

유연마디 로봇의 적응제어

이 호 훈* · 김 현 기**
(1999년 8월 26일 접수)

Adaptive Control of Flexible-Link Robots

Ho-Hoon Lee and Hyunki Kim

Key Words: Flexible-Link Robot(유연마디 로봇), Adaptive Control(적응 제어), Lyapunov Stability Theorem (Lyapunov 안정이론), Barbalat's Lemma(Barbalat의 정리), Industrial Crane (산업용 크레인)

Abstract

This paper proposes a new adaptive control scheme for flexible-link robots. A model-based nonlinear control scheme is designed based on a V-shape Lyapunov function, and then the nonlinear control is extended to a model-based adaptive control to cope with parametric uncertainties in the dynamic model. The proposed control guarantees the global exponential or global asymptotic stability of the overall control system with all internal signals bounded. The effectiveness of the proposed control is shown by computer simulation.

1. 서 론

산업용 로봇은 고강성의 구조로 되어 있어 자체 중량이 매우 크다. 따라서, 산업용 로봇은 자체 중량에 비하여 가반 중량이 낮고, 작업 속도가 느리며, 많은 에너지를 소모한다. 이에 대한 해결책으로서, 같은 크기의 산업용 로봇에 비하여 자체 중량이 매우 작은 유연마디(flexible-link) 로봇에 대한 관심이 증가하고 있다. 그러나, 유연마디 로봇도 그 자체의 문제를 갖고 있다. 즉, 마디의 강성이 낮기 때문에 기계적 진동을 유발한다. 더욱이, 유연마디 로봇은 입력에 비하여 제어

할 출력의 수가 많기 때문에 제어가 쉽지 않다.

한편, 산업체에서는 무거운 장비나 부품을 이송할 때 크레인이 효율적으로 사용되고 있다. 그러나, 이송물의 흔들림으로 인하여 작업효율이 떨어지고, 때로는 이송물의 파손과 안전사고를 유발한다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 많은 연구가 진행되어 왔다.^(1,2) 그런데, 산업용 천정 크레인과 로타리 크레인의 동역학 모델은 유연마디 로봇의 동역학 모델로 나타낼 수 있다.^(3,4) 따라서, 산업용 크레인의 제어도 유연마디 로봇의 제어 관점에서 접근할 수 있다.

지금까지 유연마디 로봇에 대하여 다양한 제어 기법이 적용되었다. LQG,⁽⁵⁾ 소인수 분해법(stable factorization)⁽⁶⁾과 같은 선형제어 이론이 시도되었다. 마디 끝단의 가속도를 제한하여 마디 진동을 억제하는 방법도 제시되었다.⁽⁷⁾ 또한, 자기동조(self tuning) 적응 제어^(8,9)도 적용하였다. 아울러, 마디의 진동모드에 대한 가진을 피하기 위한

* 회원, 수원대학교 기계공학과
E-mail : hhlee@mail.suwon.ac.kr
TEL : (0331)220-2608 FAX : (0331)220-2494
** 수원대학교 전기전자공학부

input pre-shaping 기법⁽¹⁰⁾도 제시되었다. 최근에는 singular perturbation 방법에 관심이 집중되고 있다.^(11~15)

Pham 등은 유연마디 동특성에 기초한 비선형 적응 제어로직⁽¹⁶⁾을 설계하였는데, 궤도 추종제어에 대한 안정성을 보장하기 위해서는 속도제어 이득이 무한정 커야 하고 로봇 관절에 대한 기준 궤도(reference trajectory)가 충분히 느려야 하는 것이 약점이다. Yang 등은 Lyapunov안정성 이론을 기초로 적응 제어로직^(17,18)을 설계하였다. 그런데, 이 방법은 마디의 진동을 제어하는 진동제어 로직에 0으로 접근하는 분모를 포함하고 있어서 수치적으로 안정성이 떨어진다. 한편, Lee⁽¹⁹⁾는 V자형 Lyapunov 함수를 도입하여 유연마디 로봇처럼 “적합조건(matching condition)”을 만족시키지 않는 동역학 시스템에 대한 새로운 비선형 제어 로직 설계법을 제시함으로써, 기존의 제공형 Lyapunov 함수를 사용하여 Pham과 Yang 등이 설계한 비선형 적응 제어 로직^(16~18)의 문제점을 근본적으로 해결한 새로운 비선형 적응 제어로직을 설계하고 이에 대한 전영역(global)에서의 지수함수적(exponential) 안정성을 증명하였다.

본 논문에서는 우리의 선행연구(Lee⁽¹⁹⁾)에서 설계한 적응제어 로직보다 더 간단하면서도 동등한 제어 성능을 갖는 새로운 제어로직을 설계한다. 로봇의 동특성을 기초로 V자형 Lyapunov 함수를 이용하여 비선형 제어로직을 설계한 후 비선형 적응제어로 확장한다. 이렇게 설계한 제어로직은 전영역에서 제어 시스템의 안정성을 보장하고, 관절 추종오차 및 마디 진동을 지수함수적으로 줄여 준다. 또한, 이 비선형 제어로직을 동역학 모델의 계수(parameter)에 불확실성이 존재할 경우에 대하여 적응제어 로직으로 확장한다. 마지막으로, 본 논문에서 설계한 제어로직의 안정성과 제어 성능을 전산모사를 통하여 평가한다.

2. 유연마디 로봇의 동역학 모델

유연마디 로봇의 동역학 모델은 다음과 같이 상태방정식으로 나타낼 수 있다.⁽¹⁵⁾

$$M(q)\ddot{q} + C(\dot{q}, q)\dot{q} + D\dot{q} + Kq + g(q) = \tau, \quad (1)$$

여기서, q , $g(q)$, τ 는 각각 $(n_r + n_f) \times 1$ 상태벡터, 중

력가속도 벡터, 입력 벡터를 나타낸다. n_r 과 n_f 는 관절의 수와 마디의 진동모드 수를 각각 나타낸다. $M(q)$ 는 $(n_r + n_f) \times (n_r + n_f)$ 양한정 대칭 질량행렬이다.

$C(\dot{q}, q)$ 는 $(n_r + n_f) \times (n_r + n_f)$ Coriolis 및 원심력 행렬로서 $\dot{M} - 2C = (2C - \dot{M})^T$ 를 만족한다. D 는 $(n_r + n_f) \times (n_r + n_f)$ 점성마찰계수 행렬을 나타내고, K 는 $(n_r + n_f) \times (n_r + n_f)$ 관절의 강성행렬이다.

3. 제어기 설계

유연마디 로봇에 대한 제어 목표는 마디의 진동을 효과적으로 감쇠시키면서 동시에 관절이 주어진 궤도를 정확하게 추종하게 하는 것이다. 제어로직 설계순서는 우선 추종오차와 오차동역학 모델을 정의한 후 Lyapunov 안정조건을 이용하여 비선형 동특성에 기초한 비선형 제어로직을 설계하고, 이를 비선형 적응 제어로직으로 확장한다.

3.1 오차동역학 모델 유도

우선, 동역학 모델 (1)을 아래와 같이 분할한다.

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_r \\ \ddot{q}_f \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_{rr} & C_{rf} \\ C_{fr} & C_{ff} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_r \\ \dot{q}_f \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} D_{rr} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_r \\ \dot{q}_f \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} q_r \\ q_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_r \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

여기서, 하첨자 r 과 f 는 각각 관절의 강성 모드와 마디의 진동 모드를 의미한다. q_r 과 q_f 는 각각 $n_r \times 1$, $n_f \times 1$ 상태 벡터를 의미한다. g_r 과 g_f 는 각각 $n_r \times 1$, $n_f \times 1$ 중력 벡터를 의미한다. τ_r 은 $n_r \times 1$ 입력 벡터를 나타낸다. 각각의 부행렬(submatrix)은 분할한 벡터를 기준으로 적절히 정의할 수 있다.

다음으로, 추종오차 e , sliding surface s , 수정 궤도 z 를 아래와 같이 정의한다.

$$e = \begin{pmatrix} e_r \\ e_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_r - q_r \\ r_f - q_f \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$s = \begin{pmatrix} s_r \\ s_f \end{pmatrix} = (\dot{e} + K_s e) = \begin{pmatrix} \dot{e}_r + K_{sr} e_r \\ \dot{e}_f + K_{sf} e_f \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$z = \begin{pmatrix} z_r \\ z_f \end{pmatrix} = (\dot{r} + K_s e) = \begin{pmatrix} \dot{r}_r + K_{sr} e_r \\ \dot{r}_f + K_{sf} e_f \end{pmatrix}, \quad (5)$$

여기서, r_r, r_f 는 각각 q_r, q_f 에 대한 기준 궤도를 나타내고, K_{sr} 는 $n_r \times n_r$ 양한정 대칭행렬이고, K_{sf} 는 $n_f \times n_f$ 양한정 대칭행렬이다.

그러면, 동역학 모델과 추종오차로부터 다음의 오차동역학 모델을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{s}_r \\ \dot{s}_f \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_{rr} & C_{rf} \\ C_{fr} & C_{ff} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} s_r \\ s_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_r p - \tau_r \\ W_f p \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} W_r p &\equiv [M_{rr} \ M_{rf}] \dot{z} + [C_{rr} \ C_{rf}] z \\ &\quad + D_{rr} \dot{q}_r + g_r, \\ W_f p &\equiv [M_{fr} \ M_{ff}] \dot{z} + [C_{fr} \ C_{ff}] z \\ &\quad + K_{ff} q_f + g_f, \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, W_r 과 W_f 는 각각 $n_r \times n_p, n_f \times n_p$ 합수행렬을 나타내고, p 는 $n_p \times 1$ 계수 벡터를 의미한다. 1-link 유연마디 로봇에 대한 함수행렬 W_r, W_f 와 계수벡터 p 가 식 (30) 및 식 (31)에 주어져 있다.

3.2 모델기준 비선형 제어기 설계

정리 1: 유연마디 로봇의 운동방정식을 식 (2)로 나타내고, 마디의 진동을 효과적으로 감쇠시키면서, 동시에 관절이 주어진 궤도를 정밀하게 추종하게 하는 것이 제어목표일 때, 아래의 비선형 제어로직 (8)과 (9)는 이 제어목표를 만족시키고 추종오차를 지수함수적으로 줄여준다. 즉, $\|e(t)\| \leq \alpha_1 \|e(0)\| \exp(-\alpha_2 t), \forall t \geq 0$ 을 만족하는 유한한 양의 상수 α_1, α_2 가 존재한다.

$$\tau_r = K_{pr} s_r + W_r p + |k| K_{fc} s_r, \quad (8)$$

$$\dot{k} = -\sigma_k \operatorname{sgn}(k) \tau_f - \sigma_k \sigma_a k, \quad (9)$$

여기서, $\|\cdot\|$ 는 Euclidean norm을 나타내고, σ_k, σ_a 는 양의 설계상수이며, K_{fc} 는 $n_r \times n_r$ 양한정 대칭행렬을 낸다. 또한,

$$\operatorname{sgn}(k) \equiv \begin{cases} 1, & k \geq 0, \\ -1, & k < 0, \end{cases} \quad (10)$$

$$\tau_f \equiv s_f^T (K_{pf} s_f + W_f p). \quad (11)$$

증명: 아래와 같이 V자형 Lyapunov 함수를 선택한다.

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T M s + \frac{1}{\sigma_k} |k|. \quad (12)$$

그러면, 오차동역학 (6)의 궤적과 제어 로직 (8)과 (9)를 따라서 구한 $V(t)$ 의 시간 변화율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{M} s + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \frac{1}{\sigma_k} \frac{k}{|k|} \dot{k} \\ &= s^T [-C s + \begin{pmatrix} W_r p_r - \tau_r \\ W_f p_f \end{pmatrix}] \\ &\quad + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \frac{1}{\sigma_k} \frac{k}{|k|} \dot{k} \\ &= -s^T K_p s - \sigma_a |k| \\ &= -\alpha V - s^T (K_p - \frac{\alpha}{2} M) s \\ &\quad - (\sigma_a - \frac{\alpha}{\sigma_k}) |k| \\ &\leq -\alpha V, \\ &\quad (k \neq 0 \text{ or } k=0 \text{ with } \dot{k}=0), \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, α 는 $\lambda_{\min}(2K_p - \alpha M) \geq 0, (\sigma_a - \alpha/\sigma_k) \geq 0$ 를 모두 만족하는 최대 상수이며, $\lambda_{\min}(\cdot)$ 은 최소 특성값을 나타낸다. $K_p = \operatorname{diag}(K_{pr}, K_{pf})$ 이고, 또한, $M = M^T, (\dot{M} - 2C) = (2C - \dot{M})^T$ 를 이용하였다.

식 (13)에서 $k(t) \neq 0$ 일 때 $\dot{V}(t) \leq -\alpha V(t)$ 가 만족된다. 그리고, $k(t) = 0, \dot{k}(t) = 0$ 일 때에는 $d|k(t)|/dt = \dot{k}k/|k| = 0$ 이다. 그런데, 식 (9)에서 $k(t) = 0, \dot{k}(t) = 0$ 이면 $\tau_f(t) = 0$ 이다. 따라서, $k(t) = 0, \dot{k}(t) = 0$ 일 때 부등식 (13)은 확실히 만족된다.

이제, $t = t_0^-$ 에서 $\dot{V}(t_0^-) \leq -\alpha V(t_0^-)$ 를 만족하고, $t = t_0$ 에서 $k(t)$ 의 값이 변화하여 순간적으로 $k(t) = 0, \dot{k}(t) \neq 0$ 이 된다고 가정하자. 이때, $\tau_f(t) \neq 0$ 이다. 그러면, $\dot{V}(t)$ 는 $t = t_0$ 에서 정의되지 않는다. 그런데, $k(t)$ 는 식 (9)에 의하여 $t \geq 0$ 에서 잘 정의되고 연속이다. 따라서, $k(t_0^-) = k(t_0^+)$ 이다. 또한, $V(t)$ 는 $k(t)$ 의 함수이므로, $V(t_0^-) = V(t_0^+)$ 이다. 그런데, $t = t_0$ 에서 $\dot{k}(t_0) \neq 0$ 이면 식 (9)에 의하여 $t = t_0^+$ 에서 $k(t_0^+) \neq 0$ 이 된다. 따라서, $\dot{V}(t_0^+) \leq -\alpha V(t_0^+)$ 이

만족된다. 그러므로, $\dot{V}(t_0^-) \leq -\alpha V(t_0^-)$, $V(t_0^-) = V(t_0^+)$, $\dot{V}(t_0^+) \leq -\alpha V(t_0^+)$ 이다. 따라서, 식 (13)은 $\forall t \geq 0$ 에서 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$V(t) \leq \alpha V(t). \tag{14}$$

그러면, 이 부등식에 대한 다음 해 $V(t)$ 를 구할 수 있다.

$$V(t) \leq V(0)\exp(-\alpha t). \tag{15}$$

따라서, $V(t)$ 의 정의로부터 다음 부등 관계를 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \beta s^T s &\leq V(0)\exp(-\alpha t), \\ \frac{1}{\sigma_k} |k| &\leq V(0)\exp(-\alpha t), \end{aligned} \tag{16}$$

여기서, $\beta = \lambda_{\min}(M)$ 를 의미하고, 두 번째 부등식은 아래와 같다.

$$\|s\| \leq \sqrt{2V(0)/\beta} \exp(-\alpha t/2). \tag{17}$$

마지막으로, $s = \dot{e} + K_s e$ 이므로, $\forall t \geq 0$ 에서 다음을 만족하는 유한한 상수 $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$ 가 존재한다.

$$\|e(t)\| \leq \alpha_1 \|e(0)\| \exp(-\alpha_2 t). \tag{18}$$

증명끝.

3.3 모델기준 비선형 적응제어기 설계

정리 2: 유연마디 로봇의 운동방정식을 식 (2)로 나타내고 이 운동방정식의 계수에 불확실성이 존재할 때, 아래의 적응제어 로직 (19)와 (20)은 제어 시스템을 안정화시키고 추종오차를 0으로 점근(漸近)시킨다. 즉, 시간 t 가 무한대로 접근하면서 $e(t)$ 와 $\dot{e}(t)$ 는 0으로 점근한다.

$$\tau_r = K_{pr} s_r + W_r \hat{p} + |k| \tilde{\tau}_f K_{fc} s_r, \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{p}} &= K_a W^T s_r, \\ \dot{k} &= -\sigma_k \operatorname{sgn}(k) \tilde{\tau}_f \\ &\quad + \sigma_k k \tilde{\tau}_f s_r^T K_{fc} s_r - \sigma_k \sigma_a k, \end{aligned} \tag{20}$$

여기서, σ_k, σ_a 는 양의 설계상수이고, \hat{p} 은 p 의 계산 값이다. K_{fc} 는 $n_r \times n_r$ 양한정 대칭행렬이다. $W \equiv [W_r^T W_f^T]^T$ 이며, K_a 는 $n_p \times n_p$ 양한정

대칭행렬이다. 마지막으로,

$$\tilde{\tau}_f \equiv s_f^T (K_{pf} s_f + W_f \hat{p}). \tag{21}$$

증명: 아래와 같이 V자형 Lyapunov 함수를 선택한다.

$$V(t) = \frac{1}{2} [s^T M s + \hat{p}_e^T K_r^{-1} \hat{p}_e + |k|/\sigma_k], \tag{22}$$

여기서, 동역학 모델의 계수오차 \hat{p}_e 는 아래와 같이 정의된다.

$$\hat{p}_e = (\hat{p} - p). \tag{23}$$

그러면, 오차동역학 (6)의 궤적과 제어로직 (19)와 (20)을 따라서 구한 $V(t)$ 의 시간 변화율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T M \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \dot{\hat{p}}_e^T K_r^{-1} \hat{p}_e \\ &\quad + \frac{1}{2\sigma_k} \frac{\dot{k}}{|k|} k \\ &= s^T [-Cs + \begin{bmatrix} W_r p_r + d_r - \tau_r \\ W_f p_f + d_f \end{bmatrix}] \\ &\quad + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \dot{\hat{p}}_e^T K_r^{-1} \hat{p}_e \\ &\quad + \frac{1}{2\sigma_k} \frac{\dot{k}}{|k|} k \\ &= -s^T K_p s - \frac{1}{2} \sigma_a |k| \\ &\leq -s^T K_p s, \\ &\quad (k \neq 0 \text{ or } k=0 \text{ with } \dot{k}=0), \end{aligned} \tag{24}$$

여기서, p 는 상수로 가정하였다. $k=0$, $\dot{k} \neq 0$ 일 때에도 정리 1에서처럼 부등식 (24)를 해석할 수 있다.

$V(t)$ 의 정의 (22)와 $V(t)$ 의 시간 변화율 (24)는 $s, \hat{p}_e, k \in L_\infty$ 를 의미한다. 따라서, 오차동역학 (6), 제어로직 (19)와 (20)에 의하여 $s \in L_\infty$ 이 된다. 또한, 부등식 (24)를 적분하면 $\int_0^\infty s^T K_p s dt < \infty$ 이므로 $s \in L_2$ 이다. 따라서, Barbalat의 정리에 의하여 시간 t 가 무한대로 접근하면서 $s(t)$ 가 0으로 점근(漸近)하고, 이에 따라, $s(t)$ 의 정의 (4)에 의하여 $e(t)$ 와 $\dot{e}(t)$ 도 0으로 점근한다. 마지막으로, $k(t)$ 의 정의 (20)에 의하여 시간 t 가 무한대로 접근하면서 $k(t)$ 가 0으로 점근한다.

증명끝.

추론(Corollary) 1: 정리 1에서 $\sigma_a=0$ 이면, $k \in L_\infty$ 이고, 시간 t 가 무한대로 접근하면서 $e(t)$ 와 $\dot{e}(t)$ 는 0으로 접근한다.

추론(Corollary) 2: 정리 2에서 $\sigma_a=0$ 이면, $\hat{p}_e, k \in L_\infty$ 이고, 시간 t 가 무한대로 접근하면서 $e(t)$ 와 $\dot{e}(t)$ 는 0으로 접근한다.

4. 고찰

(1) 본 연구에서는 관절과 마디진동에 대한 기준궤도, 즉, r_r 와 r_j 는 추종 가능한 것으로 가정한다. 마디의 진동 없이는 로봇의 운동이 불가능하므로, 마디 진동에 대한 기준궤도를 $r_j=0$ 으로 설정하면 관절의 기준궤도가 $\dot{r}_r=0$ 을 만족할 때까지 추종오차를 0으로 줄일 수 없다.

(2) 본 연구에서 설계한 제어 로직은 관절과 마디 진동모드에 대한 위치 및 속도 측정치를 필요로 한다. 마디 진동모드에 대한 위치와 속도를 측정하기 위해서는 마디의 변형률(strain)을 측정하고 이를 진동모드에 대한 위치와 속도로 변환하면 된다.^(17,18)

(3) V자형 Lyapunov 함수 대신에 기존의 제곱형 Lyapunov 함수를 사용하면 제어이득 k 계산식 (9), (20)에서 $\text{sgn}(\cdot)$ 대신에 $1/k$ 이 나타난다.^(17,18) 이 경우 k 가 0으로 접근하면서 수치적으로 안정성이 떨어진다. 그러나, 본 논문에서는 V자형 Lyapunov 함수를 사용하여 이 문제를 근본적으로 해결하였다.

(4) 본 논문에서 제시한 비선형 제어 및 적응제어 로직은 $k \in L_\infty$ 을 보장한다. 그러나, 추론 1과 추론 2에서 $\sigma_a=0$ 일 때에는 정리 1과 정리 2에서처럼 $k(t)$ 가 0으로 접근하지 않는다. 따라서, 이 경우에 σ_k 를 작게 $k(t)$ 의 초기값 $k(0)$ 를 작지 않게 설정하면, $k(t)$ 는 항상 양의 값을 유지하고 어떤 양의 값으로 수렴한다.

5. 전산모사

본 논문에서는 위에서 설계한 유연마디 로봇에 대한 제어 로직의 안정성 및 제어 성능을 전산모

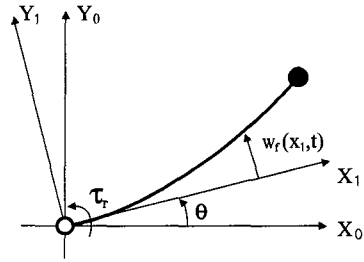


Fig. 1 Model of a horizontal flexible-one-link robot

사를 통하여 확인하였다. 전산모사에 사용한 유연마디 로봇은 마디 끝에 집중질량이 부착된 마디가 하나인 유연마디 로봇으로 Fig. 1에 도시하였다. 여기서, θ 는 관절 각도이고, τ_r 은 관절에 가해지는 토크이며, $w_1(x_1, t)$ 는 마디의 진동 변위를 나타낸다. 이 로봇에 대한 각종 수치는 참고 문헌⁽¹⁴⁾의 자료를 사용하였다. 이 로봇의 마디 길이는 0.6 m, 마디 질량은 0.216 kg, 집중 질량은 0.251 kg이다.

이 로봇의 관절에 대한 변위는 처음 두 번째 진동 모드만을 고려하면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$w_1(x_1, t) = \delta_1(x_1)u_1(t) + \delta_2(x_1)u_2(t), \quad (25)$$

여기서, δ_1 과 δ_2 는 각각 진동 모드 1과 진동 모드 2에 대한 기술함수(shape function)를 나타내고 $u_1(t)$ 와 $u_2(t)$ 는 각각 δ_1 과 δ_2 에 대한 일반좌표(generalized coordinates)를 나타낸다. 본 논문에서 하첨자 i 와 ij 는 각각 벡터의 i 번째 요소와 행렬의 ij 번째 요소를 의미한다.

이 로봇의 동역학 모델에 대한 각각의 행렬은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$M(q, \delta) = \begin{bmatrix} m(\delta) & 0.1863 & 0.0208 \\ 0.1863 & 0.2655 & -0.00007 \\ 0.0208 & -0.00007 & 0.2162 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$C(\dot{q}, \delta, \delta) = \begin{bmatrix} c_1 \dot{\delta}_1 + c_2 \dot{\delta}_2 & c_1 \dot{q} & c_2 \dot{q} \\ -c_1 \dot{q} & 0 & 0 \\ -c_2 \dot{q} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7.534 & -0.0004 \\ 0 & -0.0004 & 755.53 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

여기서, 동역학 모델 (2)와 관련하여, $q_r = q$,

$q_f = \delta = (\delta_1 \ \delta_2)^T$, $\tau = (\tau_r \ 0 \ 0)^T$ 이고, m , c_1 , c_2 는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} m(\delta) &= 0.2149 + 0.1334\delta_1^2 + 0.2654\delta_2^2 \\ &\quad + 4.2261 \times 10^{-4} \delta_1 \delta_2, \\ c_1(\delta) &= 0.1334\delta_1 + 2.1130 \times 10^{-4} \delta_2, \\ c_2(\delta) &= 0.2654\delta_2 + 2.1130 \times 10^{-4} \delta_1. \end{aligned} \tag{29}$$

본 전산모사에서는 비선형 제어로직(추론 1에 기술)과 적응제어 로직(추론 2에 기술)을 위에서 기술한 유연마디 로봇에 적용하였다. 이 로봇에 대한 regressor 함수행렬 $W^T (\equiv [W_r^T \ W_f^T])$ 와 계수벡터 p 는 아래와 같다.

$$W^T = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 & 0 & 0 \\ w_{12} & w_{22} & 0 \\ w_{13} & 0 & w_{33} \\ w_{14} & w_{24} & w_{34} \\ \dot{z}_2 & \dot{z}_1 & 0 \\ \dot{z}_3 & 0 & \dot{z}_1 \\ 0 & \dot{z}_2 & 0 \\ 0 & \dot{z}_3 & \dot{z}_2 \\ 0 & \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 & \delta_1 \\ 0 & 0 & \dot{z}_3 \\ 0 & 0 & \delta_2 \end{bmatrix}, \tag{30}$$

$$p = \begin{bmatrix} 0.2149 \\ 0.1334 \\ 0.2654 \\ 2.1130 \times 10^{-4} \\ 0.1863 \\ 0.0208 \\ 0.2655 \\ -0.00007 \\ 7.534 \\ -0.0004 \\ 0.2162 \\ 755.53 \end{bmatrix}, \tag{31}$$

여기서, $z = (z_1 \ z_2 \ z_3)^T$ 이며 z 는 식 (5)에 정의되어 있다. 또한, w_{ij} 는 아래와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} w_{12} &= \delta_1^2 \dot{z}_1 + \delta_1 \dot{\delta}_1 z_1 + \delta_1 \theta z_2, \\ w_{13} &= \delta_2^2 \dot{z}_1 + \delta_2 \dot{\delta}_2 z_1 + \delta_2 \theta z_3, \\ w_{14} &= 2\delta_1 \delta_2 \dot{z}_1 + (\delta_2 \dot{\delta}_1 + \delta_1 \dot{\delta}_2) z_1 \\ &\quad + \delta_2 \theta z_2 + \delta_1 \theta z_3, \\ w_{22} &= w_{34} = -\theta \delta_1 z_1, \\ w_{24} &= w_{33} = -\theta \delta_2 z_1. \end{aligned} \tag{32}$$

본 전산모사에 사용한 기준궤도 $r = (r_r \ 0 \ 0)^T$ 는 다음과 같다.

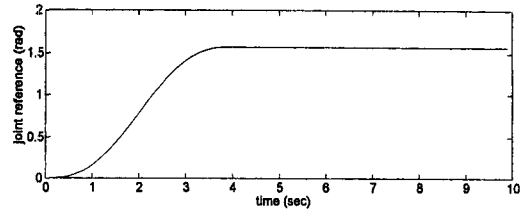


Fig. 2 Joint reference trajectory

$$r_r = \frac{\pi}{2} [6(t/t_m)^5 - 15(t/t_m)^4 + 10(t/t_m)^3], \tag{33}$$

여기서, $t_m = 4$ 로 로봇이 초기 위치에서 목표위치로 이동하는데 걸리는 시간이다. 관절에 대한 기준궤도 r_r 은 Fig. 2에 나타나 있다.

비선형 제어로직에는 $\sigma_k = 10$, $\sigma_a = 0$, $k(0) = 5$, $K_s = \text{diag}(10, 10, 10)$, $K_p = \text{diag}(1, 1, 1)$, $K_{fc} = 2$ 를 사용하였다. 적응제어 로직에는 비선형 제어로직과 같은 제어이득을 사용하였으며, 계수의 적응이득은 $K_a = 0.5 I_{12 \times 12}$ 를 사용하였다. 샘플링 주파수는 500 Hz이다. 제어로직에 대한 적분은 사다리꼴 공식을 사용하였고, 로봇의 동역학은 4차 Runge-Kuta 공식을 사용하여 풀었다.

Fig. 3과 Fig. 4는 각각 동역학 모델에 대한 불확실성을 고려하지 않는 경우와 고려하는 경우의 비선형 제어로직에 대한 전산모사 결과이다. Fig. 5와 Fig. 6은 각각 동역학 모델에 대한 불확실성을 고려하지 않는 경우와 고려하는 경우의 전산모사 결과이다. 본 전산모사에서 \hat{p} 의 초기 값을 식 (31)에 주어진 실제 값의 1/2, 즉, $\hat{p}(0) = p/2$ 를 사용하여 기술함수 및 로봇에 대한 각종 동역학 계수의 불확실성으로 인한 동역학 모델의 불확실성을 반영하였다.

본 전산모사에서는 $r_f = 0$ 으로 설정하였다. 이는 유연마디 로봇을 강제로 강성마디(rigid link) 로봇처럼 동작시키는 것과 같다. 따라서, Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5, Fig. 6의 모든 전산모사 결과에서 시간 $t=4$ 초가 되면서 $\dot{r}_r = 0$ 이 될 때까지 추종오차가 작지 않다. 그러나, 이 추종오차는 $t=4$ 초 이후 $\dot{r}_r = 0$ 이 되면서 지수함수적으로 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이는 이론적 결과와 잘 일치한다. 또한, 모든 전산모사 결과에서 마디의 진동 모드 2는 진동 모드 1과 비교하여 매우 작으므로 무시할 수 있다.

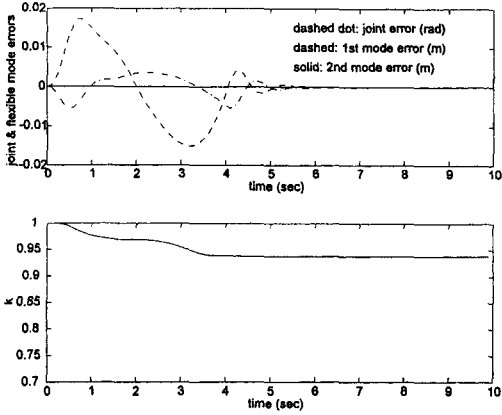


Fig. 3 Simulation results of nonlinear control without parametric uncertainties

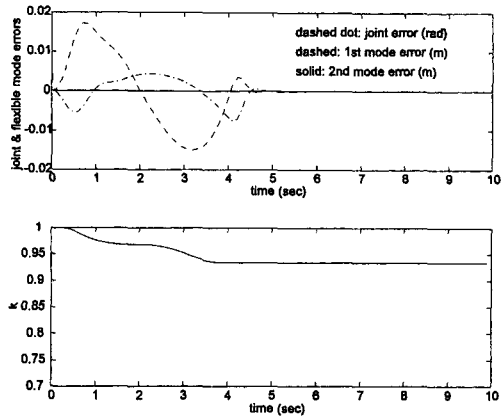


Fig. 5 Simulation results of adaptive control without parametric uncertainties

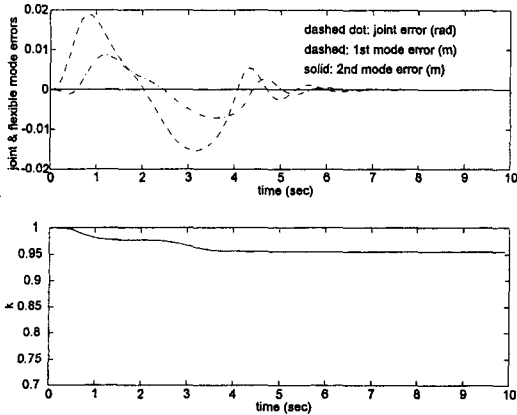


Fig. 4 Simulation results of nonlinear control with parametric uncertainties

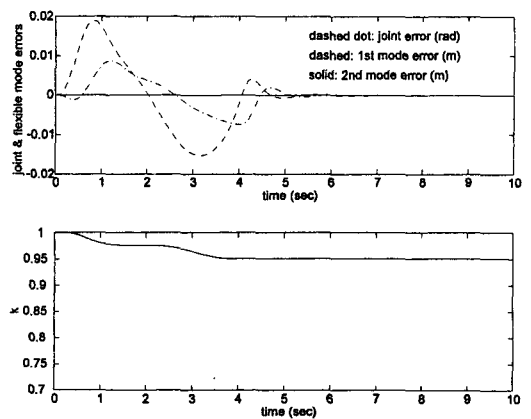


Fig. 6 Simulation results of adaptive control with parametric uncertainties

Fig. 4와 Fig. 6을 비교하면 동역학 모델에 불확실성이 존재할 경우에 비선형 제어보다 적응제어의 성능이 우수하다는 것을 알 수 있다. 그런데, 동역학 모델의 불확실성을 고려하지 않을 경우에도 비선형 제어에 대한 Fig. 3과 적응제어에 대한 Fig. 5를 비교하면, 적응제어 로직의 제어 성능이 비선형 로직의 제어 성능보다 더 우수함을 알 수 있다.

본 전산모사에서는 $\sigma_a = 0$ 을 사용하였기 때문에, 고찰 (4)에서 언급한 것처럼 모든 전산모사 결과에서 k 가 양의 값을 유지하고 일정한 값으로 수렴함을 알 수 있다. 마지막으로, 우리의 선행연구(Lee⁽¹⁹⁾)에서 설계한 제어로직의 전산모사 결과와 비교한다면, 본 연구에서 설계한 제어로

직이 보다 더 간단하면서도 거의 동등한 제어 성능을 갖음을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 V자형 Lyapunov 함수를 사용하여 유연마디 로봇에 대한 새로운 비선형 적응제어 로직을 설계하고, 전산모사를 통하여 제어 성능을 확인하였다. 본 연구에서 설계한 제어 로직은 제곱형 Lyapunov 함수를 사용하여 설계한 기존의 적응제어 로직^(16~18)의 문제점을 근본적으로 해결하였고, 우리의 선행연구에서 설계한 제어로직(Lee⁽¹⁹⁾)보다 더 간단하면서도 동등한 제어 성능을 갖는 새로운 제어로직이다.

한편, "적합조건"을 만족시키지 않는 천정 크레인과 로타리 크레인의 동역학 모델도 유연마디 로봇의 동역학 모델로 나타낼 수 있으므로,^(3,4) 본 연구에서 제시한 제어 로직을 기초로 산업용 크레인에 대한 고성능 무진동 위치 제어로직을 설계할 수 있을 것으로 기대한다.

참고문헌

- (1) 이호훈, 조성근, 1997, "2차원 천정크레인의 위치 및 부하의 흔들림 제어," 대한기계학회논문집(A), 제21권, 제10호, pp. 1683~1693.
- (2) 이호훈, 조성근, 1999, "권상/권하를 포함하는 2차원 천장크레인의 제어," 대한기계학회논문집(A), 제23권, 제1권, pp. 22~30.
- (3) Lee, H.-H., 1998, "Modeling and Control of a 3-Dimensional Overhead Crane," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 120, No. 4, pp. 471~476.
- (4) Lee, H.-H., 1998, "Modeling and Control of a Rotary Crane," *Proc. of Korea Automatic Control Conference 1998*, pp. 704~707.
- (5) Cannon, R. H. and Schmitz, E., Jr. 1984, "Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 3, No. pp. 62~75.
- (6) Shung, I. Y. and Vidyasagar, M., 1987, "Control of a Flexible Robot Arm with Bounded Input: Optimum Step Response," *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 916~922.
- (7) Kotnik, P., Yurkovich, S., and Ozguner, U., 1988, "Acceleration Feedback for Control of a Flexible Manipulator Arm," *J. of Robotic Systems*, pp. 181~195.
- (8) Chen, J.-S. and Meng, C.-H., 1990, "Modeling and Adaptive Control of a Flexible One-Link Manipulator," *Robotica*, Vol. 8, pp. 339~345.
- (9) Hyde, J. and Seering, W., 1991, "Using Input Command Pre-shaping to Suppress Multiple Mode Vibration," *Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2604~2610.
- (10) Magee, D. and Book, W., 1993, "Eliminating Multiple Modes of Vibration in a Flexible Manipulator," *Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp. 474~479.
- (11) Hashtrudi-Zaad, K. and Khorasani, K., 1996, "Control of Nonminimum Phase Singular Perturbed Systems with Application to Flexible Link Manipulators," *Int. J. of Control*, Vol. 63, No. 4, pp. 679~701.
- (12) Khorrami, F. and Jain, S., 1992, "Experimental Results on an Inner-outer Loop Controller for a Two-link Flexible Manipulators," *Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp. 742~747.
- (13) Lewis, F. and Vande-grift, M., 1993, "Flexible Robot Arm Control by a Feedback Linearization Singular Perturbation Approach," *Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp. 729~736.
- (14) Moallem, M., Khorasani, K., and Patel, R., 1997, "An Integral Manifold Approach for Tip-Position Tracking of Flexible Multi-link Manipulators," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 13, No. 6, pp. 823~837.
- (15) Siciliano, B. and Book, W., 1989, "A Singular Perturbation Approach to Control of Light Weight Flexible Manipulator," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 7, No. 4, pp. 79~90.
- (16) Pham, C., Khalil, W., and Chevallereau, C., 1992, "A Nonlinear Model-Based Control of Flexible Robots," *Robotica*, Vol. 11, pp. 73~82.
- (17) Yang, J., Lian, F., and Fu, L., 1997, "Nonlinear Adaptive Control for Flexible-Link Manipulator," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol. 11, No. 1, pp. 140~148.
- (18) Yang, J., Liu, F., and Fu, L., 1994, "Nonlinear Control for Flexible-Link Manipulators," *Proc. IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp. 327~332.
- (19) Lee, H.-H., 1999, "Adaptive Control of Flexible-Link Robots Based on a V-Shape Lyapunov Function," *Proc. of ASME Dynamic Systems and Control Division, IMECE (ASME Winter Annual Meeting)*, DSCVol.67, pp. 795~801.