}0.3 & 0\\ 0 & 0.3\end{bmatrix},\ B_{h2}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.3\end{bmatrix},\ B_{h3}=\begin{bmatrix}0.3 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},$$
$$A_{12}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.3\end{bmatrix},\ A_{13}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},\ A_{21}=\begin{bmatrix}0.3 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},$$
$$A_{23}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.3\end{bmatrix},\ A_{31}=\begin{bmatrix}0.3 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},\ A_{32}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.3\end{bmatrix}.$$

먼저 시간지연이 시변이 아닌 상수이고 불확정성은 다음과 같은 노옴 바운드만이 알려진 비구조적 불확정성을 포함하는 시스템의 강인 제어기 설계 문제이다.

$$\eta_{a1}=0.4,\ \eta_{a2}=0.3,\ \eta_{a3}=0.3,\ \eta_{b1}=0.3,\ \eta_{b2}=0.3,$$
$$\eta_{b3}=0.4,\ \eta_{d1}=0.1,\ \eta_{d2}=0.05,\ \eta_{d3}=0.06,$$

$\eta_{h1}=0.1$, $\eta_{h2}=0.1$, $\eta_{h3}=0.1$, $\eta_{12}=0.03$, $\eta_{13}=0.05$,
$\eta_{21}=0.04$, $\eta_{23}=0.03$, $\eta_{31}=0.05$, $\eta_{32}=0.03$.

Matlab의 LMI toolbox를 이용하여 정리1의 LMI 조건들을 만족시키는 양확정 대칭 행렬 X_1, X_2, X_3와 행렬 Y_1, Y_2, Y_3 을 구해보면 다음을 얻을 수 있다.

$$X_1=\begin{bmatrix} 1.6266 & -0.3331 \\ -0.3331 & 0.2292 \end{bmatrix},\ X_2=\begin{bmatrix} 0.4150 & 0.2073 \\ 0.2073 & 1.0712 \end{bmatrix},$$
$$X_3=\begin{bmatrix} 1.7754 & -0.4345 \\ -0.4345 & 1.4891 \end{bmatrix},$$
$$Y_1=\begin{bmatrix} 0.0259 & -1.0097 \\ -1.0097 & -1.3665 \end{bmatrix},\ Y_2=\begin{bmatrix} -2.9097 & 0.3759 \\ 0.3759 & -3.4012 \end{bmatrix},$$
$$Y_3=\begin{bmatrix} -4.9108 & 1.4889 \\ 1.4889 & 0.5049 \end{bmatrix},$$
$$\alpha_1=1.3468,\ \alpha_2=0.6974,\ \alpha_3=0.6493$$
$$\beta_1=0.7100,\ \beta_2=0.7970,\ \beta_3=1.5150$$

여기서 $K_i=Y_iX_i^{-1}$이므로, 제어기 이득으로 다음과 같은 값을 얻는다.

$$K_1=-\begin{bmatrix} 1.2617 & 6.2398 \\ 2.6219 & 9.7736 \end{bmatrix},$$
$$K_2=-\begin{bmatrix} 7.9560 & -1.8906 \\ -2.7587 & 3.7090 \end{bmatrix},$$
$$K_3=-\begin{bmatrix} 2.7152 & -0.2076 \\ -0.9925 & -0.6287 \end{bmatrix}.$$

이 때 얻어진 제어기는 연관된 시스템뿐만 아니라 시스템의 상태와 입력에도 시간지연과 비구조적 불확정성을 갖는 대규모 시스템의 강인 안정성을 보장한다.

다음으로 시간지연이 시변이고 불확정성의 구조가 알려진 형태인 구조적 불확정성을 포함하는 대규모 시스템(1)의 제어기 설계에 대한 문제이다. 시변 시간지연은 다음을 만족하는 시간지연을 고려한다.

$$d_i(t)=d_i+0.1\sin(t),$$
$$h_i(t)=h_i+0.1\cos(t),$$
$$\tau_{ij}(t)=\tau_{ij}+0.1\sin(t).$$

여기서 $d_i(t), h_i(t), \tau_{ij}(t)\geq 0$ 이므로 $d_i, h_i, \tau_{ij}\geq 0.1$ 이고, 시간지연의 미분값은 $\dot{d}_i(t), \dot{h}_i(t), \dot{\tau}_{ij}(t)\leq 0.1$이 된다. 따라서 $\overline{d_i}, \overline{h_i}, \overline{\tau_{ij}}=0.1$ 이 되고 이는 식(4)을 만족한다. 또한 구조적 불확정성의 경우 불확정성의 구조가 알려진 형태로 다음과 같이 고려한다.

$$D_{a1}=\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},\ D_{a2}=\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},\ D_{a3}=\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$
$$E_{a1}=\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},\ E_{a2}=\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},\ E_{a3}=\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$
$$D_{b1}=\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},\ D_{b2}=\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},\ D_{b3}=\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$
$$E_{b1}=\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},\ E_{b2}=\begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},\ E_{b3}=\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$
$$D_{d1}=\begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ D_{d2}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},\ D_{d3}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix},$$
$$E_{d1}=\begin{bmatrix} 0.03 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},\ E_{d2}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix},\ E_{d3}=\begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.03 \end{bmatrix},$$
$$D_{h1}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix},\ D_{h2}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},\ D_{h3}=\begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},$$
$$E_{h1}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},\ E_{h2}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix},\ E_{h3}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.03 \end{bmatrix},$$
$$D_{12}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ D_{13}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.03 \end{bmatrix},\ E_{12}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},$$
$$E_{13}=\begin{bmatrix} 0.03 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},\ D_{21}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},\ D_{23}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},$$
$$E_{21}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ E_{23}=\begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix},\ D_{31}=\begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix},$$
$$D_{32}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix},\ E_{31}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix},\ E_{32}=\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}.$$

마찬가지로 정리2의 조건을 만족시키는 양확정 대칭 행렬 X_1, X_2, X_3와 행렬 Y_1, Y_2, Y_3 을 구해보면 다음을 얻을 수 있다.

$$X_1=\begin{bmatrix} 0.2038 & -0.0349 \\ -0.0349 & 0.0300 \end{bmatrix},\ X_2=\begin{bmatrix} 0.0016 & 0.0006 \\ 0.0006 & 0.0043 \end{bmatrix},$$
$$X_3=\begin{bmatrix} 0.0064 & -0.0100 \\ -0.0100 & 0.0187 \end{bmatrix},$$
$$Y_1=\begin{bmatrix} -0.1257 & -0.1028 \\ -0.1028 & -0.1137 \end{bmatrix},\ Y_2=\begin{bmatrix} -0.0533 & 0.0088 \\ 0.0088 & -0.0807 \end{bmatrix},$$
$$Y_3=\begin{bmatrix} -0.0228 & -0.0134 \\ -0.0134 & 0.0296 \end{bmatrix},$$
$$\alpha_1=1.2703,\ \alpha_2=0.6897,\ \alpha_3=0.4997$$
$$\beta_1=1.3872,\ \beta_2=0.5881,\ \beta_3=1.0089$$

여기서 $K_i=Y_iX_i^{-1}$이므로, 제어기 이득으로 다음과 같은 값을 얻었다.

$$K_1=-\begin{bmatrix} 1.5015 & 5.1684 \\ 1.4387 & 5.4593 \end{bmatrix},$$
$$K_2=-\begin{bmatrix} 35.9449 & -6.8789 \\ -12.9917 & 20.3443 \end{bmatrix},$$
$$K_3=-\begin{bmatrix} 30.2617 & 16.9413 \\ -2.5019 & -2.9203 \end{bmatrix}.$$

얻어진 제어기는 연관된 시스템뿐만 아니라 시스템의 상태와 입력에도 시변 시간지연과 구조적 불확정성을 갖는 대규모 시스템의 강인 안정성을 보장한다.

3. 결 론

본 논문에서는 대규모 시스템에서 흔히 존재하는 시간지연과 불확정성을 고려하여 시스템의 강인 제어기 설계를 다루었다. 고려된 시간지연은 연관된 보조 시스템뿐만 아니라

시스템의 상태와 입력에도 존재하는 시간지연으로 지연의 미분값만을 알고 있는 시변 시간지연 독립 형태이고, 불확정성은 노옴 바운드만이 알려진 비구조적 불확정성과 불확정성의 구조가 알려진 형태인 구조적 불확정성을 고려하였다. 주요결과에서는 LMI기법과 Lypaunov 정리를 이용하여 시간지연과 불확정성을 포함하더라도 대규모 시스템의 강인 안정성을 보장하는 제어기가 존재하도록 하는 충분조건을 제시하였다. 또한 제시된 조건들은 여러 가지 제약조건들을 쉽게 다룰 수 있고 효과적인 알고리듬을 통하여 원하는 파라미터와 해를 구할 수 있는 LMI형태로 나타내었다. 수치예제에서는 LMI toolbox를 이용하여 제시된 정리들의 유용성을 보였다.

참 고 문 헌

[1] J. H. Kim and H. B. Park, " H_∞ state feedback control for generalized continuous time-delay systems" Automatica, vol.35, pp.1443-1451, 1999.

[2] T. Mori, N. Fukuma and M. Kuwahar, "Simple stability criteria for single and composite linear systems with time delays", Int. J. Control, vol.32, no.6, pp.1175-1184, 1981.

[3] B. Xu, "On delay-independent stability of large-scale systems with time delay", IEEE Trans. Auto. Contr. vol.40, no.5, pp.930-933, 1995.

[4] W. J. Wang, C. C. Song and C. C. Kao, "Robustness bounds for large-scale time-delay systems with structured and unstructured uncertainties", Int. J. Systems Science, vol. 22, no.1, pp.209-216, 1991.

[5] B. Xu, Y. Fu and L. Bai, "Further results on robust bounds for large-scale time-delay systems with structured and unstructured uncertainties", Int. J. Systems Science, vol. 27, no.12, pp.1491-1495, 1996.

[6] I. H. Suh and Z. Bien, "On stabilization by local state feedback for desecrete-time large scale systems with delays in interconnection", IEEE Trans. Auto. Contr. vol.27, pp.744-746, 1982.

[7] T. N. Lee and U. L. Radovic, "Decentralized stabilization of linear continuous and discrete-time systems with delays in interconnections", IEEE Trans. Auto. Contr. vol.33, no.8, pp.757-761, 1988.

[8] H. Trinh and M. Aldeen, "A comment on Decentralized stabilization of large scale interconnected systems with delays", IEEE Trans. Auto. Contr. vol.40, no.5, pp.914-916, 1995.

[9] M. S. Mahmoud and M. Zribi, "Robust and H_∞ stabilisation of interconnected systems with delays", IEE Proc.-Control Theory Appl., vol. 145, no.6, pp.559-567, 1998.

[10] M. S. Mahmoud and S. Bingulac, "Robust design of stabilizing dontrollers for interconnected time-delay systems", Automatica, vol.34, no.6, pp.795-800, 1998.

[11] C. Cheng, B. Tang, Y. Cao and Y. Sun, "Decentralized robust H_∞ control of uncertain large-scale systems with state delays - LMI approach", Proc. of the American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania, pp.3111-3115, June 1998.

[12] Y. Cao, Y. Sun and C. Cheng, "Delay-dependent robust stabilization of uncertain systems with multiple state delays", IEEE Trans. Auto. Contr. vol.43, no.11, pp.1608-1612, 1998.

[13] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory", SIAM, 1994.

[14] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub and M. Chilali, "LMI Control Toolbox", The Math works Inc., Natick, MA, 1995.

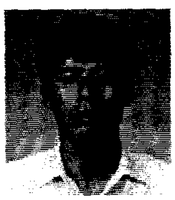
저 자 소 개

이 희 송(李 喜 松)

1974년 10월 20일 생. 1997년 대전산업대 제어계측공학과 졸업. 1997년~1999년 충북대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년~현재 동 대학원 전기공학과 박사과정. 현재 삼진정보통신(주) R&D 사업본부 연구원.

Tel : 042-488-8258, Fax : 042-488-8259

E-mail : heeslee@trut.chungbuk.ac.kr



김 진 훈(金 鎭 勳)

1961년 10월 8일생. 1985년 서울대 전기공학과 졸업. 1985년~1987년 신영전기(주) 연구원. 1989년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(석사). 1993년 동 전기 및 전자공학과 졸업(공박). 1993년~1994년 경상대 공대 제어계측공학과 전임강사. 현재 충북대 공대 전기전자공학부 조교수.

Tel : 0431-261-2387, Fax : 0431-268-2386

E-mail : jinhkim@cbucc.chungbuk.ac.kr