

면역·유전 알고리즘을 이용한 로터 베어링시스템의 다목적 형상최적설계

최 병 근* · 양 보 석**

(1999년 3월 8일 접수)

Multi-Objective Optimum Shape Design of Rotor-Bearing System with Dynamic Constraints Using Immune-Genetic Algorithm

Byung-Gun Choi and Bo-Suk Yang

Key Words: Rotor Shaft(회전축), Critical Speed(위험속도), Bending Stress(굽힘응력), Genetic Algorithm(유전알고리즘), Immune Algorithm(면역알고리즘), Multi-Objective Optimum Design(다목적 최적설계)

Abstract

An immune system has powerful abilities such as memory, recognition and learning how to respond to invading antigens, and has been applied to many engineering algorithms in recent year. In this paper, the combined optimization algorithm (Immune- Genetic Algorithm: IGA) is proposed for multi-optimization problems by introducing the capability of the immune system that controls the proliferation of clones to the genetic algorithm. The optimizing ability of the proposed combined algorithm is identified by comparing the result of optimization with simple genetic algorithm for two dimensional multi-peak function which have many local optimums. Also the new combined algorithm is applied to minimize the total weight of the shaft and the transmitted forces at the bearings. The inner diameter of the shaft and the bearing stiffness are chosen as the design variables. The dynamic characteristics are determined by applying the generalized FEM. The results show that the combined algorithm and reduce both the weight of the shaft and the transmitted forces at the bearing with dynamic constraints.

기호설명

A_i : i 번째 축요소의 단면적
 $ac_{v,w}$: 항체 v 와 w 사이의 친화도가
 T_{acl} 을 초과할 때의 친화도
 $as_{v,s}$: 항체 v 와 억제세포 s 사이의

친화도가 T_{acl} 를 초과시의 친화도

$ay_{v,w}$: 항체 v 와 w 사이의 친화도

c_v : 항체 v 의 농도

x_i : 설계변수

$f(X)$: 목적함수

F_j^b : j 번째 베어링에서의 전달력

$F(X, Y, Z)$: 고정좌표계

f_v : 항체 v 의 적응도

g_j : 구속조건

* 회원, Arizona State University

** 회원, 부경대학교 기계공학부

E-mail : bsyang@dolphin.pknu.ac.kr

TEL : (051)620-1604 FAX : (051)620-1405

$H_{v,w}$: 항체 v 와 w 사이의 헤밍 거리
I_i	: i 번째 축요소의 관성모멘트
k_j^b	: j 번째 베어링 강성
l_i	: i 번째 축요소의 길이
M, K, G	: 질량, 강성과 자이로스코픽 행렬
N_e, N_b	: 축과 베어링 요소수
n	: 전체 설계변수 개수
p	: 회전좌표계에 대한 변위벡터
p_s	: 정상상태 불평형응답
Q	: 질량 불평형 벡터
$R(x, y, z)$: 회전좌표계
r_{0i}, r_{li}	: i 번째 축요소의 외경과 내경
S	: 전체 억제세포 개수
T_c	: 농도 한계치
T_{acl}, T_{acl}	: 친화도의 한계치
$W(X)$: 축무게
λ	: 휘둘림 주파수비 ($= \Omega/\omega$)
ρ_i	: i 번째 축요소의 밀도
Ω, ω	: 가진과 휘둘림 속도
ω_n^c	: n 번째 위험속도
σ	: 굽힘응력
δ	: 불평형응답

1. 서론

최근 회전기계의 설계는 고성능화를 위해 고속화, 소형화, 경량화 및 단기당의 출력 증가가 급속히 진전되고 있고, 이로 인하여 1차 위험속도 이상의 회전수를 상용회전수로 하는 회전기계가 많아지고 있다. 이러한 회전기계는 특히 높은 성능이 요구될 뿐만 아니라, 회전축계가 진동에 대해 안정할 것이 불가결하게 요구된다.

일반적으로 동적인 외력을 받는 회전기계를 설계할 경우, 먼저 계의 저차 고유진동수와 응답등을 해석적으로 계산하여야 한다. 회전축계의 설계에는 운전속도에서 안정성이 양호할 것, 운전속도의 공진영역 회피 및 운전범위가 위험속

도 이상인 경우에는 위험속도 통과시 공진배율을 최소로 할 것, 경계성과 회전기계의 성능향상을 위해 회전축계를 경량화 할 것과 베어링 수명의 연장을 위해 베어링에 전달되는 힘을 최소화 할 것을 동시에 만족해야 한다. 따라서 축의 질량, 강성분포와 베어링강성 등과 같은 형상파라미터들이 로터 베어링시스템의 동특성에 미치는 영향에 관한 많은 논문^(1~4)들이 발표되어왔다.

다목적 최적화문제에서는 일반적으로 설계자의 의도를 각 목적함수의 가중치에 적절하게 반영하는 것이 곤란하기 때문에 수치적으로 엄밀한 최적해가 얻어진다고 해도 그것이 설계자가 의도하지 않는 것일 수도 있다. 따라서 실제 최적설계문제에서는 설계자가 복수의 대책안중에서 해를 선택할 수 있도록 복수의 최적해를 탐색하게 하는 것이 바람직하다. 이러한 문제해결을 위해 유전알고리즘(genetic algorithm, 이하 GA)^(5,6)을 이용하여 다목적 최적화문제와 다봉성함수(multimodal function)의 최적화문제 등으로의 응용이 진행되고 있다.^(7,8) 그러나 GA를 이용해도 GA 특유의 초기수렴에 의해서 복수의 최적해가 있음에도 불구하고 하나의 최적해 밖에 찾지 못하는 경우가 있다.

한편, 생체의 면역기구가 갖는 다양한 항체의 생산기구와 자기조절기구를 모방한 탐색알고리즘인 면역알고리즘(immune algorithm)⁽⁹⁾이 제안되어 해의 탐색능력에 대한 특징과 유효성이 발표되고 있다.

따라서 본 논문에서는 면역알고리즘이 가지는 특징중 탐색과정에서 얻은 유효한 항체를 기억세포와 억제세포로 분화하는 기구와 억제세포에 의한 항체생산의 억제기구를 GA에 추가한 새로운 조합알고리즘(immune-genetic algorithm, 이하 IGA)을 제안하고, 제안된 알고리즘의 탐색능력을 검증하기 위하여 2차원 다봉성함수의 최적화에 적용하여 그 결과를 단순 유전알고리즘(simple genetic algorithm: SGA)의 경우와 비교하였다. 또한 위험속도, 굽힘응력 및 불평형응답과 같은 동적 거동의 구속조건하에서 로터 베어링시스템의 전체 중량과 베어링에의 전달력을 최소화하는 실제 회전축계의 다목적 최적설계에 적용하여 조합알고리즘의 유용성을 입증하고자 한다.

2. 면역시스템의 개요

면역시스템은 생체의 방어 및 유지를 수행하는 자율분산시스템으로, 시스템의 요소들은 뇌의 명령을 따르는 것이 아니라 각 요소가 자율적으로 환경에 대응한다. 즉, 생체에는 외부로부터 생체내로 침입하는 박테리아, 기생균, 병원균, 독소, 바이러스와 같은 항원에 대항하여 생체를 방어하기 위해, 세포유전자를 재구성하여 항원에 대응하는 항체를 생산하고 항원을 배제하는 매우 정교하고 복잡한 생체방어수단인 면역시스템을 가지고 있다.⁽¹⁰⁾ 면역시스템을 설명하는 가설은 여러가지가 제안되어 있지만, 그중 면역시스템이 다양한 항체를 생산할 수 있다는 것을 설명하는 somatic가설이 있다. 항체는 림프구(lympho-cytes)인 B세포에서 생성되지만, 이 B세포도 림프계 간세포(stem cell)에서 세포분열을 반복하여 생성 분화한 것이다. B세포는 항원에 접촉해서 생활을 하며 세포분열해서 항체생산세포가 되어 항체를 만들어 낸다. 그중 일부는 기억세포로 되어 면역적 기억이 나타난다. 생체는 이러한 림프계 간세포에서 B세포, B세포에서 항체생산세포로의 분화를 항상 내부에서 수행하고 있고, 이 과정에서 돌연변이에 의해서 다양한 항체를 생산한다.

그러나 항체는 무질서하게 생성되고 존재하는 것이 아니라, 면역계에는 필요한 항체만을 필요한 양만큼 존재하도록 항체의 수를 조절하는 기구가 존재하고, 이 조절기구는 면역네트워크가설을 이용하여 설명할 수 있다. 네트워크가설은 개개의 B세포의 클론(clone)은 관계없이 존재하는 것이 아니라, 항원수용체의 특유의 유형(idiotype)을 인식하며 서로 연결되어있고, 림프계집단은 전체로서 폐쇄적인 네트워크를 형성하고 있다는 설이다. 이 가설에 기초하면, 임의의 클론 세포가 항원자극에 의해 활성화하여 증식하면 그들의 특유유형을 인식하는 쪽의 클론도 활성화하여 증식한다. 따라서 이러한 반응이 연쇄적으로 일어나면 이들은 자기에 대해서도 면역성을 나타내고, 림프계 전체가 면역응답의 조절기구로서 작용한다. 단, 실제로는 림프구 전구세포(precursor cell)로 분화한 T세포가 동일하게 림프구 전구세포로 분화한 B세포의 생산을 촉진하는 보조(helper)세포 및 억제(suppressor) 세포로 분화하여 생체내의 면역응답의 발현과 조절을 수행한다.

따라서 면역시스템은 생체내로 침입한 항원을 인식하고 과거에 배제한 항원에 대해서는 기억세포에서 직접 항체를 만들며, 새로운 항원에 대해서는 세포유전자의 재구성에 의해 항원에 대응하는 항체생산세포를 만들고 이것을 증식하여 항원에 대응하는 항체를 만든다. 또한 면역시스템은 자기에 대해서도 면역성을 나타내고 생체내에 대량으로 발생한 항체의 생산을 억제해서 정상상태로 돌아가는 기구를 가지고 있다. 이 기구에 의해서 매우 유사한 항원에 대응할 수가 있다. 이러한 면역시스템의 개념을 Fig. 1에 나타내고 있다.

3. 조합알고리즘(IGA)의 제안

유전자정보에 기초한 생물집단의 환경에 대한 적응적 진화과정을 모방한 GA가 여러개의 최적해가 존재함에도 불구하고 초기에 하나의 해에만 수렴하는 것을 방지하고, 복수의 최적해 탐색을 가능하도록 하기 위해, 면역시스템과 동일한 거동을 하는 면역알고리즘이 가지는 자기조절기능과 항체억제기능을 GA에 추가하여 새로운 조합알고리즘인 IGA를 제안한다. GA에 추가된 자기조절기능과 항체억제기능은 다음과 같다.

1) 기억세포와 억제세포로의 분화기구: 탐색과정에서 유효한 항체(국소해)를 기억세포와 억제세포

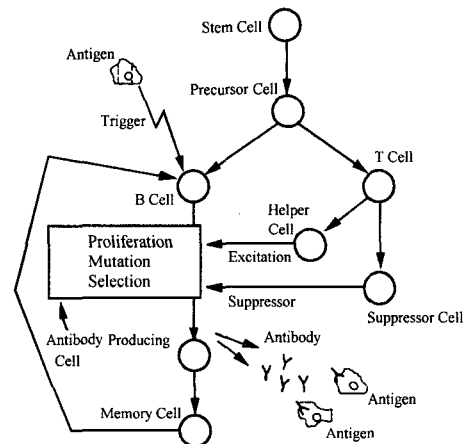


Fig. 1 Production mechanism of antibodies in immune system

포로서 생산한다. 여기서 생산한 기억세포가 최적해의 후보가 된다.

2) 억제세포에 의한 항체생산의 억제기구: 억제세포에 대응하는 항체의 생산을 억제하는 것에 의해 동일한 기억세포의 생성을 방지하는 동시에 복수해의 탐색효율을 높인다.

이하에 제안된 IGA에 대해서 설명한다. 면역알고리즘에서의 항체는 IGA에서는 개체에 대응한다. Fig. 2는 본 논문에서 제안한 IGA의 흐름도이고, 그림에서 점선으로 표시한 부분이 면역알고리즘에서 도입한 부분이다.

Step 1) 초기개체 생성 : 초기개체군을 정해진 개체길이와 개체수로 랜덤(random)하게 구성한다. 생성된 초기집단이 탐색초기에 편향된 분포로 인해 국소최적점에 빠지는 것을 방지하기 위해 유전자 균일분포법을 사용한다. 이 방법은 전체 집단개체의 반을 랜덤한 이진값으로 먼저 초기화한 후, 그 집단의 나머지 반을 앞의 이진값들의 보수(complement)로 초기화한다. 이 방법에 의해 집단 내의 각 개체들의 유전자 0과 1의 집단내 분포는 1:1로 균일하게 된다.

Step 2) 개체의 적응도 계산 : 각 개체의 목적

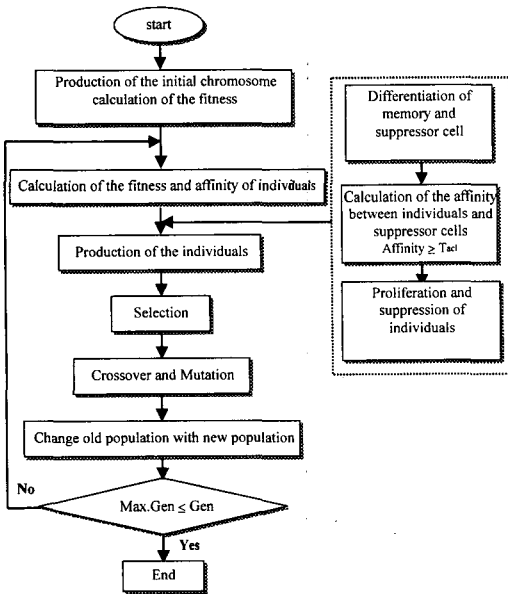


Fig. 2 Flow chart of IGA

함수에 대한 적응도를 계산한다. 적응도는 예로 다봉성함수는 식 (6)을, 회전축계의 경우는 식 (18)의 목적함수값을 그대로 이용한다.

Step 3) 개체의 친화도 계산 : 면역시스템은 항체와 항체가 서로 결합하여 반응하는 것에 의해 항체의 생산을 자기조절하고 다양한 항체를 생산하는 기능을 가지고 있다. 이들 결합력은 친화성(affinity)의 척도인 친화도에 의해 추정할 수 있다. 항체 v 와 w 의 친화도 $ay_{v,w}$ 를 정의하면 다음 식과 같다.

$$ay_{v,w} = 1/(1 + H_{v,w}) \tag{1}$$

여기서 $H_{v,w}$ 은 항체 v 와 항체 w 를 이진비트(binary bit)로 나타내고, 이 두 개체의 이진비트 사이의 거리를 나타내는 해밍(hamming)거리이다.

$H_{v,w} = 0$ 일 때, 항체 v 와 항체 w 의 유전자가 완전하게 일치하는 것을 나타내고, $ay_{v,w}$ 는 이때 최대치 1을 가진다.

Step 4) 기억세포와 억제세포로의 분화 : 전체개체의 농도를 계산하고 식 (2)에 정의하는 개체 v 의 농도 c_v 가 한계치 T_c 를 초과한 경우에 개체 v 를 기억개체 m 으로 분화시킨다. 기억세포의 수에는 제한이 있기 때문에 기억세포의 총수가 상한 M 에 도달한 경우에는 현재 존재하는 기억세포와 분화한 기억세포와의 친화도를 계산하여 그 중에서도 친화도가 가장 높은 것과 분화한 기억세포를 교환한다. 다음에 새롭게 분화한 기억세포와 동일한 유전자를 갖는 억제세포 s 를 분화시켜 억제세포와의 친화도가 T_{act} 이상인 개체를 소멸시킨다. 예로 개체수가 10개인 경우, 먼저 1번 개체와 다른 9개의 개체와의 친화도를 식 (1)을 이용하여 계산한다. 이 친화도를 식 (3)을 이용하여 서로의 친화도가 한계치를 초과하면 1, 그렇지 않으면 0의 값을 부여한다. 즉, 1번 개체와 유사도의 한계치를 초과하는 총개체수를 계산하여 이를 총개체수로 나눈 것을 1번 개체의 농도 c_1 으로 한다. 이러한 방법으로 구한 각 개체의 농도가 한계치를 초과하면, 이 개체를 기억세

포로 저장한다.

$$c_v = \frac{1}{N} \sum_{w=1}^N ac_{v,w} \quad (2)$$

$$ac_{v,w} = \begin{cases} 1 & : ay_{v,w} \geq T_{ac1} \\ 0 & : otherwise \end{cases} \quad (3)$$

여기서 T_{ac1} 은 유사도의 한계치, $ac_{v,w}$ 는 항체 v 와 w 의 친화도가 T_{ac1} 을 초과하는 경우의 항체 v 와 w 의 친화도, N 은 총개체수를 나타낸다. 본 논문에서는 T_{ac1} 을 0.5로 사용하였다.⁽⁵⁾

Step 5) 개체생산의 촉진과 억제 : 일반적으로 GA에서는 세대수가 증가할수록 전체 개체가 최적해에 수렴하게 되고 모든 개체가 동일한 값을 가지게 된다. 이는 개체의 농도가 커지는 것을 의미하고, 일정 한계치를 초과하면 이를 하나의 해에 수렴한 것으로 간주하고 기억세포로 저장하게 된다. 기억세포에 저장된 개체는 하나의 가능해이므로, 이와 유사한 개체는 다음 세대에 불필요하게 되고, 다음 세대에 생존할 개체의 기대치 e_v 를 식 (4)를 이용하여 계산한다. 식 (4)는 적응도가 높은 개체 쪽이 다음 세대에 생존할 확률이 높고 또한, 개체억제세포와 개체와의 친화도가 높고 농도가 높은 개체 쪽이 다음 세대에 생존할 확률이 낮은 것을 나타낸다. 현 세대의 개체중, 적응도가 낮은 것에서 $N/2$ 개의 개체를 소멸시킨다.

$$e_v = f_v \prod_{s=1}^S (1 - as_{v,s}^k) / (c_v \sum_{i=1}^N f_i) \quad (4)$$

$$as_{v,s} = \begin{cases} ay_{v,s} & : ay_{v,s} \geq T_{ac2} \\ 0 & : otherwise \end{cases} \quad (5)$$

여기서 f_v 는 개체 v 의 적응도, S 는 개체억제세포의 총수, k 는 억제능력을 나타내는 곱수, T_{ac2} 는 유사도의 한계치, $as_{v,s}$ 는 항체 v 와 개체억제세포 s 의 친화도가 T_{ac2} 을 초과하는 경우의 항체 v 와 w 의 친화도이다. 본 논문에서는 T_{ac2} 를 0.5로 사용하였다.⁽⁵⁾

Step 6) 개체의 생산 : Step 4)에서 소멸된 개체

에 대해 새로운 개체를 난수를 이용해서 그 유전자를 랜덤하게 결정해서 생산한다.

Step 7) 교차와 돌연변이 : Step 5)에서 생존하는 개체와 새롭게 생산한 개체에 대해 중복을 허용하여 $N/4$ 개의 개체 쌍을 선택한다. 단, 확률적으로 기대치가 높은 항체가 선택되어지기 쉬운 것으로 한다. 쌍으로 된 개체에 대해서 교차조작에 의해서 새로운 $N/2$ 개의 개체를 생산한다. 생산된 개체에 대해서 미리 설정한 돌연변이 확률, 돌연변이 조작법에 의해서 유전자를 변화시킨다. 단, 교차와 돌연변이의 조작법과 확률은 임의로 설정한다. GA의 조작자에 관한 내용은 많은 논문^(11~13)에 상세히 설명되어 있으므로 여기서는 생략한다. 최종세대에 도달할 때까지 step 2)로 돌아가서 탐색과정을 반복한다.

Step 6)은 면역알고리즘에서 somatic가설에 따른 유전자의 재구성에 의한 개체의 생산에 대응하고, step 5)는 네트워크가설에 의한 개체생산의 조절에 대응한다. 따라서 IGA는 다음과 같은 특징을 가진다.

1) 개체의 다양성 유지

면역알고리즘에서 도입한 개체의 생산기구와 자기조절기구에 의해 다양한 개체를 생산하기 때문에 하나의 최적해에 수렴하지 않고 복수의 최적해를 탐색하는 것이 가능하다.

2) 적응도가 높은 유효한 개체의 대량생산

적응도가 높은 개체를 보다 많이 남겨서 개체 생산기구에 의해 유효한 개체를 대량으로 생산한다. 이것에 의해 근접의 병렬탐색이 가능하게 되고 최적해를 고속으로 구할 수 있다.

4. 수치계산 예

본 논문에서는 조합최적화알고리즘의 유용성을 확인하기 위해 IGA를 2변수 다봉성함수의 최적화에 적용하여 기존의 방법인 SGA와 비교하고, 로터 베어링시스템의 전체중량과 베어링에서의 전달력을 최소로 하는 다목적 최적설계에 적용하였다.

4.1 다봉함수의 최적화

IGA를 SGA와 최적해 탐색능력을 비교하였다. 계산 예로서 해공간이 작으나 전역적 최적해 근방에서 준최적해에 수렴하기 쉽게 전역적인 최적해 주위에 국소최적해가 존재하는 식 (6)의 2변수 다봉성함수를 목적함수로 사용하였고, 이를 그림으로 나타내면 Fig. 3과 같다. 이 함수는 $f_{opt} = 16.09172$ 인 4개의 전역적 최적해가 존재한다. 변수 x, y 의 범위는 각각 -1에서 1 사이로 하였다.

$$f(x, y) = -(\cos 2\pi x + \cos 2.5\pi x - 2.1) \times (2.1 - \cos 3\pi y - \cos 3.5\pi y) \quad (6)$$

$$(-1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1)$$

이 문제에 적용한 SGA와 IGA의 파라미터는 Table 1과 같다. 이상의 파라미터를 이용하여 각 알고리즘의 최적해 탐색능력을 비교하였다. Fig. 4는 최적화결과를 나타낸다. SGA의 경우 4개의 최적해 중에서 하나의 해만을 찾은데 비해서 IGA는 4개의 최적해를 모두 찾았으며, 해의 정도도 SGA에 비해 높음을 알 수 있다.

Table 1 Parameter of SGA and IGA

	SGA	IGA
Population size, N	200	35
Length of chromosome	20	20
Crossover probability, p_c	0.7	1.0
Mutation probability, p_m	Exponential type	0.2
Maximum generation, G	10000	10000

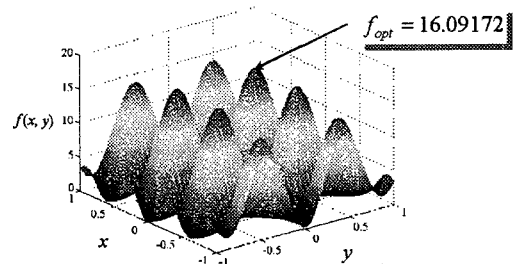


Fig. 3 Trial objective function

4.2 회전축계의 최적화

4.2.1 회전축계의 진동해석

Fig. 5는 해석모델의 한 예로서 회전축계를 나타내고 있다. 일반적으로 로터 베어링시스템은 분포된 축의 질량, 강성과 베어링요소로 모델화할 수 있고, Fig. 5와 같이 2개의 좌표계로서 계의 운동을 표현할 수 있다.

Fig. 5에서 $F(X, Y, Z)$ 과 $R(x, y, z)$ 는 각각 고정좌표계와 회전좌표계를 사용한 유한요소모델⁽¹⁴⁾을 이용하여 해석을 수행한다. 회전좌표계를 사용할 경우, 고정좌표계와는 달리 y, z 평면의 운동이 90°의 위상차를 가지기 때문에 y, z 평면의 운동을 서로 분리하여 다룰 수 있는 장점이 있다. 그러나 이방성과 감쇠를 고려하는 경우, 가진주파수와 계의 휘돌림주파수의 비를 이용하여 회전축계의 휘돌림 위험속도를 구할 수가 없기 때문에 해석의 편의상 등방성(isotropic)이고 비감쇠(undamped)인 경우만을 고려하기로 한다.

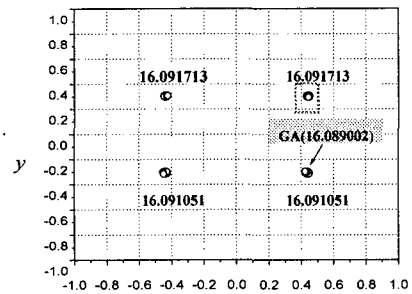


Fig. 4 Comparison of optimization result

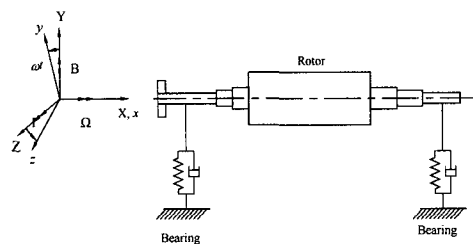


Fig. 5 Vibration analysis model

회전축계의 유한요소모델의 유도과정은 많은 논문에 잘 기술되어져 있으므로, 본 논문에서는 생략하기로 한다.

회전좌표계에 대한 로터 베어링시스템의 전체 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M \ddot{p} - i\Omega G \dot{p} + K p = Q \quad (7)$$

여기서 M , G 와 K 는 실대칭 행렬이다.

4.2.2 휘돌림 위험속도

등방성이고 비강쇠계인 경우, 계의 응답은 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$p = p_0 e^{j\omega t} \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하면, 식 (9)와 같은 특성방정식을 구할 수 있다.

$$\{K - \omega^2(M - \lambda G)\} p_0 = 0 \quad (9)$$

여기서 $\lambda(=\Omega/\omega)$ 는 가진주파수와 휘돌림주파수의 비이다. 따라서 특정 주파수비를 가정하여 식 (9)의 고유치 문제를 풀면, 로터 베어링시스템의 휘돌림 모드에 대한 휘돌림 위험속도를 구할 수 있다.

4.2.3 정상상태 불평형응답

식 (7)에서 불평형 Q_0 에 의한 질량불평형력 Q 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q = Q_0 \Omega^2 e^{j\Omega t} \quad (10)$$

질량불평형에 의한 정상상태응답은 다음과 같이 가정할 수 있고

$$p = p_s e^{j\Omega t} \quad (11)$$

$\lambda = 1$ 이라 두고 식 (10)과 (11)을 식 (7)에 대입하면, 식 (12)를 얻을 수 있다.

$$\{K - \Omega^2(M - G)\} p_s = \Omega^2 Q_0 \quad (12)$$

식 (12)를 p_s 에 대하여 정리하면 계의 정상상태 응답을 구할 수 있다.

4.2.4 굽힘응력

회전하는 탄성축에서 발생하는 굽힘응력은 매우 중요한 설계요소이다. 이들 굽힘응력은 축요소에 작용하는 외력을 알면 구할 수 있고, 이들

외력은 식 (12)에 의해 얻을 수 있다. 탄성복원력에 의해 축요소에서 발생하는 굽힘응력은 일반적인 보 이론을 사용하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{xx} = \overline{M}r/I \quad (13)$$

여기서 σ_{xx} 는 굽힘응력, \overline{M} 는 축요소에 작용하는 굽힘모멘트, I 와 r 는 각각 관성모멘트와 중립축과의 거리를 나타낸다.

보 요소의 형상함수를 3차식으로 가정하였기 때문에 축요소에서의 모멘트분포는 선형이 되고, 따라서 축요소의 절점(nodal point)에서 최대굽힘응력이 발생한다. 절점에서의 굽힘응력은 식 (12)와 (13)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.⁽²⁾

$$\begin{aligned} \sigma_i^{(i,m)} &= \left[\sum_{j=1}^4 K_{(2,j)}^{e(i)} \cdot p_{s(j)}^{(i,m)} \right] r_{0i}/I_i \\ \sigma_r^{(i,m)} &= \left[\sum_{j=1}^4 K_{(4,j)}^{e(i)} \cdot p_{s(j)}^{(i,m)} \right] r_{0i}/I_i \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 윗첨자 i 와 m 은 i 번째 축요소와 $\Omega = \Omega_m$ 일 때를 나타내고, Ω_m 은 운전영역의 상한과 하한을 나타낸다. $\sigma_i^{(i,m)}$ 와 $\sigma_r^{(i,m)}$ 는 축요소의 왼쪽과 오른쪽 절점의 굽힘응력, $p_{s(j)}^{(i,m)}$ 은 $\Omega = \Omega_m$ 일 때 정상상태 응답벡터의 $(4i-4+j)$ 번째의 값을 나타낸다. $K_{(l,j)}^{e(i)}$ 는 i 번째 축요소의 강성행렬 K^e 의 l 행 j 열의 값을 나타낸다.

4.2.5 목적함수의 정식화

앞에서도 언급하였듯이 본 논문의 주된 목적은 회전축계의 위험속도와 운전속도 사이의 분리여유 및 운전속도에서의 최대굽힘응력과 불평형응답과 같은 동적 구속조건하에서 축의 무게 $W(X)$ 와 베어링으로의 전달력 $\|F_j^b(X)\|$ 을 최소로 하는 축요소의 최적 직경과 베어링 강성을 구하는 것이다.

위험속도에 대한 구속조건은 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} g_1(X) &= \omega_i^c - \Omega_{low}/a_1 \leq 0 \\ g_2(X) &= a_2 \cdot \Omega_{high} - \omega_{i+1}^c \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 Ω_{low} 와 Ω_{high} 는 운전속도의 상한과 하

한, ω_i^c 와 ω_{i+1}^c 는 각각 i 와 $i+1$ 번째 위험 속도를 나타낸다. 식 (15)는 i 번째 위험속도가 운전속도의 하한인 Ω_{low} 보다는 a_1 배 낮게, $i+1$ 번째 위험속도가 운전속도의 상한인 Ω_{high} 보다는 a_2 배 높게 위치하도록 하여 회전축계가 보다 넓은 운전영역을 가지게 함을 의미한다. 따라서 a_1 과 a_2 는 1 이상의 값을 가진다.

식 (16)은 굽힘응력과 불평형응답의 구속조건을 나타낸다.

$$g_3(X) = |\sigma_{max}| - \sigma^* \leq 0$$

$$g_4(X) = |\delta_{max}| - \delta^* \leq 0 \tag{16}$$

여기서 σ_{max} 와 δ_{max} 는 정상상태에서의 최대 굽힘응력과 불평형응답을 나타내고, σ^* 와 δ^* 는 각각 허용굽힘응력과 허용불평형응답을 나타낸다.

본 논문에서는 위험속도와 베어링으로의 전달력을 결정하는데 큰 영향을 미치는 축요소의 내경과 베어링의 강성을 설계변수로 하였다.

이상의 내용을 가지고 최적화 문제를 정식화하면 다음과 같다.

Find

$$X = \{r_{ij}, k_j^b; i = 1 \sim N_e, j = 1 \sim N_b\} \tag{17}$$

to minimize

$$f(X) = W(X) \left(= \sum_{i=1}^{N_e} \rho_i l_i A_i \right) \text{ and } \|F_j^b(X)\| \tag{18}$$

subject to

$$g_1(X) = \omega_i^c - \Omega_{low} / a_1 \leq 0 \tag{19}$$

$$g_2(X) = a_2 \cdot \Omega_{high} - \omega_{i+1}^c \leq 0 \tag{20}$$

$$g_3(X) = |\sigma_{max}| - \sigma^* \leq 0 \tag{21}$$

$$g_4(X) = |\delta_{max}| - \delta^* \leq 0 \tag{22}$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u, i = 1 \sim n \tag{23}$$

여기서 $n (= N_e + N_b)$ 은 전체 설계변수의 개수, x_i 는 설계변수 벡터 X 의 i 번째 성분을 나타낸다.

4.2.6 실제모델에의 적용

본 연구에서 제안한 IGA의 유용성을 확인하기 위한 수치계산 예로서 3개의 베어링으로 지지된 단일 스푼(single spool)로터를 이용하였다.⁽¹⁻³⁾ 해석 모델을 Fig. 6에, 그리고 Table 2과 3에 계산에 사용된 로터의 주요사양을 나타낸다. 축은 12개의 요소로 분할하였고, 외경의 크기는 고정하였다. 그리고 절점 1, 4, 5와 12에 4개의 원판이 부착되어 있고, 4번째 원판에 $U = 0.00108 \text{ kg} \cdot \text{m}$ 의 불평형을 추가하였다.

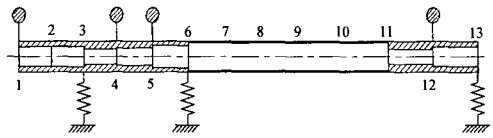


Fig. 6 Schematic of the rotor-bearing system

Table 2 Configuration data of a rotor-bearing system

Station No.	Axial distance to station 1 (m)
1	0.0
2	0.0429
3	0.0889
4	0.1049
5	0.2017
6	0.2769
7	0.4420
8	0.5944
9	0.7468
10	0.8992
11	1.0516
12	1.2014
13	1.2794

$E = 206.9 \text{ GN/m}^2, \rho = 8193.0 \text{ kg/m}^3$
 $r_{oi} = 0.0295 \text{ m}, i = 1 \sim 12$

Table 3 Rigid disk data

Station No.	Mass (kg)	Polar moment of inertia ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	Diametral moment of inertia ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
1	11.38	0.1953	0.0982
4	7.88	0.1670	0.0835
5	7.70	0.1761	0.0880
12	21.70	0.4448	0.2224

유전자는 각 변단면의 축요소 내경과 베어링의

Table 4 Inner radius of shaft element and bearing stiffness for original and single objective optimization designs

Single objective design: W or F_3^b			
Shaft element No.	Original Value	IGA	
		Weight, W	Bearing force, F_3^b
Inner radius (cm)			
1	1.882	2.6860	1.5905
2	1.940	2.6805	2.6800
3	1.466	2.6545	2.6820
4	1.660	2.6790	2.6695
5	2.151	2.4710	2.1930
6	2.690	2.6860	2.3721
7	2.690	2.6855	2.6895
8	2.690	2.6895	2.6740
9	2.690	2.6845	2.6335
10	2.690	2.6875	2.0950
11	1.420	2.4955	1.4200
12	1.880	2.6001	2.6900
Bearing No.	Bearing stiffness (MN/m)		
1	3.5	3.668	3.668
2	127.0	173.91	153.7
3	12.0	4.338	3.5

Table 5 Critical speed, shaft weight, transmitted forces, maximum amplitude and bending stress for original and single objective optimization designs

	Original Value	IGA	
		Weight, W	Bearing force, F_3^b
Critical speed, ω_n^c (rad/s)			
ω_2^c	685.84	538.35	549.86
ω_3^c	2646.14	2309.80	2301.05
Shaft weight, $W(N)$			
W	100.371	54.888	96.301
Transmitted force, F_j^b			
F_1^b	13.562	9.808	15
F_2^b	475.599	339.906	543.1
F_3^b	461.366	183.498	114.71
Maximum bending stress, σ (MPa)			
$MaxBS$	45.29	22.056	35.75
Maximum amplitude, δ (μ m)			
$MaxAmp$	78.9	65.87	68.9

강성을 20개의 이진비트로 표현하였다. 베어링 강성은 개체의 정밀도를 내경과 동일하도록 내경의 같은 범위의 일정 수로 정규화 한 후 이진비트로 나타내었다. 따라서 총 개체의 스트링길이는 $20 \times$ 변수가 된다. 위험속도의 구속조건인 식 (15)에서 상수 a_1 과 a_2 는 두 번째 위험속도 ω_2^c 가 운전속도의 하한인 Ω_{low} ($= 830$ rad/s) 보다 적어도 1.2배 낮게, 세 번째 위험속도 ω_3^c 가 운전속도의 상한인 Ω_{high} ($= 1770$ rad/s) 보다 적어도 1.3배 높게 각각 1.2와 1.3을 선택하였다. 따라서 식 (15) 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g_1(\mathbf{X}) = \omega_2^c - 691.67 \text{ rad/s} \leq 0$$

$$g_2(\mathbf{X}) = 2301 \text{ rad/s} - \omega_3^c \leq 0 \tag{24}$$

그리고 굽힘응력과 불평형응답의 구속조건인 식 (16)에서 σ^* 와 δ^* 는 각각 150 MPa과 100 μ m 로 선택하였다. 설계변수들의 영역은 다음과 같다.

$$0.0142 \text{ m} \leq r_{fi} \leq 0.0269 \text{ m}, \quad i = 1 \sim 12 \tag{25}$$

$$3.50 \text{ MN/m} \leq k_i^b \leq 175 \text{ MN/m}, \quad i = 1 \sim 3 \tag{26}$$

먼저, IGA를 단일목적함수의 최적화에 적용하였고, Table 4와 5에 그 결과를 나타내었다.

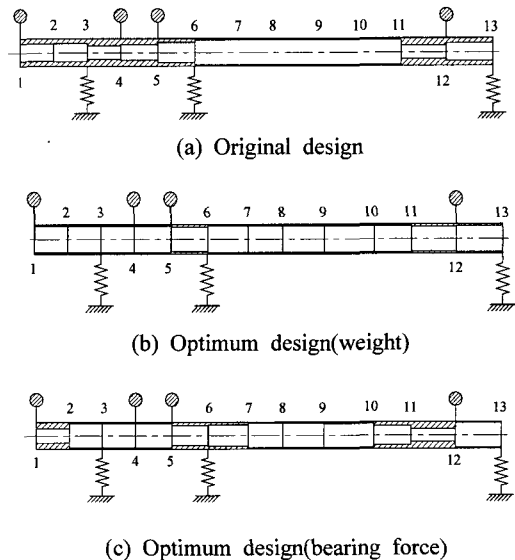


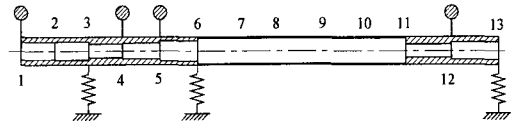
Fig. 7 Original and optimum shapes for single objective design

Table 6 Inner radius of shaft element and bearing stiffness for original and multi-objective optimization designs

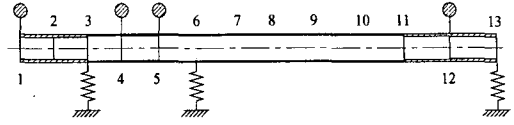
Multi-objective design: W or F_3^b			
Shaft element No.	Original Value	WM	IGA
	Inner radius (cm)		
1	1.882	2.296	2.6890
2	1.940	2.369	2.6895
3	1.466	2.690	2.6770
4	1.660	2.618	2.6900
5	2.151	2.690	2.5745
6	2.690	2.690	2.6900
7	2.690	2.690	2.6900
8	2.690	2.690	2.6900
9	2.690	2.690	2.6900
10	2.690	2.690	2.6900
11	1.420	2.441	2.2165
12	1.880	2.287	2.6900
Bearing No.	Bearing stiffness (MN/m)		
1	3.5	3.5	3.5
2	127.0	128.0	174.8
3	12.0	3.5	3.5

Table 7 Critical speed, shaft weight, ransmitted forces, maximum amplitude and bending stress for original and multi-objective optimization designs

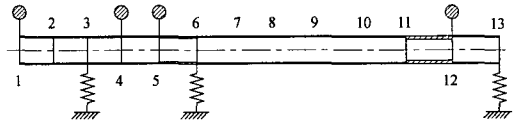
	Original Value	WM	IGA
Critical speed, ω_n^c (rad/s)			
ω_2^c	685.84	514.44	519.22
ω_3^c	2646.14	2365.15	2366.27
Shaft weight, $W(N)$			
W	100.371	61.076	57.339
Transmitted force, F_j^b			
F_1^b	13.562	9.303	8.860
F_2^b	475.599	338.591	327.866
F_3^b	461.366	146.158	141.018
Maximum bending stress, σ (MPa)			
$MaxBS$	45.29	22.688	23.54
Maximum amplitude, δ (μm)			
$MaxAmp$	78.9	65.3	64.9



(a) Original design



(b) Optimum design(WM)



(c) Optimum design(IGA)

Fig. 8 Original and optimum shapes for multi-objective design

Fig. 7은 최적화 전과 후의 로터의 도면을 나타낸다. 단일최적화의 경우, 축의 전체중량과 베어링 전달력은 초기 설계에 비해 작아짐을 알 수 있지만, 베어링 전달력을 최적화 하였을 때의 축 전체중량이 축 전체중량을 최적화 하였을 때의 중량보다는 더 큼을 알 수 있다. 이는 베어링에서의 동적 응답을 줄이기 위해서는 축에 부가적인 중량이 필요함을 의미한다. 또한 베어링 위치에서의 불평형응답을 줄이기 위해서는 축의 강성이 강해야 하므로 베어링 전달력을 최적화 하였을 때의 축의 내경이 축 전체중량을 최적화 하였을 때의 축의 내경보다 작음을 알 수 있고, 위험속도의 구속조건인 식 (15)를 만족하기 위해서는 각각의 최적화의 경우 베어링의 강성값은 유사함을 알 수 있다. 다음으로 회전축계의 전체중량과 3번째 베어링의 전달력을 동시에 최적화하는 다목적 최적설계에 IGA를 적용하였고, 본 논문에서 제안한 IGA의 장점을 확인하기 위해서 동일한 축계에 대하여 가중치법(weighting method, 이하 WM)을 이용하여 최적화한 Shiau와 Chang의 결과⁽³⁾와 비교하였다.

Table 6과 7에 최적화 결과를 비교하였다. Fig. 8

은 최적화 전과 후의 로터의 도면을 나타낸다. IGA를 이용하여 최적화한 결과가 WM을 이용한 Shiao와 Chang의 결과보다 좋음을 알 수 있고, 이는 다양한 개체와 적응도가 뛰어난 유효한 개체를 많이 생산하는 장점을 가진 IGA가 다목적 최적화에서 다른 최적화법에 비해 더 정확한 해를 찾음을 알 수 있다.

Fig. 9~11은 단일목적함수와 다목적함수의 최적화 전과 후의 캠벨(campbell)선도, 모드형상과 불평형응답을 나타낸다. 최적화된 로터의 두 번째 위험속도가 충분한 분리여유를 얻기 위해 낮아졌고, 운전영역에서의 불평형응답도 감소하였음을 Fig. 9와 10에서 알 수 있다. 모드형상을 비교한 Fig. 11에서 세 번째 베어링의 전달력을 줄이기 위해서는 베어링에서의 응답이 감소해야 하기 때문에 두 번째 모드가 많이 변화하고 있다.

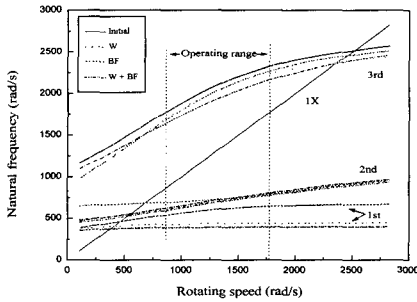


Fig. 9 Campbell diagram for original and optimum designs (W: weight, BF: bearing force, W+BF: weight and bearing force)

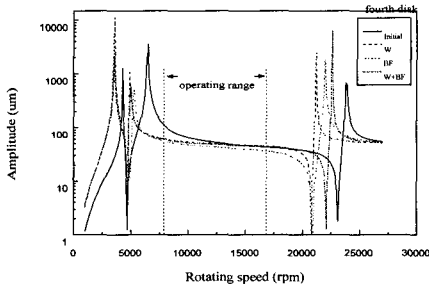
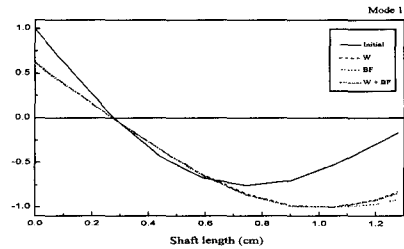


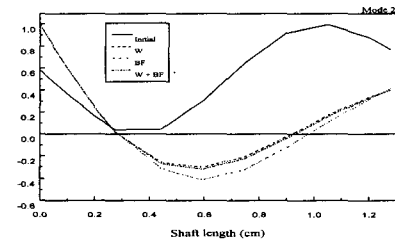
Fig. 10 Unbalance response for original and optimum designs

5. 결론

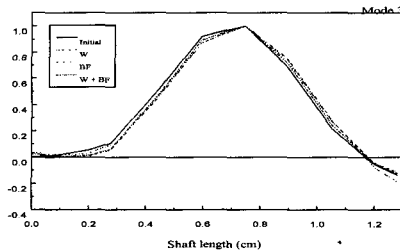
본 논문에서는 면역알고리즘이 가지는 특징중 탐색과정에서 얻은 유효한 항체를 기억세포와 억제세포로 분화하는 기구와 억제세포에 의한 항체 생산의 억제기구를 유전알고리즘에 추가한 새로운 조합알고리즘인 면역·유전알고리즘을 제안하였다. 먼저 제안한 알고리즘의 탐색능력을 확인하기 위하여 2차원 다봉성함수의 최적화에 적용하여 그 결과를 단순 유전알고리즘의 경우와 비교하였고, 제안한 알고리즘의 유용성을 확인하기



(a) First mode



(b) Second mode



(c) Third mode

Fig. 11 Mode shape for original and optimum designs

위하여 회전축의 내경과 베어링강성을 설계변수로 하여 회전축계의 전체중량과 베어링으로의 전달력을 최소로 하는 최적설계에 적용하였다. 단일 최적화의 경우, 동적 구속조건을 만족하면서 축의 중량과 베어링으로의 전달력을 감소시킬 수 있었다. 또한, 다목적 최적화의 경우, 다양한 개체와 적응도가 뛰어난 유효한 개체를 많이 생산하는 장점을 가진 본 알고리즘이 가중치법(weight method: WM)보다 더 정확한 해를 찾음을 알 수 있었고, 본 논문에서 제안한 알고리즘의 유용성을 입증하였다.

참고문헌

- (1) Shiau, T. N. and Hwang, J. L., 1988, "Minimum Weight Design of a Rotor Bearing System with Multiple Frequency Constraints," *Trans. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 110, No. 2, pp. 592~599.
- (2) Shiau, T. N. and Hwang, J. L., 1990, "Optimum Weight Design of a Rotor Bearing System with Dynamic Behavior Constraints," *Trans. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 112, pp. 454~462.
- (3) Shiau, T. N. and Chang, J. R., 1993, "Multi-Objective Optimization of Rotor-Bearing System with Critical Speed Constraints," *Trans. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 115, pp. 246~255.
- (4) Diewald, W. and Nordmann, R., 1990, "Parameter Optimization for the Dynamics of Rotating Machinery," in *Proceedings of the 3rd International Conference on Rotor Dynamics*, Lyon, France, pp. 51~55.
- (5) Davis, L. ed., 1991, *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, New York, USA.
- (6) Goldberg, D. E., 1989, *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison Wesley, New York, USA.
- (7) Shima, T., 1995, "Global Optimization by a Niche Method for Evolution Algorithm," *시스템制御情報學會論文誌*, Vol. 8, No. 2, pp. 94~96.
- (8) Shima, T., 1995, "Global Optimization by a Niche Method for Genetic Algorithm," *시스템制御情報學會論文誌*, Vol. 8, No. 5, pp. 233~235.
- (9) Mori, K., Tsukiyama, M., and Fukuda, T., 1993, "Application of an Immune Algorithm to Multi-Optimization Problem," *T. IEE Japan*, Vol. 117-c, No. 5, pp. 593~598.
- (10) Ivan, M. R., Jonathan, B., and David, M., 1989, *Immunology*, Grower Medical Publishing, New York.
- (11) Choi, W. H., Yang, B. S., and Joo, H. J., 1996, "Optimum Balancing of Rotating Machinery Using Genetic Algorithm," in *Proceedings of 6th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, Hawaii, USA, February 25-28, pp. 106~115.
- (12) Choi, B. G. and Yang, B. S., 2000, "Optimum Shape Design of Rotor Shafts Using Genetic Algorithm," *Journal of Vibration and Control*, Vol. 6, pp. 207~222.
- (13) Yang, B. S., Choi, B. G., Yu, Y. H., and Nan, H. T., 1999, "Optimum Design of a Damping Plate with an Unconstrained Viscoelastic Damping Layer Using Combined Genetic Algorithm," *KSME International Journal*, Vol. 13, No. 5, pp. 387~397.
- (14) Nelson, H. D. and McVaugh, J. M., 1976, "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements," *Trans. ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 98, No. 2, pp. 71~75.