J. Biomed. Eng. Res.
Vol. 21, No. 4, 363-372, 2000

맥동유동하에 있는 탄성혈관에서 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글이 벽면전단응력에 미치는 영향

최주환[*] · 이종선[*†] · 김찬중[*]

[*]서울대학교 기계항공공학부, [†]한동대학교 기계제어시스템공학부

(2000년 1월 17일 접수, 2000년 7월 8일 채택)

Influence of Wall Motion and Impedance Phase Angle on the Wall Shear Stress in an Elastic Blood Vessel Under Oscillatory Flow Conditions

J.H. Choi, C.S. Lee, C.J Kim

[*]School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University,
[†]Department of Mechanical and Control System Engineering, Handong University

(Received January 17, 2000, Accepted July 8, 2000)

요 약 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글(압력파와 유량파 사이의 시간차)이 벽면전단응력의 크기와 분포에 미치는 영향을 규명하기 위해 맥동유동하에 있는 직선 탄성혈관에서 전산유체해석을 수행하였다. 탄성을 갖는 직선혈관의 경우에는 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글을 고려한 섭동해가 존재하는데, 이를 본 연구의 수치해와 비교함으로 수치해의 타당성을 입증하였다. 해석결과, 혈관의 벽면운동으로 인해 축방향 속도분포와 입력구배의 값에 여떤 추가분이 발생하는 것을 관찰하였다. 이러한 추가분에 의해 벽면전단응력(wall shear stress) 및 압력구배(pressure gradient)의 진폭(amplitude, time-varying component)은 감소하고 평균값(mean, time-averaged component)에도 변화를 보였는데 그 변화의 경향은 임피던스 페이즈앵글에 따라 매우 다른 모습을 보였다. 즉, 임피던스 페이즈앵글이 음의 값을 갖게 될수록 벽면전단응력의 평균은 감소하고 진폭은 증가하는 경향을 보였다. ±4%의 벽면운동이 있는 경우 대동맥에서 임피던스 페이즈앵글의 변화 가능범위인 0° 에서 -90° 로 페이즈앵글을 감소시켰을 때 벽면전단응력의 평균값은 10.5% 감소하고 진폭은 17.5% 증가하였다. 그러므로 고혈압환자와 같이 음의 큰 페이즈앵글을 갖는 경우 벽면전단응력의 시간에 따른 변화량(진폭/평균)이 상대적으로 커지므로 low and oscillatory shear stress 이론에 의하면 동맥경화에 더 민감하게 된다.

Abstract : The present study investigated flow dynamics of a straight elastic blood vessel under sinusoidal flow conditions in order to understand influence of wall motion and impedance phase angle(time delay between pressure and flow waveforms) on wall shear stress distribution using computational fluid dynamics. For the straight elastic tube model considered in the present study, a perturbation solution exists and our numerical results were compared with the perturbation solution to verify our method of computation. The results showed that wall motion induced additional terms in the axial velocity profile and the pressure gradient. These additional terms due to wall motion reduced the amplitude of wall shear stress and also changed the mean wall shear stress. The trend of the changes was very different depending on the impedance phase angle. As the impedance phase angle was changed to more negative values, the mean wall shear stress decreased while the amplitude of wall shear stress increased. As the phase angle was reduced from 0° to -90° for ±4% wall motion case, the mean wall shear stress decreased by 10.5% and the amplitude of wall shear stress increased by 17.5%. Therefore, for hypertensive patients who have large negative phase angles, the ratio of amplitude and mean of the wall shear stress is raised resulting in a more vulnerable state to atherosclerosis according to low and oscillatory shear stress theory.

Key words Atherosclerosis(동맥경화), Wall shear stress(벽면전단응력), Wall motion(벽면운동), Impedance phase angle(임피던스 페이즈앵글), Elastic blood vessel(탄성혈관), Numerical solution(수치해)

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구 (981-0712-091-2)의 지원으로 수행되었음.

통신저자 : 이종선, (791-940) 경북 포항시 북구 흥해읍 남송리 3번지
한동대학교 기계제어시스템 공학부
Tel.(054)260-1393, Fax. (054)260-1149
E-mail. cslee@han.ac.kr

서 론

동맥경화증을 발생시키는 주요 인자로 알려진 벽면전단응력의 크기와 분포를 알아내기 위한 대부분의 실험 및 수치해석

결과는 유연성이 없는 모델(rigid model)에서 얻어지고 있다[1]. 그러나 실제의 혈관은 심장박동에 따라 주기적으로 운동(반지름 방향으로 확장, 수축)하기 때문에 혈관벽 근처의 유동은 혈관벽의 운동에 의해 영향을 받게 되고, 결국 혈관벽에 작용하는 전단응력도 혈관 신축운동의 정도에 따라 변하게 된다.

심장박동에 따라 변하는 혈압으로 인한 혈관벽의 움직임을 고려할 때 중요한 사실은 혈압파와 혈류파사이에 위상차(Impedance Phase Angle(IPA): ϕ, 음의 임피던스 페이즈앵글은 혈류파가 혈압파를 앞서는 경우이다)가 존재한다는 점이다. 이러한 임피던스 페이즈앵글은 동맥혈관의 끝부분에 존재하는 모세혈관이나 혈관벽의 운동, 혈관의 형상변화 등으로 인해 발생하는데, 정상적인 사람의 경우에는 혈류파가 혈압파보다 45° 정도($\phi \simeq -45°$) 앞선다. 고혈압 환자의 경우에는 임피던스 페이즈앵글이 $-90°$에 가까운 음의 값을 갖게 되며 운동이나 혈관신축제를 복용할 경우에도 임피던스 페이즈앵글의 변화가 일어나는 것으로 알려져 있다[2,3]. 한편 관상동맥의 경우는 심장의 이완시에 혈류가 흐르는 관계로 대동맥과는 상당히 다른 페이즈앵글 값을 갖는다.

Wang과 Tarbell[4,5]은 직선탄성혈관 모델에서 혈관벽의 운동과 임피던스 페이즈앵글이 벽면전단응력에 미치는 영향을 섭동방법(perturbation method)을 통해 조사 이론해를 구하였다. 해석결과, 벽면운동은 추가압력구배항을 발생시킴으로서 전단응력의 진폭(amplitude: 시간변화량)을 감소시키고 벽면전단응력의 평균값(mean : 시간평균값)에도 영향을 미침을 발견하였다. 또한 그 영향은 임피던스 페이즈앵글의 값에 따라 매우 다른 경향을 보인다는 사실도 발견하였다.

본 연구는 대동맥에서 혈관벽의 운동과 임피던스 페이즈앵글이 벽면전단응력에 미치는 영향을 규명하기 위해 벽면운동을 갖는 직선튜브모델(축대칭모델)을 고려하였으며, Wang과 Tarbell이 고려한 튜브의 한 기준단면에서 뿐 아니라 튜브의 축방향을 따라서 분포되는 벽면전단응력의 변화를 전산유체역학적 방법으로 알아보고자 한다. 본 연구의 결과는 혈관의 신축운동과 동맥 혈관내 존재하는 임피던스 페이즈앵글이 실제혈관에서의 유동에 미치는 영향을 이해하기 위한 중요한 자료로 쓰일 수 있으며 동맥경화가 자주 발생되는 3차원 분기관 및 휘어진 혈관의 전산유체역학 해석을 위한 기초자료로 사용될 수 있을 것이다.

수치 모델

1. 혈관벽의 운동과 임피던스 페이즈앵글

혈관의 점탄성(viscoelasticity)으로 인해 압력파와 혈관벽의 움직임 사이에는 위상차가 존재하는데, 대동맥에서는 그 차이가 10° 이내이기 때문에 이를 무시할 수 있다[6]. 따라서, 본 연구에서는 혈관벽이 압력파와 같은 위상으로 운동한다고 가정하였으며, 압력파와 유량파 사이의 위상차를 벽면운동과 유량파 사이의 위상차로 모델링하였다.

실제의 혈압파와 혈류파는 약 10여개의 하모닉(sinusoidal harmonic waves)이 모여 파를 구성하게 되며 그 중에 기본주파수에 해당하는 파(first harmonic)가 가장 큰 영향을 미친다. 본 연구에서는 임피던스 페이즈앵글이 벽면전단응력에 미치는 영향에 주된 관심이 있기 때문에 압력파와 유량파를 하나의 주파수를 갖는 사인함수로 가정하였으며, 두 파 사이에 위상차를 부여하였다. 결국 혈관벽은 사인함수의 형태로 반지름 방향으로 확장·수축하게 되며 기준유량파는 기준단면에서 혈관벽과 위상차 ϕ(임피던스 페이즈앵글; IPA)를 갖도록 모델링하였다.

2. 탄성혈관 모델 및 경계조건

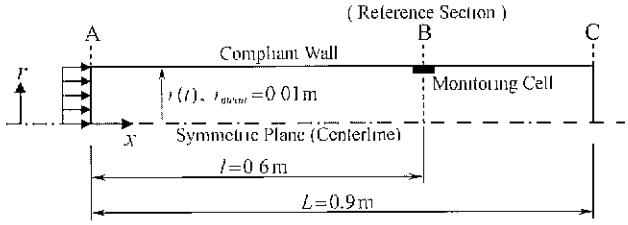


그림 1. 직선 탄성혈관 모델 (축대칭 모델)
Fig. 1. Model for the straight elastic artery(axisymmetric model)

대동맥에서의 혈류유동을 해석하기 위해 그림 1과 같은 축대칭 모델을 사용하였다. 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글에 따른 벽면전단응력의 변화를 일관성있게 고찰하기 위해서 기준단면과 기준단면을 통과하는 기준유량(reference flow rate, Q_{ref})을 설정하였다. 본 연구에서는 단면 B를 기준단면으로 설정하였고 기준단면에서의 기준유량을 다음과 같이 사인함수의 형태로 표현함으로서 벽면신축운동과 ϕ의 위상차를 갖도록 하였다.

$$Q_{ref}(t) = Q_{mean} + Q_{amp}\sin(\omega t - \phi) \quad (1)$$

여기서, Q_{mean}은 기준단면을 통과하는 시간평균유량, Q_{amp}는 유량의 진폭, $\omega(=2\pi/T)$는 각속도, t는 시간, ϕ는 임피던스 페이즈앵글을 의미한다. 유량의 입구(단면 A)에서는 균일유동(flat velocity profile)을 부여하였으며, 유동이 기준단면 근처에서 충분히 발달(fully developed)되도록 기준단면의 0.6 m 상류에 입구를 위치시켰다. 본 연구에 적용된 유동조건은 Lee와 Tarbell[7,8]이 실험에 사용한 복부 대동맥에서의 전형적인 값으로서 Q_{mean}은 43.33 cm^3/s, Q_{amp}는 51.13 cm^3/s, 주기(T)는 0.9s, womersley 수($\alpha = R\sqrt{\omega/\nu}$; unsteadiness parameter)는 10.13, 기준단면에서의 시간평균된 레이놀즈 수($R_e = 2\overline{u}R/\nu$)는 406이며, 모든 영역에서 난류유동은 발생하지 않는다고 가정하였다. 혈액은 뉴턴유체로 모델링

되었으며 점도(μ)는 0.0066028 Pa·s이고 밀도(ρ)는 971.0 kg/m^{3}이다

혈관벽에는 점착조건(no-slip condition)이 적용되며, 혈관벽은 압력과 동일한 위상으로 시간에 따라 사인함수의 형태로 벽에 수직한 방향으로 운동하며 식(2)와 같이 표현한다. 본 연구에서는 벽면의 움직임이 혈관내에서 위치에 관계없이 동일한 위상임을 가정하였는데 이는 혈관내에서 압력파의 속도가 매우 빠르다는 사실을 이용한 것이며 Wang과 Tarbell[4,5]의 직선 탄성혈관의 섭동해(perturbation solution)의 가정과 동일한 가정이다(long wave length assumption).

$$r(t) = r_{mean} + r_{amp}\sin(\omega t) \tag{2}$$

단면 A에서 균일 속도분포(flat velocity profile)를 갖는 입구유량을 결정하기 위해 기준단면 B에서의 기준유량(Q_{ref})을 사용한다. 즉, 벽면운동이 있는 경우, 단면 A~B 사이의 체적변화와 비압축성유체의 질량보존법칙으로부터 입구유량과 입구속도를 계산하면 식(3), (4)와 같다.

$$\begin{aligned} Q_{inlet}(t) &= \frac{dV(t)}{dt} - Q_{ref}(t) \\ &= \frac{d}{dt}\{\pi l r^2(t)\} + Q_{ref}(t) \\ &= 2\pi l r(t) r_{amp}\omega\cos(\omega t) + Q_{ref}(t) \end{aligned} \tag{3}$$

$$u_{inlet}(t) = \frac{Q_{inlet}(t)}{\pi r^2(t)} \tag{4}$$

출구인 그림 1의 단면 C에는 반경방향(r-direction)으로의 압력구배를 고려할 수 있도록 평균압력을 지정하였다. 이 때, 압력 자체의 값보다는 압력차가 중요하기 때문에 단면 C에서의 평균 압력값은 임의의 값을 사용할 수 있으며, 본 연구에서는 영을 사용하였다. 또한, 출구의 영향을 가능한 줄이기 위해 출구인 단면 C를 단면 B에서 0.3m 떨어진 곳에 위치시켰다

3. 벽면전단변형률과 벽면전단응력의 계산

벽면전단변형률의 값을 구하기 위해 그림 2와 같이 벽에 인접한 검사체적의 중심값을 이용하였다. 이때, 벽면전단변형률의 값은 1차의 정확도로 근사되기 때문에 벽 근처에 매우 조밀한 격자를 구성하여 정확한 벽면전단변형률(wall shear rate; WSR= du/dr)이 계산되도록 하였다. 또한, 본 연구에서는 혈액을 뉴턴유체로 모델링했기 때문에 벽면전단응력(wall shear stress, WSS= $\mu[du/dr]$)은 벽면전단변형률에 혈액의 점도(μ)만을 단순히 곱하면 된다. 이러한 이유로 본 연구에서는 벽면전단변형률에 대한 결과만을 나타내도록 한다.

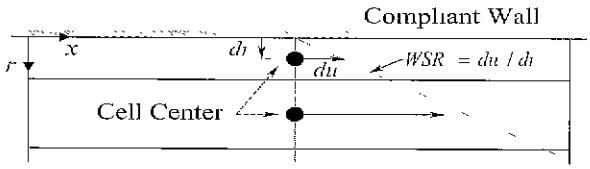


그림 2. 벽면전단변형률(WSR)의 계산을 위한 좌표계
Fig. 2. Coordinates for calculating WSR

수치 해석 방법

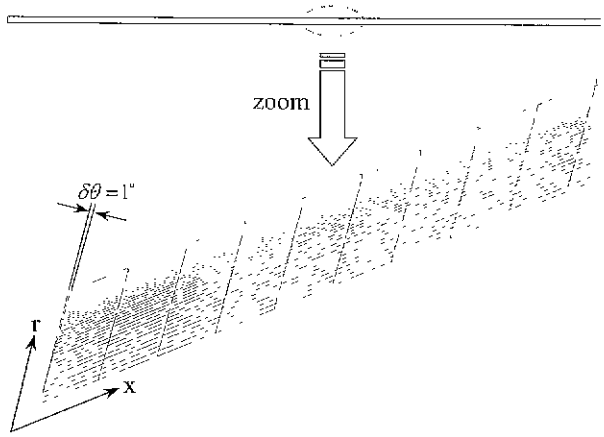


그림. 3. 축대칭모델의 격자계 생성
Fig. 3. Mesh generation for the axisymmetric model. cylindrical coordinates (r, θ, x)

수치해석을 위하여 그림 3에서 보는 바와 같이 "120×40"의 격자개를 사용하였으며, 주유동방향(축방향)으로는 균일격자, 반경방향으로는 0.96의 공비를 갖는 등비수열을 이용하여 벽근처에 조밀한 격자가 배치되도록 하였다. 또한, 축대칭문제를 해결하기 위해 1°의 각을 갖는 검사체적을 사용했고, 이때 양쪽면을 대칭경계로 처리했다

해석을 수행하기 위해 상용코드인 STAR-CD[9]를 사용하였으며, 공간에 대해서는 2차의 정확도를 갖는 중앙차분법(2nd order central difference scheme), 시간에 대해서는 1차의 정확도를 갖는 암시도식(Implicit Euler Method)을 사용하였다. STAR-CD에서는 벽면운동을 고려하기 위한 보존방정식으로서 SCL(Space Conservation Law)이 사용되며, 비정상상태 문제를 해결하기 위해 PISO(Pressure Implicit with Splitting of Operators) 알고리즘을 사용하였다. 시간증분(Δt)에 따른 해의 수렴성을 검토한 결과 Δt가 0.001 s 정도 되면 Wang과 Tarbell의 섭동해와 매우 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 Δt는 모든 경우에 0.001 s 를 사용하였고, 수치해석을 수행한 시간구간은 0.0~4.5 s 로 맥동의 5주기 동안이며 3, 4번째 주기부터는 해가 수렴된 것을 확인할 수 있었다.

그러므로 벽면전단변형률(Wall Shear Rate, WSR)과 압력구배(Pressure Gradient; PG= dp/dx)는 5번째 주기의 결과를 이용하여 계산되며 평균과 진폭, 위상을 결정하기 위해 식(5)의 형태를 갖는 최소자승법(Least Square Mothod)을 사용하였다

$$\mathrm{WSR}(or\ \mathrm{PG}) = \mathrm{Mean} + \mathrm{Amp.}\sin(\omega t - \Phi) \qquad (5)$$

여기서, Mean은 한 주기 동안의 벽면전단변형률이나 압력구배의 평균값을 나타내고, Amp.는 진폭을 의미한다. 또한, Φ는 벽면운동의 위상을 기준으로한 WSR의 위상을 의미한다

결 과

벽면운동이 없는 경우 맥동성 압력(sinusoidal pressure)이 가해지는 유체유동에 대한 이론해가 존재한다(시간평균해는 Poiseuille solution; 진폭에 관한 해는 Womersley solution, [6]) 본 모델의 유동조건하에서 벽면전단변형률의 이론해(벽면운동이 없는 경우)를 구하여 평균과 진폭으로 표현하면, "$55.17 \pm 183.1\ \sec^{-1}$"의 값을 얻을 수 있고 수치해석 결과는 "$55.19 \pm 182.7\ \sec^{-1}$" 이다. 압력구배값은 "$73.21 \pm 1268$ Pa/m" 로 계산되었으며 이론해와 0.5% 이내의 오차를 갖는다. 그림 4는 수치해와 이론해의 축방향 속도분포를 한 주기내의 6개의 시간스텝에서 비교한 것인데 두 경우의 해가 거의 일치하고 있음을 볼 수 있다

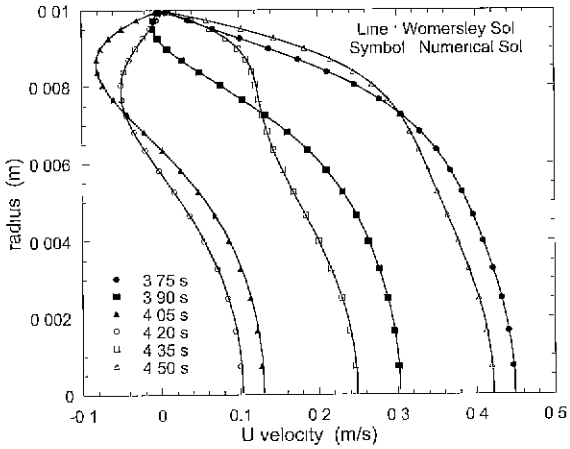


그림 4. 이론해와 수치해의 속도분포 비교
(5번째 주기이며 3.6~4.5 sec 사이, 벽면운동이 없는 경우임)
Fig. 4. Comparison of U velocity profiles for Womersley and numerical solution
(5th period between 3.6 sec. and 4.5 sec.; rigid wall)

본 연구에서와 같이 벽면운동이 상대적으로 작은 경우(0%~±4%)에는 섭동방법(perturbation method)을 통하여 근사 이론해를 구할 수 있다. Wang과 Tarbell[4,5]은 탄성을 갖는 직선혈관모델에서 임피던스 페이즈앵글을 고려한 섭동해를 구했으며, 이때 발생하는 유동특성을 폭넓게 고찰하였다. 다음에서는 Wang과 Tarbell이 구한 섭동해와 본 연구의 수치해를 비교해 봄으로서 수치해의 타당성을 제시하는 동시에 임피던스 페이즈앵글의 영향으로 생겨나는 유동특성을 보다 구체적으로 이해하고자 한다.

맥동유동하에 있는 탄성혈관 모델을 고려할 때 나타나는 중요한 변수는 womersley수 α와 벽면운동의 정도를 나타내는 ε ($= (r_{max} - R)/R$, radius variation)이다. 본 연구에 적용된 womersley수는 10.13, ε은 0.02(±2% 반경변화)와 0.04 (±4% 반경변화) 이다

1 섭동해와 수치해의 비교 : 평균해

벽면운동에 의해 추가적으로 발생되는 유동 및 압력구배를 나타내기 위해 식(6), (7)과 같이 S_m^*, P_m^*를 정의한다. S_m^*는 무차원화된 벽면전단변형률의 추가평균분(Dimensionless induced mean wall shear rate)이며 P_m^*는 무차원화된 압력구배(dp/dx)의 추가평균분(Dimensionless induced mean pressure gradient)이다. 윗첨자 "*"는 섭동해를 나타내고, 아래첨자 "m"은 벽면운동에 의해 발생된 추가적인 평균분(induced mean)을 의미한다.

$$S_m^* = \frac{2\pi R^3}{\alpha \varepsilon Q_{amp}} (\mathrm{MWSR}_{Perturbation} - \mathrm{MWSR}_{Poiseuille}) \qquad (6)$$

$$P_m^* = \frac{\pi R^2}{2\varepsilon \omega \rho Q_{amp}} (\mathrm{MPG}_{Perturbation} - \mathrm{MPG}_{Poiseuille}) \qquad (7)$$

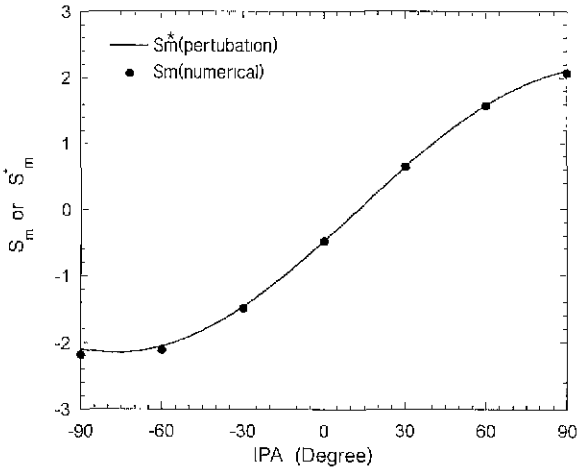
여기서, $\mathrm{MWSR}_{Perturbation}$은 벽면운동이 있는 경우 섭동해에 의한 벽면전단변형률의 평균값을 나타내고 $\mathrm{MWSR}_{Poiseuille}$은 벽면운동이 없는 경우의 벽면전단변형률의 평균값(Poiseuille solution)을 의미한다. 그러므로 S_m^*는 벽면운동에 의해 추가적으로 발생하는 벽면전단변형률의 평균값을 나타내게 된다. 벽면전단변형률의 평균에 대한 추가분(induced mean)이 존재한다는 것은 벽면운동으로 인해 추가적인 유동이 발생한다는 것을 의미한다 이러한 효과는 대류가속(convective acceleration)에 의한 비선형효과이며[4], 벽면운동이 클수록 그 효과는 증가한다 마찬가지로 $\mathrm{MPG}_{Perturbation}$는 벽면운동이 있는 경우 섭동해에 의한 압력구배의 평균값을 나타내고 $\mathrm{MPG}_{Poiseuille}$는 벽면운동이 없는 경우의 압력구배의 평균값을 의미한다.

한편, 위의 섭동해와의 비교를 위해 수치해에 관한 무차원 변수인 S_m, P_m를 식(8), (9)에 정의하였다. 여기서 $\mathrm{MWSR}_{Numerical}$은 벽면운동이 있는 경우 수치해에 의한 벽면전단변형률의 평균값을 나타내며 $\mathrm{MPG}_{Numerical}$은 벽면운동이 있는 경우 수치해에 의한 압력구배의 평균값을 나타낸다.

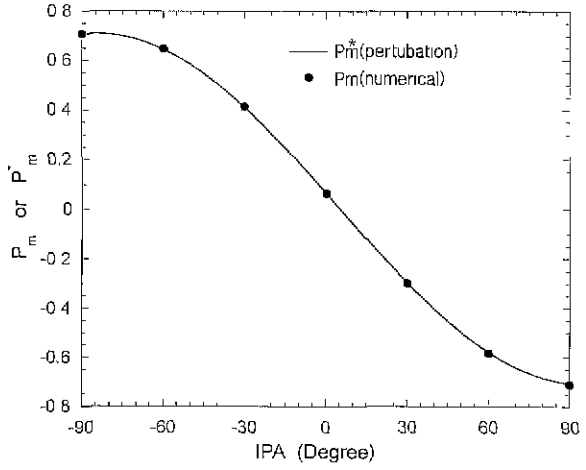
$$S_m = \frac{2\pi R^3}{\alpha\varepsilon Q_{amp}} \left(\mathrm{MWSR}_{Numerical} - \mathrm{MWSR}_{Poiseuille} \right) \quad (8)$$

$$P_m = \frac{\pi R^2}{2\varepsilon\omega\rho Q_{amp}} \left(\mathrm{MPG}_{Numerical} - \mathrm{MPG}_{Poiseuille} \right) \quad (9)$$

+4% 벽변운동을 갖는 경우에 대해 섭동해와 수치해를 그림 5에 비교하였다 섭동해와 수치해가 매우 잘 일치하고 있으며 추가적으로 발생되는 벽면전단변형률 및 압력구배의 추가평균분의 크기는 임피던스 페이즈앵글과 밀접하게 관계함을 알 수 있다 그림5에 나타난 바와 같이 페이즈앵글이 음의 값을



(a) Dimensionless induced mean wall shear rate



(b) Dimensionless induced mean pressure gradient

그림 5. 수치해와 섭동해의 비교; 무차원화된 추가평균량(±4% 벽면운동). IPA는 임피던스 페이즈앵글을 의미함

Fig. 5 Comparison between the Numerical and the Perturbation solution. Dimensionless induced mean (±4% wall motion) IPA represents for the impedance phase angle

가질수록 WSR의 추가평균분의 값은 음의 값을 갖게 되는데 결국 전체 전단변형률의 평균값이 감소함을 의미한다.

Wang과 Tarbell의 섭동해에 의한 S_m^*와 P_m^*의 값은 평균유량이 0인 경우의 해이며 벽면운동이 작은 경우(for small $R_s = [\alpha\varepsilon]^2$)에 근사해로 적용된다 Dutta et al.[10]은 평균유량이 존재하는 경우, 특히 유량의 평균이 진폭보다 훨씬 큰 경우에는 섭동해에 오차가 누적됨을 언급하였다. 현재 수치모델의 유동 조건하에서 섭동해와 수치해가 잘 일치한 이유는 본 모델의 벽면운동의 크기가 작으며 유량의 평균이 진폭보다 작은 값을 갖고 있기 때문으로 사료된다(Q_{amp}/Q_{mean}=1.18).

2 섭동해와 수치해의 비교 : 진폭해

지금까지는 벽면운동에 의한 비선형효과로 인해 유발된 추가평균량에 대한 크기를 살펴보았는데, 이제부터 벽면운동이 WSR과 압력 구배의 진폭에 대해서는 어떠한 영향을 미치는지 살펴보도록 한다. 진폭에 대한 섭동해는 Wang과 Tarbell [5]에 의해 제시되었다.

벽면운동이 있는 경우 비선형효과로 인해 진폭이 얼마나 커졌는지 쉽게 알 수 있도록 진폭에 관하여 식(10), (11)와 같이 무차원 변수를 정의하였다. 즉, 무차원화된 진폭은 벽면운동이 있는 경우의 해와 없는 경우의 해(Womersley solution)의 비율로서 나타낸다

$$S_N^* = \frac{\mathrm{AWSR}_{Perturbation}}{\mathrm{AWSR}_{Womersley}} \quad (10)$$

$$P_N^* = \frac{\mathrm{APG}_{Perturbation}}{\mathrm{APG}_{Womersley}} \quad (11)$$

여기서, 윗첨자 "*"는 섭동해를 나타내며 아랫첨자 "N"은 벽면운동이 없는 경우에 비해 벽면운동이 있는 경우의 값이 얼마나 달라지는지를 나타내는 교정계수(correction factor)를 의미한다. 따라서, S_N^*는 벽면전단변형률의 진폭에 대한 교정계수를 나타내며, P_N^*는 압력구배의 진폭에 대한 교정계수를 나타낸다. 섭동해의 경우와 유사하게 수치해에 대한 교정계수를 식(12)와 식(13)으로 정의하였다.

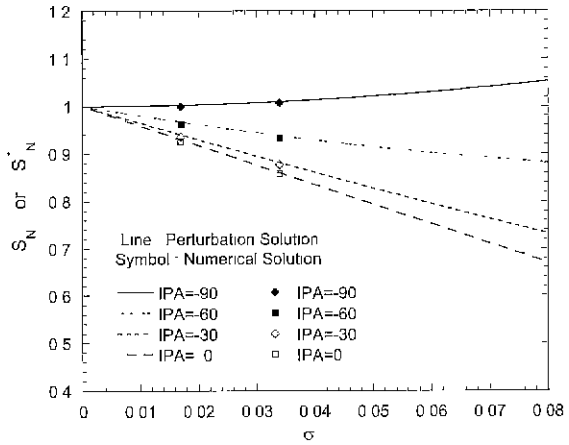
$$S_N = \frac{\mathrm{AWSR}_{Numerical}}{\mathrm{AWSR}_{Womersley}} \quad (12)$$

$$P_N = \frac{\mathrm{APG}_{Numerical}}{\mathrm{APG}_{Womersley}} \quad (13)$$

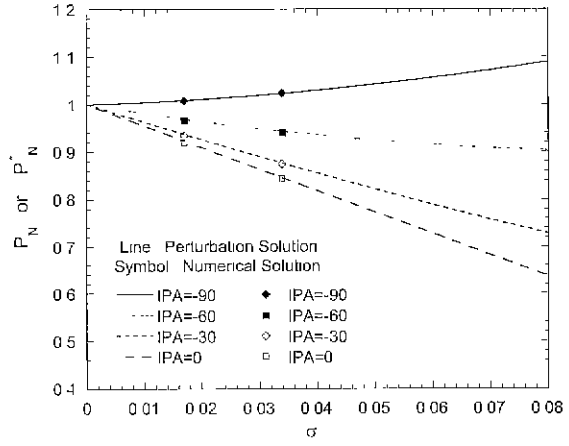
Wang과 Tarbell[5]의 결과에 따르면, 교정계수는 σ ($= \varepsilon Q_{mean}/Q_{amp}$), 임피던스 페이즈앵글($\phi$), 워머슬리수($\alpha$)에 따라 달라진다. 그림 6에 섭동해와 수치해의 교정계수를 나타내었다. 수치해는 ±2% (ε=0.02)와 ±4% (ε=0.04)의 벽변

운동이 있는 경우를 나타내었으며 임피던스 페이즈앵글의 절대 값이 같으면 교정계수들의 값이 비슷하기 때문에 임피던스 페이즈앵글이 $-90° \sim 0°$인 경우에 대해서 나타내었다. 섭동해와 수치해 사이의 오차는 모든 페이즈앵글에 대해 0.5% 이내의 정확도를 보였다.

그림 6를 보면 벽면운동에 의한 비선형효과의 정도가 σ ($= \varepsilon Q_{mean}/Q_{amp}$)와 임피던스 페이즈앵글에 따라 달라지는 것을 볼 수 있다. σ가 0인 경우는 벽면운동이 없는 경우로 임피던스 페이즈앵글과 무관하게 교정계수는 1의 값을 갖는다. 그러나, 벽면운동이 커짐에 따라(σ가 커짐에 따라), 교정계수의 값이 점점 변화하는 것을 관찰 할 수 있으며 변화의 경향은 임피던스 페이즈앵글에 따라 달라지는 것을 알 수 있다. 임피던스 페이즈앵글의 값이 음의 값을 향해 갈수록 WSR의 진폭이 증가하며 페이즈앵글이 영이 될 때 WSR의 진폭은



(a) Amplitude of the wall shear rate



(b) Amplitude of the pressure gradient

그림 6. 임피던스 페이즈앵글(IPA)의 변화에 따른 벽면전단변형률과 압력구배의 수치해와 섭동해의 비교, 진폭에 대한 교정계수. $\sigma = \varepsilon \cdot Q_{mean}/Q_{amp}$ 이며 ε은 벽면운동의 크기를 나타낸다 (±2% 벽면운동의 경우, ε = 0.02, ±4% 벽면운동의 경우, ε = 0.04)

Fig. 6. Comparison between the Numerical and the Perturbation solution for different ϕ's. Correction factor for the amplitude $\sigma = \varepsilon * Q_{mean}/Q_{amp}$. ε represent for the magnitude of wall motion (ε = 0.02 for ±2% wall motion and ε = 0.04 for ±4% wall motion)

표 1. 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글에 따른 벽면전단변형률(WSR)과 압력구배(NPG)의 변화

Table 1. Variation of wall shear rate(WSR) and negative pressure gradient(NPG) with variation of wall motion and impedance phase angle

IPA	Wall Shear Rate(WSR, du/dr)						Negative Pressure Gradient(NPG, -dp/dx)					
	2% wall motion (ε = 0.02, σ = 0.01695)			4% wall motion (ε = 0.04, σ = 0.03390)			2% wall motion (ε = 0.02, σ = 0.01695)			4% wall motion (ε = 0.04, σ = 0.03390)		
	Mean (1/s)	Amp. (1/s)	Phase (Deg.)	Mean (1/s)	Amp. (1/s)	Phase (Deg.)	Mean (Pa/m)	Amp (Pa/m)	Phase (Deg.)	Mean (Pa/m)	Amp. (Pa/m)	Phase (Deg.)
-90°	51.6428	183.084	-132.616	47.9725	184.508	-136.833	41.957	1279.4	-175.88	10.334	1298.6	-180.44
-60°	51.7559	176.319	-102.112	48.2129	170.839	-106.065	44.594	1226.4	-145.54	15.665	1192.6	-150.03
-30°	52.7758	171.347	-70.565	50.2689	160.704	-72.948	54.941	1185.4	-113.97	36.442	1108.7	-117.01
0°	54.4290	169.559	-38.365	53.5897	157.078	-38.341	70.132	1167.4	-81.600	66.992	1071.4	-82.001
30°	56.2722	171.448	-6.165	57.2840	161.001	-3.758	86.168	1177.7	-49.079	99.150	1092.7	-46.730
60°	57.8119	176.460	25.348	60.3625	171.196	29.221	98.731	1213.5	-17.257	124.25	1165.7	-13.017
90°	58.6352	183.197	55.806	62.0018	184.707	59.955	104.39	1264.5	13.431	135.59	1268.5	18.129

※ 벽면운동이 없는 경우(Rigid Wall) -> WSR = 55.188±182.66 1/s, NPG = 73.206±1268.0 Pa/m

※ $\sigma = \varepsilon * Q_{mean}/Q_{amp}$

※ Phase는 벽면운동에 대한 WSR과 NPG의 위상을 각 각 나타낸다

최소값을 갖는데 결국 벽면의 움직임은 WSR의 진폭을 감소시켰으나 페이즈앵글이 −90°까지 감소할 때에는 벽면운동이 없는 경우보다 벽면진단변형률의 진폭이 오히려 약간 증가하는 것을 볼 수 있다. 압력구배에 대한 결과도 비슷한 경향을 보인다. 그림 6에서 ±4%의 혈관신축운동이 있는 경우 페이즈앵글이 −90°에서 0°까지 변할 때 벽면진단변형률과 압력구배의 크기는 20% 정도 변화하고 있다 따라서 탄성혈관의 혈류유동을 해석하는 경우 임피던스 페이즈앵글에 의한 유동의 변화는 무시할 수 없는 분량임을 알 수 있다.

3. 무차원화하지 않은 실제의 수치해

섬동해와의 비교를 위해 지금까지는 무차원화된 값만을 살펴보았다. 표 1에는 ±2% 와 ±4% 의 벽면운동을 갖는 경우에 수치적으로 계산된 벽면전단변형률(WSR)과 압력구배(NPG)의 값을 정리하였다.

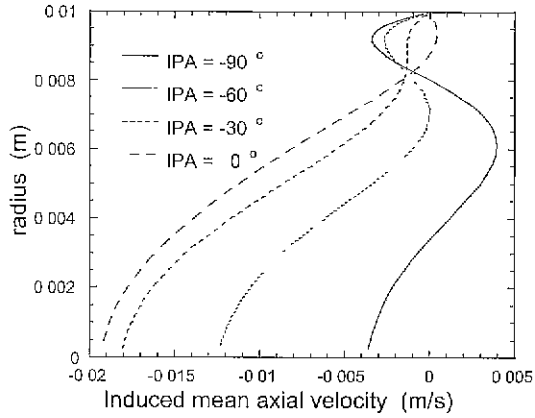
표 1에서 볼 수 있듯이 ±4% 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글이 −90°의 경우 WSR의 평균은 박면운동이 없는 경우의 헤에 비해 13.5% 감소하는 반면 진폭은 1%정도의 차이만 보인다 페이즈앵글이 0°인 경우에는 벽면운동이 없는 경우에 비해 WSR의 평균은 2.9% 감소에 그치지만 진폭은 13.1% 감소하였다 결국 페이즈앵글이 음의 값을 향해 갈수록 WSR의 평균값은 감소하고 진폭은 페이즈앵글의 절대값이 증가할수록 증가하는 것을 볼 수 있다. 표 1에서 페이즈앵글이 0°에서 −90°로 감소할 때(대동맥에서 가능한 임피던스 페이즈앵글의 변화 범위) WSR의 평균은 10.5% 감소하고, 진폭은 17.5% 증가하고 있다. 그러므로 벽면운동이 있는 경우에 임피던스 페이즈앵글이 음의 큰 값을 가질수록 벽면전단변형률의 평균은 감소하고 진폭은 증가함으로서 벽면전단응력의 시간에 따른 변화량(진폭/평균)이 상대적으로 증가하는 것을 알 수 있다.

압력구배의(NPG)의 경우도 페이즈앵글의 변화에 대하여 WSR과 비슷한 변화의 경향을 보이고 있으나 그 변화의 크기는 훨씬 큰 것을 관찰할 수 있다. 임피던스 페이즈앵글에 따른 벽면진단변형률 및 압력구배의 변화 경향은 워머슬리수에 따라 달라지며 이에 대한 논의는 Wang과 Tarbell[4,5]에 잘 나타나 있다. 본 연구는 워머슬리수 α가 10.13인 복부대동맥의 유동조건에 대한 결과이다.

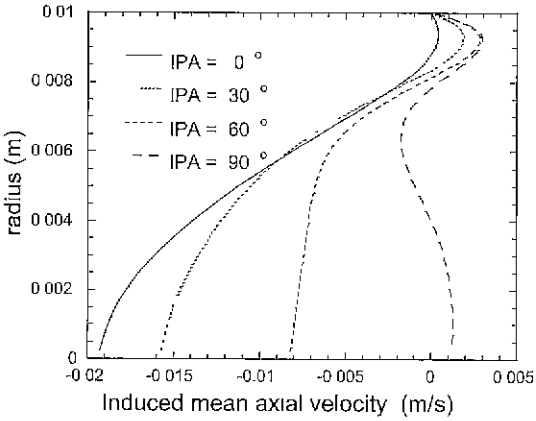
벽면운동으로 인해 추가적으로 발생하는 속도장을 알아보기 위해 식(14)와 같이 추가평균속도 U_m(induced mean axial velocity)을 정의한다

$$U_m = \overline{u}_{Numerical} - u_{Poiseuille} \tag{14}$$

이기서 윗줄긋기(overbar)는 한 주기(5번째 맥동주기)동안 기준단면에서 축방향 속도성분의 시간평균(time averaging)을 의미하고 $u_{Poiseuille}$은 벽면운동이 없는 경우의 속도해(Poiseuille solution; steady flow)이다. 따라서 U_m이 의미하는 것은 벽면운동이 있으므로 해서 생겨난 축방향 속도성분의 추가분이다. 이를 +4% 의 벽면운동을 갖는 경우에 계산하여 그린 7에 나타내었다.



(a) $\phi = -90° \sim 0°$



(b) $\phi = 0° \sim 90°$

그림 7. 기준단면(그림1의 B)에서 임피던스 페이즈앵글(IPA)의 변화에 따른 축방향 속도분포의 추가평균량의 변화 (±4% 벽면운동)
Fig. 7 Variation of the induced mean axial velocity profiles at the reference section B for different ϕ's (±4% wall motion)

그림 7을 보면 벽면운동이 생김으로 해서 유발된 속도성분이 상당한 크기로 존재함을 알 수 있다 입구에서 유량의 평균속도가 0.1379 m/s임을 고려해보면 입구평균속도의 약 15%에 해당하는 범위에서 추가적인 속도가 기준단면 B에서 생겨난 것을 관찰할 수 있다. 추가평균속도의 분포는 임피던스 페이즈앵글이 바뀜에 따라 그 형태가 크게 변화하는 것을 볼 수 있으며 결과적으로 벽면전단율(벽에서의 반지름 방향의 속도구배, du/dr)에 큰 영향을 미치게 된다.

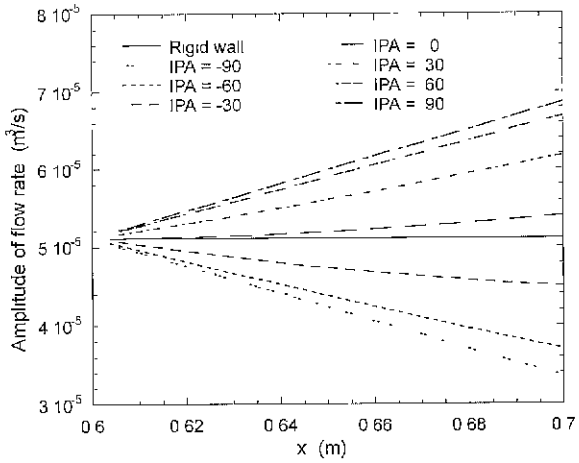
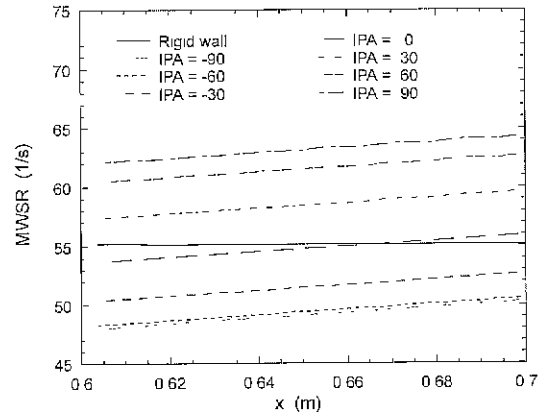


그림 8. 축방향을 따른 유량의 진폭의 변화; ±4%의 벽면운동
Fig. 8. Distribution of the amplitude of flow rate along the x-direction:, ±4% wall motion

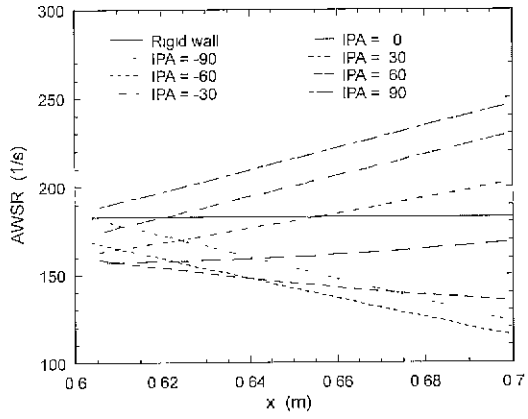
4. 축방향을 따른 벽면전단변형률의 분포

지금까지는 기준단면 B(그림 1)에서의 값에만 관심을 가졌다. 그러나, 주유동방향(x-direction)을 따라 가면서 각 단면을 흐르는 유량의 진폭이 벽면운동으로 인해 변화한다. 그림 8에서, 진폭은 기준단면(x=0.6m)의 하류로 감에 따라 크게 변화하는 것을 볼 수 있다(평균유량, Q_{mean}은 불변). 이러한 현상은 벽면운동이 있는 경우 기준단면(reference section)과 하류의 임의의 단면(distal section) 사이의 질량보존의 법칙을 적용해 보면 이해할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q_{ref}(t) &= \frac{dV(t)}{dt} + Q_{distal}(t) \\ &= \frac{d}{dt}\{\pi l r^2(t)\} + Q_{distal}(t) \\ &= 2\pi l r(t)\, r_{amp}\, \omega \cos(\omega t) + Q_{distal}(t) \end{aligned} \tag{15}$$

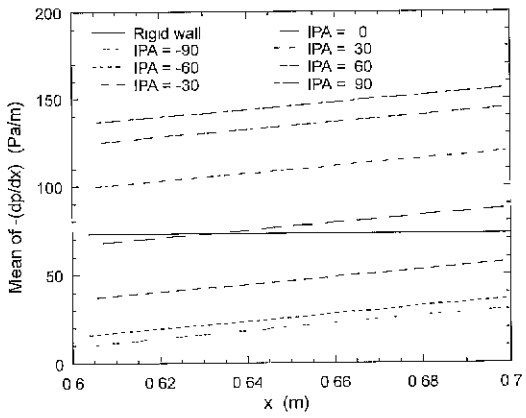


(a) Mean wall shear rate

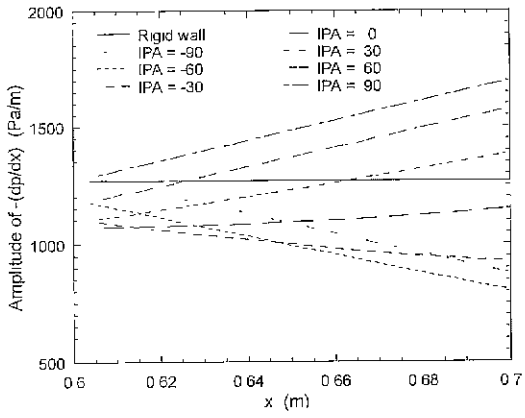


(b) Amplitude of wall shear rate

그림 9. 축방향을 따른 벽면전단변형률의 평균과 진폭의 변화
Fig. 9. Distribution of the wall shear rate along the x-direction: mean, amplitude



(a) mean $-dp/dx$



(b) amplitude $-dp/dx$

그림 10 축방향을 따른 압력구배($-dp/dx$)의 평균과 진폭의 변화
Fig. 10. Distribution of the negative pressure gradient along the x-direction, mean, amplitude

식 (15)에서 $Q_{ref}(t)$는 기준단면을 통과하는 유량이며 $Q_{distal}(t)$은 기준단면에서 l 만큼 하류에 위치한 단면을 통과하는 유량을 나타낸다. 윗 식에서 벽면운동에 의해 발생되는 항(오른쪽 첫 번째 항) 때문에 유동의 하류로 가면서 유량의 진폭에 변화가 오게 된다. 윗 식에 식 (1)로 표현된 $Q_{tel}(t)$를 대입하여 $Q_{distal}(t)$에 대해 정리하면 그림 8에서 볼 수 있듯이 임피던스 페이즈앵글이 음(negative)인 경우에는 유량의 진폭이 기준단면의 하류로 감에 따라 감소하며, 임피던스 페이즈앵글이 양(positive)인 경우에는 유량의 진폭이 증가한다. 이와 같이 벽면운동의 존재로 인해 유량과의 진폭이 주 유동방향을 따라가면서 바뀌기 때문에 수치해석의 결과, 벽면전단변형률과 압력구배의 값도 그림 9와 10에 나타낸 바와 같이 축방향을 따라 변하게 된다.

그림 8, 9, 10을 비교하면 벽면전단변형률과 압력구배의 진폭값은 유량의 진폭과 밀접하게 관계하는 것을 볼 수 있으며, 평균값은 하류를 따라가면서 진폭에 비해 소폭으로 증가하는 것을 볼 수 있다. 벽면운동이 없는 경우에는 축방향으로 어떤 변화도 일어나지 않는다.

결론 및 고찰

본 연구는 복부대동맥에서의 혈류유동을 해석하기 위해 맥동유동하에 있는 직선 탄성혈관모델을 고려하였으며, 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글이 벽면전단응력에 미치는 영향을 고찰하였다. 수치해석시에 동맥혈관의 특성을 고려하여 벽면운동과 압력과의 위상을 같게 놓았으며 벽면운동의 위상이 혈관내에서 동일함을 가정하였다(long wave length assumption). 혈류유동을 모사하기 위하여 벽면운동과 유량과 사이에 위상차를 주고 혈관벽면의 운동을 직접적인 경계조건으로 부여하였다. 본 연구의 결과를 섭동해와 비교한 결과 매우 만족스러운 결과를 얻었다. Wang과 Tarbell의 섭동해[4,5]는 본 연구의 수치해처럼 벽면운동을 경계조건으로 부여하여 구한 해가 아니고 압력에 의한 탄성혈관의 움직임을 수식으로 연결하여 구한 해임을 생각할 때, 혈관벽의 운동을 경계조건으로 부여하여도 타당한 유동해석 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 위의 결과를 토대로 앞으로 더 복잡한 형상의 탄성동맥혈관을 같은 방법으로 해석할 수 있을 것으로 사료된다. 본 연구의 결과로 나타난 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글의 영향을 요약하면 다음과 같다.

(1) 벽면운동으로 인해 벽면전단변형응력과 압력구배의 평균값에 어떤 추가분(induced mean)이 발생하였다. 이때 유발된 추가분의 크기는 임피던스 페이즈앵글에 따라 매우 다른 경향을 보였다.

(2) 벽면운동은 벽면전단변형응력의 진폭을 감소시키며, 임피던스 페이즈앵글의 절대값이 감소할수록 진폭은 더욱 감소하였다. 벽면운동량 ±4%의 조건에서 페이즈앵글이 0도에서 -90도로 감소할 때(대동맥에서 가능한 페이즈앵글의 변화 범위) 벽면전단변형응력의 평균은 10.5% 감소하였고 진폭은 17.5% 증가하였다.

(3) 벽면운동의 영향으로 인해 축방향(유동방향)을 따라 유량의 진폭이 임피던스 페이즈앵글에 따라 증가하거나 감소했으며, 이로 인해 벽면전단변형응력이나 압력구배의 진폭도 증가하거나 감소하였고 평균은 소폭 증가하는 경향을 보였다.

벽면전단응력의 진폭과 평균값의 비율(진폭/평균)은 교번전단지수(Oscillatory Shear Index, OSI)와 관계하며 이 값이 클수록 동맥혈관의 경화현상이 촉진된다는 실험결과가 있다[11]. 이러한 결과를 이용하기 위해 기준단면에서의 OSI값을 계산하였으며, 이를 그림 11에 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 임피던스 페이즈앵글이 0°에서 −90°로 감소함에 따라 OSI 값이 20%정도 커지고 있다. 그 이유는 페이즈앵글이 음의 큰 값을 갖게 될수록 벽면전단응력의 평균은 감소하되 진폭은 증가하기 때문이다. 이를 [11]의 실험결과에 적용하면 고혈압환자의 경우($\phi = -70° \sim -80°$)처럼 임피던스 페이즈앵글이 음의 큰 값을 가질 경우에 동맥경화에 노출될 가능성이 크다는 사실을 유추할 수 있다.

본 연구의 결과는 대동맥 혈관의 특정단면에서 유량을 측정하여 Poiseuille 및 Womersley의 이론해로부터 벽면전단응력을 구할 경우 최대 20% 에 가까운 오차가 발생할 수 있으며 혈관의 두 점 사이의 압력차를 측정하여 이론해로부터 벽면전단응력을 구할 경우 매우 큰 오차가 발생됨을 보여준다(표1 참조; 압력구배의 값이 페이즈앵글에 대해 크게 변화한다).

본 연구는 임피던스 페이즈앵글이 야기하는 유동변화를 벽면전단응력과 압력구배의 크기변화를 통해 재시하였고, 섭동해와 수치해의 일치를 관찰함으로서 벽면운동을 직접적인 경계조건으로 부여해도 탄성혈관의 유동장을 성공적으로 예측할 수 있음을 보여주었다. 대동맥에서 임피던스 페이즈앵글의 변화범위인 -90도에서 0도 사이에서 교번전단지수의 변화는 약 20% 정도로 계산되었다. 이러한 정도의 변화가 동맥경화의 발생에 어느 정도의 영향을 미칠지는 구체적인 실험결과가 없으

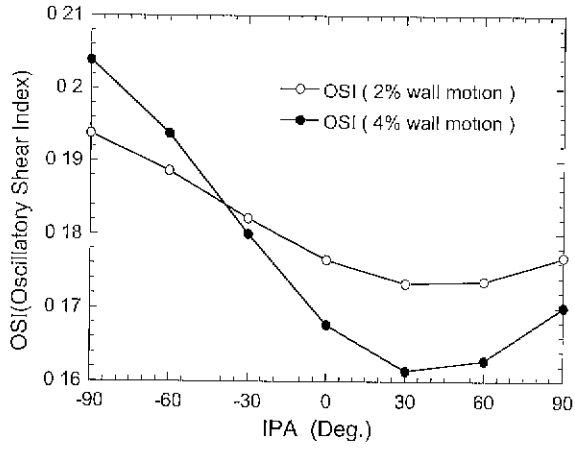


그림 11 그림1의 기준단면 B에서의 교번전단지수
Fig. 11. Oscillatory shear index at the reference section B

므로 아직 의문시된다. Qui등[12]은 내동맥의 혈류조건에서 임피던스 페이즈앵글을 65도 만큼 증가시켰을 때 혈관내의 신진대사와 관계되는 단백질인 prostacyclin의 발생량이 3.5배 증가한 것으로 보고하였다. 그러므로 임피던스 페이즈앵글의 변화가 혈관내의 신진대사와 관계하고 있으며 동맥경화에도 어떤 영향을 미칠 수 있음을 예측할 수 있다.

본 연구의 결과는 복부 대동맥의 유동조건하에서 얻어진 결과이며 관상동맥, 경동맥과같이 유동조건이 다른 혈관에 대해서는 다른 경향이 얻어질 수 있다. 특히 관상동맥의 경우는 심장의 이완시에 혈류가 발생되는 관계로 혈압파와 혈류파의 위상이 대동맥의 경우와는 상당히 다르며 벽변운동의 크기가 훨씬 크므로 벽면운동과 임피던스 페이즈앵글과 관계하여 계속적인 연구가 필요한 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

1. Z. Lou and W J. Yang, *"Biofluid dynamics of arterial bifurcations"*, Critical Reviews in Biomedical Engineering, Vol. 19, pp. 455-493, 1992
2. J.P. Merillon, G.J. Fontenier, J F Lerallut, M.Y. Jaffrin, G.A. Motte, C.P. Genain and R R. Gourgon, *"Aortic input impedance in normal man and arterial hypertension: its modifications during changes in aortic pressure"*, Cardiovascular Research, Vol. 16, pp. 646-656, 1982
3. K.C White, J.F. Kavanaugh, D.M. Wang and J.M Tarbell, *"Hemodynamics and wall shear rate in the abdominal aorta of dogs: effects of vasoactive agents"*, Circulation Research, Vol. 75, pp 637-649, 1994
4. D.M. Wang and J.M. Tarbell, *"Nonlinear analysis of flow in an elastic tube (artery): steady streaming effects"*, Journal of Fluid Mechanics, Vol 239, pp 341-358, 1992
5. D.M. Wang and J.M. Tarbell, *"Nonlinear analysis of oscillatory flow, with a nonzero mean, in an elastic tube (artery)"*, ASME Journal of Biomechanical Engineering, Vol. 117, pp. 127-135, 1995
6. K.B. Chandran, Cardiovascular Biomechanics, New York Univ. Press, 1993
7. C.-S. Lee and J.M Tarbell, *"Wall shear stress distribution in an abdominal aortic bifurcation model: effects of vessel compliance and phase angle between pressure and flow waveforms"*, ASME Journal of Biomechanical Engineering, Vol. 119, pp. 333-342, 1997
8. C.-S. Lee and J. M Tarbell, *"Influence of vasoactive drugs on wall shear stress distribution in a compliant model of abdominal aortic bifurcation"*, Annals of Biomedical Engineering, Vol. 26, pp. 125-134, 1998
9. STAR-CD Users' Manual, Version 3.05
10. A. Dutta, D M. Wang and J.M Tarbell, *"Numerical analysis of flow in an elastic artery model"*, ASME Journal of Biomechanical Engineering, Vol. 114, pp. 26-33, 1992
11. D.N. Ku, D.P. Giddens, C.K. Zarins, and S. Glagov, *"Pulsatile flow and atherosclerosis in the human carotid bifurcation: positive correlation between plaque location and low and oscillating shear stress"*, Arteriosclerosis, Vol. 5, pp. 293-302, 1985
12. Y. Qiu, S Wang, B Hin, H.C Lee, and J.M. Tarbell, *"Simultaneous fluid wall shear stress and circeumferential wall strain alter endothelial cell biomechanical production"*, Annals Biomedical Eng. Vol 26, pp S-57