

5축 NC 기계의 실시간 제어기법 개발을 위한 롤드 서피스 곡률 이론의 적용 연구

김 재 희* · 유 범 상**
(1999년 3월 12일 접수)

A Study on the Application of the Curvature Theory of Ruled Surfaces for the Development of Five-Axis NC Machine Real-time Control Algorithm

Jae-Hee Kim and Beom-Sahng Ryuh

Key Words: 5-Axis NC(5축 NC), Ruled Surface(롤드 서피스), Trajectory Planning(궤적 계획), Curvature Theory(곡률 이론), Real-Time Control(실시간 제어)

Abstract

This paper presents the real time control method of 5-axis NC machine for high precision and productivity based on the curvature theory of a ruled surface. The trajectory of NC machine is described by way of a ruled surface generated by the points on part surface and tool axis direction vector. The curvature theory of a ruled surface is then applied to determine the motion parameters of the 5-axis machine for control. The controller computes position, orientation, and differential motion parameters of the tool in each sampling period. The real-time approach produces smoother surfaces and requires substantially less machining time compared to conventional off-line approaches. The proposed real-time control method based of the curvature theory of a ruled surface may give new methodology of precision 5-axis machine control.

1. 서 론

5축 NC에 의한 3차원 자유곡면 가공은 공업제품의 복잡한 기하학적 형상과 납기단축, 원가절감 등의 이유로 연구가 활발해지고 있다. 5축 가공은 적절한 공구자세를 유지할 수 있어 높은 가공 정밀도를 얻을 수 있고, 3축으로는 불가능한 형상을 가공할 수 있으며, 예비작업과 후처리 가공 시간을 단축할 수 있다.

5축 가공에서 off-line 방법은 각 분할 사이의 공구 방향이 일정하여 연속하는 각 끝점에서 공구 방향이 선형적으로 변한다고 가정한다. 따라서 끝점에서 공구 방위가 갑자기 변하기 때문에

각 끝점 부근에서 거친 결과를 준다.^(10,11) 공구방위가 반드시 선형적이지 않기 때문에 공구간섭으로 인한 곡면 에러가 발생한다. 공구의 곡선운동으로 인한 공구간섭을 회피하기 위하여 경로를 세분화하는 선형화 처리가 요구된다. 각 분할에서 공구의 가·감속은 곡면 에러와 가공시간을 증가시킨다. 곡선을 직선으로 보간하여 가공하므로 공구가 모곡면을 정밀 추적 가공할 수 없어 후처리 가공에 많은 시간이 소비된다. 분할의 수는 윤곽 에러의 감소와 곡면의 마무리 상태를 위해 커져야 하지만, 분할의 수가 클수록 오프라인 파트 프로그래밍이 지니고 있는 근본적인 문제들이 더욱 커져 실제 현장에서는 분할 수의 최소화 방향으로 나아가고 있다. 그러나, 이러한 최소화 조차도 매우 큰 분할 수를 지니고 있어 곡면을 정밀 가공하기 위한 새로운 방법이 필요하다.

엄밀한 수학적 연속성을 지닌 5축 NC 궤적의 생성과 제어에서 가장 문제가 되는 부분은 공구방위의 연속적 표현으로 현재 5축 NC를 비롯한

* 전북대학교 정밀기계공학과

** 회원, 전북대학교 기계공학부

E-mail : ryuhbs@moak.chonbuk.ac.kr

TEL : (0652)270-2480 FAX : (0652)270-2388

3차원공간기구(로봇 등)에서 방위를 표현하는데는 동차변환행렬(homogeneous transformation matrix), Quaternion, Euler angle에 의한 행렬표현방법⁽¹⁾ 등이 사용되고 있다. 이러한 표현법들은 높은 잉여도(redundancy)와 한 시점에서의 불연속적인 자료만을 제공한다는 단점을 지니고 있다. 그러므로 근본적으로 연속성을 제공할 수 없으며 정밀 제어에 불가결한 선운동과 각운동의 미분 계수들, 즉 속도, 가속도, 각속도, 각가속도와 상위차의 계수들은 얻을 수 없다. 불가피하게 보간법을 사용하면 각운동에서는 각속도의 보간치 정도만을 얻을 수 있다. 본 연구에서는 이를 해결하기 위하여 공구방향이 경로를 따라 이동하면서 월드 서피스를 이룬다는데 착안하여 월드 서피스의 미분기하적 성질로부터 5축 NC 궤적을 미분 가능하게 표현하고 공구 운동의 미분계수들을 수학적 방법으로 구하는 방법을 제시하고자 한다.

본 연구는 월드 서피스의 곡률 이론에 근거로 한다. 해석 기하학의 기구학적 응용인 곡률 이론에는 그 동안 꾸준한 연구가 있어 왔다. 월드 서피스의 곡률 이론은 McCarthy 등^(2,15)에 의하여 체계적으로 정리가 되었다. DoCarmo의 해석기하적 이론과 월드 서피스의 곡률 이론을 Ryuh와 Pennock⁽³⁻⁵⁾은 3차원 기구인 로봇의 궤적 계획에 최초로 적용하여 수학적 방법의 의하여 로봇 운동의 미분적 성질들을 구하였다. 최근에는 연마를 위한 로봇의 궤적 제어에 월드 서피스의 곡률 이론을 응용한 연구⁽⁶⁾가 있다.

CAD/CAM에서 공구 궤적 생성에 관한 분야는 많은 연구 대상이 되어왔다. 곡선을 매개변수 형태로 표현하기 위한 정밀한 오프라인 보간기를 제안한 Chou와 Yang의 연구⁽⁷⁾와 다축 가공기를 위한 명령 발생의 일반적인 이론을 기반으로 Huang과 Yang은 매개변수 보간기를 개발⁽⁸⁾하였다. Koren과 Shpitalni는 실시간 곡선 보간법에 대한 연구⁽⁹⁾와, 기존의 3축 가공을 위한 선형(linear) 보간기와 매개변수 보간기를 비교 연구한 Yang과 Kong의 연구⁽¹⁰⁾가 있다. 원통이나 원추 곡면을 월드 서피스의 롤링에 수평으로 공구 축을 유지하여 가공하는 연구가 Lin과 Koren⁽¹¹⁾에 의해 행해졌고, Koren의 5축 NC를 위한 실시간(real-time) 보간기에 대한 연구⁽¹²⁾가 있었다. Elber와 Fish는 가공 면이 월드 서피스를 이루지 않을 때 월드 서피스로 근사시켜 측면 절삭(side cutting)을 수행

하는 월드 서피스 근사 알고리즘을 제안⁽¹³⁾했다. 월드 서피스를 5축 NC 공구의 자세 제어에 응용한 연구가 공영식 등⁽¹⁴⁾에 의하여 수행되었다.

새로운 5축 NC 가공 절차에서 중요한 점은 공구가 월드 서피스를 정밀하게 추적해야 하므로 컨트롤러는 각각의 샘플링 시간 동안에 공구 위치, 방위, 운동 계수들을 계산하고 역기구학에 의해 각 축의 운동 명령을 발생시켜야 한다는 점이다. 이것은 전통적인 오프라인 제어 방법이 아닌 월드 서피스의 곡률 이론을 이용한 실시간 제어 방법에 의해 가능해진다. 5축 NC의 궤적을 월드 서피스로 표현함으로써 행렬을 이용한 공구 위치와 방위 표현법의 문제점을 개선할 수 있다. 또한, 공구 궤적이 미분 가능하게 됨에 따라 월드 서피스의 곡률 이론을 적용하여 공구 운동의 고차 미분 특성을 구할 수 있어 공구가 가공면을 정밀하게 추적할 수 있다. 기존의 NC 컨트롤러를 이용하여 제안된 방법을 구현하는 것은 불가능하다. 따라서, PC가 내장된 NC 시스템(PC-NC) 같은 새로운 개념의 NC 시스템이 필요하다.

본 논문에서는 5축 NC 궤적을 월드 서피스로 기하학적 모델링^(16,17)하기 위하여 퍼거슨(Ferguson)의 방법^(18,19)을 사용하였다. 이 방법은 Ryuh와 Pennock⁽³⁻⁵⁾에 의해서 최초로 제시되었는데 본 연구에서는 엔드 밀을 이용한 금형 가공을 위한 곡면의 정밀한 추적을 위하여 적용하였다.

2. 궤적 계획(Trajectory Planning)

2.1 공구경로 계획(Tool path planning)

5축 엔드 밀로 곡면을 가공하면 가공 경로 사이에 Fig. 1에서 보는 바와 같은 공구의 흔적이 남게 되는데 이를 cusp이라 부른다. NC 가공을 위해서는 먼저 가공할 곡면을 공구경로 곡선으로 분할해야 한다. 공구경로간격(tool path interval)은 평행한 두 공구경로 사이의 거리로서 정의된다.

곡면을 가공하는 동안 cusp는 마무리 곡면에서 생성된다. Fig. 1은 잔존하는 cusp 높이 h 와 블엔드 밀 공구에 의해서 가공된 볼록 곡면의 공구경로 간격 P 을 보여준다. 각각의 파트 곡면의 곡률 반경은 ρ 이다.

공구경로 간격이 너무 크면 거친 곡면을 얻게 되고, 반면에 너무 작으면 가공시간이 증가하므로 비효율적이다. Cusp 높이가 설정된 적절한 값

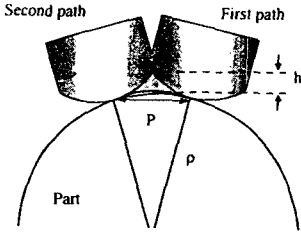


Fig. 1 A convex surface machined by a ball-end mill

이 되도록 하기 위해서, 공구경로 간격은 다음 식에 의해서 계산된다.

$$P = 2\sqrt{h(2R-h)} \quad (1)$$

식 (1)은 cusp이 허용 오차를 넘지 않는 최대 공구경로 간격을 나타낸다.⁽¹⁸⁾ 경로 계획 과정을 간단히 하기 위해서 첫 번째 공구 경로로 곡면의 경계곡선을 선택하고, 다음 공구 경로는 최소 공구경로 간격을 이전 공구경로에서 읍셋함으로서 생성된다. 따라서, 결정된 공구경로는 허용된 cusp 이내에서 파트 곡면을 만들 수 있다.

2.2 궤적계획(Trajectory planning)

새로운 실시간 제어를 위한 궤적 계획 방법은 곡면의 기하학적 정보와 이송속도를 기반으로 공구의 위치와 방위 및 운동계수들을 생성하고 곡면을 매끄럽게 가공하기 위해 일정한 이송속도를 유지할 수 있어야 한다. 따라서 가공하여야 할 곡면의 기하학적 정보는 3차 매개변수 형태(parametric cubic form)로 NC 시스템에 입력되고 그 식은 다음과 같다.

$$S(u, v) = x(u, v)\bar{i} + y(u, v)\bar{j} + z(u, v)\bar{k} \quad (2)$$

식 (2)를 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$S(u, v) = [1 \ u \ u^2 \ u^3] \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ v \\ v^2 \\ v^3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= UAV$$

가로와 세로방향으로 배열을 이룬 16개의 점을 포함한 부드러운 곡면을 얻고자 할 때에 식 (3)을 이용하고, 행렬 A의 성분은 곡면의 기하학적 정보를 정의하고, 공구궤적 C(u)는 공구 경로 계획에 의하여 결정되고, 다음과 같다.

$$C(u) = x(u)\bar{i} + y(u)\bar{j} + z(u)\bar{k} \quad (4)$$

가공물의 표면 정밀도를 향상시키기 위하여 가공속도(V)는 공구가 궤적을 따라 이동할 때 일정

하게 유지해야하므로 공구는 보간기의 샘플링 시간(보통 샘플링 시간은 1ms~10ms)동안 공작물에 대하여 일정한 거리를 움직여야한다. Taylor's expansion⁽⁹⁾을 기초로 한 이 해법은 매개변수 곡선의 궤적 길이(Δu)를 일정하게 하기 위해 사용된다. 다음 식은 한번의 샘플링 시간(T) 동안 공구의 이동 거리(VT)에 대한 u의 함수를 보여준다.

$$\Delta u = u_k - u_{k-1} = \frac{VT}{\sqrt{x'_{k-1}{}^2 + y'_{k-1}{}^2 + z'_{k-1}{}^2}} \quad (5)$$

여기서, $x' = \frac{dx}{du}$, $y' = \frac{dy}{du}$, $z' = \frac{dz}{du}$ 이다. 아래 첨자 k와 k-1은 각각 현재의 샘플링 시간과 이전의 샘플링 시간을 의미한다. k번째의 샘플링 시간에서 공구의 위치는 식 (5)의 u_k 를 식 (4)에 대입하여 얻을 수 있다.

5축 엔드 밀 가공의 제어는 공구 경로뿐만 아니라 공구축의 방향을 곡면에 수직인 방향으로 제어해야한다. 곡면의 법선 방향 $[S_{Nx}, S_{Ny}, S_{Nz}]$ 는 다음 식에 의해 구해진다.

$$[S_{Nx}, S_{Ny}, S_{Nz}] = \frac{\frac{\partial S}{\partial v} \times \frac{\partial S}{\partial u} \cdot u = u_k}{\left| \frac{\partial S}{\partial v} \times \frac{\partial S}{\partial u} \right| \cdot u = u_k} ; 0 \leq v \leq 1 \quad (6)$$

여기서, $[S_{Nx}, S_{Ny}, S_{Nz}]_k$ 는 특정 공구 위치 $u = u_k$ 에서 공구 방위이다. 식 (4)와 (6)의 6개의 변수 $[x, y, z, S_{Nx}, S_{Ny}, S_{Nz}]$ 는 각 샘플링 시간에 실시간으로 공구 위치와 방위의 해를 결정한다.

3. 룰드 서피스를 이용한 궤적의 표현

룰드 서피스는 직선이 공간을 움직이며 생성하는 곡면이다. 5축 가공에서는 공구가 가공경로를 정밀하게 추적하면서 룰드 서피스를 형성하게 된다. 가공 곡면인 파트 곡면 위의 CC점에 룰드 서피스의 디렉트릭스가 형성되고, 공구의 방위는 룰링으로 Fig. 2와 같이 룰드 서피스를 생성하게 된다. 이렇게 하여 공간 6 자유도의 5개의 변수를 표현할 수 있으며 나머지 1 자유도를 표현하기 위하여 스핀각(spin angle)이라는 변수를 정의한다. 스핀각은 Fig. 2에서 η로 표시되고 룰드 서피스의 접선벡터 \bar{R}_T 에서 \bar{O} 까지의 각으로 정의된다. 편의에 따라 \bar{A} 까지의 각으로 정의되어도 무관하며 일반성에 문제가 없다.

서로 직교하는 단위벡터 $[\bar{O}, \bar{A}, \bar{N}]$ 는 공구좌

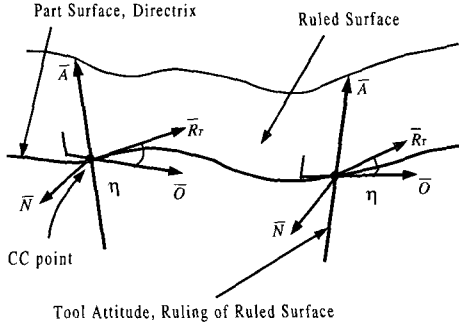


Fig. 2 The ruled surface and the spin angle

표계로 공구 축 방향을 Approach 벡터(\vec{A})하고, 공구의 이동방향을 방위로 하며 \vec{A} 에 수직은 벡터를 Orientation 벡터(\vec{O}), \vec{A} , \vec{O} 의 외적을 Normal 벡터(\vec{N})라 정의한다.

룰드 서피스는 다음과 같이 정의된다.

$$X(S, v) = \vec{a}(S) + v\vec{R}(S) \quad (7)$$

여기에서 v 는 임의의 실수, S 는 독립변수, $\vec{a}(S)$ 는 디렉트릭스, $\vec{R}(S)$ 는 룰드 서피스의 룰링이다. 공구좌표계의 어느 단위 벡터가 룰드 서피스의 룰링으로 사용되어도 일반성을 잃지 않는다.

스핀각 η 는 다음 식과 표현된다.

$$\eta = \eta(S) \quad (8)$$

룰링과 함께 공구 좌표계의 방위를 완벽하게 나타내는 스핀각은 스칼라 양이고, 5축 NC에 주어진 일의 성격에 따라 정의 될 수 있다.

이상과 같이 룰드 서피스와 스핀각에 의하여 5축 가공기의 운동을 완전하게 나타낼 수 있다. 따라서 룰드 서피스를 해석적인 함수로 기술할 수 있다면 5축 가공에 바로 사용될 수 있으며 룰드 서피스가 완전한 해석적 함수로 표현될 수 없는 경우에는 본 연구에 이용된 퍼거슨(Ferguson) 곡선 모델에 의한 곡선 생성 기법을 이용하여 룰드 서피스를 표현할 수 있다.

룰드 서피스를 수학적으로 표현하기 위하여 디렉트릭스를 위한 곡선과 룰링을 위한 하나의 구면 곡선(spherical curve)을 이용한다.(Fig. 3) 이 방법은 룰링의 크기가 일정하여 일반화할 필요가 없는 점에서 유리하여 본 연구에서는 이 방법을 적용한다. 앞에서 언급했듯이, 공구의 단위방위 벡터가 룰링으로 이용되므로, 룰링은 단위 구면상에 곡선을 생성한다. 구 좌표계는 다음과 같다.

$$\vec{\theta} = (\theta, \phi) \quad (9)$$

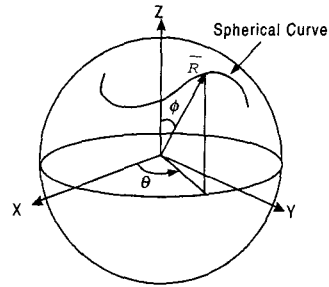


Fig. 3 Spherical curve generated by the ruling

룰링은 직각 좌표계와 구 좌표계의 관계에 의하여 다음 식과 같이 표현된다.

$$\vec{R} = (\cos \theta \sin \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \phi) \quad (10)$$

식 (9)와 (10)로부터 다음 관계를 얻을 수 있다.

$$x = \cos \theta \sin \phi, \quad y = \sin \theta \sin \phi, \quad z = \cos \phi \quad (11)$$

룰링의 구면 곡선 모델링에 있어서, (θ, ϕ) 는 평면곡선(planar curve) $\vec{\theta}$ 로 먼저 생성되고 식 (10)에 의해서 단위구 상에 표현된다. 평면곡선은 공간상에서 일반 곡선의 z 축 성분이 0인 특별한 경우이므로 일반 곡선에 대한 모델링 기법은 평면 곡선에도 이용될 수 있다.

4. 퍼거슨(Ferguson) 곡선에 의한 룰드 서피스의 표현

5축 NC의 궤적은 룰드 서피스와 스핀각에 의하여 표현이 가능하다. 룰드 서피스가 해석적으로 표시되면 이를 즉시 이용할 수 있으나, 그렇지 않은 경우에는 자유 곡면을 생성해 주어야 한다. 룰드 서피스는 두 개의 독립 변수가 필요한 일반 자유 곡면과는 달리 한 개의 독립 변수에 의한 두 개의 곡선 생성이 가능하다. 본 논문에서는 공구의 궤적을 룰드 서피스로 기하학적 모델링하기 위하여 퍼거슨 곡선을 이용하였다. 이 방법은 Ryuh^(3~5)에 의하여 최초로 제안되었다.

두 점 사이에서 곡선 분할을 고려할 때 곡선 분할상의 임의점의 위치 벡터는 다음과 같다.

$$\vec{p}(u) = [u^3 \quad u^2 \quad u \quad 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{p}_0 \\ \vec{p}_1 \\ \vec{T}_0 \\ \vec{T}_1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$= UMS_p; \quad 0 \leq u \leq 1$$

이때 M 은 변환행렬이고, S_p 는 경계조건이라 하며 식 (12)와 같이 주어진 3차 매개변수곡선을 퍼거

은 곡선⁽¹⁹⁾이라 한다.

5축 NC의 궤적이 N개의 점(set point)에서 공구의 변위와 방위 데이터로써 정의된다면 i번째 점에서 공구의 위치 벡터는 다음과 같이 디렉트릭스로 정의된다.

$$\bar{a}_i = \bar{a}(S_i) ; (i = 1, \dots, N) \quad (13)$$

공구좌표계의 방향은 행렬로 정의된다.

$$O_i = [\bar{O}(S_i), \bar{A}(S_i), \bar{M}(S_i)]; (i = 1, \dots, N) \quad (14)$$

여기에서 서로 직교하는 세 단위 벡터 $\bar{O}(S_i)$, $\bar{A}(S_i)$, $\bar{M}(S_i)$ 은 i번째 점에서 공구좌표계를 정의한다. 월드 서피스를 모델링하기 위해 디렉트릭스의 곡선을 먼저 생성하고, 구면 곡선으로써 롤링을 생성한다. 데이터는 각각의 곡선 분할에 대한 연속적인 중간점, T_i 에서 식 (13), (14)로부터 얻어진다. 설정점이 곡선 분할의 처음과 끝점이므로, 매개변수 u 는 각기 0과 1로 정해진다.

디렉트릭스는 다음 식에 의하여 생성된다.

$$\bar{a}(u) = UMS_a; 0 \leq u \leq 1, S_a = [\bar{a}_0 \bar{a}_1 \bar{T}_0 \bar{T}_1]^T \quad (15)$$

이때 위치벡터 \bar{a}_0 , \bar{a}_1 은 식 (13)으로부터 얻어지고, i번째 중간점에서 롤링에 대한 데이터는 식 (14)의 $\bar{A}(S)$ 에 의해 주어진다. 이 데이터는 각각 좌표계에서 정의된 것이므로, i번째 중간점에서의 구 좌표계 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\theta}_i = (\theta_i, \phi_i); (i = 1, \dots, N) \quad (16)$$

그리고, $\bar{\theta}$ 는 이차원 평면 곡선으로 다음과 같다.

$$\bar{\theta}(u) = UMS_\theta; 0 \leq u \leq 1, S_\theta = [\bar{\theta}_0 \bar{\theta}_1 \bar{T}_\theta \bar{T}_\theta]^T \quad (17)$$

여기에서 위치벡터 $\bar{\theta}_0$, $\bar{\theta}_1$ 은 식 (16)에 의하여 결정된다. 끝으로 평면 곡선의 식 (17)을 식 (10)에 대입하여 롤링의 구면 곡선을 구할 수 있다

5. 5축 NC 공구의 운동

공구의 궤적은 롤링에 의해 생성되는 구면 곡선의 호 길이를 의미하는 일반화(normalized)된 독립변수 s 에 의하여 표시할 수 있다. 그러므로 월드 서피스의 퍼저슨 곡선 모델에서 독립변수는 u 에 관하여 표현될 수 있다.

$$s(u) = \int_0^u \left| \frac{d\bar{R}(u)}{du} \right| du ; 0 \leq u \leq 1 \quad (18)$$

u 에 대해서 식 (10)을 미분하고, 결과를 식 (18)에 대입하면, 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$s(u) = \int_0^u \sqrt{\left(\frac{d\phi}{du}\right)^2 + \sin^2\phi \left(\frac{d\theta}{du}\right)^2} du ; 0 \leq u \leq 1 \quad (19)$$

일반적으로, 독립변수 $s(u)$ 는 식 (19)로부터 확정해(closed-form)를 구할 수 없으며 멱급수 전개를 이용한 근사해를 얻는 것도 어렵다. 그러나 월드 서피스의 곡률 이론을 적용할 때 s 의 미분은 다행히 연쇄법칙(chain rule)에 의하여 수행할 수 있어 식 (19)의 복잡하고 어려운 적분을 피할 수 있다. 연쇄법칙을 이용하여 디렉트릭스와 롤링의 s 에 대한 1, 2, 3차 미분을 구하는 방법은 Ryuh와 Pennok^(3,5)의 연구에 체계적으로 정리되었기 때문에 본 논문에서는 그 결과만을 간략히 요약하기로 한다. 정밀한 5축 NC의 궤적 제어를 위해서는 공구의 1, 2차 선운동 계수와 1, 2차 각운동 계수를 구하여야 한다. 현재의 5축 NC 제어 기술 수준에서는 2차 항까지 구하는 것으로 충분하나 월드 서피스의 미분기하적 특성에 의하여 필요하면 언제든 고차 항까지 확장할 수 있으며 계산 시간을 줄이기 위하여 모든 계수를 디렉트릭스와 롤링의 1, 2, 3차 미분 $\bar{a}', \bar{a}'', \bar{a}'''$ 와 $\bar{R}, \bar{R}', \bar{R}''$ 로 표현한다.

Generator trihedron의 Generator벡터, Central법선 벡터, Central 접선벡터를 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{r} = \bar{R}, \bar{t} = \bar{R}', \bar{k} = \bar{R} \times \bar{R}' \quad (20)$$

공구의 1, 2차 위치 변위는 Generator trihedron의 좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{a}' = (\Gamma + \mu')\bar{r} + \mu\bar{t} + \Delta\bar{k} \quad (21)$$

$\bar{a}'' = (\Gamma' + \mu'' - \mu)\bar{r} + (\Gamma + 2\mu' - \Delta\gamma)\bar{t} + (\Delta' + \mu\gamma)\bar{k}$
여기에서 각 계수는 다음과 같이 구하여 진다.

$$\mu = \bar{a}' \cdot \bar{R}', \mu' = \bar{a}'' \cdot \bar{R}' + \bar{a}' \cdot \bar{R}'' \quad (22)$$

$$\mu'' = \bar{a}''' \cdot \bar{R}' + 2\bar{a}'' \cdot \bar{R}'' + \bar{a}' \cdot \bar{R}'''$$

$$\Gamma = \bar{a}' \cdot \bar{R} - \mu', \Gamma' = \bar{a}'' \cdot \bar{R} + \mu - \mu''$$

$$\gamma = \bar{R} \cdot (\bar{R}' \times \bar{R}''), \Delta = \bar{a}' \cdot (\bar{R} \times \bar{R}') \quad (23)$$

$$\Delta' = \bar{a}'' \cdot (\bar{R} \times \bar{R}') + \bar{a}' \cdot (\bar{R}' \times \bar{R}'')$$

공구의 1, 2차 각변위는 Generator trihedron좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{U}_0 = \Omega\bar{r} + \bar{k}, \bar{U}'_0 = \Omega' \bar{r} + (\eta' + \sigma') \bar{t} \quad (23)$$

1, 2차 각변위의 각 계수들 역시 \bar{a} 와 \bar{R} 로 다음과 같이 표현된다.

$$\Omega = \eta' + \sigma' + \cot \rho, \Omega' = \eta'' + \sigma'' - \frac{\rho'}{\sin^2 \rho} \quad (24)$$

$$\cot \rho = \gamma; (0^\circ \leq \rho \leq 180^\circ)$$

$$\begin{aligned} \rho' &= -\sin^2 \rho (\bar{R} \cdot (\bar{R}' \times \bar{R}''')), \\ \sigma &= \frac{A'}{\mu} - \frac{A}{\mu} \left(\frac{\Delta A' + \mu \mu'}{\Delta^2 + \mu^2} \right) \\ \sigma' &= \frac{A''\mu - A'\mu'}{\mu^2} - \left(\frac{A'\mu - A\mu'}{\mu^2} \right) \left(\frac{\Delta A' + \mu \mu'}{\Delta^2 + \mu^2} \right) \\ &\quad - \frac{A}{\mu} \left\{ \frac{(\Delta^2 + \Delta A' + \mu \mu' + \mu'^2)(\Delta^2 + \mu^2) - 2(\Delta A' + \mu \mu')^2}{(\Delta^2 + \mu^2)^2} \right\} \\ A'' &= \bar{a}''' \cdot (\bar{R} \times \bar{R}') + 2\bar{a}'' \cdot (\bar{R} \times \bar{R}'') \\ &\quad + \bar{a}' \cdot (\bar{R}' \times \bar{R}'' + \bar{R} \times \bar{R}''') \end{aligned}$$

η', η'' 는 스핀각의 1, 2차 미분항이다. 식 (22)의 γ 를 식 (24)에 사용하여 각 ρ 의 유일한 값을 구할 수 있다.

식 (21)의 1, 2차 위치 변위는 공구의 선형 속도, 가속도의 일반화된 표현이라 할 수 있다. 또한 식 (23)의 1, 2차 각 변위는 공구의 각속도, 각 가속도의 일반화된 표현이다. 여기서 식 (21)과 식 (23)은 독립변수가 시간에 대한 값이 아니다. 따라서 독립변수가 시간이 아닐 때 시간에 따른 특성을 구하기 위하여 본 연구에서는 연쇄 법칙을 적용한다. 이 경우 공구의 선형 속도, 가속도는 다음과 같다.

$$\bar{V} = \bar{a}'s, \quad \bar{a} = \bar{a}'s + \bar{a}''s^2 \quad (25)$$

여기에서 \bar{a}', \bar{a}'' 는 식 (21)에서 구해진다. 공구의 각속도, 각가속도는 다음과 같이 구한다.

$$\bar{\omega} = \bar{U}_0s, \quad \bar{\omega}' = \bar{U}_0s + \bar{U}'_0s^2 \quad (26)$$

여기에서 \bar{U}_0, \bar{U}'_0 는 식 (23)에서 주어진다.

룰드 서피스로 표현된 5축 NC 궤적의 미분 운동계수들을 구하는 방법에 대하여 알아보았다. 다음은 자유 곡면으로부터 공구의 위치와 방위를 찾고 미분 운동계수들을 구하는 절차와 시뮬레이션 결과에 대하여 설명한다.

6. 공구 궤적제어 시뮬레이션

6.1 궤적 계획 절차

엔드 밀은 밀링 공구 중 가장 다양한 형상을 가지고 있으며 자유 곡면을 가진 금형의 절삭 가공에 주로 이용된다. 따라서 본 연구에서는 엔드 밀을 이용한 자유 곡면의 가공을 위한 궤적 생성법에 대하여 연구한다. 5축 NC의 절삭 가공에서 공구는 이동 궤적에 따라 공구의 끝단이 곡면에 수직으로 접촉하여 정밀 추적하는 것으로 가정하였다. 실제의 절삭의 경우에는 약간의 기울기가

필요하다. 이는 본 연구에서 제안한 룰드 서피스의 곡률 이론을 이용한 실시간 궤적 제어 기법에 의하여 가능하다.

자유 곡면으로 이루어진 가공 면에 대한 정보는 가공 조건과 함께 식 (3)의 형태로 주어지고, 공구경로 간격은 식 (1)에 의하여 얻어진다. 공구가 일정한 이송속도를 갖도록 하기 위하여 식 (5)를 이용하여 매개변수 u 의 값을 구한다. 매개변수 u 값을 식 (4)과 식 (6)에 대입하여 각 샘플링 시간 동안의 공구의 위치와 방위를 생성한다. 이때 곡면 위의 경로(즉, 공구의 위치)가 룰드 서피스의 디렉트릭스를 형성한다. 이 경우에는 공구의 운동이 가장 중요하기 때문에 룰드 서피스의 룰링이 되는 공구좌표계의 \bar{A} 는 공구 방위 벡터(곡면에 법선벡터)가 된다. 공구가 곡면 위를 이동하면서 룰드 서피스를 생성하게 되고, 중요한 점은 공구좌표계가 룰드 서피스의 Generator trihedron에 일치한다는 것이다. 따라서 룰드 서피스의 미분기하적 특성에 의하여 공구의 고차 운동계수를 구할 수 있다.

룰링으로 선택된 공구의 방위 벡터를 식 (11)을 이용하여 구면곡선으로 표현하고, 본 논문에서는 공구좌표계가 Generator trihedron과 일치하고 있으므로 퍼거슨 곡선 모델에 기초를 둔 [Ferguson

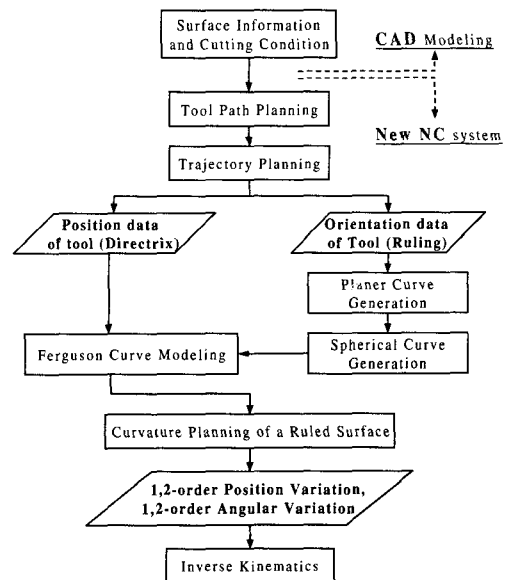


Fig. 4 Overall procedure of Real-Time Control Technique based on the Curvature Theory of a Ruled surface

utilities]⁽¹⁸⁾라는 프로그램을 이용하여 디렉트릭스와 롤링을 퍼거슨 곡선으로 모델링한 후, 공구의 위치 변위, 즉 디렉트릭스는 식 (13)에 의해 구해지고, 공구좌표계가 Generator trihedron과 일치하므로 구 좌표계의 행렬 데이터는 \bar{A} 는 \bar{r} , \bar{O} 는 \bar{i} 와 \bar{N} 은 \bar{k} 와 일치하여 식 (20)에 의해서 구한다. 디렉트릭스와 롤링의 u에 대한 1, 2, 3차 미분은 연쇄법칙을 이용하여 일반화된 독립변수 (s)로 표현되고, 이 미분 식을 식 (20)~(24)에 대입하여 공구의 위치 변위와 각 변위를 구한다. 시간에 대한 공구 운동의 미분 특성은 식 (25,26)에 의하여 구할 수 있다. 위의 절차에 의하여 CAD 시스템에서 곡면에 대한정보와 가공 조건을 입력받아 공구의 위치, 방위, 1, 2차 위치 변위와 1, 2차 각 변위를 구하는 프로그램을 Fig. 4와 같은 절차를 거쳐 개발하였다.

6.2 응용 예

엔드 밀을 이용한 자유곡면의 가공을 위하여 Fig. 5와 같이 가공물의 형상을 정의하였다. 가공물의 크기는 200mm(X)× 200mm(Y)이고 높이 차가 20mm인 자유곡면이다. 시뮬레이션은 인텔 펜티엄 MMX(166MHz) 컴퓨터를 사용하였고, Visual C++언어를 이용하여 프로그램 하였다. 시뮬레이션에서 이송속도는 10mm/sec이고 샘플링 시간은 10ms로 프로그램 하였다. 시뮬레이션의 실행 결과 가공면을 가공하기 위한 전체 위치 데이터의 수는 5,006개이고, 계산 시간은 40.75sec로 한 개의 데이터를 구하기 위해 8.14ms를 소모하여 샘플링 시간 동안 공구의 위치, 방위, 1, 2차 운동계수들을 충분히 구할 수 있다.

샘플링 시간을 10ms로 시뮬레이션하여 제안된 방법을 검증하였다. 샘플링 시간을 줄이기 위해서는 데이터 생성 시간을 단축하여야 한다. 프로그램의 최적화 및 컴퓨터 처리 속도, 메모리 등

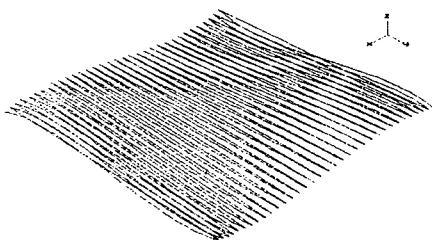


Fig. 5 The free-formed surface for simulation

의 외적 요인을 개선함으로써 데이터 생성 시간을 줄여 샘플링 시간을 단축할 수 있을 것이다.

Table 1과 2는 시뮬레이션의 계산된 결과를 보여준다. Table 1은 각각의 공구 위치에 대한 고정좌표계(x,y,z)에서의 공구좌표계의 방위를 나타내며 ds/du는 롤드 서피스가 원통 곡면에 얼마나 가까운가를 나타낸다. ds/du가 작을 수록 롤드 서피스는 원통 곡면에 더 가까워진다. Table 2는 공구의 1, 2차 위치 변위와 각 변위를 나타낸다.

7. 결 론

본 논문은 5축 NC의 정밀 제어를 위하여 롤드 서피스의 곡률 이론을 이용한 궤적 생성 방법을 제안하였는데, 이 방법은 5축 NC 뿐 아니라 로봇

Table 1 Orientation of the tool frame

Position of the Tool (x,y,z)		Orientation of the Tool Frame	(ds/du)
20.000,0.000,11.000	\bar{O}	-0.0367, 0.0616, 0.0393	0.0818
	\bar{A}	0.3481,-0.3481, 0.8703	
	\bar{N}	-0.0674,-0.0456, 0.0086	
20.000,0.382,11.136	\bar{O}	-0.0374, 0.0595, 0.0317	0.0771
	\bar{A}	0.3109,-0.2869, 0.9060	
	\bar{N}	-0.0630,-0.0437, 0.0077	
20.000,0.778,11.247	\bar{O}	-0.0382, 0.0572, 0.0252	0.0732
	\bar{A}	0.2733,-0.2290, 0.9342	
	\bar{N}	-0.0592,-0.0426, 0.0068	
20.000,1.185,11.334	\bar{O}	-0.0382, 0.0551, 0.0195	0.0698
	\bar{A}	0.2367,-0.1753, 0.9556	
	\bar{N}	-0.0560,-0.0411, 0.0063	
20.000,1.601,11.399	\bar{O}	-0.0377, 0.0529, 0.0147	0.0666
	\bar{A}	0.2021,-0.1261, 0.9711	
	\bar{N}	-0.0533,-0.0396, 0.0059	
20.000,2.026,11.444	\bar{O}	-0.0359, 0.0498, 0.0103	0.0623
	\bar{A}	0.1703,-0.0817, 0.9819	
	\bar{N}	-0.0498,-0.0370, 0.0055	

Table 2 Positional and angular variation of the tool frame (* : Dimensionless)

Position of the Tool (x,y,z)		Positional variation of the Tool		Angular variation of the Tool frame	
		First-Order (*)	Second-Order (1/mm)	First-Order (1/mm)	Second-Order (1/mm ²)
20.000 0.000 11.000	\bar{O}	0.3562	-0.0043	0.0000	0.0003
	\bar{A}	-0.0010	-0.1372	-0.0236	0.0368
	\bar{N}	-0.1945	-0.0086	0.0818	0.0818
20.000 0.382 11.136	\bar{O}	0.3535	-0.0048	0.0000	0.0025
	\bar{A}	0.0002	0.2152	-0.0227	-0.8090
	\bar{N}	-0.2095	-0.0079	0.0771	0.0771
20.000 0.778 11.247	\bar{O}	0.3497	-0.0039	0.0000	0.0007
	\bar{A}	-0.0000	0.2886	-0.0170	-1.4462
	\bar{N}	-0.2258	-0.0059	0.0732	0.0732
20.000 1.185 11.334	\bar{O}	0.3486	-0.0031	0.0000	0.0003
	\bar{A}	0.0000	0.5388	-0.0132	-2.3851
	\bar{N}	-0.2375	-0.0045	0.0698	0.0698
20.000 1.601 11.399	\bar{O}	0.3489	-0.0025	0.0000	0.0000
	\bar{A}	-0.0000	1.3202	-0.0099	-4.4045
	\bar{N}	-0.2468	-0.0034	0.0666	0.0666
20.000 2.026 11.444	\bar{O}	0.3509	-0.0019	0.0000	0.0001
	\bar{A}	0.0000	2.8683	-0.0074	-9.4494
	\bar{N}	-0.2533	-0.0025	0.0623	0.0623

및 3차원 가공기의 궤적 제어에 이용할 수 있다. 월드 서피스의 미분기하를 이용하여 직접 궤적의 운동 계수를 생성할 수 있으며 필요에 따라 고차 운동 계수들까지 확장하여 구할 수 있다. 현재 사용되고 있는 보간법을 대체할 수 있는 제어 방법으로 고정밀도 가공에 매우 적합하다.

제안된 방법을 실제 5축 NC 제어에 적용하기 위해서는 기존의 NC 컨트롤러를 이용하여 구현하는 것은 불가능하다. 따라서, 새로운 개념의 NC 시스템에 대한 연구가 필요하고, 단일 자유곡면이 아닌 복합 곡면의 가공을 위한 제어 방법의 연구로 향후 확장되어야 한다.

참고문헌

- (1) Litvin, F. L. and Gao, X. C., 1988, "Analytical Representation of Trajectory of Manipulators," *Trends and Developments in Mechanisms, Machines, and Robotics*, The 1988 ASME Design Technology Conferences-20th Biennial Mechanisms Conference, Sept. 25-28, DE-Vol. 15-3, pp. 481~485, Kissimmee, Florida.
- (2) McCarthy, J. M. and Roth, B., 1981, "The Curvature Theory of Line Trajectories in Spatial Kinematics," *ASME J. of Mechanical Design*, Oct., Vol. 103, No. 4, pp. 718~724.
- (3) Ryuh, B. S. and Pennock, G. R., 1988, "Accurate Motion of a Robot End-Effector using the Curvature Theory of a Ruled Surface," *ASME J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Dec., Vol. 110, No. 4, pp. 383~388.
- (4) Ryuh, B. S., 1989, "Robot Trajectory Planning using the Curvature Theory of Ruled Surfaces," Doctoral Dissertation, May, Purdue University, West Lafayette, Indiana.
- (5) Ryuh, B. S. and Pennock, G. R., 1990, "Trajectory Planning Using the Ferguson Curve Model and Curvature Theory of Ruled Surface," *ASME J. of Mechanical Design*, Sep., Vol. 112, No. 3, pp. 377~383.
- (6) 유범상, 김재희, 1998, "로봇의 정밀제어를 위한 월드 서피스의 곡률이론에 의한 궤적 생성법," *대 한기계학회논문집*, 제22권, 7호, pp. 1205~1215.
- (7) Chou, J. J. and Yang, D. C. H., 1991, "Command generation for three-axis CNC machining," *Trans. ASME J. of Eng. Indust.*, Vol. 113, Aug., pp. 305~310.
- (8) Huang, J. T. and Yang, D. C. H., 1992, "Design and application of a new CNC command generator for CAD/CAM integration," Ph.D. Thesis, UCLA.
- (9) Koren, Y., Lo, C. C., and Shpitalni, M., 1993, "CNC Interpolators: Algorithm and Analysis," PED- Vol. 64, *Manufacturing Science and Engineering*, ASME winter annual meeting, pp. 83~92.
- (10) Yang, D. C. H., and Kong, T., 1994, "Parametric interpolator versus linear Interpolator for precision CNC machining," *Computer-Aided Design*, March, Vol. 26, No. 3, pp. 225~223.
- (11) Lin, R., and Koren, Y., 1994, "Real-Time Five Axis Interpolators for Machining Ruled Surfaces," *ASME Winter Annual Meeting*, DSC-Vol. 55-2, pp. 951~960.
- (12) Koren, Y., 1995, "Five-Axis Surface Interpolators," *Annals of the CIRP*, Vol. 44/1, pp. 379~382.
- (13) Elber, G., Fish, R., 1997, "5-Axis Freeform Surface Milling Using Piecewise Ruled Surface Approximation," *Journal of Manufacturing science and Engineering*, Aug, vol. 119, pp. 383~389.
- (14) 공영식, 1998, "5축 NC가공에서의 효율적인 공구자세 선정에 관한 연구," 박사학위논문, 전북대학교.
- (15) McCarthy, J. M., 1987, "On the Scalar and Dual Formulations of the Curvature Theory of Line Trajectories," *ASME J. Mechanisms, Transmission, and Automation in Design*, March, Vol. 109, No. 1, pp. 101~106.
- (16) Rogers, D. F. and Adams, J. A., 1976, *Mathematical Elements for Computer Graphics*, McGraw-Hill Book Company, New York, pp. 239.
- (17) Farin, G., 1988, *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design-A Practical Guide*, Academic Press, Inc., San Diego, pp. 334.
- (18) 최병규, 전차수, 유우식, 편영식, 1995, CAD/CAM 시스템과 CNC절삭가공, 청문각.
- (19) Ferguson, J. C., 1964, "Multivariable Curve Interpolation," *J. of the Association for Computing Machinery*, Vol. 11, No. 2, April, pp.221~228.