J. Biomed. Eng. Res.
Vol. 21, No. 5, 441-448, 2000

Gibbs 선행치를 사용한 배열된부분집합 기대값최대화 방출단층영상 재구성방법에 관한 연구

임기천 · 최 용 · 김종호 · 이수진* · 우상근 · 서현관 · 이경헌 · 김상은 · 최연성 · 박장춘** · 김병태

성균관대학교 의과대학 삼성서울병원 핵의학과, 삼성생명과학연구소 임상의학연구센터
배재대학교 전자공학과*, 건국대학교 컴퓨터공학과**

(2000년 5월 31일 접수, 2000년 8월 16일 채택)

A Study on the Ordered Subsets Expectation Maximization Reconstruction Method Using Gibbs Priors for Emission Computed Tomography

K.C. Im, Y. Choi, J.H. Kim, S.J. Lee*, S.K. Woo, H.K. Seo, K.H. Lee, S.E. Kim, Y.S. Choe, C.C. Park**, B.T. Kim

Department of Nuclear Medicine, Samsung Medical Center, Sungkyunkwan University School of Medicine
Center for Clinical Research, Samsung Biomedical Research Institute, Department of Electronic Engineering,
Paichai University*, Department of Computer Engineering, Konkuk University**

(Received May 31, 2000, Accepted August 16, 2000)

요 약 방출단층영상 재구성을 위한 최대우도 기대값최대화(maximum likelihood expectation maximization, MLEM) 방법은 영상 획득과정을 통계학적으로 모델링하여 영상을 재구성한다. MLEM은 일반적으로 사용하는 여과후역투사(filtered backprojection)방법에 비해 많은 장점을 가지고 있으나 반복횟수 증가에 따른 발산과 재구성 시간이 오래 걸리는 단점을 가지고 있다. 이 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위해 계산시간을 현저히 단축시킨 배열된부분집합 기대값최대화(ordered subsets expectation maximization, OSEM)에 Gibbs 선행치인 membrane (MM) 또는 thin plate (TP)을 첨가한 OSEM-MAP (maximum *a posteriori*)을 구현함으로써 알고리즘의 안정성 및 재구성된 영상의 질을 향상시키고자 한다. 실험에서 알고리즘의 수렴시간을 가속화하기 위해 투사 데이터를 16개의 부분집합으로 분할하여 반복연산을 수행하였으며, 알고리즘의 성능을 비교하기 위해 소프트웨어 모형(원숭이 뇌 자가빙사선, 수학적심장흉부)을 사용한 영상재구성 결과를 제곱오차로 비교하였다. 또한, 알고리즘의 사용 가능성을 평가하기 위해 물리 모형을 사용하여 PET 기기로부터 획득한 실제 투사 데이터를 사용하였다
주요 기술 용어 : 방출단층영상, 반복재산 재구성방법, 배열된부분집합 기대값최대화, Gibbs 선행치

Abstract : The maximum-likelihood expectation-maximization (MLEM) algorithm for emission computed tomography (ECT) reconstructs images by modeling statistical properties of the emission and detection processes involved in ECT systems. While the MLEM algorithm has several advantages over the conventional filtered backprojection method, it also has unfortunate disadvantages due to the instability involved in the ML problem and its slow convergence. In this paper we focus on the improvement of the well-known ordered subsets expectation maximization (OSEM) algorithm, which provides an order-of-magnitude acceleration over standard EM, by extending to the maximum *a posteriori* (MAP) approach. For our OSEM-MAP algorithms we used the spline models derived from ideal physical materials, such as the membrane (MM) and the thin plate

본 연구의 일부는 보건복지부 보건의료기술연구개발사업(HMP-98-E-1-0008), 선도기술의료공학기술개발사업(HMP-98-G-1-0008)과 과학기술부 원자력기초연구사업 지원에 의하여 이루어진 것임
통신저자 : 최 용, (135-710) 서울시 강남구 일원동 50 삼성서울병원 핵의학과
Tel. (02)3410-2624, Fax. (02)3410-2639
E-mail. y7choi@samsung.co.kr

서 론

방출단층영상(emission computed tomography, ECT)은 방사성동위원소를 추적자로 사용하여 인체에 대한 형태학적인 정보와 아울러 생물학적이고 기능적인 정보를 제공한다[1]. 방출

(TP) We compared square errors using software phantoms (monkey brain autoradiograph Mathematical Cardiac Torso) In our experiments we showed that, for subdivided projection data into 16 subsets, the extension of OSEM to OSEM-MAP significantly improved the quality of reconstructions in squared error In particular, the OSEM-MAP algorithm with the TP prior yielded the smallest square error among the three reconstruction algorithms considered in our experiments In order to test the practicability of our OSEM-MAP algorithms, we also used the real projection data acquired from physical phantoms using a PET scanner.

Key words : Emission computed tomography, Iterative reconstruction methods Ordered subsets expectation maximization, Gibbs priors

단층영상은 먼저 환자의 인체에 방사성의약품을 주입한 후, 영상기기로 측정한 투사 데이터를 재구성하여 얻어진다.

방출단층영상 재구성법 중 여과후역투사(filtered backprojection, FBP) 방법은 연산이 단순하여 재구성 시간이 짧은 장점이 있어 현재 상용화된 시스템에 가장 많이 사용되고 있다. 그러나, 이는 근본적으로 선적분에 기반한 "Radon" 변환의 단순 역변환에 불과하므로 재구성 시 체내에 투여된 방사성동위원소의 각종 물리적 현상을 정확히 보정할 수 없는 단점이 있을 뿐 아니라 역투사 과정에서 관측 투사 데이터에 내재한 잡음이 역투사선을 따라 영상 전반에 걸쳐 방사형태로 전달되므로 재구성된 영상에 선형인공산물이 발생하는 단점이 있다.

기본적인 반복계산 재구성방법은 임의의 초기 추측영상을 180° 또는 360°로 회전하며 투사(projection) 시켜 투사 데이터를 만들고 이를 관측 투사 데이터와 비교하여 그 차만큼 수정한 후 역투사한다. 이러한 투사와 역투사 과정을 반복하여 계산된 투사 데이터와 관측 투사데이터의 차를 최소화함으로써 방출단층영상을 재구성한다. 특히, 반복계산 재구성방법 중 하나인 최대우도 기대값최대화(maximum likelihood expectation maximization, MLEM) 방법은 방사선의 방출에서 검출에 이르는 세부과정을 통계학적으로 모델링한 뒤 관측 투사 데이터와 통계적으로 추정된 투사 데이터의 우도함수를 최대화함으로써 영상을 재구성하는 방법이며, 이는 FBP 방법이나 기존의 단순 반복계산 재구성 방법에 비해 영상의 질에 영향을 미치는 각종 물리적 요소(검출기응답곡선, 감쇠, 산란 등)를 효과적으로 고려할 수 있어 이를 이용한 연구가 활발히 진행되어왔다[2-3]. 그러나, MLEM 방법은 FBP 방법보다 우수한 영상을 재구성할 수 있는 장점이 있는 반면, 반복계산으로 인한 총 계산시간이 오래 걸리며 관측 투사 데이터에 포함된 잡음의 영향이 반복횟수를 증가할수록 증폭되므로 적절한 반복횟수를 초과할 경우 재구성된 영상의 질이 급격히 저하되는 단점이 있어 상용 시스템에 적용하는데 어려움이 있었다.

Hudson과 Larkin[4]에 의해 발표된 배열된부분집합 기대값최대화(ordered subsets expectation maximization, OSEM) 재구성방법은 기존의 MLEM 알고리즘에서 사용되던 전체 투사 데이터를 수 개의 부분(subsets)으로 분할하여 투사 및 역투사를 반복함으로써 알고리즘의 수렴 시간을 급격히 단축시킨 고속 MLEM 알고리즘이다 그러나, 이 방법 역시 위에 언급된 바와 같이 MLEM 알고리즘의 최적 반복횟수 이후에 발산되는 불안정성을 그대로 지니고 있는 단점이 있으므로 이를 해결하기 위해서는 우도확률(likelihood probability)을 최대화하는 대신 사후확률(posterior probability)을 최대화하는 MAP(maximum *a posteriori*)으로의 확장이 필요하다 Bayesian 영상 재구성법은 MLEM에서의 우도확률에 선행지(prior)확률을 추가한 MAP 알고리즘을 사용함으로써 MLEM 알고리즘의 불안정성을 해소할 수 있을 뿐 아니라 복원하고자 하는 단면 내의 방사성동위원소의 분포를 통계적으로 추정한 선행치 확률을 적용함으로써 재구성된 영상의 질을 정량적으로 향상시킬 수 있는 방법으로 널리 알려져 있다[5-6]

본 논문에서는 OSEM 재구성방법에 "Gibbs"선행치 확률분포함수를 첨가함으로써 OSEM의 장점을 살려 반복연산 횟수를 급격히 감소시킬 뿐 아니라 Gibbs 확률분포함수의 특성에 따라 수렴의 안정성을 향상시킬 수 있는 OSEM-MAP 알고리즘을 개발하였다 소프트웨어 모형 영상 및 물리적 모형을 사용하여 양전자방출단층영상(positron emission tomography, PET)에 적용함으로써 알고리즘의 성능과 실용 가능성을 평가하고자 한다 특히, Gibbs 확률분포함수를 위해 이상적 물질의 수학적 표현에서 유도된 "membrane" 과 "thin plate"의 대표적 선행치 함수를 적용하고 이로부터 전체 알고리즘의 성능을 정량적으로 비교하고자 한다[7-8].

재료 및 방법

MLEM 재구성방법

주어진 시간동안 특정 위치에서 방출되는 감마선은 포와송(Poisson) 분포를 따른다. 포와송 분포는 다음과 같은 수식으로 표현된다[9-10].

$$P_r(N=n) = \frac{\mu^n \exp(-\mu)}{n!} \quad (1)$$

$P_r(N=n)$은 평균적으로 μ개의 감마선이 방출될 경우 확률변수 N이 n개의 감마선을 방출할 확률을 의미한다 포와송 분포를 갖는 확률변수 합은 각 확률변수 평균값의 합을 평균값으로 하는 새로운 포와송 분포를 이루므로 주어진 시간동안 환자로부터 방출되는 감마선을 검출한 투사 데이터 역시 포와송 분포를 이루게 된다. 재구성하고자 하는 단면을 2차원의 격자로 표현하여 i, j 위치의 화소를 f_{ij}라 하고, 여기에 감마선의 방출 및 검출과정에서 발생되는 물리적 요소인 감쇠(attenuation), 산란(scatter) 및 무작위 처리를 고려하면 투사 데이터의 평균값은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{g}_{t\theta}=\sum_{i,j} a_{t\theta,ij} f_{ij}+ S_{t\theta}+ R_{t\theta} \quad (2)$$

여기서 $\bar{g}_{t\theta}$는 θ 각도로 방출되는 감마선이 검출기 t번째 칸(bin)에서 평균적으로 얻어지는 투사 데이터. $a_{t\theta,ij}$는 i, j번째 위치에서 θ 각도로 방출되는 감마선이 검출기 t번째 칸에 도달될 확률이다. $S_{t\theta}$는 산란, $R_{t\theta}$는 무작위 처리를 의미하며, 감쇠현상은 $\sum_{i,j} a_{t\theta ij} f_{ij}$에 포함된다.

검출기 각 칸에서 검출되는 감마선은 서로 독립적이므로, 주어진 단면 내에서 방출되는 감마선이 검출기에 이르는 과정을 묘사하기 위한 우도확률(likelihood probability)은 다음과 같은 포와송 확률분포함수로 표현된다.

$$P_r(G=g|f)=\prod_{t\theta}\frac{\bar{g}_{t\theta}^{g_{t\theta}}\exp(-\bar{g}_{t\theta})}{g_{t\theta}!} \quad (3)$$

여기서 f는 복원하고자 하는 단면 영상을 의미하고, G는 투사 데이터의 확률변수, g는 투사 데이터를 의미한다. 최대우도(maximum likelihood, ML) 추정방법은 우도(likelihood) 함수, 식 (3)을 최대로 하는 f 값을 구하는 것이다. 그런데, 식 (3)의 우도함수 자체를 직접 최대화하는 것은 수학적으로 거의 불가능하므로 가상의 확률변수를 설정하여 이의 기대값을 최대화함으로써 간접적으로 우도함수를 최대화하도록 하는 기대값 최대화(expectation maximization, EM)방법을 이용한다.

EM 알고리즘은 기대값단계와 최대화단계로 구성되며 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{f}_{ij}^{n+1}=\frac{\hat{f}_{ij}^{n}}{\sum_{t\theta} a_{t\theta,ij}}\sum_{t\theta}\frac{g_{t\theta}a_{t\theta,ij}}{\bar{g}_{t\theta}} \quad (4)$$

식 (4)는 기본적으로 $\bar{g}_{t\theta}=\sum_{i,j} a_{t\theta,ij} f_{ij}+ S_{t\theta}+ R_{t\theta}$를 계산하기 위한 투사과정과 $\sum_{t\theta}\frac{g_{t\theta}a_{t\theta,ij}}{\bar{g}_{t\theta}}$를 계산하기 위한 역투사 과정의 반복연산으로 구성되어 있다. $\hat{f}_{ij}^{n}$은 n번 실행한 후 평가된 f의 값이다.

본 논문에서 소프트웨어 모형 영상 사용 시 감쇠, 산란, 무작위 처리는 고려하지 않았으며 물리적 모형 영상은 PET 기기에서 산란보정과 감쇠보정을 처리한 $g_{t\theta}$를 사용하였다.

OSEM 재구성방법

OSEM 재구성방법은 MLEM 재구성방법의 알고리즘을 그대로 사용하면서 알고리즘의 수렴을 가속화하기 위해 투사와 역투사 계산 시 전체 투사 데이터를 사용하지 않고 투사 데이터를 각도에 따라 n 개의 부분집합으로 분할 한 뒤 각 부분집합에 대하여 독립적으로 투사와 역투사를 계산한다. 이를 위한 알고리즘은 다음과 같다[4].

1) m=0, $\hat{f}_{ij}^{m}$은 초기 영상
2) $\hat{f}_{ij}^{m}$이 수렴할 때까지 반복
   a) f_{ij}^{1} = $\hat{f}_{ij}^{m}$, m = m+1
   b) 각 부분 집합 k = 1, ..., n
      투사 : $\bar{g}_{t\theta}^{k}=\sum_{i,j} a_{t\theta,ij} f_{ij}^{k}$
      $t\theta\in S_k$ 인 $t\theta$를 사용
      역투사 : $f_{ij}^{k+1}=\frac{f_{ij}^{k}}{\sum_{t\theta\in S_k} a_{t\theta,ij}}\sum_{t\theta\in S_k}\frac{g_{t\theta}a_{t\theta,ij}}{\bar{g}_{t\theta}^{k}}$
   c) $\hat{f}_{ij}^{m}= f_{ij}^{n+1}$

$\hat{f}_{ij}^{0}$은 미리 서술된 영상이고 S는 각도를 부분집합으로 나누었을 때의 변수이다.

Bayesian 재구성방법

Bayesian 재구성방법은 MLEM에서의 우도확률에 선행치(prior) 확률을 추가한 MAP(maximum a posteriori) 알고리즘의 형태를 취한다. 방출단층영상을 투사하여 얻어진 데이터를 G라 하고, 복원하고자 하는 원 영상을 F라 할 경우, Bayesian 정리의 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\Pr(F=f|G=g)=\frac{\Pr(G=g|F=f)\Pr(F=f)}{\Pr(G=g)} \quad (5)$$

여기서, $\Pr(F=f|G=g)$는 사후(posterior), $\Pr(G=g|F=f)$는 우도, $\Pr(F=f)$는 선행치(prior), $\Pr(G=g)$는 주어진 투사 데이터이다. 즉, Bayesian 재구성방법은 MLEM에서 우도함수를 최대화하는 것과는 달리 사후 확률분포를 최대화하는 것이다. 식 (5)의 양변에 로그를 취하여 f를 최대화하는 형태로 다시 쓰면,

$$\begin{aligned}\hat{f}&=\arg\max_f \log\Pr(F=f|G=g)\\&=\arg\max_f [\log\Pr(G=g|F=f)+\log\Pr(F=f)] \quad (6)\end{aligned}$$

가 된다. 위의 식에서 식 (5)의 $\Pr(G=g)$는 f에 관한 함수가 아니므로 제외되었다.

선행치(prior) 함수

Bayesian 재구성방법의 선행치란 복원하고자 하는 영상내 각 화소와 인접한 화소와의 국부적 특성을 확률분포함수 형태로 수식화 하는 것을 의미한다. 식 (6)의 $\Pr(F=f)$와 같이 확률분포함수 형태로 표현하기 위해서는 다음과 같은 Gibbs 분포함수를 사용한다.

$$\Pr(F=f)=\frac{1}{Z}\exp[-\lambda E_p(f)] \quad (7)$$

여기서 Z 는 정규화 요소이고, $E_P(f)$ 는 선행치 에너지로서 인접한 화소간의 특성을 묘사하는 형태의 수식으로 표현된다[7]. 상수 λ 는 선행치 함수의 가중치가 된다. 식 (7)을 식 (6)에 대입하여 다시 쓰면 다음과 같다

$$\hat{f} = \arg\min_f [-\log \Pr(G=g \mid F=f) + \lambda E_P(f)] \quad (8)$$

식 (8)에서 상수 λ 에 의해 우도 함수와 선행치 함수의 비율을 나타낸다. 선행치 에너지를 컴퓨터 비젼분야에서 널리 사용되는 이상적 물질의 수학적 표현에서 유도된 다항식으로 표현하였다. 일반적인 2차원의 1차 모델은 membrane (MM)을 의미하고 2차 모델은 thin plate (TP)을 의미한다[7].

선행치 함수 중 MM의 경우 선행치 에너지는

$$E_P(f) = \int\int (f_x^2 + f_y^2)\,dxdy \quad (9)$$

이다. 여기서 f_x 와 f_y 는 수평과 수직방향으로 1차 편미분을 한 $f_x = \frac{\partial f}{\partial x}$ 와 $f_y = \frac{\partial f}{\partial y}$ 으로 나타낸다.

또, TP의 경우,

$$E_P(f) = \int\int (f_{xx}^2 + 2f_{xy}^2 + f_{yy}^2)\,dxdy \quad (10)$$

이다 여기서 f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}는 수평, 대각선, 수직방향으로 2차 편미분을 한 $f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ 을 나타낸다[7-8]. 잡음이 내재한 영상을 위의 에너지함수를 이용하여 복원할 경우 저주파대역 필터의 편평화 효과가 나타나 잡음이 감소되는 효과를 거둘 수 있다 이 연구에서는 사후 분포함수를 최대화하기 위해 Green의 OSL(one step late) 방법을 사용하였다[5]

시뮬레이션 및 PET 데이터 획득과 재구성

알고리즘의 정확성을 관찰하고자 소프트웨어 모형을 사용하였다 소프트웨어 모형 영상은 원숭이 뇌 자가방사선영상(monkey brain autoradiograph)과 수학적심장흉부영상(mathematical cardiac torso, MCAT)으로 그림 1과 같다[11]. 소프트웨어 모형을 투사한 투사 데이터는 128 각도(angles)에 128 칸(bins)인 실수형이고 포와송 잡음이 첨가되었다. 알고리즘의 정확성을 평가하기 위해 제곱오차를 구하였으며 제곱오차 수식은 다음과 같다.

$$SE = \sum_{i,j} (f_{ij} - \hat{f}_{ij})^2 \quad (11)$$

(a) (b)

그림 1. 소프트웨어 모형 영상 : (a) 원숭이 뇌 자가방사선 영상
(b) 수학적 심장흉부영상

Fig. 1. Software phantom images
(a) monkey brain autoradiograph
(b) MCAT

여기서, f_{ij} 는 원 영상이고 $\hat{f}_{ij}$는 재구성하여 획득한 영상이며 i, j는 화소의 위치이다.

OSEM 알고리즘의 재구성 시간을 관찰하기 위해 HP9000/c110에서 128 각도에 128 칸인 소프트웨어 모형 투사 데이터를 사용하여 OSEM 알고리즘의 반복횟수 5번, 부분집합 16과 MLEM 알고리즘의 반복횟수 80번을 비교하였다.

OSEM 재구성 영상이 반복횟수와 부분집합의 수에 따라 다르므로 OSEM-1과 OSEM-2로 2가지 방법을 실행하였다. OSEM-1은 Hudson과 Larkin이 비교한 횟수인 반복횟수 2번, 부분집합 16으로 총 32번을 반복하였다[4]. OSEM-2는 OSEM-MAP과 비교하기 위해 OSEM-MAP과 동일한 반복횟수 5번, 부부집합 16으로 나누어서 실행하였다.

반복횟수 5번, 부분집합 16으로 나누었을 때 OSEM-MAP에서 선행치 함수 가중치를 비교하였다 선행치 함수 가중치는 제곱오차가 최소인 값을 사용하였다 부분집합을 16으로 고정시키고 반복횟수 증가에 따른 제곱오차를 비교하였다.

OSEM과 OSEM-MAP의 사용 가능성을 평가하기 위해 GE Advance™ PET 스캐너(GE Medical Systems, Milwaukee, WI, USA)로 물리적 모형을 사용하였다. PET 스캐너는 검출기 블록들로 이루어진 18개의 원형 검출기로 구성되어 있으며, 55.0 cm의 횡축시야와 35개의 단층면으로 구성된 15.3 cm의 종축시야를 갖고 있다[12]. 물리적 모형은 Elliptical lung-spine body 모형과 호프만(Hoffman) 뇌 모형을 사용하였으며 방사성동위원소 ^{18}F를 사용하였다. Elliptical lung-spine body 모형에서 심근에 2.23μCi/cc, 가슴에는 0.15μCi/cc를 넣었으며 호프만 뇌 모형에서는 1.48mCi/cc를 넣었다. 영상획득은 방출영상 10분을 얻었고 감쇠보정을 위하여 투과영상 20분을 획득하였다. 투과스캔으로 감쇠보정한 크기가 281 칸에 336 각도인 투사 데이터를 256 각도에 256 칸으로 가중치 보간하여 사용하였다. 확률 $a_{ij,ij}$를 모든 위치에서 동일한 것으로 가정하였다.

표 1. 재구성방법들의 제곱오차
Table 1. Square error of reconstructions

	OSEM-1	OSEM-2	OSEM-MM	OSEM-TP
monkey brain autoradiograph	58128	50941	39408	38408
MCAT	6971	6229	5566	5473

결 과

반복횟수를 5번, 부분집합을 16으로 나누어 실행했을 때 최소 제곱오차를 가지는 선행치 함수 가중치가 OSEM-MM은 원숭이 뇌 자가방사선모형에서 0.042, 수학적심장흉부모형에서 0.014이었고 OSEM-TP는 0.074와 0.023이었다. 선행치 함수 가중치에 따른 제곱오차 비교 곡선은 그림 2와 같다 OSEM-TP는 OSEM-MM보다 선행치 함수 가중치 값의 넓은 범위에서 OSEM보다 작은 제곱오차를 보였다.

반복횟수 증가에 따른 OSEM, OSEM-MM, OSEM-TP 각각의 제곱오차 곡선을 소프트웨어 모형을 이용한 시뮬레이션 방법으로 구하였다. OSEM은 4번 반복하였을 때 제곱오차가 원숭이 뇌 자가방사선영상에서 50581, 수학적심장흉부모형에서 6057로 최소였고 그림 3과 같이 반복횟수를 5번 이상하였을 경우 수학적심장흉부모형과 원숭이 뇌 자가방사선모형에서 발산하는 것이 관찰되었다 또한 OSEM-MAP은 반복횟수 증가에 따른 영상 수렴의 안전성을 향상시켰다.

표 1에서 최소 제곱오차가 OSEM-MM은 39408, 5566이고 OSEM-TP는 38408, 5473이었다. OSEM-1은 가장 큰 제곱오차를 보였다. 소프트웨어 모형에서 OSEM-MAP은 OSEM보다 작은 제곱오차를 보였고 OSEM-TP가 가장 작은 제곱오차를 나타내었다

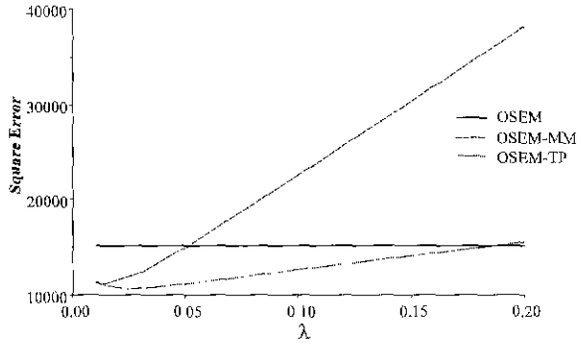

그림 2. 선행치 함수의 가중치 값에 따른 제곱오차 비교 곡선
Fig 2. Comparison of square errors over a range of smoothing parameter

그림 4는 수학적심장흉부모형의 높은 대조도 영상이다. OSEM-1은 눈으로 보기에 편평화(smooth) 효과가 나타났으나 OSEM-2는 화소값이 높은 곳에서 많은 오차를 발생하였으며 균일도가 좋지 않았다 반면 OSEM-MM과 OSEM-TP는 화소값이 높은 곳에서 OSEM보다 우수하였다. OSEM은 화소값이 낮은 곳에서 비교적 정확하게 재구성하였지만 화소값이 높은 곳에서 큰 오차를 나타내었다. OSEM-MAP은 OSEM보다 편평화 효과를 줄 수 있었고 화소값이 낮은 곳의 오차가 OSEM과 비슷하였으나 화소값이 높은 곳의 오차는 OSEM보

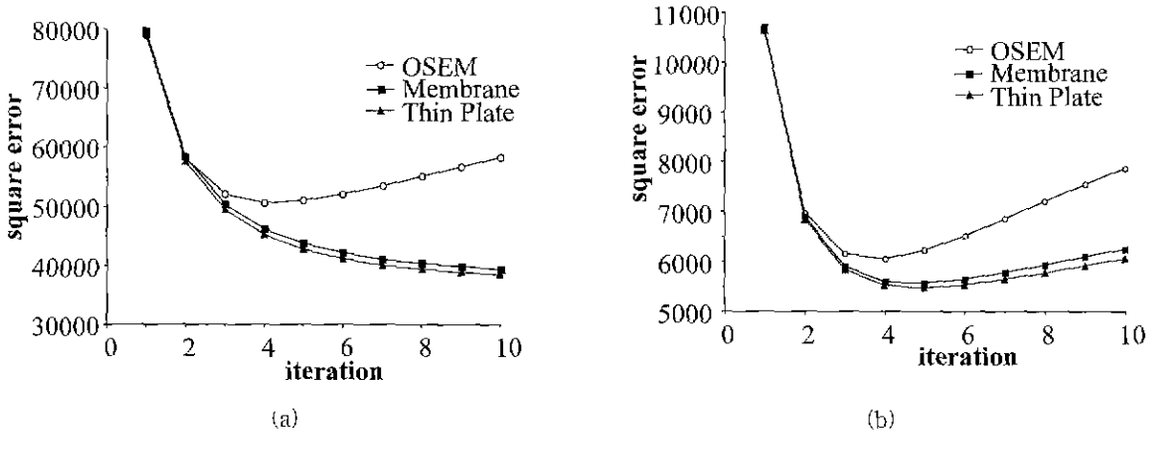

그림 3. 반복횟수와 제곱오차 곡선. (a) 원숭이 뇌 자가방사선모형, (b) 수학적 심장흉부모형
Fig 3. Iteration versus square-error curve. (a) monkey brain autoradiograph, (b) MCAT

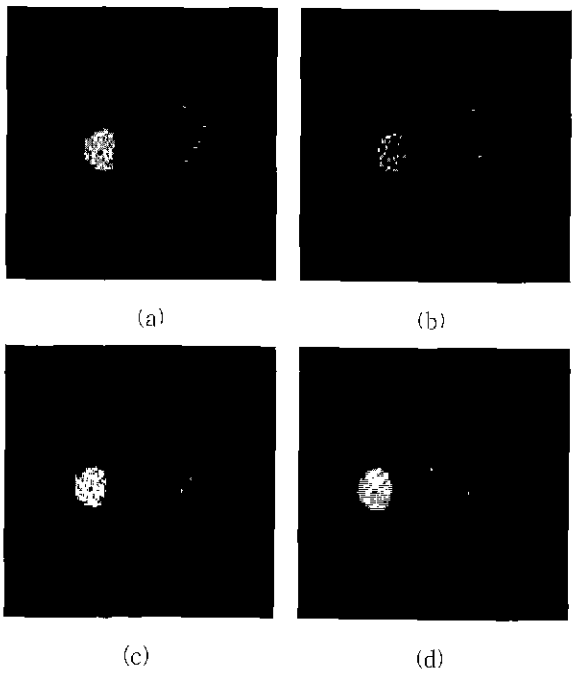

그림 4. 수학적 심장흉부영상 : (a) 배열된부분집합 기대값최대화 -1, (b) 배열된부분집합 기대값최대화 -2, (c) 배열된부분집합 기대값최대화에 선행치 MM추가, (d) 배열된부분집합 기대값최대화에 선행치 TP추가

Fig. 4. MCAT image : (a) OSEM-1, (b) OSEM-2, (c) OSEM-MM, (d) OSEM-TP

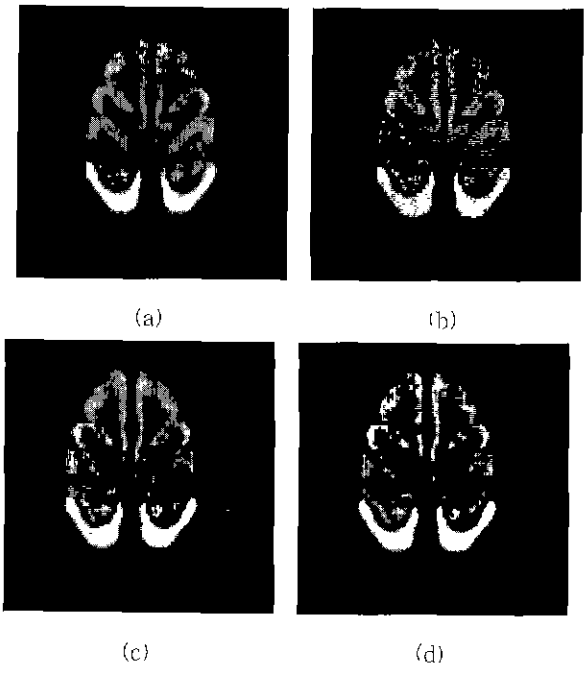

그림 5. 원숭이 뇌 자가방사선영상 : (a) 배열된부분집합 기대값 최대화-1, (b) 배열된부분집합 기대값최대화-2, (c) 배열된부분집합 기대값최대화에 선행치 MM추가, (d) 배열된부분집합 기대값최대화에 선행치 TP추가

Fig 5. monkey brain autoradiograph images : (a) OSEM-1, (b) OSEM-2, (c) OSEM-MM, (d) OSEM-TP

다 작았다.

그림 5는 원숭이 뇌 자가방사능모형에서 OSEM-1이 영상 전반에 편평화가 되어 오차가 크게 발생하였고 OSEM-2가 편평화가 되지 않은 것을 보여준다. 그러나 OSEM-MAP은 영상을 편평화하여 주었고 OSEM보다 정확하게 재구성하였다.

HP9000/c110에서 OSEM은 반복횟수 5번, 부분집합 16으로 하였을 때 51초 걸렸으며 MLEM은 반복횟수 80번 하였을 때 12분 43초 걸렸다. OSEM-MM과 OSEM-TP는 반복횟수 5번, 부분집합 16으로 하였을 때 53초, 54초 걸렸다.

그림 6은 PET 영상을 재구성할 때 OSEM-MAP이 OSEM보다 편평화하였고 OSEM-TP가 OSEM-MM보다 경계부분을 살려주는 것을 보여준다.

고 찰

방출단층영상을 정확하게 재구성하는 것은 잡음으로 인한 영상 해석 오류를 줄일 수 있어 많은 연구가 진행되고 있다. FBP 방법은 물리적 요소를 고려치 않고 단순히 역변환하므로 정확하게 재구성하는 데 어려움이 있다. 또한 계수부족으로 인한 영상 잡음에 민감하며 높은 방사능분포를 이루는 부위에서 선형 인공산물이 발생하는 단점이 있다[13] 반복계산 재구성 방법은 통계학적으로 방사능분포를 모델링하므로 FBP 방법보다 정확하게 재구성할 수 있다. 그러나 반복계산으로 인한 컴퓨터 처리 속도의 한계와 일정 횟수 이상 반복하였을 경우 발산하는 문제가 있어 활용에 어려움이 있었다. 현재는 컴퓨터 처리 속도 증가와 투사 데이터를 분할하여 재구성하는 OSEM 방법과 주위 화소값을 참조하는 Gibbs 선행치를 사용하는 Bayesian 방법으로 반복계산 재구성방법의 사용 빈도가 증가하였다.

이 연구는 투사 데이터를 부분집합으로 분할한 후 각 부분집합을 MLEM 방법으로 재구성하는 OSEM 방법에 바로 이웃한 화소를 참조하는 Gibbs 선행치 함수를 첨가한 OSEM-MAP 방법을 구현하였고 소프트웨어 모형으로 OSEM-MAP 방법의 성능을 평가하였으며 PET영상에 적용하였다.

OSEM 방법은 반복계산 시간을 MLEM 방법보다 12배 이상이나 단축할 수 있었다. OSEM-MAP 방법은 OSEM 방법과 비교하여 시간의 차이가 거의 없었다. 그림 2에서 OSEM-MAP 방법이 선행치 함수 가중치의 영향을 크게 받는 이유는 재구성할 영상에 정확한 정보가 이닌 이전 임상의 사전 정보를 사용하는 OSL 방법 때문이다. 따라서 가중치가 클 경우 이전 영상 정보의 오차가 증폭되어 정확도가 크게 떨어지는 것으로 판단된다. 선행치 함수 MM은 원 화소에서 바로 이웃한 화소값을 참조하였고, 선행치 함수 TP는 원 화소에서 두 번째로 이웃한 화소값을 참조하여 MM보다 더 많은 화소값을 참조하므로 비교적 더 정확한 정보를 가지고 있어 MM에 비해 TP가 넓은 부분에서 OSEM 방법보다 오차가 작았다.

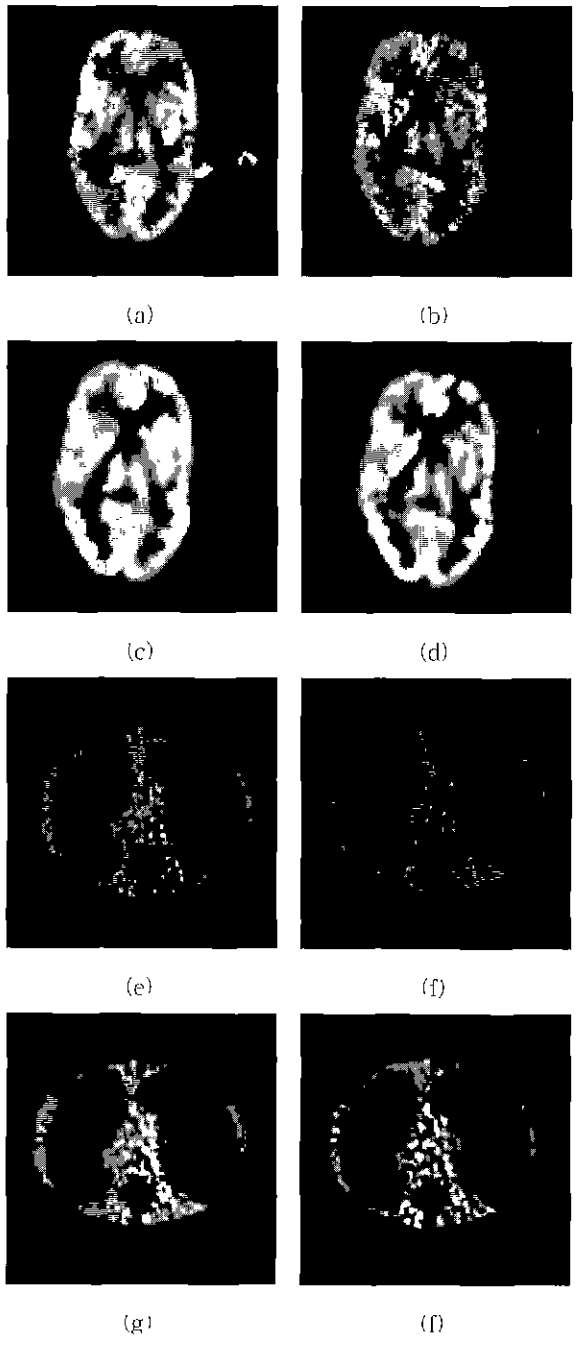

그림 6. 양전자방출단층영상 : (a) 배열된부분집합 기대값최대화 -1, (b) 배열된부분집합 기대값최대화 -2, (c) 배열된부분집합 기대값최대화에 선행치 MM추가, (d) 배열된부분집합 기대값최대화에 선행치 TP추가
Elliptical lung-spine body 모형 : (e) 배열된부분집합 기대값최대화 -1 (f) 배열된부분집합 기대값최대화 -2 (g) 배열된부분집합 기대값최대화에 선행치 MM추가, (h) 배열된부분집합 기대값최대화에 선행치 TP추가

Fig. 6. PET image : (a) OSEM-1, (b) OSEM-2, (c) OSEM-MM, (d) OSEM-TP Elliptical lung-spine body phantom
(e) OSEM-1, (f) OSEM-2, (g) OSEM-MM, (h) OSEM-TP

적은 횟수를 반복한 OSEM-1 방법은 영상 균일도가 좋았으나 많은 오차를 가졌으며 전반적으로 경계부분을 잘 살려주지 못 하였다. 반복횟수를 증가한 OSEM-2 방법은 영상 균일도가 좋지 않아 이 부분에서 많은 오차를 발생시켰다. 이것은 OSEM 방법이 반복횟수를 증가할수록 영상에 있는 잡음도 최대화하여 영상에 많은 오차를 발생시켰다. 이 오차는 판독시 오류를 범할 수 있는 원인을 제공할 수 있으며 정량분석에서도 잘못된 정보를 제공할 수 있다. 따라서 이것을 제거하기 위해 적절한 반복횟수를 찾는 것이 고려되어야 한다.

이 연구에서 소프트웨어 모형을 통해 OSEM 방법이 투사데이터를 16개의 부분집합으로 나누고 4번 반복하였을 때 최소 제곱오차이었고 5번 이상부터 제곱오차가 커지는 것이 관찰되었다. 또한 부분집합과 반복횟수만을 조정하기 때문에 정확도를 향상시키는 데 제약이 많았다 Gibbs 선행치를 사용하는 OSEM-MAP 방법은 반복횟수에 크게 영향을 받지 않아 OSEM 방법에서 반복횟수를 고려해야 하는 점을 개선할 수 있었다. 그림 3은 원숭이 뇌 자가방사선모형의 구조가 복잡하여 Gibbs 선행치의 영향으로 OSEM-MAP 방법이 반복횟수를 증가하여도 수렴하는 것을 보여주었다. 그러나 비교적 구조가 간단한 수학적심장흉부모형에서는 투사 데이터에 있는 잡음증폭이 Gibbs 선행치 함수의 편평화 효과보다 커OSEM-MAP 방법이 다소 발산하는 것을 볼 수 있다.

OSEM-MAP 방법은 반복횟수 증가에 제곱오차가 크게 영향을 받지 않았지만 선행치 함수와 선행치 함수 가중치의 영향을 받았다. OSEM-TP 방법이 편평화를 하면서 경계부분을 살려 줄 수가 있어 복잡한 구조를 가지는 영상을 정확하게 재구성할 것으로 기대된다

OSEM-MAP 방법은 통계학적인 방법으로 FBP 방법에서 나타나는 선형 인공산물을 제거하고, 편평화로 OSEM 방법보다 균일도를 향상시켜 영상의 정확도가 향상되었다. 따라서 기능적 정보를 제공하는 PET 영상에 적용할 경우 보다 정확한 영상을 제공할 것으로 기대된다 또한 해부학적 정보를 제공하는 MRI, CT 영상과 등록(registration), 임상적 응용, 영상 분할, 영상 처리 알고리즘 등에 보다 정확한 영상을 제공할 것으로 기대되어 폭 넓은 연구의 기초가 될 것이다. 그러나 OSEM-MAP 방법을 사용할 경우 선행치 함수와 선행치 함수 가중치에 의해 영상이 크게 영향을 받으므로 보다 많은 연구가 진행되어야겠으며 임상적으로 사용을 할 경우 이런 점을 유의하여 사용하여야 한다. 이 연구에서는 감쇠, 산란, 붕괴 등과 같은 물리적인 요소를 먼저 처리한 후 재구성하였으나 반복계산 재구성방법의 장점을 살려 재구성할 때 물리적 요소를 첨가하여 재구성하면 보다 정확한 영상을 재구성할 것으로 기대된다.

결론적으로 이 연구에서는 반복계산 재구성방법 중 재구성 속도를 빠르게 하며 반복횟수로 인한 발산을 보정한 OSEM-MM과 OSEM-TP 방법을 구현하였고 소프트웨어 모형과 PET 영상을 사용하여 OSEM 방법보다 정확하게 재구성하는 것을 보였다.

참 고 문 헌

1. C-S Koh, Nuclear Medicine, Seoul, Korea Medical Publishing Co., pp. 1-9, 1997
2. R.G Wells, P.H. Simkin, P.F. Judy, M.A. King, P.H Pretorius, H.C. Gifford, P Schneider, "*Maximizing the Detection and Localization of Ga-67 Tumors in Thoracic SPECT MLEM(OSEM) Reconstruction*", IEEE MIC Record, pp. 1367-1371, 1998
3. D.S. Lalush, B.M.W Tsui, "*Performance of Ordered -Subset Reconstruction Algorithms Under Conditions of Extreme Attenuation and Truncation in Myocardial SPECT*", J Nucl Med, Vol 41, pp 737-744, 2000
4. H.M Hudson and R.S. Larkin, "*Accelerated Image Reconstruction Using Ordered Subsets of Projection Data*", IEEE Trans Med Imag, MI-13, pp 601-609, 1994
5. P.J. Green, "*Bayesian reconstruction from emission tomography data using a modified EM algorithm*", IEEE Trans Med Imag, MI-9, pp. 84-93, 1990
6. K Lange, "*Convergence of EM Image Reconstruction Algorithms with Gibbs Smoothing*", IEEE Trans Nucl Sci, Vol. 9, pp. 439-446, 1990
7. S.J. Lee, I.T Hsiao, and G.R. Gindi, "*The Thin Plate as a Regularizer in Bayesian SPECT Reconstruction*", IEEE Trans Nucl Sci, Vol. 44, pp. 1381-1387, 1997
8. S.J Lee, A. Rangarajan, and G. Gindi, "*Bayesian Image Reconstruction in SPECT Using Higher Order Mechanical Models as Priors*", IEEE Trans Med Imag, MI-14, pp. 669-680, 1995
9. L.A. Shepp and Y. Vardi, "*Maximum likelihood reconstruction for emission tomography*", IEEE Trans Med Imag, MI-1, pp. 113-122, 1982
10. K. Lange and R Carson, "*EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography*", J Comput Assisst Tomog, Vol. 8, pp. 306-316, 1984
11. P.H. Pretorius, W. Xia, A.K. Michael, B.M.W. Tsui, T.S Pan, B.J. Villegas, "*Evaluation of Right and Left Ventricular Volume and Ejection Fraction Using a Mathematical Cardiac Torso Phantom*", J Nucl Med, Vol 38, pp. 1528-1535, 1997
12. J.R. Lee, Y Choi, Y.S Choe, K.H. Lee, S.E. Kim, S.A. Shin, B.T. Kim, "*Performance Measurements of Positron Emission Tomography: An Investigation Using General Electric Advance™*", Korean J Nucl Med Vol 30, pp. 548-559, 1996
13. C.X. Wang, W.E Snyder, G. Bilbro, P. Santago, "*Performance evaluation of filtered backprojection reconstruction and iterative reconstruction methods for PET images*", Computers in Bio & Med, Vol 28, pp. 13-25, 1998