

구조물에 대한 다목적퍼지최적화

Multi-Objective Fuzzy Optimization of Structures

박 춘 옥¹⁾ · 편 해 완¹⁾ · 강 문 명²⁾

Park, Choon-Wook Pyeon, Hae-Wan Kang, Moon-Myung

요 약 : 본 연구에서는 구조물의 최적설계문제를 다룰 때 나타나는 퍼지성을 고려하는 동시에 대립되는 기준들을 다루기 위해 중요도를 적용 유전자알고리즘 및 퍼지이론에 의한 이산형의 다목적 함수를 갖는 트러스구조물의 최적화를 시도하는 다목적 이산화 최적화 프로그램을 개발하였다. 그리고 개발된 프로그램을 적용하여 10부재철골트러스에 대한 설계 예를 들어 비교·고찰하였다. 본 연구를 통해 평면트러스구조물에 대한 응력해석 및 최적설계가 일괄적으로 처리될 수 있는 통합 시스템화된 퍼지-유전자알고리즘에 의한 다목적 최적 구조설계가 가능하게 되었다. 특히 일반최적설계에서 처리되지 않는 불확실한 제약조건에 대한 경우에 대하여도 퍼지이론을 도입함으로써 가능하게 되어 보다 구조물의 합리적인 최적설계가 가능하게 되었다.

ABSTRACT : This study treats the criteria, considering the fuzziness occurred by optimization design. And we applied two weighting methods to show the relative importance of criteria. This study develops multi-objective optimization programs implementing plain stress analysis by FEM and discrete optimization design uniformly. The developed program performs a sample design of 10-member steel truss. This study can carry over the multi-objective optimization based on total system fuzzy-genetic algorithms while performing the stress analysis and optimization design. Especially, when general optimization with unreliable constraints is cannot be solve, this study can make optimization design closed to realistic with fuzzy theory.

핵심용어 : 퍼지, 다목적 최적화, 소속함수, 교의사결정, 유전자알고리즘, 이산화최적

KEYWORDS : fuzzy, multi-objective optimization, membership function, Intersection decision, genetic algorithms, discrete optimum

1. 서론

인공 지능 시스템의 일종인 유전자알고리즘(genetic algorithms, GA)은 자연계의 진화현상에 기초한 계산모델로서 Holland에 의해 1975년

개발된 전역(global) 병렬 탐색의 최적화 알고리즘이다. GA는 자연선택의 원리와 자연계의 생물 유전학에 기본이론을 두고 병렬 적이며 전역 탐색 알고리즘으로서, 모든 생물은 주어진 환경 속에서 적응함으로써 살아남는다는 다윈(Darwin)의 적

1) 경북대학교 건축공학과 박사수료

2) 정회원, 경북대학교 건축공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2001년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

자생존(survival of the fittest)의 이론을 기본 개념으로 하고 있다. 이와 같이 GA는 적자생존의 법칙에 근거를 둔 확률적인 탐색알고리즘으로서 복제(reproduction), 교배(crossover) 그리고 돌연변이(mutation)라는 일련의 변화과정을 수학적으로 모델링하여 만든 기법이다. 또한 GA는 미분불가능 함수나 불연속인 함수에서도 사용가능하며, 정수치 또는 이산적 수치를 가지는 구조분야의 최적화문제에 이상적이다.⁽¹⁾⁽²⁾ 그리고 구조물의 최적설계에 있어서 제약사항에는 필연적으로 여러 가지 불확실성(uncertainties)을 포함하게 되는데 지금까지는 이러한 불확실성문제를 실험에 의한 자료를 객관적이고 논리화된 확률론으로 처리하여 구조물의 설계에 반영되어왔다. 그러나 공학문제에 있어서 기술자들의 공학적인 경험 및 판단을 반영하기에는 미흡하다. 그러므로 1965년 Zadeh⁽³⁾에 의해 퍼지집합이론(fuzzy sets theory)이 발표된 이후로 1987년 Rao⁽⁴⁾는 구조시스템에서 다목적 퍼지최적화에 대하여 연구하였고, 1994년 Yu⁽⁵⁾ 등은 퍼지의사결정방법을 다목적퍼지최적화에 접목하였으며, 최근에는 Shih⁽⁶⁾ 등은 가중치를 이용한 구조물의 다목적퍼지최적화와 다기준 퍼지최적화에 대한 연구결과를 발표하였다. 따라서, 본 연구에서는 구조물의 최적설계문제를 다룰 때 나타나는 퍼지성을 고려하는 동시에 대립되는 기준들을 다루기 위해 중요도를 적용한 다목적 퍼지 최적화방안을 적용 유한요소법에 의한 구조물의 평면 응력 해석과 기존연구에서 다루지 않은 유전자알고리즘 및 퍼지이론에 의한 최적설계가 동시에 일괄적으로 수행할 수 있는 구조물의 다목적퍼지최적화프로그램을 개발하였다. 그리고 개발된 프로그램을 적용하여 10부재철골트러스에 대한 설계 예를 들어 비교·고찰하였다.⁽²⁾⁽⁶⁾

2. 목적함수와 퍼지제약식의 소속함수

구조의 다목적 퍼지 최적화 문제는 다음 식(1)과 같은 형식으로 표현할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} & \text{Minimize} && f(X) \\ & \text{Subject to} && g_i(X) \leq b_i^u, \quad i = 1, 2, \dots, p \\ & && g_j(X) \geq b_j^l, \quad j = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

식(1)에서 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ 는 설계 변수벡터, $f(X) = \{f_1(X), f_2(X), \dots, f_q(X)\}^T$ 는 목적 함수식, $g_i(X)$, $g_j(X)$ 는 각각 i , j 번째 제약 식, b_i^u , b_j^l 는 i , j 번째 제약 식의 상·하한 값을 의미한다. 소속함수 μ_A 의 점진적 과도성을 표시하는 과도구간을 나타내는 문제는 아래 그림 1과 같이 사용한다.⁽⁵⁾

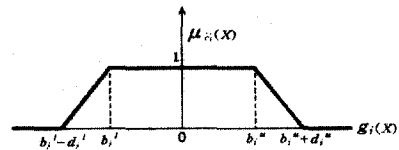


그림 1. 직선형의 소속함수

그러므로, 본 연구논문에서는 소속함수 μ_A 의 계산을 쉽게 하기 위해 선형 함수를 선택하여 식(2)와 식(3)과 같이 퍼지 제약식의 소속함수를 나타낼 수 있다.

i) 감소소속함수

$$\mu_{C_i}(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } g_i(X) < b_i^l \\ \frac{(b_i^u + d_i^u) - g_i(X)}{d_i^u} & \text{if } b_i^l \leq g_i(X) \leq b_i^u + d_i^u \\ 0 & \text{if } g_i(X) > b_i^u + d_i^u \end{cases} \quad (2)$$

ii) 증가소속함수

$$\mu_{C_j}(X) = \begin{cases} 0 & \text{if } g_j(X) < b_j^l - d_j^l \\ \frac{g_j(X) - (b_j^l - d_j^l)}{d_j^l} & \text{if } b_j^l - d_j^l \leq g_j(X) \leq b_j^l \\ 1 & \text{if } g_j(X) > b_j^l \end{cases} \quad (3)$$

여기서 $\mu_{G_k}(X), \mu_{C_j}(X) \in [0, 1]$ 이 되고, d_i^u, d_j^l 는 각각 i, j 번째 제약식 상·하한 값의 허용 오차가 된다. 다목적 퍼지 최적화 문제에서 개개의 목적 함수식 $f_k(X)$ 는 일정한 범위 내에서 변화하므로 퍼지목적함수식 G_k 를 구성할 수 있다. 그리고, G_k 의 소속함수는 다음 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_{G_k}(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } f_k(X) < m_k \\ \frac{M_k - f_k(X)}{M_k - m_k}, & \text{if } m_k \leq f_k(X) \leq M_k \\ 0 & \text{if } f_k(X) > M_k \end{cases} \quad (4)$$

여기서 $\mu_{G_k}(X) \in [0, 1]$ 이 되고, m_k, M_k 는 각각 $f_k(X)$ 의 가능한 최소치와 최대치가 된다.

퍼지의사결정은 그 소속함수 μ_D 의 성질을 나타내는 퍼지의사결정 공간 D 에서 가장 적합한 해를 얻을 수 있도록 하여야 한다. 만약 최적점이 X^* 인 경우, 이는 μ_D 로 하여금 최대치가 되도록 하여야 한다. 즉

$$\mu_D(X^*) = \max \mu_D(X) \quad (5)$$

여기서 $\mu_D(X) \in \{0, 1\}$ 이 된다.

본 연구는 퍼지의사결정을 위한 방법들 중에서 교의사결정(intersection decision, ID)방법을 사용하였다.

3. 교의사결정

이는 초기연구에서 많이 사용된 방법²⁾으로서 퍼지의사결정에서는 ID를 퍼지 목적함수 G 와 퍼지제약식 C 의 교집합으로 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$D = G \cap C \quad (6)$$

다목적 퍼지 최적화 문제일 경우 다음 식(7)과 같이 표현할 수 있다.

$$G = \bigcap_{k=1}^m G_k, \quad C = \bigcap_{i=1}^p C_i, \quad \bigcap_{j=1}^q C_j \quad (7)$$

따라서, ID의 소속함수는 다음 식(8)과 같이 표시 할 수 있다.

$$\mu_D(X) = \left\{ \bigwedge_{1 \leq k \leq m} \mu_{G_k}(X) \right\} \wedge \left\{ \bigwedge_{1 \leq i \leq p} \mu_{C_i}(X) \right\} \wedge \left\{ \bigwedge_{1 \leq j \leq q} \mu_{C_j}(X) \right\} \quad (8)$$

식(8)을 식(5)에 대입하면 다음 식(9)가 된다.

$$\mu_D(X^*) = \max_{X \in R^n} \min \{ \mu_{G_k}(X), \mu_{C_i}(X), \mu_{C_j}(X) \} \quad (9)$$

그리고, 한계치(threshold) λ 와 수준집합을 이용하여 식(9)을 다음 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_D(X^*) = \max \{ \lambda \mid \mu_{G_k}(X) \geq \lambda, \mu_{C_i}(X) \geq \lambda, X \in R^n, \mu_{C_j}(X) \geq \lambda, \lambda \in [0, 1] \} \quad (10)$$

그러므로 식(1)과 같은 다목적 퍼지 최적화문제는 다음 식(11)과 같은 단일목적 비퍼지 최적화 문제로 전환할 수 있다.^{[4],[6]}

$$\left. \begin{array}{l} \text{Maximize } \mu_D(X) = \lambda \\ \text{Subject to } \mu_{G_k}(X) \geq \lambda, k=1, 2, \dots, m \\ \mu_{C_i}(X) \geq \lambda, i=1, 2, \dots, p \\ \mu_{C_j}(X) \geq \lambda, j=1, 2, \dots, q \\ 0 \leq \lambda \leq 1 \end{array} \right\} \quad (11)$$

4. 다목적 최적화 문제의 중요도 적용

일반적인 다목적 최적설계는 식(1)과 같이 설계 변수 벡터가 다른 기준을 침해하지 않고서는 바뀔

수 없으므로 그림2와 같은 Pareto 최적해를 얻을 수 있다. 이것은 두 가지 목적함수에 의해서 매우 잘 나타나며, 그림2에서는 적합한 해와 Pareto 해의 구간이 잘 나타나 있다.⁽⁶⁾

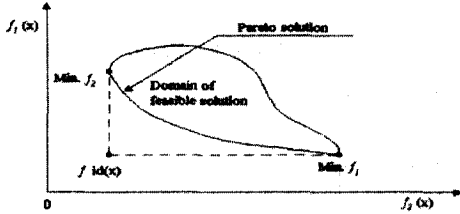


그림 2. 2개의 목적함수를 가지는 문제에서의 Pareto 해

4.1 소속 중요도 적용방법

소속 중요도는 단일목적일 때 각 기준들의 상대적인 만족도에 근거한 함수로서 다목적 퍼지 방법은 중요도나 단일목적 함수는 다루지 않지만, 소속함수의 값으로 i 번째 기준의 적절한 소속 중요도 계수 w_i 를 정의할 수 있다. 소속 중요도 계수 w_i 는 식(12)와 같다.⁽⁶⁾

$$\left. \begin{aligned} w_i &= \mu_{f_i} / \left(\sum_{j=1}^k \mu_{f_j} \right) \\ \sum_{i=1}^k w_i &= 1, \quad i = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

소속중요도를 적용한 다목적 퍼지 최적문제는 식(11)에 식(12)을 부가함으로써 성립된다.

4.2 목적 중요도 적용방법

목적 중요도 방법은 다목적 최적화 문제를 이상적인 해와 최적해 사이의 거리를 나타내는 함수로 변환시켜 최소화함으로써 최적해를 얻을 수 있게 된다. 일반식은 식(13)과 같고 식(14)와 식(15)는 목적중요도의 적용 식이다.⁽⁶⁾

$$\left. \begin{aligned} & \text{Minimize} && \beta \\ & \text{Subject to} && g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ & && g_k(X) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, p \\ & && g_l(X) \geq 0, \quad l = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^k w_i = 1 \quad (14)$$

$$w_i \left| \frac{f_i(X) - f_i^{id}(X)}{f_i^{id}(X)} \right| - \beta \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (15)$$

여기서, β 는 실변수이고, w_i 는 i 번째 목적함수의 목적 중요도 계수이다. 그리고 $f_i^{id}(X)$ 는 i 번째 목적함수의 이상적인 해이다.

5. 유전자알고리즘의 개요

GA는 설계변수의 실수 값을 표현하기 위한 염색체(chromosome)로서 이진벡터를 사용하여, 0과 1의 문자열(string)형태로 구성하므로 써 마치 염색체에 유전인자가 나열되어 있는 것과 같은 형태를 갖추기 때문에 교배와 돌연변이가 가능하게 되며, 결국 이와 같은 문자열은 집단을 이루는 하나의 개체이자 설계공간내의 설계 점들로 작용한다. 본 연구에서는 설계변수의 정보가 들어가는 이산자료를 database화하여 가능해집합을 이진수로 코드화 작업(encoding)을 통해 요구되는 수만큼의 문자열, 즉 개체들로 이루어진 하나의 집단을 생성하였다. 따라서 스키마정리(schema theorem)를 근거로 세대수의 증가에 따라 적합도가 높은 형질의 개체가 다른 개체에 비해 생존할 확률이 높으며 적합도의 통계적 분석으로 계산된 생존확률에 따라 생존한 개체들은 복제와 서로간의 교배를 통하여 더 적합성이 높은 개체를 만들어낸다는 것이다. 이러한 과정을 반복하여 수행함으로써 주어진 조건에 대하여 적합성이 낮은 개

체는 점차 생존확률이 낮아져서 도태되며 적합성이 높은 개체들은 교배를 통하여 점차 적합도가 높은 개체를 생성하게되어 결국에는 주어진 조건에 가장 적합한 개체를 검색하게된다는 이론이다. GA의 일반적인 구조는 그림3에 나타내었다. ⁽¹⁾⁽²⁾

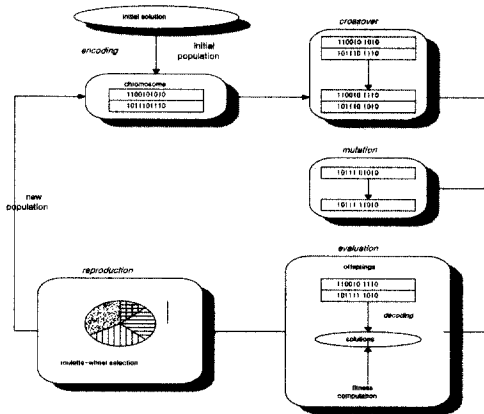


그림 3. 유전자알고리즘의 일반적인 구조

5.1 유전자 알고리즘의 설계변수표현

유전자 알고리즘은 그림4와 같이 해석 공간과 부호화 공간으로 나누어지는데 해석 공간에서는 변수의 실제 값이 사용되어서 적합도가 계산되며 부호화 공간은 부호화된 염색체를 가공하여 다음 세대의 염색체를 만들어내는 유전적 처리를 한다.

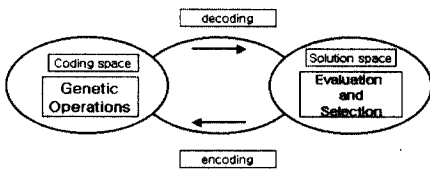


그림 4. 유전자알고리즘의 해석공간과 부호화공간

5.2 최적문제의 적합도 표현

선택된 설계점에서 산정된 목적함수와 제약조건

들을 근거로 적합도를 계산하는 함수를 적합도 함수라고 한다. 유전자 알고리즘에서 적합도는 염색체의 생존 확률 계산의 기준이 되는 매우 중요한 요소이다. 식(16)은 최대화 문제에 대하여 사용되어지는 적합도 함수이며 식(17)은 최소화 문제에 대한 적합도 함수이다.

최대화의 경우

$$\text{Maximize } F(X) \quad (16)$$

$$\text{Fitness}(X) = F(X)$$

최소화의 경우

$$\text{Minimize } F(X) \quad (17)$$

$$\text{Fitness}(X) = \frac{1}{F(X)}$$

유전자 알고리즘에 기본적인 연산인 복제는 적합도에 비례하는 확률을 기초로 하여 선택하게 되므로 적합도가 높아야 다음 세대에 나타날 확률이 높아지게 된다. 따라서, 본 연구에서 유전자 알고리즘을 이용한 최적설계의 수행에 사용된 적합도는 목적함수의 역수를 기본적으로 사용하였으며 이때 목적함수가 1.0 미만의 수치로 표현되는 것을 방지하기 위하여 식(18)과 같이 최대 목적함수 값과의 비를 적합도로 표현하였다.

$$\text{Fitness} = \frac{\text{Object}_{\text{Max}}}{\text{Object}} \sum^n \quad (18)$$

$$\text{Object}_{\text{Max}} = \sum_{i=1}^{L_i} A_{\text{max}} \times L_i$$

$$\text{Object} \cdot \sum^n = \sum_{i=1}^{L_i} A_i \times L_i$$

여기서, A_{max} : 검색에 사용되는 단면 데이터 베이스의 단면적중 가장 큰 값
 A_i : i 번째 부재의 단면적

5.3 제약 조건식의 적용

최적설계 문제에서 설계변수에 제약 조건식이 있는 경우 유전자 알고리즘에서는 여러 가지의 방법을 사용하여 제약 조건식을 최적화에 적용시키는데 주로 사용되는 방법은 벌칙함수(penalty function)를 사용하는 것이다. 식(19)와 같은 최대치를 구하는 최적화 문제에서 제약 조건식을 적용시켜서 변환시킨 대응되는 목적함수식은 식(20) 및 식(21)과 같이 나타내어진다.

$$\text{Maximize } F(X) \quad (19)$$

$$\text{Subject to } G_i(X) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\text{Eqw}(X) = F(X) + P(X) \quad (20)$$

$$P(X) = 0 \quad \text{if } X \text{ is feasible}$$

$$P(X) < 0 \quad \text{otherwise}$$

$$\text{Eqw}(X) = F(X) \times P(X) \quad (21)$$

$$P(X) = 1 \quad \text{if } X \text{ is feasible}$$

$$0 < P(X) \leq 1 \quad \text{otherwise}$$

여기서, $G_i(X)$: 제약 조건식, $P(X)$: 벌칙함수,
 m : 제약 조건식의 개수

식(20)은 목적 함수에 벌칙 함수를 더하여 목적 함수를 수정하는 것으로 제약식을 위반하는 경우 위반된 제약식을 기준으로 만들어진 벌칙 함수가 더해진다. 본 연구에서 사용되는 벌칙 함수는 식(22)와 같이 구성되어 있으며 이때 사용되는 벌칙함수 변수는 Kavilie와 Moe⁽⁷⁾가 추천한 식(23)을 사용하였다.

$$P(X) = a \sum_{i=1}^m \frac{1}{G_i(X)} \quad (22)$$

$$a = \frac{\phi(X)}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{G_i(X)}} \quad (23)$$

5.4 검색종료기준

유전자알고리즘에서는 최대 적합도의 향상이 없거나 전체세대의 적합도의 평균이 더이상 향상되지 않으면 수렴이 이루어진 것으로 판정한다. 검색의 종료는 수렴이 이루어지는 경우와 최대 세대 수까지의 검색이 이루어진 경우에 발생하게된다.

6. 유전자알고리즘과 Fuzzy이론에 의한 다목적 최적설계절차

본 연구에서 최적화 절차는 초기화, 유전 및 진화 절차, 다목적 fuzzy-GA 최적설계 네 단계로 구분되어 수행되며 각 절차에 포함된 작업 소개는 다음과 같다.

- 1) 사용성을 만족할 수 있는 구조물의 기본적인 형상을 설정한다.
- 2) 구조물의 부재별로 사용할 단면(H형강)을 할당한다.
- 3) 2)작업에서 가정된 설계변수를 이산화 자료로 재정렬한다.
- 4) 유전자 알고리즘에서 사용할 기본 데이터 파일을 만들어 낸다.
- 5) 유전자 알고리즘 프로그램을 수행하여 구조 해석에 필요한 부호화된 자료를 얻는다.
- 6) 앞에서 얻어진 구조계산 자료를 수치화 하여 구조 해석 데이터 파일을 작성한다.(그림6)
- 7) 구조해석 결과를 분석하여 적합도를 산정한다.(그림7)
- 8) 계산된 적합도를 유전자 알고리즘에 전달한다.
- 9) 수렴된 적합도를 근거로한 목적함수를 퍼지이론에 의한 다목적최적설계결과를 산정 한다.

위와 같이 모두 9가지의 단계로 나누어져 있다. 1)에서 4)까지의 작업은 초기화 작업으로 최적설계를 수행할 때 최초에 한 번 수행하여 필요한 자료를 정의하는 부분이다. 작업5)는 유전적 절차를 수행하는 부분으로 유전적으로 염색체의 복제

와 교배 및 돌연변이가 발생하는 부분이다. 6)에서 8)까지의 작업은 진화적 절차를 수행하는 부분으로 생성된 염색체가 생존에 어느 정도의 적합도를 갖고 있는지를 파악하여 유전적 절차로 전달해주는 작업을 하게된다. 7)에서 용력과 변위는 유한요소법에 의해 해석하였다. 그리고 9)는 다목적 퍼지최적설계절차로서 퍼지이론을 근거로한 다목적최적설계를 목적중요도 및 소속중요도에 의해 결과를 수행한다. 그림5~그림7은 본 연구에서 개발하여 Borland C++로 구현한 메인 프로그램 및 수행과정의 일부분이다.

7. 설계 예

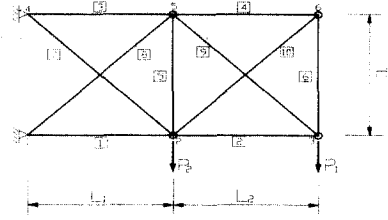


그림 8. 10부재철골트러스

그림 8과 같은 10부재 철골트러스가 $L_1 = L_2 = H_1 = 914 \text{ cm}$, $P_1 = P_2 = 45.3t$ 일 때 목적함수를 트러스의 중량 f_1 과 하중에 의한 최대 수직변위 f_2 로 하여, fuzzy-GA알고리즘에 의하여 다목적 이산화최적문제를 다루고자한다. 이산화 최적설계를 수행하기 위해 공장에서 제작되는 상용제품인 KS 규격의 H형강 단면에 대한 단면성질을 사용하여 최적화를 수행하였다. 트러스의 중량과 처짐에 대한 다목적 퍼지 최적 문제는 다음식(24)~식(28)과 같이 나타낸다.

$$\text{Minimize } f_1 = \rho \sum_{i=1}^{10} A_{s_i} l_i \quad (24)$$

$$f_2 = \sum_{i=1}^{10} \frac{N_i \bar{N}_i}{EA_{s_i}} l_i \quad (25)$$

$$\text{Subject to } \sigma_i^L \leq 1.76(t/cm^2) \quad (26)$$

$$\sigma_i^u \geq -1.76(t/cm^2) \quad (27)$$

$$\frac{\delta}{L} \leq \frac{1}{360} \quad (28)$$

여기서, f_1 은 중량을 나타내는 목적함수이고, f_2 는 수직변위를 나타내는 목적함수이다.

7.1 최적 설계의 조건

유전자 알고리즘을 이용한 이산화 최적 설계를 수행하기 위해 표1과 같이 실제 공장에서 제작되

는 상용제품인 KS 규격의 H형강 단면데이터베이스를 참조하여 모두 55개의 단면을 사용하였으며, 따라서 하나의 부재는 6개의 연색체 길이로 표현할 수 있다. 강재의 탄성계수 $E=703(t/cm^2)$ 이고, 단위중량 $\rho=2.768 \times 10^{-6}(t/cm^3)$ 으로 하였다.⁽⁸⁾ 표2에서는 부재그룹의 조건에 따른 유전자 길이 및 설계공간을 나타내었다. GA탐색을 위한 매개변수들로서 교배확률과 돌연변이확률은 각각 80%와 2.5%를 사용하였으며, 설계집단의 크기는 60개, 최대세대수는 3000번으로 하였다.

표 1. H형강 데이터베이스

H형강	단면적 (cm ²)	단면2차모멘트 (cm ⁴)		소성단면계수 (cm ³)	
		I _x	I _y	Z _x	Z _y
② H-100×100×6×8	21.900	383.00	134.0	87.60	41.21
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⑤ H-482×300×11×15	145.500	60400.0	6760.0	2791.11	695.23
⑥ H-488×300×11×18	163.500	71000.0	8110.0	3227.61	830.23

표 2. 10부재철골트러스의 유전자길이

부재번호	부재그룹	유전자 길이(bit)
1	2	12
2	5	30
3	6	36
4	10	60

표 3. 10부재철골트러스의 최적설계결과비교

부재번호	본 연구		문헌(8) 단면적 (cm ²)
	이산최적설계	단면적 (cm ²)	
1	H-440×300×11×18	157.40	150.20
2	H-450×200×9×14	96.76	98.63
3	H-394×405×18×18	214.40	193.76
4	H-100×50×4×6	9.94	0.65
5	H-100×50×4×6	9.94	0.65
6	H-100×50×4×6	9.94	3.59
7	H-300×150×6.5×9	46.78	48.18
8	H-482×300×11×15	145.50	136.77
9	H-390×300×10×16	136.00	139.47
10	H-100×50×4×6	9.94	0.65
목적함수(t)	2.4727		2.2959

우선, GA알고리즘의 사용성을 검증하기 위해 중량을 목적함수로 둔 10부재트러스의 재래식 최적기법을 사용한 문헌(8)과 결과를 비교하면 표3과 같다.

표4에서는 다목적퍼지최적설계에 사용되는 부재그룹의 조건을 정의하였다.

부재그룹개수를 10개로 하고, 허용오차를 10%로 한 경우 f_1 을 단일 목적함수로 두고 최소화(최대화)시켰을 경우의 해와 f_2 를 최대화(최소화)시켰을 경우의 해는 표5와 같다.

표 4. 10부재철골트러스의 부재별 그룹 번호

부재번호	부재 그룹 개수				부재번호	부재 그룹 개수			
	2	5	6	10		2	5	6	10
1	I	I	I	I	6	I	III	IV	VI
2	I	I	I	II	7	II	IV	V	VII
3	I	II	II	III	8	II	IV	V	VIII
4	I	II	II	IV	9	II	V	VI	IX
5	I	III	III	V	10	II	V	VI	X

표 5. f_1 과 f_2 의 최소값과 최대값

	min f_1 (t) max f_2 (cm)	max f_1 (t) min f_2 (cm)
f_1 (t)	2.2519	22.7271
f_2 (cm)	5.5901	0.8309

소속중요도를 위의 식(24)~식(28)에 적용시키면 다음 식(29)~식(33)과 같다.

$$\text{Maximize } \lambda \quad (29)$$

$$\text{Subject to } \mu_{f_i}^-(X) \geq \lambda \quad (i=1, 2) \quad (30)$$

$$\mu_{g_j}^-(X) \geq \lambda \quad (j=1, 2) \quad (31)$$

$$u_i \omega_i = \frac{\mu_{f_i}^-}{\sum_{i=1}^2 \mu_{f_i}^-} \quad (32)$$

$$\sum_{i=1}^2 u_i \omega_i = 1 \quad (33)$$

여기서,

$$\mu_{f_1}(X) = \begin{cases} 0 & \text{if } f_1(X) > 22.7271 \\ \frac{22.7271 - f_1(X)}{22.7271 - 2.2519}, & \text{if } 2.2519 < f_1(X) \leq 22.7271 \\ 1 & \text{if } f_1(X) \leq 2.2519 \end{cases}$$

$$\mu_{f_2}(X) = \begin{cases} 0 & \text{if } f_2(X) > 5.5901 \\ \frac{5.5901 - f_2(X)}{5.5901 - 0.8309}, & \text{if } 0.8309 \leq f_2(X) \leq 5.5901 \\ 1 & \text{if } f_2(X) \leq 0.8309 \end{cases}$$

$$\mu_{\sigma_i}(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } -1.76 \leq \sigma_i(X) < 1.76 \\ \frac{1.936 + \sigma_i(X)}{0.176}, & \text{if } \sigma_i(X) < -1.76 \\ \frac{1.936 - \sigma_i(X)}{0.176}, & \text{if } \sigma_i(X) \geq -1.76 \\ 0 & \text{if } \sigma_i(X) < -1.936 \text{ or } \sigma_i(X) > 1.936 \end{cases}$$

$$\mu_{g_2}(X) = \begin{cases} 1, & \text{if } g_2 < 0.0028 \\ \frac{0.0031 - g_2}{0.00028}, & \text{if } 0.0028 \leq g_2 \leq 0.0031 \\ 0, & \text{if } g_2 > 0.0031 \end{cases}$$

여기서, $g_2 = \frac{\delta}{L}$

식(29)~식(33)에 의하여 i 번째 목적함수에 대해 각기 다른값의 소속중요도 ω_i 를 적용시켜 얻은 다목적퍼지최적설계결과는 표6과 같다.

표 6. 10부재철골트러스에 소속중요도를 적용한 다목적퍼지최적설계결과

ω_1	ω_2	$f_1(t)$	$f_2(\text{cm})$	μ_A	μ_B
0	1.00	22.7271	0.8309	0	1.0000
0.2	0.8	16.2484	0.9858	0.2465	0.9862
0.35	0.65	10.5743	1.1878	0.5194	0.9650
0.5	0.5	5.9624	2.6990	0.8086	0.8086
0.65	0.35	3.8706	4.1256	0.9807	0.5281
0.8	0.2	2.8807	5.0486	0.9966	0.2491
1.00	0	2.2519	5.5901	1.000	0

식(24)~식(28)에 대해 목적중요도를 적용시키면 다음식(34)~식(37)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && \beta && (34) \\ &\text{Subject to} && \text{식(26)~식(28)} \end{aligned}$$

$$\omega_1 \left| \frac{f_1(X) - 2.2519}{2.2519} \right| - \beta \leq 0 \quad (35)$$

$$\omega_2 \left| \frac{f_2(X) - 0.8309}{0.8309} \right| - \beta \leq 0 \quad (36)$$

$$\sum_{i=1}^k \omega_i = 1 \quad (37)$$

식(34)~식(37)에 의하여 i 번째 목적함수에 대해 각기 다른 값의 목적중요도 ω_i 를 적용시켜 얻은 다목적퍼지최적설계결과는 표7과 같다.

표 7. 10부재철골트러스에 목적중요도를 적용한 다목적퍼지최적설계결과

ω_1	ω_2	$f_1(t)$	$f_2(\text{cm})$	μ_A	μ_B
0	1.00	22.7271	0.8309	0	1.0000
0.20	0.80	9.4177	1.6028	0.7002	0.9524
0.35	0.65	6.1823	2.5878	0.7941	0.9296
0.50	0.50	5.4652	3.1561	0.8399	0.8983
0.65	0.35	4.8879	3.3243	0.8800	0.8584
0.80	0.20	4.0423	3.9491	0.9200	0.7968
1.00	0	2.2519	5.5901	1.000	0

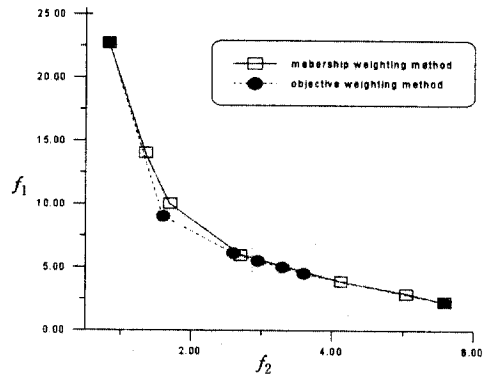


그림 9. 소속중요도와 목적중요도 적용시 다목적퍼지최적설계결과

따라서, f_1 과 f_2 의 목적중요도가 각각 0.5일 때 다목적퍼지 이산화 최적설계결과는 표8과 같다.

표 8. 10부재철골트러스의 다목적퍼지 이산화최적설계결과

부재		f_1 (t)	f_2 (cm)		
①	H-458×417×30×50	⑥	H-244×175×7×11	5.465	3.156
②	H-394×405×18×18	⑦	H-388×402×15×15		
③	H-300×305×15×15	⑧	H-394×398×11×18		
④	H-250×255×14×14	⑨	H-400×400×13×21		
⑤	H-400×400×13×21	⑩	H-394×405×18×18		

부재그룹2개, 5개, 6개인경우의 다목적퍼지 이산화 최적설계결과는 표9에 나타내었다.

표 9. 10부재철골트러스의 다목적퍼지 이산화최적설계 결과

부재	부재 그룹		
	2	5	6
1	H-400×400×13×21	H-428×407×20×35	H-428×407×20×35
2	H-394×405×18×18	H-300×300×10×15	H-300×300×10×15
3		H-394×394×11×18	H-344×354×16×16
4		H-394×405×18×18	H-344×354×16×16
5		H-394×394×11×18	H-394×398×11×18
6			H-400×400×13×21
f_1 (t)	6.41	6.24	6.18
f_2 (cm)	2.98	3.23	3.31

8. 결과 및 고찰

본 연구에서는 유한요소법에 의한 평면응력해석과 퍼지-유전자알고리즘에 의한 다목적이산화최적설계가 동시에 일률적으로 수행할 수 있는 구조물에 대한 다목적최적화프로그램을 개발하였다. 그리고 10부재철골트러스를 설계 예로 본 연구에서 개발된 프로그램을 적용하여 수행한 결과는 문헌(8)의 최적설계결과와 본 연구의 단일목적 비퍼지 유전자알고리즘에 의한 최적설계결과는 잘 일치함을 표3에서 알 수 있었다. 그리고 다목적 이산화퍼지최적설계를 수행한 결과, 표8~표9에서와 같이 구조물의 퍼지최적화에 있어서 기존 확률론의 개념으로 다룰 수 없었던 애매 모호한 주

관성 및 불확실성을 퍼지이론으로 체계적으로 반영할 수 있었고, 이산화된 다목적 퍼지최적화문제를 단일 최적화문제로 전환시켜 최적화를 함으로써 다목적 최적화가 단일목적 최적화보다 구조물의 합리적인 설계에 더욱 근접한 최적화가 됨을 알 수 있었다. 또한, 표4, 표6, 표7에서와같이 설계자가 임의로 중요도 및 Member Group에 의한 다목적이산화최적설계 결과를 선택함으로써 보다 실용성 있는 최적설계가 됨을 또한 알 수 있었다. 그림9에서 나타난 바와 같이 중요도계수가 최적설계결과의 분포에 미치는 영향이 소속중요도와 목적중요도가 서로 다름을 알 수 있는데, 이것은 소속중요도에서의 중요도 값은 중요도계수가 높아질수록 해의 분포가 일정하게 비례하여 분포하므로 해의 위치를 예상하기가 용이하고, 목적중요도에서 β 값은 이상적인 해와 최적해 사이의 거리를 나타내므로, β 값을 최소화시키는 것은 이상적인 해와 최적해사이의 거리를 최소화하는 것을 의미하기 때문에 최적해가 곡선의 중심부분에 집중되어 나타났음을 알 수 있었다. 소속중요도 방법은 중요도계수에 따라 해가 고르게 분포되므로 설계자가 중요도 계수를 적용하면서 해의 위치를 예상하기가 용이하다. 따라서 두 가지의 중요도 적용에 있어서 모두 장·단점이 있으므로 설계자의 의도에 따라 두 가지 중요도 방법 중 어느 한가지를 사용할 수 있을 것이다.

9. 결론

본 연구는 퍼지-유전자알고리즘에 의한 평면철골트러스의 응력해석과 최적화를 동시에 수행할 수 있는 다목적 이산화 퍼지최적화 프로그램을 개발, 10부재 철골트러스에 대한 설계 예를 수행한 결과는 다음과 같다.

- 1) 설계 예를 수행한 결과, 본 연구의 퍼지-유전자알고리즘에 의한 다목적이산화 퍼지최적화 프로그램은 신뢰성과 만족할 만한 결과를 얻었다.

- 2) 퍼지-유전자알고리즘에 의한 다목적 이산화최적화가 단일목적 최적화보다 좀더 합리적인 최적설계가 됨을 알 수 있었다.
- 3) 최적해가 소속 중요도를 적용하였을 경우는 중요도 값에 따라서 고르게 분포되고, 목적중요도를 적용하였을 경우는 해의 곡선 중심 부분에 집중하여 분포됨을 알 수 있었다.
- 4) 소속 및 목적중요도와 Member Group의 선택에 따라 보다 실용성 있는 최적설계가 됨을 알 수 있었다.
- 5) 본 연구에서 개발된 다목적 이산화퍼지최적설계프로그램을 실무설계단계에서 적용하면 경제적 구조설계를 기대할 수 있다.

감사의 말

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구(981-1212-036-2)의 지원으로 수행되었다.

참고 문헌

1. Goldberg, D. E., 'Computer-aided gas pipeline operation using genetic algorithm and rule learning,' Ph. D. thesis, Dept. Civil Eng., Univ. Michigan, 1983.
2. Jenkins, W. M., 'Structural optimization with the genetic algorithm,' The Structural Engineer, Vol. 69, No. 24, 1991.

3. Zadeh, L.A., "Fuzzy Sets, Information and Control" ,Vol.8, pp338-353, 1965.
4. Rao,S.S., "Multi-Objective Optimization of Fuzzy Structural Systems" , Int.J. Numer.Meth.Eng.24, pp1157-1171, 1987.
5. Yu, M.H. and Xu.C.W., "Multiobjective Fuzzy Optimization of Structures Based on Generalized Fuzzy Design Making" , Com.&Struct., Vol.53, No2, pp411-417, 1994.
6. C.J. Shih and K.C. Yu, "Weighting objectives strategy in multi-criterion fuzzy mechanical and structural optimization", Structural Engineering and Mechanics, Vol.3, No.4, 1995, pp.373-382
7. Kavlie, D., and Moe, J., 'Automated Design of Frame Structures', Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST1.
8. Haug, Edward J. Jasbir S. Arora, 'Applied optimal design,' John wiley & sons, pp242-248, 1980
9. 박춘욱, 손수덕, 모재근, 강문명, "철골트러스의 다목적 퍼지최적화", 대한건축학회 추계학술발표회 논문집, 제18권 제2호 통권 제36집, 1998.10, pp.215-220.
10. 양영순, 김기화, '전체최적화를 위한 확률론적 탐색기법', 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제5권, pp93~104, 1996

(접수일자 : 2000년 6월 15일)