JOURNAL OF THE KOREAN ASTRONOMICAL SOCIETY
33: 173~175, 2000

강착원반에서 기체의 점성과 충돌
VISCOSITY AND COLLISIONS OF PARTICLES IN ACCRETION DISKS

유 계 화
KYE WHA YOO
이화여자대학교 과학교육과
Department of Science Education, Ewha Womans University
(Received Nov. 9, 2000; Accepted Nov. 30, 2000)

ABSTRACT

The time-dependence of an α-disk model under the influence of collisions of particles is examined. Collisions with viscosity tend to take away angular momentum. Both effects cause the disk to rotate more rapidly. The disk gradually contracts with increasing time.

Key words : Accretion disk-collision, viscosity-evolution

I. 서 론

Shakura & Sunyaev (1973)가 강착원반의 표준 정적인 모형을 이론적으로 제시한 후, 많은 천체물리학자는 강착 원반과 관련하여 신성이나(Duschl & Livio 1989) 격변성의 활동 현상을 설명하려 했다. 강착 원반 내 기체의 점성의 역할은 각 운동량을 내부영역에서 외부영역 방향으로 전달하게 한다. 따라서 내 외부 인접 영역 중 내부영역의 각 운동량은 외부영역의 각 운동량보다 작다. 더욱이, 점성 시간은 반경에 비례하여 짧음으로, 내부영역의 점성시간이 짧다. 그러므로, 내부 영역의 점성이 더욱 효과적이다(Mineshige 1998).

흔히 기체의 충돌은 무섭동 궤도에 변동을 일으켜 점차 일탈하도록 한다. 즉, 기체 개개의 변동은 충돌 때문에 각각 운동에 작은 영향을 준다. 이러한 변동이 반복될 때 그 궤도는 확산이라는 거시적 과정을 밟는다(Chavanis 2000).

강착 원반의 S형 정상상태(Abramowic et al. 1988, 1989)의 하부 분기위상에서는 기체압력이 복사압력보다 크며 이와 같은 하부 분기위상에서 기체들의 점성 섭동에도 불구하고 강착원반은 안정적임이 알려졌다(Lu et al. 2000). 강착원반으로 기체의 강찰률이 일정한 경우가 일반적이나 젊은 별은 그러하지 않다(Balluch 1991). 어느 경우든 동반성으로부터 유입된 기체는 강착원반을 광학적으로 두껍게 한다. 강착원반의 증가된 점성은 각 운동량 손실을 초래하고, 강착원반 안쪽의 기체 밀도를 증가시킨다. 그러나 기체의 확산으로 기체는 중심별 쪽으로 이동한다.

수소의 Balmer선의 방출선은 운동량 보존을 위해 강착원반에서 수소의 재결합 과정으로 이해하고 있다(Yoo, 1984). 더욱이, 광학적 두께가 큰 영역에 중심별의 irradiation은 이 영역의 기체들의 운동 에너지를 증가시킨다(Mineshige & Kusunose 1993). 이 때 이온과 전자가 충돌할 경우 전자는 제멋대로의 운동을 하게 한다. 이온과 중성원자가 충돌할 경우에는질량이 작은 쪽이 주 궤도를 이탈하여 동경방향의 구배와 반대방향으로 확산한다고 가정한다.

이제, 점성항과 충돌항을 포함한 기본방정식을 제 2절에서 제시한다. 그리고 확산 방정식에 의한 강착 원반의 진화 과정은 제3절에서 논하고, 논의는 마지막 절에서 제시한다.

II. 기본방정식

(a) 시간척도

점성의 강착 원반에서 기체의 시선 속도는

$$\upsilon_r \propto -\frac{1}{r^{1/2}\Sigma}\frac{\partial}{\partial r}(r^{1/2}\eta\Sigma) \tag{1}$$

이다. 이러한 정역학적 평형상태의 강착원반에서 발생한 작은 섭동의 소멸 시간은 대체로

$$\tau_d \sim \frac{h}{C_s} \tag{2}$$

정도이다. 여기서 H는 강착 원반의 두께이며, $C_s=(P/\rho)^\gamma$은 음속을 나타낸다. 강착 원반의 기체들은 점성효과로 내, 외 동경방향으로 이동한다. 이 경향은 밀도 구배가 클수록 증가한다. 점성 시간 척도

$$\tau_\eta = \frac{r^2}{\eta} \tag{3}$$

로 흔히 표현하며, η는 점성계수이다. 그런데 강착원반의 기체의 동경 방향의 속도 $\upsilon_r \sim \eta/r$이므로 $\tau_\eta \sim r/\upsilon_r$이 된다. 한편 강착원반의 기체들의 충돌시간

$$\tau_c \sim n\frac{r}{\upsilon_r} \tag{4}$$

이며, $n>1$인 정수이다(Yoo, 1996). 작은 섭동이 있는 경우 열적 평형 상태의 강착원반은 열적 시간 척도

$$\tau_{th} \sim \frac{\rho H\, C_s^2}{\eta \Sigma \Omega^2} \sim \left(\frac{H}{r}\right)^2 \tau_d \tag{5}$$

이며, Σ는 면적 밀도이며, r에 비례하며, 때때로 m=1로 생각한다. 그리고 Ω는 각운동 속도이다. 따라서 시간척도는 $\tau_d<\tau_{th}<\tau_\eta<\tau_c$이다. 그래서 충돌항이 고려되고 다음과 같은 기본 방정식을 생각하여 본다.

(b) α-강착 원반의 기본 방정식

강착 원반으로 기체의 충돌항을 포함한 점성 강착원반을 생각한다. r축은 강착원반의 평면, z축은 이 평면에 수직하게 잡은 원통좌표계(r, ϕ, z)를 이용한다. 중심 별은 강착원반의 중앙에 위치한다. 강착 원반은 기하학적으로 얇고 축대칭이며, 모든 물리량은 r의 함수이다. 강착원반의 질량 보존 방정식과 각 운동량 보존 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Sigma\upsilon_r) - 2\Sigma\nu \tag{6}$$

$$\frac{\partial(\Sigma l)}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Sigma\upsilon_r l) - \frac{3}{2r}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\eta\Sigma\Omega) - 2\Sigma\nu l \tag{7}$$

여기서 단위 질량당 각운동량 l은 $\sqrt{GMr}$ 이며, $\Omega=\sqrt{GM}\, r^{-3/2}$이고, M은 중심 별의 질량이다. ν는 충돌 주파수이다. (6)식의 $-2\Sigma\nu$는 충돌에 의한 표면 밀도의 손실을 의미하며, (7)식의 $-2\Sigma\nu l$은 각 운동량의 손실을 의미한다. 그리고 $\dot{M}=-2\pi r\Sigma\upsilon_r$은 질량의 유출을 나타낸다.

이제 (6), (7)식으로부터 시선 속도

$$\upsilon_r\Sigma = -\frac{3}{l}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\eta\Sigma\Omega) \tag{8}$$

을 구한다. 여기서 l은 r만의 함수로 가정한다. Kepler궤도로 움직인 기체의 각 운동량 $l=(GMr)^{1/2}\propto r^{1/2}$이므로 $\upsilon_\psi \propto r^{-1/2}$이다. 여기서 얻은 (8)식은 (1)과 같으므로 Kepler 운동이 대체로 지배하고 있다고 본다.

(8)식을 (6)식에 대입하면, 다음과 같은 Σ에 대한 확산형 방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial t} + 2\Sigma\nu = \frac{3}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{1/2}\left(\frac{\partial}{\partial r}(r^{1/2}\eta\Sigma)\right)\right) \tag{9}$$

이 방정식의 $\eta=0$라 놓으면 $\Sigma\propto e^{-2\nu t}\propto e^{-2t/t_c}$가 된다. $t_c>>t$이면 $\Sigma\to 0$이므로, 강착원반 내에서 고려되어야 할 효과로는 충돌효과일 것이다. t_c가 일정할 때 $t\to\infty$이면 역시 $\Sigma\to 0$이므로 또한 충돌의 부수적 효과일 것이다. 따라서 충돌이 있는 강착 원반의 광도 $L\propto t^{-1}r^{-1/4}$인 형의 함수이다(Pringle, 1981). 이 경우 질량과 각 운동량이 $\eta=0$때보다 더 급하게 감소함을 보인다.

(9)식을 파동으로 해석할 경우 $\Sigma=\Sigma_0+\delta\Sigma$로 놓으면, 확산계수의 역할은 $\partial\eta_0/\partial\Sigma_0$가 한다. 충돌, 점성에 의한 질량, 각 운동량 이동은 다시 $\partial\eta_0/\partial\Sigma_0$가 맡아 기체를 확산한다. 물론 $\partial\eta_0/\partial\Sigma_0>0$이면 기체는 Σ가 더 큰 영역으로 유입되어 강착 원반은 확산 시간 동안 불안한 방향으로 진화하게 된다. 그러나 여기서는 (9)식의 해를 얻기 위하여 좌표 변환 방법을 택하기로 한다.

III. 충돌과 점성항의 확산 방정식

(a) 기본 방정식

(9)식은 충돌과 점성을 나타낸 방정식이다, $r=f(r', t')$으로 $t=f(t')$되는 적당한 변수를 선택하여 $(r, t, \Sigma)\to(r', t', \Sigma')$ 되게 한다. 이제

$$r\approx r',\ t=t',\ \Sigma=\Sigma'\, e^{2\nu t'} \tag{10}$$

로 (9)식이 변환된다고 하자. (10)식은

$$\frac{\partial}{\partial r}=\frac{\partial}{\partial r'},\ \frac{\partial}{\partial r}=\frac{\partial}{\partial r'} \tag{11}$$

이므로 이것을 사용하면 (9)식은

$$\frac{\partial\Sigma'}{\partial t} - 2\Sigma'\nu' = \frac{3}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left((r')^{1/2}\frac{\partial}{\partial r'}((r')^{1/2}\eta\Sigma')\right) \tag{12}$$

와 같이 된다. (11)식은 충돌 운동을 제외하면 강착 원반의 표준 모형의 강착원반의 확산형 방정식과 비슷하다. (12)식을 유도할 때 $\nu=\nu+\nu'$로 놓고 $e^{-2(\nu+\nu')}<\nu+\nu'$를 가정하였다.

이제

$$\nu' \sim \frac{\upsilon_r'}{r} \tag{13}$$

로 가정하고, τ_0는 $r^{1/2}$의 거리를 υ_{r0}로 이동하는 특성시간 즉 최소 확산 시간으로 정의하고

$$\eta \sim \upsilon_{r_0} r^{\frac{3}{2}} \tag{14}$$

로 둔다. 여기서 $r_0^{1/2}$를 확산하는 속도는 t_{r_0}에 해당한다. 따라서 (12)식은

$$\frac{\partial\,[(r')^2\Sigma']}{\partial t} = \frac{3\upsilon_{r0}}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left[(r')^{1/2}\frac{\partial}{\partial r'}((r')^2\Sigma')\right] \tag{15}$$

가 된다. 즉 기체의 충돌을 겪은 강착원반은 시간에 따라 반경이 아주 작게 감소하고 Σ도 감소하도록 변수를 변환하면, 무충돌 강착원반의 Σ의 확산형 방정식과 같다. 충돌이 없고 점성만 있는 강착원반은 시간의 증가에 따라 축소한다.

여기서 생각한 경우도 점성만 있는 경우와 마찬가지 과정을 거친다(3-2 참조). 이제 경계 조건을 이용하여 (15)식의 해석적 해를 구하기로 한다.

(b) 해석적 해

이미 알려진 바와 같이 $\Sigma\eta \sim \frac{2p\alpha}{3\rho\Omega}$ 에서 $\Omega \propto r^{-3/2}$ 이므로 $(p/\rho)\alpha\sim$ 상수인 경우에 해당한 $\eta \propto r^{3/2}$ 로 여기서 택하면 (13)식은 (15)식과 같았다. 따라서 미분 방정식의 해를 구하는 방법 즉 변수분리 처리하고, 잘 아는 바와 같이 경계 조건 $\Sigma(r, t=0) = \Sigma_0\delta(r-r_0)$와 $r=0$과 $r=r$에서 $\Sigma(r, t=0)=0$을 대입하면 (15)식의 해석적 해는

$$\sigma \cong A\, x^{-2} e^{-\left(\frac{5\pi}{2}\frac{\tau}{x_0^{5/4}} + 2\tau_c\right)} \sin\left[\left(\frac{x}{x_0}\right)^{5/4}\right] \tag{16}$$

와 같아진다. 여기서

$$\sigma \equiv \Sigma/\Sigma_0,\ A = \sin^{-1}(\pi\, x_0^{-5/4}) \tag{17}$$

이고, 무차원 변수

$$x = r/r_0,\ \tau = 3\eta_0\, r_0^{-5/2} t = t/t_{r_0},$$
$$x_0 = r_0/r_{out}.\ \tau_c = t/t_c \tag{18}$$

이다. 확산시간 $\tau_f \sim r/\upsilon_{r_0}$ 이므로 r까지 확산하는 시간이며, $\tau_f = 3t_{r_0}(r/r_0)$이다. σ는 $2\pi/k=1$(k는 파수) 이상에서는 무시하였다.

따라서 (16)식에서 τ_f가 길면 σ는 증가하나 t가 길어지면 σ는 감소한다. 따라서 충돌한 기체가 각운동량을 잃으면 강착 원반은 수축하고 σ는 감소하며 점성이 가속된다. (16)식에 의하면 충돌항이 있을 때 확산은 충돌항이 없을 때보다 더 급격하게 진행된다. 따라서 반경과 Σ의 곡선은 충돌과 점성 효과에 의존한 확산 곡선을 따른다. (16)식에 의하면 다만 충돌이 있을 때는 없을 때의 곡선보다 진폭이 더 낮고, (16)식에 생략된 cos(x)의 차만큼 중심별 쪽으로 점성이 있을 때보다 좌측으로 변이한 것같이 보인다.

IV. 논 의

질량보존 법칙에 의하면 표준 강착 원반의 기체는 점성으로 각운동량을 잃고 중심별 쪽으로 수축한다. 이 경우 확산 기간 동안 기체들은 r방향으로 확산한다.

여기서는 강착 원반의 기체의 충돌과 점성의 효과로 인한 기체의 확산을 연구하였다. 충돌 효과는 중요한 것으로 보인다. 기체의 점성과 같이 r_{out} 보다 r_{in} 근처에서 각운동량을 소거한 것 같다. 원반의 형성 초기 원반의 기체의 충돌은 점성에 의한 각운동량의 소거보다 우선 순위로 일어나며 원반을 수축한 것으로 기대된다. 이제 원반의 r_{in} 근방에서는 밀도가 증가하여 점성효과가 중요하게 된다. 충돌과 점성의 효과가 동시에 작용할 때 이 효과는 적색이동이 200 이상인 시대 즉 우주 복사력이 강력할 때 복사력이 강착 원반에 대한 효과와 비슷하다(Umemura *et al.*, 1993).

(15)의 식으로 미루어 볼 때 $r-\Sigma$관계는 기체의 확산은 점성효과만 있을 때 보다 충돌과 점성이 있을 때 중심별 쪽으로 치우치며, 그 진폭도 작은 것으로 기대된다.

한편 Compton 산란에 의한 기체의 냉각기구를 효과적으로 작용하리라 기대한다. 즉 강착원반의 광도는 줄어들 것으로 기대된다. 제동에 의한 에너지 방출은 강착 원반의 corona 에 대한 일부 에너지원이 될 것이다. Burm (1986)는 두께가 강착 원반차원과 같은 corona가 자장의 재결합 또는 Alfvén파에 의한 결과임을 제시한 바 있다.

참고문헌

Abramowicz, M. A., Kato, S. & Masumoto, R. 1989, PASJ, 41, 1215

Balluch, M. 1991, A&A, 243, 168

Burm, H. 1986, A&A, 165, 120

Chavanis, P. H. 2000, A&A, 356, 1089

Duschl, W. J. & Livio, M. 1989, A&A, 209, 183

Lu, Y., Cheng, K. S. & Zhao, G., 2000, PASJ, 52, 711

Mineshige, S. & Kusunose, M. 1993, PASJ, 45, 113

Mineshige, S., Tsuribe, T. & Umemura, M. 1998, PASJ , 50, 233

Pringle, J. E. 1981, ARAA, Vol. 19

Shakura, N. I. & Sunyave R. A. 1973, A&A, 24, 337

Umemura, M., Loeb, A. & Turner, E. L. 1993, ApJ, 419, 459

Yoo, K. H. 1984, Ann. Tokyo Astron. Obs., 20, 75

Yoo, K. H. 1996, Publ. Korean Astron. Soc., 11, 125