

# 축대칭 층류부상화염에서 재부착현상에 관한 연구

이 종 수\*, 정 석 호\*\*

## Study on Reattachment in Axisymmetric Laminar Lifted Flames

Jongsoo Lee\*, Suk-Ho Chung\*\*

**Key Words :** Lifted flame (부상화염), Reattachment (재부착), Tribrachial flame (삼지화염), Virtual origin (가상원점)

### Abstract

Reattachment characteristics of laminar flames in partially premixed jets are studied for propane fuel mixed with air. As the flow rate decreases, liftoff height is decreased nonlinearly and the flame reattaches to a nozzle at a certain liftoff height. Using a jet theory by taking into account a virtual origin, it is predicted that flow velocity along a stoichiometric contour has a maximum value near nozzle. With this velocity characteristics, it is shown that reattachment mechanism can be explained by a balance between flame speed and flow velocity. Predicted displacement speeds at reattachment and liftoff agree qualitatively well with experimental findings.

#### 기호설명

$d$  : 노즐 내경

$H_L$  : 부상높이

$I$  : 제트 운동량

$J$  : 제트 연료 질량유속

$R$  : 무차원 반경 ( $= r/r_0$ )

$Re$  : Reynolds 수

$S$  : 전파속도

$Sc$  : Schmidt 수

$U$  : 무차원속도 ( $= u/u_0$ )

$u$  : 제트 축방향 속도

$X$  : 무차원 축방향거리 ( $= x/Red$ )

$X_v$  : 속도 가상원점

$X_{v,F}$  : 농도 가상원점

$x$  : 축방향 거리

$Y_F$  : 연료 질량분율

$\eta$  : 상사변수

$v$  : 동점성 계수

$\rho$  : 밀도

\* 서울대학교 대학원 기계항공공학부

\*\* 서울대학교 기계항공공학부

하첨자

- o : 노즐 출구
- BO : 화염날림
- LO : 화염부상
- RA : 화염재부착
- st : 이론당량비
- tri : 삼지화염

## 1. 서론

화염 안정성과 관련한 비예혼합 제트에서의 부상 화염에 대한 연구는 난류제트에 대한 연구가 주를 이루어 왔으나, 난류 부상화염에 대한 이해 증진을 위하여 최근에 층류 부상화염의 특성에 대한 연구가 널리 진행되고 있다. 층류 제트화염의 경우 노즐 직경에 무관하게 일정한 출구유속에서 화염이 부상 (liftoff) 되며, 출구유속을 증가시키면 부상높이는 비선형적으로 증가하다가 화염날림 (blowout) 현상이 발생한다.<sup>[1,2]</sup>

층류 부상화염의 선단은 회박 및 과농 예혼합화염과 확산화염이 공존하는 삼지화염 (tribranchial flame) 의 구조를 가지며, 이에 따라 화염의 선단이 이론당량비 지점에 위치하고 이 지점에서의 유동속도와 삼지화염의 전파속도가 균형을 이룬다. 이를 바탕으로 유동과 연료농도에 관한 상사해를 이용하여 부상높이에 대한 속도, 노즐직경 및 연료의 Schmidt 수의 의존성과 화염날림 조건 등이 예측되었으며 이는 실험결과와 잘 일치하였다.<sup>[1,2]</sup>

상사해를 이용한 결과는 부상높이의 변화가 노즐로부터 화염날림시의 부상높이까지 가능함을 예측하고 있으나 실험결과는 노즐 출구유속을 변화시키는 경우 낮은 유속에서는 노즐 부착화염

(nozzle attached flame) 이 존재하다가 특정한 유속에서 화염이 갑자기 부상된다. 화염이 노즐에 부착되어 있는 경우에는 노즐로의 열전달과 화염이 노즐 근처에 존재함으로 인한 복잡한 유동특성으로 인해 상사해가 적용될 수 없다. 그러나, 화염이 부상되어 있는 상태에서 노즐 출구유속을 감소시키면 부상높이는 비선형적으로 감소하다가 갑자기 노즐에 재부착 (reattachment) 되는 현상이 실험적으로 관찰되었다<sup>[1-3]</sup>. 이는 상사해에 기초한 예측이 적용될 수 있음에도 불구하고 노즐로부터 일정 거리까지는 부상화염이 존재할 수 없음을 보이고 있는 것이다. 따라서, 기존의 예측으로는 화염의 재부착 현상을 적절히 설명할 수 없다.

이러한 재부착 현상은 부상화염 선단의 삼지화염 특성에 의해 화염전파속도와 유동속도의 균형에 기인한다는 이론<sup>[1-3]</sup>에 의문을 제기하며, 부상화염의 안정화 메커니즘에 대한 이론중의 하나인 부상지역이 확산화염의 소멸에 기인한다는 이론<sup>[4,5]</sup>에 논거를 제시할 수도 있다.

본 연구에서는 상사해가 노즐 근처에서는 특이점이 존재한다는 점<sup>[6,7]</sup>에 근거하여, 상사해를 보완함으로써 불연속적인 재부착 현상도 삼지화염의 전파속도와 유동속도의 균형으로부터 설명할 수 있음을 보이고자 한다.

## 2. 실험방법 및 장치

실험장치는 노즐, 유량계와 측정장치로 구성되어 있다. 노즐은 외경 3 mm, 내경 1.5 mm 인 석영관의 일단을 가공하여, 노즐 출구의 내경  $d = 0.153, 0.177, 0.215$  mm 가 되도록 하였다. 노즐의

면적 수축비 (contraction ratio)가 O(100)이므로, 노즐 출구에서의 유속 분포는 거의 균일할 것으로 예상된다. 노즐을 통해 공기로 희석된 C.P. grade (>99%)의 프로판이 공급되었으며 산화제로는 공기가 이용되었다.

유량을 제어하기 위하여 질량유속계 (mass flow controller, MKS) 를 사용하였으며, 주변 공기의 교란을 최소화하기 위하여 800 x 800 x 950 mm (가로 x 세로 x 높이) 크기의 투명한 사각 실린더형 차폐막을 설치하였다. 카세토미터 (cathetometer) 를 이용하여 부상높이를 측정하였으며, 부상시와 재부착시의 과도 부상높이의 변화를 측정하기 위하여 그림자 기법 (shadowgraphy) 을 적용하여 고속도 카메라 (Kodak, Ekta Pro SR-ULTRA) 로 촬영한 후 이미지를 PC 를 이용하여 분석하였다.

### 3. 결과 및 토론

#### 3.1 부상 높이 변화와 재부착 현상

노즐 출구유속의 변화에 따른 부상높이를  $d = 0.177$  mm, 초기 연료의 질량분율  $Y_{F,0} = 1.0$  인 경우에 대하여 나타내면 Fig. 1 과 같다.

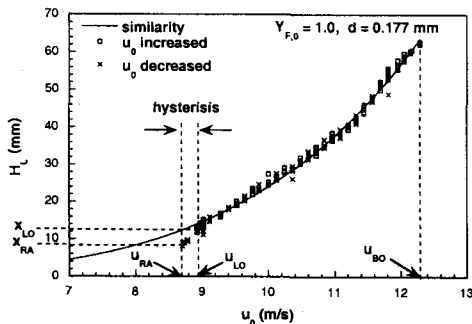


Fig. 1 Comparison of lift-off height between experimental results and similarity prediction with nozzle exit velocity.

화염이 노즐에 부착되어 있는 상태에서 노즐 출구유속을 증가시켜 부상유속 (liftoff velocity)  $u_{LO}$  에 도달하면 화염부상이 발생하여 축방향 거리  $x_{LO}$  에 안정된 부상화염이 형성된다. 이때 출구유속을 증가시키면 부상높이는 유속에 대해 비선형적으로 증가하다가  $u_{BO}$  에서 화염날림이 발생한다.

기존의 삼지화염의 해석에 있어서 유동장과 연료 농도장의 상사해는 다음과 같다<sup>[1,2]</sup>.

$$u = \frac{3}{8\pi\nu x} \frac{J}{\rho} \frac{1}{(1+\eta^2/8)^2}$$

$$Y_F = \frac{3}{8\pi\nu x} \frac{I}{\rho} \frac{1}{(1+\eta^2/8)^{2Sc}} \quad (1)$$

여기서,  $u$  는 축방향 속도,  $r, x$  는 각각 반경방향과 축방향의 좌표를 나타내며,  $J$  는 축방향 운동량,  $I$  는 연료의 질량 유속으로, 노즐 출구유속이 균일한 경우,  $J = \pi\rho u_0^2 d^2 / 4$ ,  $I = \pi\rho u_0 d^2 Y_{F,0} / 4$  로 표현되며,  $\rho$  는 연료밀도,  $u_0$  는 출구유속이고  $\eta = \sqrt{3/32} (u_0 d / \nu) (r/x)$  로 정의되는 상사변수이다.

부상화염의 선단은 삼지화염의 구조를 가져 이론당량비 궤적상에 위치하며, 또한 전파특성에 의해 유동속도와 삼지화염 전파속도가 균형을 이루는 점에서 안정된 부상화염이 형성된다. 이때, 삼지화염의 전파속도  $S_{tri}$  가 일정하다고 가정하면 상사해로부터 부상높이  $H_L$  과 노즐 출구유속과의 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>[2]</sup>.

$$\frac{H_L}{d^2} \frac{\nu}{S_{tri}} = \left( \frac{3}{32} \frac{3}{2Sc+1} \frac{Y_{F,st}}{Y_{F,0}} \right)^{Sc-1} \left( \frac{u_0}{S_{tri}} \right)^{2Sc-1} \quad (2)$$

따라서, 주어진 초기 연료농도에서  $H_L/d^2 \sim u_0^{(2Sc-1)/(Sc-1)}$  이 된다. 프로판의 Schmidt 수  $Sc=1.366$ <sup>[2]</sup>을 이용하여 실험 결과를 곡선 맞춤한 결과를 Fig. 1에 실선으로 나타내었는데, 부상높이의 속도 의존성을 잘 표시하고 있다. 또한 노즐직경, 초기 연료농도 등이 부상높이에 미치는 영향이 실험결과와 잘 일치하고 있다<sup>[2]</sup>. 노즐 부착화염으로부터 부상되는 조건은 노즐에서의 열전달, 노즐 주위의 유동특성등이 영향을 미치므로 상사해를 적용하기 어렵다. 이에 비해, 화염이 부상된 상태에서 노즐 유속을 감소시키는 경우에는 상사해가 적용가능하며, 이에 따르면 유속이 감소함에 따라 부상높이가 연속적으로 감소되어 노즐에 부착되어야 한다. 그러나, 실험결과는 화염이 부상되어 있는 상태에서 노즐 출구유속을 감소시키면, 부상높이가 노즐 출구유속에 대해 감소하다가 노즐 출구유속이  $u_{RA}$  가 되면, 화염은  $x_{RA}$  의 위치에서 순간적으로 노즐에 재부착된다 (Fig. 1 참조). 이 현상은 재부착 지점이 노즐로부터 멀리 떨어져 있어 상사해의 적용이 가능할 것으로 예측됨에도 불구하고 상사해로부터는 재부착현상을 적절히 설명할 수 없다. 이 결과는 노즐과 화염선단 사이의 소염현상에 기인한 것으로 판단될 수도 있으나<sup>[4,5]</sup>, 소염의 경우에도 노즐 출구유속이 감소함에 따라 소염거리에 해당하는 부상 높이가 연속적으로 변화할 것으로 예측되므로, 재부착현상과 같은 부상높이의 불연속적 변화는 적절히 설명할 수 없다.

화염 재부착은 노즐에서 근접된 거리에서 발생하는데, 기존의 연구에서 적용한 축대칭 층류 제트의 상사해는 노즐 출구에서 먼 지역(far field)에서는 잘

맞으나, 근접한 지역(near field)에서는 노즐출구의 특이점(singularity)등의 영향으로 상당한 오차가 발생한다.

속도 분포에 관한 실험결과와 상사해와의 차이가 발생하는 문제점을 보완하기 위하여 관 직경을 고려할 수 있는 가상원점(virtual origin)을 도입하고, 이의 위치를 결정하기 위한 여러 모델들이 제시되었는데, 이러한 가상원점을 도입한 속도분포 해가 실험결과와 잘 일치함이 보고되었다<sup>[6,7]</sup>.

농도분포에 대한 상사해의 경우도, 속도분포의 경우와 유사한 문제점을 지니고 있으나, 농도분포에 가상원점을 도입하는 시도는 미미하였다<sup>[8]</sup>. 가상원점을 도입한 속도분포의 해가 실험결과에 근접한다는 점을 고려하면, 농도분포에 대한 해도 가상원점을 도입하는 것이 바람직하다. 따라서, 가상원점을 도입한 농도와 속도에 대한 해를 이용하여 부상화염의 특성을 분석하는 것이 타당하다.

### 3.2 가상원점을 이용한 해석

무차원 속도  $U=u/u_0$ , 무차원 반경  $R=r/r_0$  와 Reynolds 수  $Re=u_0d/\nu$  로 스케일 된 무차원 축방향 거리  $X=x/(Red)$  를 이용하여 식 (1)을 무차원화하고 속도와 농도에 대한 가상원점  $X_v$ ,  $X_{v,F}$  를 도입하면 다음과 같다.

$$U(X, R) = \frac{3}{32} \frac{1}{X + X_v} \left\{ 1 + \left( \frac{\sqrt{3}}{32} \frac{R}{X + X_v} \right)^2 \right\}^{-2}$$

$$Y_F(X, R) = \frac{2Sc+1}{32} \frac{Y_{F,0}}{X + X_{v,F}} \times \left\{ 1 + \left( \frac{\sqrt{3}}{32} \frac{R}{X + X_{v,F}} \right)^2 \right\}^{-2Sc} \quad (3)$$

부상화염의 선단은 이론 당량비 궤적상에 위치하므로<sup>[9]</sup>, 이론당량비 궤적에서의 축방향 속도  $U_{st}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$U_{st} = \frac{3}{32} \frac{1}{X + X_v} \left[ 1 + \left( \frac{X + X_{v,F}}{X + X_v} \right)^2 \right. \\ \left. \times \left[ \left( \frac{2Sc + 1}{32} \frac{1}{X + X_{v,F}} \frac{Y_{F,0}}{Y_{F,st}} \right)^{\frac{1}{2Sc}} - 1 \right] \right]^{-2} \quad (4)$$

노즐 출구유속이 균일한 경우, 속도의 가상원점  $X_v = 0.06303$ <sup>[6]</sup>과 연료 농도장의 가상원점<sup>[Appendix]</sup>,  $X_{v,F}(\text{CH}_4) = 0.06444$ ,  $X_{v,F}(\text{C}_3\text{H}_8) = 0.09386$ 을 이용하여 식(4)를 계산하면 Fig. 2와 같다.

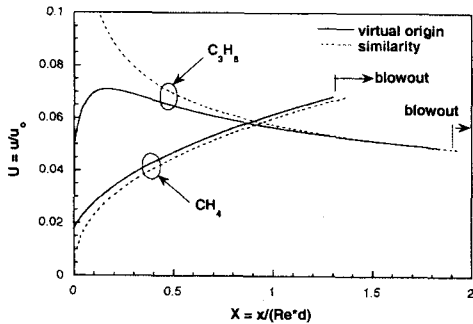


Fig. 2 Nondimensional axial velocity profile along a stoichiometric contour for  $Y_{F,0} = 1.0$  ( $Sc = 1.366$  for  $\text{C}_3\text{H}_8$ , and  $Sc = 0.704$  for  $\text{CH}_4$ ).

메탄의 경우에는 상사해와 가상원점을 도입한 해 모두 축방향 거리의 증가에 따라 이론당량비 궤적에서의 축방향 유동속도가 증가하는 경향을 나타내고 있다. 이에 비해 프로판의 경우에는 상사해의 경우 축방향 거리의 증가에 따라 유동속도가 감소하고 있는 반면, 가상원점을 도입한 해는 이론당량비 궤

적에서의 축방향 속도가 증가하다 감소하여 최대값을 가진다. 이러한 특성은 Chen 등<sup>[5]</sup>의 수치 해석 결과와 정성적으로 부합하고 있다.

Lee와 Chung<sup>[10]</sup>은 부상화염의 안정성 해석을 통해 Schmidt 수가 부상화염의 존재에 결정적인 역할을 하고 있음을 밝혔는데, 이에 따르면  $0.5 < Sc < 1$ 인 메탄의 경우는 부상화염이 존재할 수 없음을 밝히고 있다. Figure 2에 나타난 메탄의 축방향 속도분포로부터 이를 설명할 수 있는데, 유동속도와 삼지화염의 전파속도가 균형을 이루는 지점에 화염선단이 위치하게 되므로, 이 지점으로 부터 이론당량비 궤적을 따라 섭동되는 경우 삼지화염 전파속도는 대체로 일정하게 유지되는데 비해<sup>[10]</sup> 후류로 섭동되면 유동속도가 증가하여 화염이 더욱 후류로 밀려나며, 전류로 섭동되면 유동속도가 감소하여 노즐 출구쪽으로 이동하므로 안정된 부상화염이 존재할 수 없게 된다. 따라서, 메탄 제트 화염의 경우 유속을 증가시키면 일정 유속에서 노즐 부착화염으로부터 화염 날림 (blowout) 이 발생할 것으로 예측되며 이는 실험적 결과와 일치한다.

이에 비해, 프로판의 경우 상사해의 예측은 이론당량비 궤적을 따라 유속이 항상 감소하므로  $0 < u_0 < u_{BO}$ 의 어떠한 속도에서도 안정된 부상화염이 존재할 것으로 예측되며 이에 따라 속도 감소시에 화염의 재부착 현상을 설명할 수 없다.

Figure 3에 프로판의 경우에 대하여 가상원점을 도입한 이론 당량비 궤적의 축방향 속도분포로부터 화염부상, 재부착 및 화염날림 현상을 설명하기 위하여 부상화염 선단의 삼지화염의 전파속도  $S_{tri}$ 를 함께 도시하였다. 기존의

연구결과에 의하면<sup>(8,10)</sup> 안정된 삼지화염의 전파속도는 대체로 일정하며 비정상 삼지화염의 전파속도는 반경방향 연료농도 구배의 증가에 따라 감소하는 특성을 보이므로 축방향에 따라 증가하게 된다. 이에 따라 국소적인 전파속도의 변화를 선형적으로 가정하여 도시하였다.

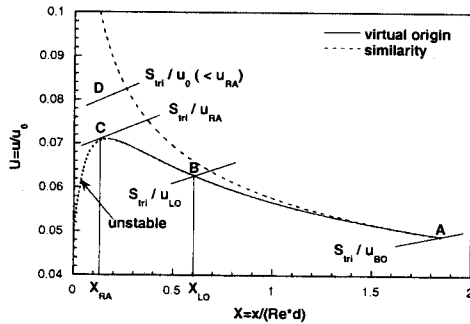


Fig. 3 Calculated axial velocity profile along stoichiometric contour.

노즐 부착 화염으로 부터  $u_0$  가 증가하여 부상속도  $u_{LO}$  에 도달하면 B 점에서 안정화 되며  $u_0$  를 계속 증가시키면  $u_{BO}$  에서 화염날림이 발생한다. 이때  $u_0$  를 감소시키면 축방향 속도의 최대점 C 에 도달하게 된다. 이보다 더 감소되면 (점 D) 축방향 속도가 전파속도보다 항상 작아지게 되어 화염은 노즐에 재부착된다. 메탄화염의 경우에 설명한 바와 같이 축방향 속도가 증가하는 구간에서는 안정된 부상화염이 존재할 수 없으므로 프로판화염의 경우 축방향 속도의 최대점(점 C)보다 노즐에 가까운 구간은 안정된 부상화염이 존재할 수 없는 불안정한 영역이다. 재부착 속도  $u_{RA}$  와 부상 속도  $u_{LO}$  의 상대적 크기는 파악하기 어려우나  $u_0 < u_{RA}$  의 경우에는 화염이 노즐로 전파되므로  $u_{RA} < u_{LO} < u_{BO}$  에서 존재하

게 되므로 부상과 재부착의 hysteresis 가 발생할 것으로 예측되며 Fig. 1 의 실험 결과는 이를 잘 보여주고 있다.

프로판 연료인 경우 화염전파속도  $S_{tri}$  에 대한 자료가 없기 때문에 부상높이를 정량적으로 예측할 수는 없지만, 안정된 부상화염의 경우  $S_{tri}$  가 거의 일정한 실험결과를 바탕으로<sup>(10)</sup> 연료농도 변화에 따른 부상 높이의 변화를 보면 Fig. 4 와 같다. 삼지화염의 전파속도에 미치는 농도구배의 영향을 고려하여도 유사한 결과를 얻을 수 있다. 재부착 지점 부근에서는 전환점(turning point)이 존재하므로  $H_L \sim u_0^n$  의 곡선 맞춤으로부터 상당히 벗어나게 되며 Fig. 1 의 실험 결과는 이를 잘 보여주고 있다.

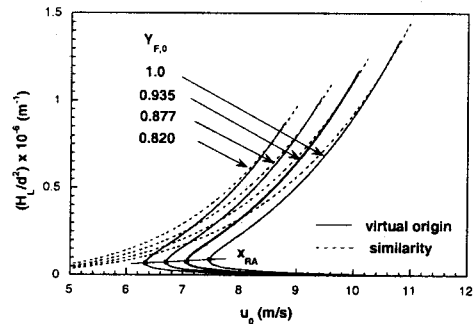


Fig. 4 Calculated lift-off height with nozzle exit velocity.

### 3.3 부상시와 재부착시의 화염의 이동속도(displacement speed) 변화

이론당량비 궤적을 따른 축방향 유동속도가 Fig. 3 의 가상원점을 이용한 해에서와 같이 특정 축방향 거리에서 최대값을 가지는 지를 확인하기 위해서는 부상시와 재부착시의 화염 이동속도(displacement speed) 변화를 측정하는 것이 한 방법이 될 수 있다.

화염 부상시  $u_0 = u_{LO}$  에서 노즐로 부

터  $x_{LO}$  의 위치로 화염선단이 이동하거나, 재부착시  $u_0 = u_{RA}$  에서  $x_{RA}$  로 부터 노즐로 이동하는 경우, 화염의 이동속도(displacement speed)  $S_d$  는 다음과 같은 관계식을 만족해야 한다.

$$\frac{S_d}{u_0} = \left| \frac{u - S_{tri}}{u_0} \right| = \left| U - \frac{S_{tri}}{u_0} \right| \quad (5)$$

여기서  $S_d$  의 변화를 예측하기 위해서는  $S_{tri}$  를 알아야 하나 프로판에 대한 자료는 없으며 메탄의 경우에 대한 비정상 화염전파에 대한 자료<sup>[9]</sup>를 원용할 수 있다. 따라서, 화염 전파속도가 일정한 경우와 반경방향 농도구배에 따라 변화하는 경우 모두에 대하여 살펴보았다.

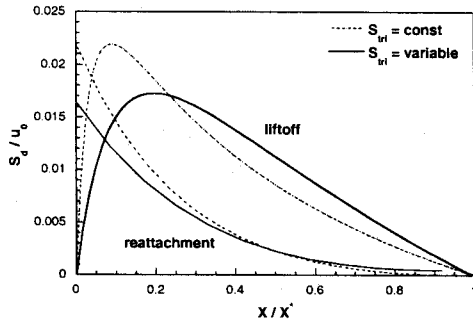


Fig. 5 Calculated transient displacement speed trend at liftoff / reattachment.

화염 전파속도  $S_{tri}$  가 일정하다고 가정하면, 부상시와 재부착시의  $S_d$  변화는 Fig. 5 의 점선과 같이 예측된다. 가로축은 무차원 축방향 거리를 부상시 또는 재부착시의 화염이 안정화 되는 위치  $X^* = X_{LO}$  또는  $X_{RA}$  를 이용하여 표준화하였으며  $X^*$  는 부상시 1.84, 재부착시 0.17 이다.

Ko 등<sup>[9]</sup>은 축대칭 층류제트에서 메탄 연료에 대한 실험을 통해 화염 전파 속도  $S_{tri}$  가 농도 구배가 커질수록 작아지

며, 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있음을 보였다

$$\frac{S_{tri}}{S_L^0|_{st}} = \frac{\alpha}{\frac{dY_F}{dR}|_{Y_{F,st}} + \beta} + \gamma \quad (6)$$

여기서  $\alpha, \beta, \gamma$  는 상수이며,  $S_L^0|_{st}$  는 층류화염 전파속도,  $dY_F / dR|_{Y_{F,st}}$  는 이룬당량비 궤적을 따른 반경방향의 농도구배이다.

가상원점을 가진 상사해를 이용하면  $dY_F / dR|_{Y_{F,st}}$  는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dY_F}{dR}|_{Y_{F,st}} = \frac{\sqrt{3}Sc}{8} \frac{Y_{F,st}}{X + X_{v,F}} \times \left[ \frac{\left\{ \frac{2Sc+1}{32(X + X_{v,F})} \frac{Y_{F,0}}{Y_{F,st}} \right\}^{1/(2Sc)} - 1}{\left\{ \frac{2Sc+1}{32(X + X_{v,F})} \frac{Y_{F,0}}{Y_{F,st}} \right\}^{1/(2Sc)}}} \right]^{1/2} \quad (7)$$

메탄과 프로판의 경우 층류화염 전파속도 특성이 유사하므로  $\alpha, \beta, \gamma$  는 메탄에서 구한 값을 사용하여 부상시와 재부착시의 화염 이동속도를 구하였으며 이를 Fig. 5 에 실선으로 나타내었다. 부상시와 재부착시의  $X^*$  는 각각 0.61, 0.12 이다.

전파 속도의 모델링에 따른 부상시와 재부착시의 이동속도에 대한 정성적인 차이는 그리 크지 않다. 부상시에는 이동속도가 급격히 증가한 후 서서히 감소하는 특성을 보이며 재부착시에는 단조 감소하여 부상시와 재부착시에는 확연히 구분되는 정성적 특성을 보인다. 이를 실험적으로 확인하기 위하여 부상과 재부착시에 화염의 위치변화를 고속

도 카메라를 이용하여 2000 fps 로 측정 한 결과와 화염 이동속도 변화를 Fig. 6, 7 에 각각 나타내었다.

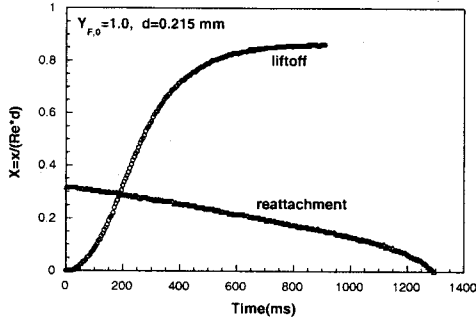


Fig. 6 Transient axial distance trend at liftoff / reattachment.

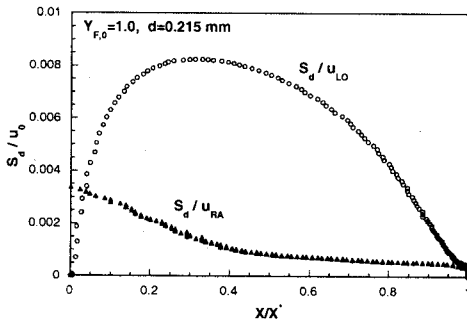


Fig. 7 Transient displacement speed trend at liftoff / reattachment.

Figure 5 의 예측 결과와 비교하여 보면 부상시와 재부착시의 속도 변화 추이가 정성적으로 일치함을 알 수 있다. 이 결과는 부상시와 재부착시에 삼지화염의 전파특성이 그대로 유지되고 있음을 보이고 있으며 가상원점을 도입한 예측 결과의 타당성을 제시하고 있다.

#### 4. 결론

가상원점을 도입한 농도와 속도에 대한 해를 이용하여, 축대칭 층류 부상화염의 제반 특성을 살펴보았으며, 그 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었

다. 층류 부상화염의 경우 화염 선단은 삼지화염의 특성을 가지며 이론당량비 궤적을 따라 전파하므로, 프로판의 경우 가상원점을 도입하여 이론당량비 궤적을 따르는 축방향 속도를 구하면 특정 축방향 거리에서 축방향 속도가 최대값을 이루게 됨을 알 수 있었고, 이를 실험적으로 확인하기 위하여 화염 부상시와 화염 재부착시의 과도 화염 이동속도를 측정 한 결과, 이론적으로 예측한 화염 이동속도 변화와 정성적으로 일치하였다. 이로부터 화염 재부착시 부상높이의 불연속적인 변화를 설명할 수 있었으며, 이로부터 삼지화염의 전파속도와 유동속도의 균형에 근거하여 층류화염의 부상현상 전반을 잘 설명할 수 있었다.

#### 참고문헌

- (1) Chung, S. H., and Lee, B. J., "On the Characteristics of Laminar Lifted Flames in a Nonpremixed Jet", *Combust. Flame*, Vol. 86, pp. 62-72, 1991
- (2) Lee, B. J., Cha, M. S., and Chung, S. H., "Characteristics of Laminar Lifted Flames in a Partially Premixed Jet", *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 127, pp. 55-70, 1997
- (3) Savaş, Ö., and Gollahalli, S. R., "Stability of lifted laminar round gas-jet flame", *J. Fluid Mech.* Vol. 165, pp. 297-318, 1986
- (4) Peters, N., and Williams, F. A., "Lift-off Characteristics of Turbulent Jet Diffusion Flames", *AIAA J.*, Vol. 21, No. 3, 1983
- (5) Chen, Y.-C., and Bilger, R. W., "Stabilization Mechanisms of Lifted Laminar Flames in Axisymmetric Jet Flows", *Combust. Flame*, Vol. 122, pp. 377-399, 2000
- (6) Rankin, G. W., Sridhar, K., "Developing Region of Laminar Jets With Uniform Exit Velocity Profiles", *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 100, No.1, pp. 55-



- 59, 1978
- (7) Lee, D. S., Kihm, K. D., "Analytical Solutions for the Developing Jet From a Fully-Developed Laminar Tube Flow", ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 119, pp. 716-718, 1997
  - (8) Ko, Y. S., and Chung, S. H., Combust. Flame, Vol. 118, pp. 151-163, 1999
  - (9) Ko, Y. S., Chung, S. H., Kim, G. S., and Kim, S. W., "Stoichiometry at the Leading Edge of a Tribachial Flame in Laminar Jets from Raman Scattering Technique", Combust. Flame, Vol. 123, pp.430-433, 2000
  - (10) Lee, B. J., and Chung, S. H., "Stabilization of Lifted Tribachial Flames in a Laminar Nonpremixed Jet", Combust. Flame, Vol. 109, pp. 163-172, 1997
  - (11) Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 6th ed., McGraw-Hill, 1968

### Appendix

축대칭 축류 제트에서 가상원점을 이용한 연료 농도 분포

층류 비압축성 축대칭 제트에서 완전 발달된 구간 (fully developed region)에 대한 Schlichting 의 상사해<sup>[11]</sup>는 노즐 출구에 매우 가까운 지역에서는 특이점을 갖게 되고, 이에 따라 상당한 오차를 갖게 된다. 이를 보정하기 위하여 가상원점을 가정하고, 이의 위치를 결정하기 위해 여러 모델들이 제시되어 왔다<sup>[6,7]</sup>.

농도분포에 대한 상사해<sup>[1,2]</sup> 역시 노즐 출구에서 특이점을 갖게 된다. 따라서, 농도분포에서도 가상원점을 도입하여 그 위치를 결정하여야 하나, 이에 대한 연구결과는 거의 없다.

따라서, 속도장에 적용한 방법과 유사하게<sup>[7]</sup> 노즐출구에서 균일한 속도분포로 연료만을 분사하는 경우에 대하여,

노즐 부근에서는 순수 확산만이 존재한다고 가정하여 지배 방정식을 단순화하고 이를 통해 노즐 출구 근처에서의 해를 구한 후, 완전 발달된 영역에 대한 상사해와 접합시킴으로써 제트 전영역에 걸친 국부 중심 연료농도, 가상원점의 위치, 발달구간의 길이를 구하였다.

경계층 근사를 사용하여 축방향의 확산을 무시하고, Lagrangian 개념의 시간 스케일을 사용하면, 화학종 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Y_F(r,t)}{\partial t} = \frac{v}{Sc} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial Y_F(r,t)}{\partial r} \right] \quad (A1)$$

노즐 출구에서 순수 연료만 분사하는 경우, 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} t=0 & ; Y_F = Y_{F,0} = 1 \\ r=0 & ; \frac{\partial Y_F}{\partial r} = 0 \\ r \rightarrow \infty & ; Y_F \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (A2)$$

이때의 해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y_F &= 2Sc\tilde{t}e^{-ScR^2\tilde{t}} \int_0^1 \eta e^{-Sc\eta^2\tilde{t}} I_0(2Sc\eta R\tilde{t}) d\eta \\ \text{where } \tilde{t} &= \frac{r_0^2}{4vt} \end{aligned} \quad (A3)$$

여기서  $\tilde{t}$ 는 무차원화된 Lagrangian 시간을 나타낸다.

식(A3)에  $R = 0$ 를 대입하면 국부 중심농도는 다음과 같다.

$$Y_{F,CL,inner} = Y_F|_{R=0} = 1 - e^{-Sc\tilde{t}} \quad (A4)$$

식(A3)에서 시간 스케일을 노즐 출구로부터의 축방향 거리로 변환시키는 관계식은 다음과 같다.

$$\frac{dx}{dt} = u_m \quad (A5)$$

노즐 출구속도가 균일한 경우에 대하여  $u_m$  은 속도의 발달구간 길이  $X_l$  과 화학종의 발달구간 길이  $X_{l,F}$  의 크기에 따라 다음과 같이 표현된다.

$$X_{l,F} < X_l ; X \equiv \frac{x}{\text{Re}d} = \frac{1}{16} \int_0^{1/\tilde{t}} (1 - e^{-1/\eta}) d\eta$$

$$X_{l,F} > X_l ;$$

$$X \equiv \frac{x}{\text{Re}d} = \frac{1}{16} \int_0^{1/\tilde{t}} (1 - e^{-1/\eta}) d\eta$$

for  $0 \leq X \leq X_l$

$$\tilde{t} = \left[ \frac{512}{3} \left( \frac{X^2}{2} - X_v X - \frac{X_l^2}{2} - X_v X_l \right) + \frac{1}{\tilde{t}^*} \right]^{-1}$$

for  $X_l < X < X_{l,F}$

(A6)

여기서  $\tilde{t}^*$  는  $X_l$  에 도달할 때까지 시간을 나타낸다.

제트가 완전 발달된 지역에서의 연료 농도에 대한 상사해는 다음과 같다.

$$Y_F = \frac{2\text{Sc}+1}{32} \frac{1}{X + X_{v,F}} \left[ 1 + \left( \frac{\sqrt{3}}{32} \frac{R}{X + X_{v,F}} \right) \right]^{-2\text{Sc}}$$

(A7)

여기서,  $X_{v,F}$  는 노즐출구에서 가상원점까지의 축방향 거리이며, 이로부터 제트가 완전 발달된 지역에서의 국부 중심 농도는 다음과 같다.

$$Y_{F,CL,outer} = \frac{2\text{Sc}+1}{32} \frac{1}{X + X_{v,F}} \quad (\text{A8})$$

발달구간의 중심농도와 완전 발달된 구간의 중심농도를  $X = X_{l,F}$  되는 지점에서 다음과 같은 접합조건을 이용하여 발달구간의 길이  $X_{l,F}$  와 가상원점의 위치  $X_{v,F}$  값을 구할 수 있다..

$$Y_{F,CL,inner} = Y_{F,CL,outer}$$

$$\frac{\partial Y_{F,CL,inner}}{\partial X} = \frac{\partial Y_{F,CL,outer}}{\partial X} \quad (\text{A9})$$

기존의 결과인  $X_l = 0.03072$ ,  $X_v = 0.06303$  [6] 과  $\text{Sc} = 0.704$  ( $\text{CH}_4$ ), 1.366 ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) [2] 에 대하여, 식(A4), (A6), (A8), (A9) 을 이용하여 계산하면, 발달구간의 길이 및 가상원점의 위치는 다음과 같으며, 국부 중심 농도의 변화는 Fig. A1 과 같다.

$$X_{l,F} = 0.01645, \quad X_{v,F} = 0.06444 \quad \text{for } \text{CH}_4$$

$$X_{l,F} = 0.03758, \quad X_{v,F} = 0.09386 \quad \text{for } \text{C}_3\text{H}_8$$

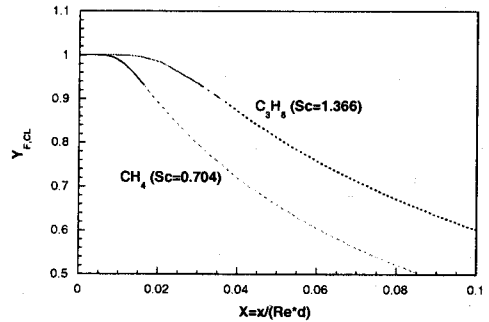


Fig. A1 Fuel mass fraction profile along the center line (solid line: developing region, dashed line: developed region).