

대변형 비선형 탄성재료의 균열길이 예측

양경진* · 강기주** · 박상서***

(1999년 1월 18일 접수)

Crack Length Estimation for Large Deformable Non-Linear Elastic Materials

Kyeong-Jin Yang, Ki-Ju Kang and Sang-Seo Park

Key Words: Large Deformable Non-Linear Elastic Materials(대변형 비선형 탄성재료), Strain Energy Density(변형률 에너지 밀도), Dimensional Analysis(차원 해석), Separation Parameter(분리변수)

Abstract

A method to measure the crack length in rubbery materials is described. Through dimensional analysis and experiments, an equation is derived to give the crack length as a function of the change of strain energy density in a region remote from the crack. The function is provided in a form of separated terms of loading and material, the validity of which is experimentally proved using separation parameters.

1. 서론

고무와 같은 대변형 비선형 재료가 기계요소로서 사용되는 경우가 점차 증가하고 있다. 이러한 재료들이 사용되는 환경은 대부분 반복하중 하에 있어 피로균열진전에 의한 파손 수명이 기계요소의 수명을 결정하고 있다. 따라서 이러한 제품의 신뢰성 향상을 위해 피로균열진전에 관한 연구는 필수적이다.

타이어나 전동장치의 일부로 사용되는 벨트는 고무-섬유 복합체로 구성되어 있으며 대부분의 파손 원인은 고무 소재에서의 피로균열진전에 의해 발생하고 있다. 이와 같은 이유로 파괴를 연구할 때 반드시 고무 소재의 피로균열진전 특성에 관한 연구가 따르게 된다. 또한 제품의 내구

성을 높이기 위해 탄소와 같은 경화제, 노화방지제, 산화방지제, 황과 같은 여러종류의 첨가물들이 함유되어 고무의 종류가 매우 다양하다.⁽¹⁾ 이렇게 새로운 물질의 첨가나 조성을 달리하여 수많은 종류의 고무들이 만들어짐으로서 각 고무에 대한 기계적 물성의 측정은 경제적으로 상당한 문제를 야기한다. 특히 제품의 신뢰성 결정에 중요한 인자가 되는 피로균열진전에 관한 물성을 실험적으로 얻는 것은 많은 인력과 시간을 소비하고 있다.

일반적으로 금속과 같은 재료의 파괴인성 측정이나 피로실험에 있어서 균열길이 예측에는 주로 제하컴플라이언스법(unloading compliance method)이 이용되고 이를 이용한 피로실험의 자동화에 관한 몇몇 연구 결과가 보고되고 있다.^(2,3) 반면, 고무와 같은 대변형 비선형 탄성재료는 균열길이 예측에 관한 방법이 연구되지 않아 피로실험 자동화 또한 수행되지 못하고 있다.

본 연구에서는 고무의 피로균열진전 물성측정 실험에 흔히 이용되는 인장형 시편(SENT(Single Edge Notched in Tension) 시편)이 일정 변위 반복

* 전남대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 전남대학교 기계공학과

E-mail : kjkang@chonnam.chonnam.ac.kr

TEL : (062)530-1660/8 FAX : (062)530-1689

*** 금호타이어 주식회사

하중 하에 있을 때 하중과 변위 데이터로부터 균열길이를 예측할 수 있는 방법을 제시하고자 한다.

2. 이론

Fig. 1은 피로실험 자동화를 위한 데이터 처리 과정을 나타낸다. 피로균열전진 속도 dc/dN 는 일반적으로 응력확대계수폭(Stress Intensity Factor range) ΔK 또는 J-적분폭(J-integral range) ΔJ 로 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{da}{dN} = c_1(\Delta K)^n \tag{1}$$

$$\frac{da}{dN} = c_2(\Delta J)^m \tag{2}$$

여기서 a 는 균열길이, N 은 사이클 수, c_1, c_2, n, m 은 재료 상수이다.⁽⁴⁾ 식 (1)은 균열 전단의 항복영역이 작을 때 식 (2)는 항복영역이 클 때와 비선형 재료에 각각 적용된다. 실험을 자동화하여 식 (1)과 식 (2)를 얻기 위해서는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 먼저 하중, 변위 등의 데이터로부터 균열 길이가 예측될 수 있어야 한다.

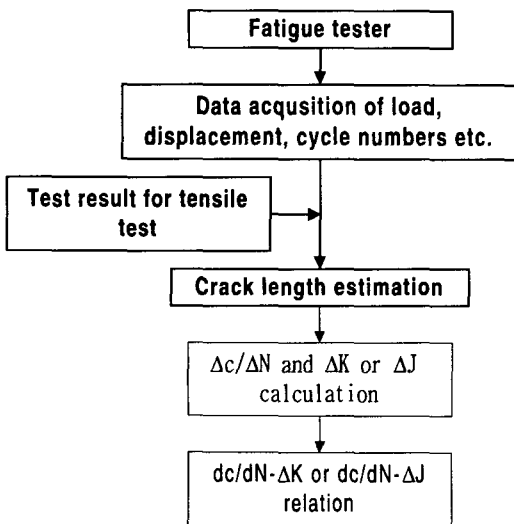


Fig. 1 Procedure to obtain the properties of fatigue crack propagation

재료의 선형성과 미소변형률(infinitesimal strain)에 제한을 두지 않고 일반적인 비선형 탄성재료를 고려한다. Fig. 2(a)와 같은 SENT 시편을 δ 만큼 당긴 후 Fig. 2(b)와 같이 길이 c 인 균열을 생성시켰을 때 빗금 부분(균열의 영향을 받지 않는 부분)의 폭 방향으로 균일 변형률 에너지 밀도의 변화량 ΔW (uniform strain energy density change)를 구하기 위해 고려해야할 물리량은 다음과 같다.

$$W_0, c, w, \epsilon_0 \tag{3}$$

여기서 W_0 는 균열을 생성하기 전에 빗금 부위의 폭 방향으로 균일한 변형률 에너지 밀도 (uniform strain energy density)이고 w 는 시편의 폭이다. 그리고 변형률 ϵ_0 는 비선형 탄성 재료의 비선형성을 대표하여 나타내주는 변수이다.⁽⁶⁾

식 (3)의 물리량에 대한 차원해석(dimensional analysis)을 통하여 다음과 같은 무차원 변수를 얻을 수 있다.

$$\Pi_1 = \frac{\Delta W}{W_0}, \Pi_2 = \frac{c}{w}, \Pi_3 = \epsilon_0 \tag{4}$$

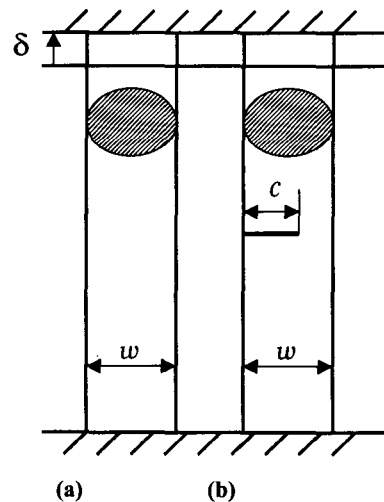


Fig. 2 Configurations of SENT specimens (a) before crack formation (b) after crack formation

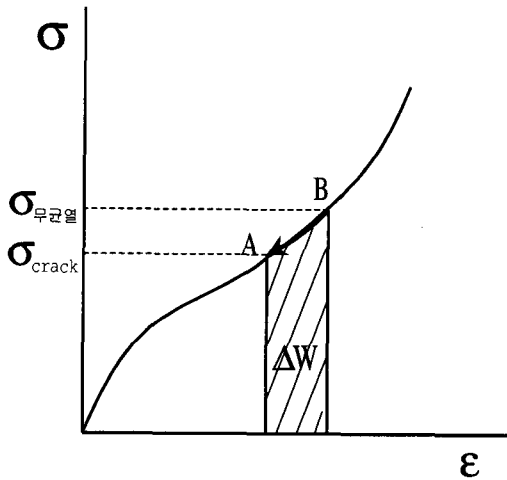


Fig. 3 Graphical description of uniform strain energy density change due to a crack

식 (4)의 무차원 변수로부터 다음과 같은 일반식을 얻을 수 있다.

$$\Delta W = W_0 f\left(\frac{c}{w}, \epsilon_0\right) \quad (5)$$

$$\Delta W = g\left(\frac{c}{w}, \epsilon_0\right) \quad (6)$$

변형률 ϵ_0 와 W_0 사이에는 대응관계가 있으므로 식 (5)는 식 (6)으로 일반화 될 수 있다. 그러나 차원 일관성의 원리(PHD, Principle of Dimensional Homogeneity)를 고려 할 때 식 (6)의 경우는 차원을 부여해야하는 단점이 있고 식 (5)는 함수 f 가 무차원이기 때문에 차원의 일관성이 형성된다.⁽⁴⁾ 이와 같은 이유로 식 (5)를 이용하여 균열길이를 예측할 수 있는 식으로 전개한다. Fig. 2와 같이 폭에 비해 길이가 긴 시편 형상에 대해 빗금에서의 균열 생성 전의 변형률 에너지 밀도 W_0 와 생성후의 변형률 에너지 밀도는 각각 균열생성 전후에 작용하는 하중 P 에 의해 결정된다. Fig. 3은 δ 만큼 당긴 후 일정 변위에서 균열을 생성시켰을 때 빗금 부분 한 점에서의 응력-변형률 상태(stress-strain state) 변화를 나타낸다. 균열의 영향을 받지 않는 영역의 균일 변

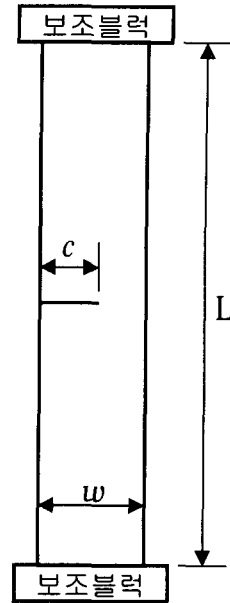


Fig. 4 Configuration of fracture test specimens (t(thickness)=1.22mm, w=24.90mm, L=110.65mm)

형률 에너지 밀도는 단지 하중 P 에 의해 결정되므로 Fig. 3의 B점에서의 응력-변형률 상태는 길이 c 인 균열을 생성시킨 후의 하중에 의해 결정될 수 있다.

3. 실험방법

실험에 의하여 식 (5)의 타당성 및 함수 f 를 결정하였다. 두께, 폭, 길이 등의 시편형상에 대한 정보와 식 (5)의 함수 f 및 균열이 없는 시편에 대한 재료거동(구성방정식 또는 응력-변형률 곡선)정보가 주어졌을 때 균열을 가진 시편에 대한 하중과 변위 데이터만으로 균열길이를 c 를 예측할 수 있어 피로균열진전 시험이 자동화될 수 있다.

과거 실험은 Fig. 4와 같은 SENT시편을 이용하여 변위제어속도 5mm/min에서 수행하였다. 실험에 이용된 시편의 균열길이 c 는 각각 5.04, 7.48, 10.20, 12.78, 15.44, 18.00 mm이고 면도날을 이용하여 날카로운 균열선단을 갖도록 가공하였다. 시편 재질은 금호타이어 주식회사의 트럭/버

Table 1 Chemical compositions

| Compositions of Rubber | NR=100 기준 |
|------------------------|-----------|
| NR(Natural Rubber) | 100 |
| C/B(Carbon Block) | 62 |
| ZnO-S(accelerator) | 10 |
| S(Sulfur) | 4.7 |
| S-R(vulcanizator) | 3.7 |
| anti-oxidant | 3.5 |
| R-6(adhesion promotor) | 2 |
| etc. | - |

스용 타이어 벨트부의 고무(TBR 12R22.5 975)로 조성은 Table 1과 같다. 탄성 특성을 보다 잘 나타내도록 균열이 없는 시편을 이용하여 신장률 20%에서 45분간 응력 이완을 시킨 후 신장률 18~19%까지 각각의 균열길이에 대한 파괴시험을 수행하였다

4. 실험결과

4.1 ΔW 결정

W₀와 균열길이에 대한 ΔW는 균열이 없는 시편과 각각의 균열을 가진 시편의 파괴시험에서 얻어진 Fig. 5의 하중 변위 곡선으로부터 구한다. 응력과 변형률은 포아송 비를 0.5로 가정하여 다음과 같이 정의한다.⁽⁶⁾

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P}{A_0} \left(\frac{l}{l_0} \right) \quad (7)$$

$$\epsilon = \ln \left(\frac{l}{l_0} \right) \quad (8)$$

여기서 l₀는 변형전 길이, l은 변형후 길이, P는 외부하중, A₀는 변형전 단면적, A는 변형후 단면적이다.

균열에 의한 응력 특이성의 영향을 받지 않는 영역의 균일 변형률 에너지 밀도는 단지 하중 P에 의해 결정된다. 따라서 일정 변위(또는 W₀)에

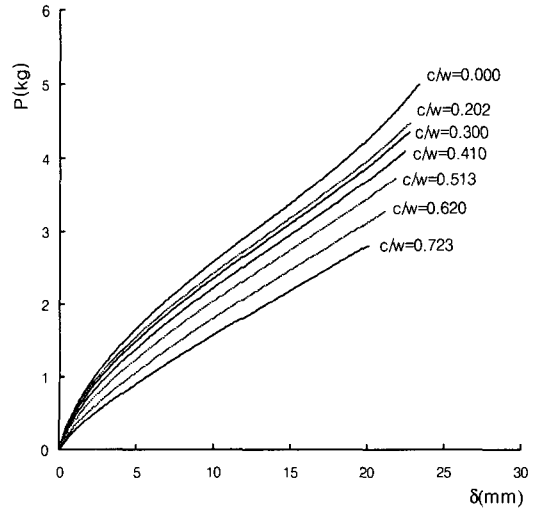


Fig. 5 Load-displacement curves for SENT specimens

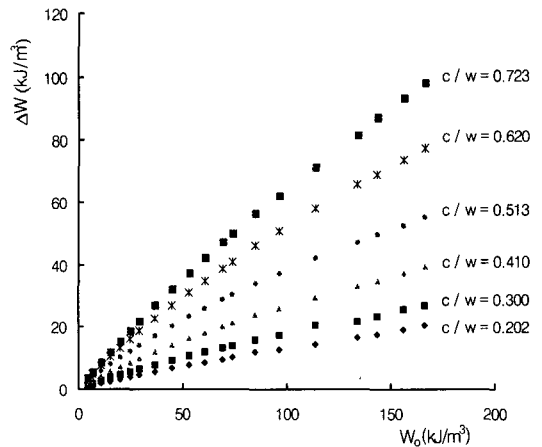


Fig. 6 Uniform strain energy density change

서 길이 c인 균열을 생성시킨 후의 Fig. 2(b) 빗금 부분의 변형에너지 밀도 (Fig. 3의 B점에서의 변형에너지 밀도)는 파괴 실험에서 얻어진 하중-변위 곡선에서 임의의 변위에 대한 하중으로부터 얻을 수 있다. 이와 같은 방법으로 Fig. 6과 같이 균열을 생성하기 전의 일정 변위에 대한 변형률 에너지 밀도 W₀와 이에 대응하는 여러 균열 길이와 일정 변위에 대한 변형률 에너지 밀도 변화량 ΔW를 얻을 수 있다.

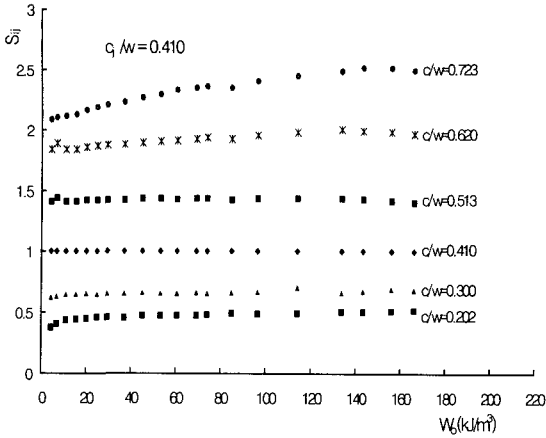


Fig. 7 Separation parameter values for various crack length($c_i/w=0.410$)

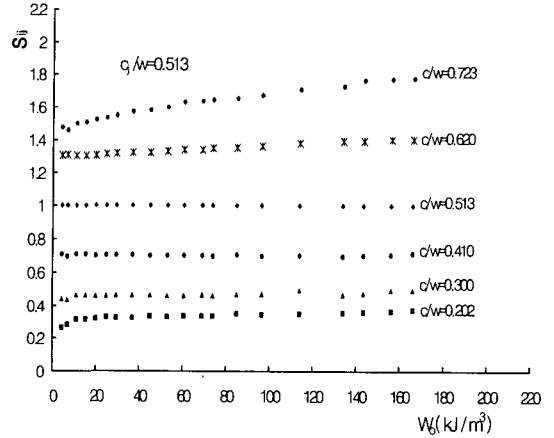


Fig. 8 Separation parameter values for various crack length($c_i/w=0.513$)

4.2 함수 $f\left(\frac{c}{w}, \epsilon_0\right)$ 결정

변수 분리법을 이용하여 미지의 함수를 얻는 방법은 기존 연구들에서 소개되고 있다.^(7,8) 본 연구에서는 다음과 같이 ΔW 의 변수분리를 가정한다.

$$\Delta W = D(W_0) * G\left(\frac{c}{w}\right) \quad (9)$$

여기서 식 (5)와 식 (9)를 비교하면 다음과 같이 관계가 성립한다.

$$f\left(\frac{c}{w}, \epsilon_0\right) = f_1\left(\frac{c}{w}\right) f_2(\epsilon_0) \quad (10)$$

$$D(W_0) = W_0 * f_0(\epsilon_0) = W_0 * f_2^*(W_0) \quad (11)$$

$$G\left(\frac{c}{w}\right) = f_1\left(\frac{c}{w}\right) \quad (12)$$

함수 $f_2(\epsilon_0)$ (또는 $f_2^*(W_0)$)는 재료의 변형률의 영향을 받는 함수이고 $f_1(c/w)$ 은 시편형상의 영향을 받는 기하학적 함수(geometry function)로서 ΔW 의 변수 분리는 식 (5)의 함수 $f(c/w, \epsilon_0)$ 가 변수 분리됨을 의미한다.

기준균열길이(reference crack length) c_j 와 W_0 에 대해 분리 변수(separation parameter) S_{ij} 를 다

음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} S_{ij} &= \frac{\Delta W(W_0, \frac{c_i}{w}) \big|_{w_0}}{\Delta W(W_0, \frac{c_j}{w}) \big|_{w_0}} = \frac{D(W_0) * G\left(\frac{c_i}{w}\right)}{D(W_0) * G\left(\frac{c_j}{w}\right)} \\ &= \frac{G\left(\frac{c_i}{w}\right)}{G\left(\frac{c_j}{w}\right)} \end{aligned} \quad (13)$$

Fig. 7과 Fig. 8은 기준균열길이 c_j 가 각각 0.410과 0.513일 때 변형에너지밀도 W_0 에 대한 S_{ij} 값을 나타낸다. $c_i/W=0.723$ 을 제외하고

$W_0 > 20 \text{ KJ}/\text{m}^3$ 일 때 S_{ij} 는 거의 일정하다. 이와 같은 경향은 다른 기준균열길이에 대해서도 잘 만족되는데, 이것은 이 구간에 대해 식 (11)의 S_{ij} 에 대한 W_0 독립성을 잘 만족시켜 식 (9)의 분리 형태(separation form)는 타당함을 의미한다.

$20 \text{ KJ}/\text{m}^3$ 보다 큰 변형률 에너지 밀도에서 각 기준균열길이 c_j 에 대한 $c_i/w=0.620$ 까지 S_{ij} 평균값을 균열길이 c_i 에 대해 선형 좌표계에 나타내면 Fig. 9와 같다. Fig. 9에서의 실선은 다음 식으로 근사(fitting)한 결과이다.

$$S_{ij} = A_j e^{m_j \left(\frac{c_i}{w}\right)} \quad (14)$$

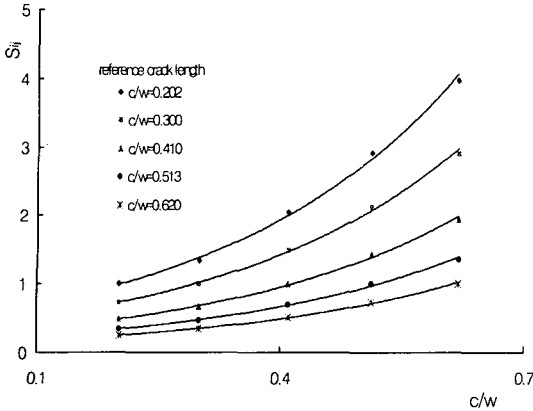


Fig. 9 Separation parameter

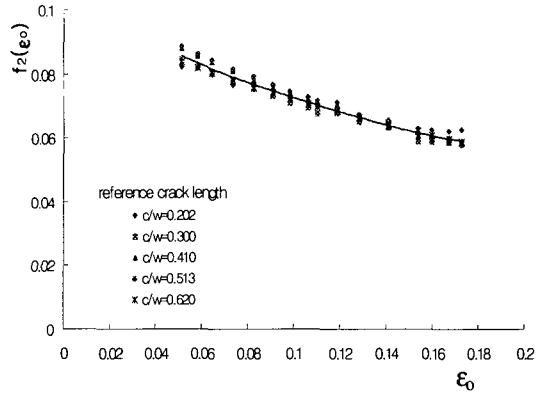


Fig. 10 Deformation function

Table 2 Constants of geometry function

| c_j/w | A_j | m_j |
|---------------------------------------------------------------------------|-------|-------|
| 0.202 | 0.503 | 3.370 |
| 0.300 | 0.373 | 3.346 |
| 0.410 | 0.250 | 3.347 |
| 0.513 | 0.175 | 3.344 |
| 0.620 | 0.128 | 3.349 |
| Average(m_{avg}) | | 3.351 |
| max. error $\left(= \frac{ m_{avg} - m_j _{max}}{m_{avg}} * 100 \right)$ | | 0.56% |

여기서 A_j 는 기준균열길이의 영향을 받는 상수로 Table 2와 같다. m_j 는 최대오차 0.56%로서 기준균열길이에 거의 무관하게 일정함을 보여준다.

식 (13)과 식 (14)로부터 시편형상의 영향을 받는 기하학적 함수 $G(c/w)$ (또는 $f_1(c/w)$)는 다음식과 같은 지수함수 형태가 되고, A_j 는 상수로서 함수 f_2 에 포함될 수 있다.

$$f_1\left(\frac{c}{w}\right) = G\left(\frac{c}{w}\right) = e^{m\left(\frac{c}{w}\right)} \quad (15)$$

식 (9)와 식 (15) 및 실험 데이터(Fig. 6)로부터 얻어진 재료의 비선형성을 나타내는 함수

$f_2(\epsilon_0)$ 는 Fig. 10과 같다. 여기서 기준균열길이에 무관하게 변형률 함수가 됨을 보여준다. Fig. 10의 실선은 다음과 같이 4차 식으로 근사한 결과이다.

$$f_2(\epsilon_0) = 108.82(\epsilon_0)^4 - 48.46(\epsilon_0)^3 + 8.32(\epsilon_0)^2 - 0.871\epsilon_0 + 0.1143 \quad (16)$$

위의 결과로부터 다음과 같은 균열길이 예측식을 얻을 수 있다.

$$\frac{c}{w} = \frac{1}{m} \ln\left(\frac{\Delta W}{W_0} \frac{1}{f_2(\epsilon_0)}\right) \quad (17)$$

5. 결론

본 연구는 실험중에 얻을 수 있는 하중 변위 데이터로부터 비선형 탄성 재료에 대한 균열길이를 예측하는 방법을 제안하였다. 변형률 에너지 밀도 변화량 ΔW 의 변수 분리를 이용하여 시편형상을 나타내 주는 기하학적 함수와 비선형 재료 거동의 효과를 나타내주는 변형률 함수의 변수분리가 $W_0 > 20KJ/m^3$ 에 대해 c/w 가 0.2와 0.6 사이일 때 타당함을 보였다. 이 방법을 이용하여 균열길이 예측 식을 완성하였다.

위의 결과를 이용하여 Fig. 1과 같이 균열이 없는 시편의 하중과 변위 데이터(1축인장 실험결

과)와 균열을 가진 시편의 하중과 변위 데이터로부터 균열길이를 예측할 수 있다. 피로균열전진물성 측정은 많은 시간과 인력이 소모하게 되므로 본 연구에서 제안한 균열길이 예측법을 이용하여 피로실험을 자동화 할 경우 경제적으로 큰 이득이 기대된다.

후 기

본 연구는 한국학술진흥재단 학술연구조성비(과제번호 ME97-C-32)지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

- (1) Lake, G. J., 1994, "Fatigue and Fracture of Elastomers," *Rub. Chem. & Tech.*, Vol. 68, pp. 435~460.
- (2) 박준협, 송지호, 엄윤용, 김정엽, 강기주, 1988, "퍼스널 컴퓨터에 의한 피로시험 자동화 및 피로거동 측정의 정밀화," 대한기계학회 논문집, 제12권, pp. 123~130.
- (3) Oh, C. S., Earmme, Y. Y. and Song, J. H., 1997, "Automated Real Time Measurements of Fatigue Crack Length and Crack Opening Load Using Unloading Elastic Compliance Method," *Int. J. Fatigue*, Vol. 19, pp. 169~176.
- (4) Anderson, T. L., 1995, *Fracture Mechanics : Fundamentals and Applications*, 2nd edition, CRC Press, Inc.
- (5) Andrews, E. H., 1974, "A Generalized Theory of Fracture Mechanism," *J. Mater. Sci.*, Vol. 9, pp.887~894.
- (6) Dowling, N. E., 1993, *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue*, Prentice-Hall, Inc.
- (7) Sharobeam, M. H. and Landes, J. D., 1991, "The Load Separation Criterion and Methodology," *Int. J. Fract.*, Vol. 47, pp. 81~104.
- (8) Ghfiri, H., Nait-Abdelaziz, M. and Mesmacque, G., 1993, "Experimental Determination of J on Rubber Materials : Influence of Finite Dimensions," *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 44., pp. 681~689.