

# 칼만 필터를 이용한 개선된 PID 제어기 설계

차인혁\*\*\* · 권태종\*\* · 한창수\*  
(1998년 7월 29일 접수)

## The Design of an Improved PID Controller by Using the Kalman Filter

Inhyuk Cha, Taejong Kweon and Changsoo Han

**Key Words:** Kalman Filter(칼만 필터), Parameter Sensitivity(파라미터 민감도), Improved PID Controller(개선된 PID 제어기), Parameter Estimation(파라미터 추정)

### Abstract

This paper suggests an auto-tuning PID control algorithm that uses the advantage of PID controller and improves the system performance. The PID gains being designed by the conventional method are tuned through the plant parameter estimation. The Extended Kalman Filter is used for the estimation. It works as an observer and noise filter. Moreover, as the plant state and the uncertain parameter could be estimated simultaneously, the proposed algorithm is very useful in the tracking control of a system with uncertain parameter. The auto-tuning PID controller could maintain the system performance in the case that the plant parameters are uncertain or varying. The proposed control algorithm requires a correct estimation of the plant parameter. The controller stability and the performance is considered through the stability criteria and a servo motor model. The Kalman filter estimates the most sensitive plant parameter, which is determined by the sensitivity analysis.

### 기호설명

$R_a$ : 아마추어 저항(ohm)	$b$ : 전동기와 외부 부하에 의하여 발생하는 점성마찰 계수 ( $N-m/rad/sec$ )
$L_a$ : 아마추어 인덕턴스(henry)	$J_m$ : 전동기의 관성모멘트
$i_a$ : 아마추어 전류(ampere)	$J_L$ : 부하의 관성모멘트
$i_f$ : 필드 전류(ampere)	$b_m$ : 전동기의 마찰계수
$e_a$ : 인가 아마추어 전압(volt)	$b_L$ : 부하에 의하여 발생하는 마찰계수
$e_b$ : 역기전력(volt)	$K$ : 전동기-토크 상수(N-m/A)
$\theta$ : 변위각	$K_b$ : 역기전력 상수(volts-sec/rad)
$T$ : 전동기 출력 토크(N-m)	$Z^k$ : 출력 상태벡터
$J$ : 전동기와 외부 부하에 의하여 전동기 축에 걸리는 회전 관성모멘트( $kg \cdot m^2$ )	$H$ : 출력 벡터
	$\omega_1^k$ : 공분산 Q1을 갖는 동적 외란
	$\omega_2^k$ : 공분산 Q2를 갖는 고의 외란
	$v^k$ : 공분산 R을 갖는 가우시안 백색 잡음

\* 회원, 한양대학교 정밀기계공학과

E-mail : cnrlab@email.hanyang.ac.kr

TEL : (0345)400-5247 FAX : (0345)406-5550

\*\* 삼성코닝(주) 기술본부

\*\*\* 회원, 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

## 1. 서론

PID 제어기는 각종 첨단제어 이론들의 끊임없는 연구개발에도 불구하고 현재까지 구조의 단순성과 안정성 때문에 자동화 생산공정이나 제어시스템에 가장 많이 쓰이고 있다. 그러나 잘 설계된 PID 제어기로도 화학공정과 같은 변화요소가 많은 시스템이나 우주공간의 작업이나, 미지의 지역탐사, 원자로의 작업 등, 특수한 목적의 작업을 수행하거나, 작업하는 장소가 불확실하여 로봇시스템의 파라미터가 변하는 경우에는 최적의 응답을 보장하기 어렵다.

PID 제어기의 설계에 대한 연구는 Ziegler와 Nichols가 PID 계인의 튜닝<sup>(1)</sup>에 대한 연구를 시작한 이래 시스템의 모델링 파라미터와 적절한 PID 계인을 보다 체계적인 방법으로 찾아내고자 하는 방향으로 진행되었다. 이들 연구는 온라인 상태에서 제어가 동작하는 영역을 보다 짧은 시간 내에 모델링하고 모델을 근거로 PID 제어기의 계인들을 자동으로 조정할 수 있는 방법에 대한 것이다.

시스템을 모델링하는 방법과 시스템 파라미터를 가능한 정확히 찾아내기 위하여 시스템에 특정신호를 입력하고 시스템으로부터 출력되는 신호로부터 시스템의 파라미터를 찾아내는 방법이 주로 사용되었다. Astrom과 Hagglund<sup>(2)</sup>의 릴레이를 이용한 방법과 Yuwana와 Seborg<sup>(3)</sup>에 의해 제시된 비례제어기를 이용한 방법들 모두 입/출력 신호를 근거로 시스템 모델을 구하는 것이다. 그러나 이 두 가지 방법은 시스템 모델을 1차로 설정하기 때문에 2차 이상의 시스템특성을 갖는 모델에 적용할 경우 큰 오차를 수반하게 된다. Hwang<sup>(4)</sup>과 Lee<sup>(5)</sup> 등이 이러한 단점을 보완할 수 있는 방법들을 제시하였는데, 2차 시스템이나 저감쇠 특성의 시스템을 잘 묘사할 수 있으나 PID 계인 조절방법이 현실적 적용이 어렵고 계인의 최적성을 보장하기 어려웠다. 또한, Schei<sup>(6)</sup>가 제시한 페루프 시스템에 대한 PID 제어기의 자동조정방법은 계인 조정에 있어서 강건성과 안정성을 갖고 있으나 연속작업을 불가능하게 하는 특별한 입력을 필요로 한다.

PID 계인을 조절하는데 있어서 많이 사용되고 있는 Ziegler-Nichols의 방법은 반복적인 입출력 실험을 통하여 계인을 구하게 되는데 실제 시스템에서 반복적인 입출력 실험은 어려울 뿐만 아니라 위험성을 수반하고 정확도에서도 많은 오차요소를 갖고 있다. 이러한 문제점을 해결하고자 80년대부터 페루프 방식에 기초한 모델링과 PID 조절 방법에 대한 본격적인 연구가 이루어지기 시작했다. Kraus와 Myron<sup>(7)</sup>이 시스템의 천이 응답 특성을 이용하여 PID 계인을 조절하는 방법을 제안하였으며 Astrom과 Hagglund<sup>(8)</sup>의 변형된 Ziegler-Nichols 방법, 주파수 응답특성을 이용한 조절방법,<sup>(9)</sup> 1983년 Hoopes와 Hawk 그리고 Lewis등이 제안한 모델 파라미터 추정을 이용한 모델링 및 계인 조절방법<sup>(10)</sup> 등 계인 조절방법에 관한 많은 연구와 발표가 이루어졌다. 이와 같은 연구들은 PID 제어가 갖는 구조의 단순성과 제어의 안정성, 그리고 짧은 처리시간 등을 이용하고, PID 제어기의 약점인 플랜트 파라미터의 불확실성과 변동에 따른 성능저하를 막아 PID 제어기의 강인성을 증대시키려는 것을 목표로 하고있다.

본 연구의 목적도 PID 제어기의 장점을 살리고 파라미터 변화에 대한 강건성을 증대시키고자 하는 것이며 칼만 필터(Kalman Filter)를 사용하여 플랜트 파라미터를 추정하고, 이것을 근거로 PID 계인을 조절하여 최적의 응답을 얻을 수 있는 제어 알고리즘을 제안하는 것이다. 이때 추정하고자 하는 파라미터는 시스템에 대한 민감도 해석을 통하여 결정된다. 칼만 필터는 파라미터 추정에 있어서 다른 알고리즘에 비하여 수렴속도와 정확성이 높은 것으로 평가<sup>(11)</sup>되고 있다. 이러한 특징을 이용하여 시스템의 불확실한 파라미터나 시간에 따라 변화하는 파라미터를 추정하고 이 시스템에 맞도록 PID 계인을 조절함으로써 시스템의 강건성을 증가시킬 수 있다. 제어 대상 시스템의 운동 모델이 미지의 파라미터를 포함하고 있는 비선형 모델이므로 비선형 시스템에 적용할 수 있는 확장된 칼만 필터(Extended Kalman Filter)를 사용하였다. 추정 알고리즘으로 칼만 필터를 사용함으로써 선형 및 비선형 시스템에 모두 적용 가능하며 출력 신호를 측정할 때 수반하는 잡음에 대한 필터의 효과도 얻을 수 있다.

## 2. PID 제어와 칼만필터

### 2.1 ITAE를 이용한 PID 제어기 설계

Fig. 1은 일반적인 형태의 DC 전동기 시스템의 구성도이다. 이때 등가 회전 관성 모멘트와 마찰 계수는 다음과 같이 각각 외부와 내부에서 발생하는 값의 합으로 구성된다.

$$\begin{aligned} J &= J_m + J_L \\ b &= b_m + b_L \end{aligned}$$

전동기 시스템의 전달함수는 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} K_m &= K / (R_a b + K K_b) \\ T_m &= R_a J / (R_a b + K K_b) \end{aligned}$$

시스템의 각 요소 값들을 Table 1에 정리하였다. 플랜트의 전달함수는 식 (2)와 같다.

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{s(T_m s + 1)} = \frac{0.72}{s(0.13s + 1)} \quad (2)$$

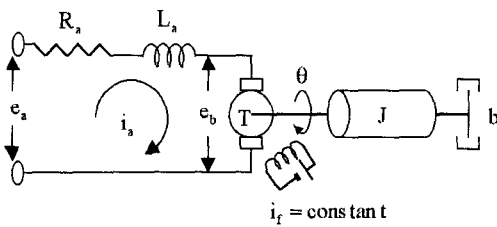


Fig. 1 Schematic diagram of an armature - controlled DC motor

Table 1 System constant

System Constant			
$R_a$	0.2	$K$	$6 \times 10^{-5}$
$K_b$	$5.5 \times 10^{-2}$	$b_L$	$4 \times 10^{-4}$
$J_m$	$1 \times 10^{-5}$	$J_L$	$4.4 \times 10^{-5}$

이 시스템을 제어하기 위하여

$$G_c(s) = K_p + K_D s + \frac{K_I}{s}$$

과 같은 전달함수를 갖는 일반적인 PID 제어기와 성능개선을 위한

$$G_p(s) = \frac{K_I}{K_D s^2 + K_P s + K_I}$$

와 같은 전달함수를 갖는 prefilter를 추가한다. 따라서, 전체 시스템의 폐루프 전달함수는

$$T(s) = \frac{G_p(s)G(s)G_c(s)}{1 + G(s)G_c(s)}$$

과 같이 얻을 수 있다. 이때 시스템 전달함수의 특성방정식은 3차식이므로 최적의 응답을 얻기 위하여 ITAE에 의한 파라미터 표를 이용하면 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{\omega_n^3}{s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3} \\ &= \frac{K_I K_m}{T_m s^3 + (1 + K_D K_m) s^2 + K_P K_m s + K_I K_m} \end{aligned} \quad (3)$$

진동수를 결정하면 전체시스템의 전달함수가 결정되며 진동수는 요구되는 시스템 응답특성에 따라 결정할 수 있다. 즉, settling time이 0.5초 이내이고, overshoot이 5% 이내라면, 시스템 감쇠계수  $\zeta$ 와 overshoot의 관계식에 의하여  $\zeta$ 는 약 0.8이 된다. 따라서  $\omega_n$ 은 10이 되고 ITAE에 따른 최적 응답을 위한 폐루프 전달함수는

$$T(s) = \frac{1000}{s^3 + 17.5s^2 + 215s + 1000} \quad (4)$$

이 된다. PID 게인은 두 전달함수 (3)과 (4)의 파라미터 비교를 통하여  $K_D = 1.77, K_P = 190, K_I = 1000$ 로 설정할 수 있다. 시스템 응답의 성능지수인 ITAE를 이용하여 제어기와 필터를 설계한 경우 어느 정도 시스템 요소의 변화에 대하

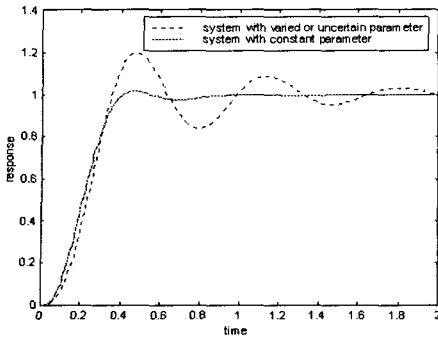


Fig. 2 System response curves

Table 2 The characteristic responses of system

Index	Fixed parameter system	Varied parameter system
Settling time	0.4	1.03
Percent overshoot	0.5%	13.2%

여 강건한 특성을 나타낸다. 그러나 이것은 설계 여유가 있는 경우 설계 사양을 만족하는 범위 내에서의 변화에 강건한 것으로 시스템 요소의 변화가 큰 경우에는 요구되는 설계 사양을 유지하기 어렵다. Fig. 2는 ITAE를 이용하여 구한 PID 제어 계인에 대한 시스템 응답 곡선이다. Fig. 2를 통하여 알 수 있듯이 설계 사양을 만족하는 것을 알 수 있다. 그러나 식 (1)의 외부부하 관련 상수인  $T_m$ 이 외부부하의 증가에 의해 50% 증가하는 경우 그래프에서 비교한 바와 같이 초기에 설계된 사양의 응답을 유지하기 어렵다. 두 시스템 응답 곡선의 settling time과 overshoot을 정리하면 Table 2와 같다. 플랜트 파라미터가 변하는 경우 초기 설계 사양을 만족하지 못하고 있음을 알 수 있다. 따라서 이와 같은 경우 PID 제어 계인을 조절할 수 있는 방법이 필요하다.

2.2 플랜트 파라미터의 민감도

폐루프 시스템은 요구되는 출력값과 비교하여 제어대상 시스템에 입력할 오차신호를 만들기 위하여 출력신호의 측정값을 사용한다. 이때 시스템 파라미터가 변한다면 결과적으로 시스템 출력의 변화를 가져오게 될 것이다. 시스템 전달함수

$T(s)$ 로 표현되는 일련의 처리과정은 그 특성과는 상관없이 환경의 변화, 플랜트 파라미터의 부정확성 외에 제어과정에 영향을 미칠 수 있는 여러 가지 요소들에 영향을 받게 된다. 그러나 파라미터의 민감도에 따라 시스템에 영향을 미치는 정도는 차이가 있다. 따라서 시스템 응답에 크게 영향을 주지 않는 파라미터들을 상수로 가정하여도 다소간의 변화에 따른 시스템 응답의 차이는 미소할 것이다. 파라미터의 실제 값을 모르거나 시간에 따라 변화한다 해서 모든 파라미터를 추정한다면 추정 효율이 떨어질 뿐만 아니라 추정 오차 또한 증가할 것이다. 본 논문에서는 민감도 해석을 통하여 민감도가 작은 요소는 상수로 가정하고 민감한 파라미터에 대한 추정만을 수행한다. 시스템 응답에 가장 많은 영향을 미치는 파라미터를 찾고 값의 변화를 주기적으로 계산하여 제어 계인을 조절한다면 시스템의 성능을 훨씬 향상시킬 수 있을 것이 틀림없다.

파라미터 민감도 해석을 위하여 시스템 모델인 식 (1)을 근거로

$$J\ddot{x}(t) + (b + \frac{KK_b}{R_a})\dot{x}(t) = \frac{K}{R_a}u(t) \quad (5)$$

와 같이 표현할 수 있다. 이때  $J$ 는 외부 부하와 관계 있으며  $b$ 는 외부 마찰계수와 관계 있는 파라미터이다. 따라서 각 계수의  $x$ 에 대한 민감도 해석을 통하여 시스템 응답에 더욱 민감하게 영향을 미치는 파라미터를 찾아내고 이 파라미터의 변화 상태를 칼만 필터를 이용하여 주기적으로 추정하여 PID 계인을 조절할 수 있는 제어 알고리즘을 설계하려 한다. 시스템 응답  $x$ 에 대한 각 파라미터의 민감도는 응답의 변화율과 파라미터의 변화율의 비,  $\frac{\Delta x/x}{\Delta J/J}$ ,  $\frac{\Delta x/x}{\Delta b/b}$ 로 나타낼 수 있으며 극한으로 증분이 미소해지면 각 변화율의 비는  $\frac{\partial x}{\partial J} \frac{1}{x}$ ,  $\frac{\partial x}{\partial b} \frac{b}{x}$  (12)이 된다.

$$\dot{X}(t) = f(X(t), u(t), q), \quad q = [J, b]^T$$

일 때  $\frac{\partial \dot{X}}{\partial q} = \frac{\partial f}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial q} + \frac{\partial f}{\partial q}$  (12)를 이용하여 민감도를 위한 미분 방정식으로 변환하면

$$\begin{aligned} \frac{dX(t)}{dt} &= AX(t) + Bu(t) \\ Y(t) &= CX(t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$$X(t) = [x_1 \ x_2 \ \frac{\partial x_1}{\partial J} \ \frac{\partial x_2}{\partial J} \ \frac{\partial x_1}{\partial b} \ \frac{\partial x_2}{\partial b}]^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b}{J} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{b}{J^2} & 0 & \frac{-b}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-1}{J} & 0 & 0 & 0 & \frac{-b}{J} \end{bmatrix},$$

$$B = [0 \ \frac{K}{RJ} \ 0 \ \frac{-K}{Rd^2} \ 0 \ 0]^T,$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y = [x_1, \ \frac{\partial x_1}{\partial J}, \ \frac{\partial x_1}{\partial b}]^T$$

과 같이 표현할 수 있다. 이때 각 파라미터 값들은 Table 1과 같으며 스텝입력인 경우 시스템의 시간에 따른 민감도를 Fig. 3과 같이 그래프로 나타낼 수 있다. 그래프에서 알 수 있는 바와 같이 천이 영역에서는  $\frac{\partial x}{\partial J} I$  이  $\frac{\partial x}{\partial b} b$  보다 크게 나타나며 외부 부하에 의한 변화율이 외부 마찰계수에 의한 변화율보다 크다는 것을 알 수 있다. 그래프를 통하여 추측할 수 있듯이 일정 시간 후

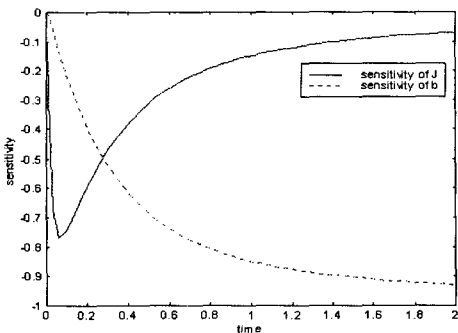


Fig. 3 The sensitivity analysis about system parameters

에는 외부 부하에 대한 민감도가 외부 마찰계수에 의한 민감도보다 작아지나 본 연구에서는 settling time인 0.5초 이내에서의 민감도만을 고려 대상으로 삼는다. 따라서 칼만 필터를 이용하여  $J$ 의 함수인  $T_m$ 의 변화를 추정하도록 수식을 정의하고 알고리즘을 구성하였다.  $J$ 는 제어대상 시스템인 식 (1)의 외부 부하계수이며  $J$ 의 변화에 따라  $T_m$ 이 비례하여 변하게 된다.

### 2.3 안정성

파라미터의 추정을 통하여 제어 계인을 조절하는 경우 시스템의 안정성을 저하시킨다면 제어기의 효용성이 떨어진다. 칼만 필터를 통하여 추정된 플랜트 파라미터  $T_m$ 을 이용하여 식 (3)으로부터

$$K_D = (17.5T_m - 1)/K_m$$

$$K_P = 215T_m/K_m \quad (7)$$

$$K_I = 1000T_m/K_m$$

과 같은  $T_m$ 에 관한 제어게인의 조정규칙(tuning rule)을 구할 수 있다. 즉, 일정 주기마다 추정된  $T_m$ 값을 이용하여 제어 계인을 조절한다. 이때,  $T_m$ 의 초기 값은 ITAE에 의한 설계 시 사용한 값으로 한다. 전체 시스템 T(s)의 안정성을 판별하기 위하여 식 (3)에 Routh-Hurwitz 안정도 판별법을 이용하면, 시스템 파라미터는

$$\frac{1 + K_D K_m}{T_m} > 0 \quad (8)$$

$$\frac{1}{1 + K_D K_m} \left( \frac{(1 + K_D K_m) K_P K_m}{T_m} - K_I K_m \right) > 0$$

을 만족해야 한다. 여기서  $T_m$ 은 칼만 필터를 통하여 추정되는 값이고  $K_m$ 은 플랜트 상수이며 각 PID 게인은 식 (7)의 규칙을 따르므로 시스템이 안정하기 위해서는 식 (8)의 첫 번째 조건에 의하여

$$T_m > 1/17.5$$

을 만족하고 두 번째 조건에 의하여 다음조건을 만족해야 한다.

$$3262.5T_m^2 > 1000T_m^2$$

이때, 두 번째 안정조건은 추정값과 상관없이 항상 만족하므로 첫째 조건만 만족하면 시스템의

안정성은 유지된다 할 수 있다. 그러나 이 조건은 외부 댐핑 계수와 외부 부하를 제외한 각 시스템 파라미터들의 변화가 크지 않을 경우에만 적용 가능하다. 만일 다른 파라미터의 변화가 커서 시스템응답에 심각한 영향을 미친다면 이 파라미터 역시 추정하여야 할 것이다. 파라미터들의 오차에 의하여 안정조건이 다소 변할 수 있으므로 안전계수를 고려하여

$$T_m \geq 0.13$$

이 유지되도록 알고리즘을 구성하였다.

#### 2.4 칼만 필터의 적용

칼만 필터는 상태변수 측정시 포함된 잡음을 감소시키고 상태변수를 추정하는 역할을 하지만 칼만 필터를 응용하면 미지의 플랜트 파라미터도 추정할 수 있다. 이 기능을 PID 제어 계인의 조절에 이용한다면 고정된 PID 계인을 갖는 제어기보다 우수한 성능을 나타낼 수 있을 것이다. 전체 알고리즘은 ITAE에 의하여 정해진 전체 시스템 T(s)의 각 파라미터를 유지할 수 있도록 PID 제어 계인을 조절하여 항상 일정한 응답성능을 유지할 수 있도록 구성된다. 이것이 가능하다면 시간에 따라 변화하거나 미지의 플랜트 파라미터에 대하여 보다 강건한 응답을 보일 것이다. 제어 알고리즘의 타당성과 효과를 증명하기 위하여 앞서 제시한 시스템 모델식 (1)을 대상으로 칼만 필터를 적용한 PID 제어를 설계하고 결과를 고찰한다. 대상모델을 칼만 필터에 적용하기 위한 형태로 변환시킨다면

$$\dot{x}(t) + \frac{1}{T_m} x(t) = u(t) + \omega(t)$$

과 같다. 여기서  $u(t) = K_m/T_m \dot{u}'(t)$ 이며  $u'(t)$ 는 PID 제어를 통하여 발생하는 제어 입력이다. 전동기에 가해지는 외부부하가 변한다면 식 (1)의 정의에 의하여 파라미터  $T_m$ 도 변하게 된다. 파라미터  $1/T_m$ 을 상태변수  $x_3$ 로 놓고 칼만 필터를 사용하여 추정한다. 변화된 플랜트 파라미터를 추정하기 위하여

$$x_1(t) = x(t), x_2(t) = \dot{x}_1(t), x_3(t) = \frac{1}{T_m}$$

와 같이 정의할 수 있고 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$\frac{dX(t)}{dt} = f(X(t)) + Bu(t) + \overline{\omega(t)} \quad (9)$$

여기서

$$X(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$$

$$f(X(t)) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -x_3(t)x_2(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 1 \ 0]^T, \overline{\omega(t)} = [0 \ \omega_1(t) \ \omega_2(t)]^T$$

이때 rectangular forward difference법을 이용하면 이산계에서의 시스템 모델은 식 (10)과 같다.

$$X(k+1) = F(X(k)) + \Gamma u(k) + \Omega(k) \quad (10)$$

즉, 다음과 같은 행렬식이 되며,

$$\begin{bmatrix} x_1^{k+1} \\ x_2^{k+1} \\ x_3^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^k + Tx_2^k \\ x_2^k - Tx_3^k x_2^k \\ x_3^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ T \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ T\omega_1(k) \\ T\omega_2(k) \end{bmatrix}$$

이때 행렬  $F(X(k))$ 는 비선형이므로 확장된 칼만 필터의 적용을 위하여 식 (11)과 같이 선형화<sup>(11)</sup>한다.

$$X^{k+1} = \Phi(X(k), k) X^k + \Gamma u^k + \Omega^k \quad (11)$$

여기서

$$\Phi(X(k)) = \frac{\partial F(X(k))}{\partial X} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 - Tx_3^k & -Tx_2^k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

확장된 칼만 필터를 위한 시스템모델과 측정모델을

$$X^{k+1} = \Phi(X(k)) X^k + \Gamma u^k \quad (12)$$

$$Z^k = HX^k + v^k \quad (13)$$

여기서

$$H = [1 \ 0 \ 0]$$

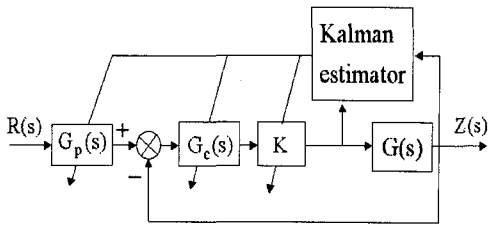


Fig. 4 A controller design block diagram using the Kalman Filter

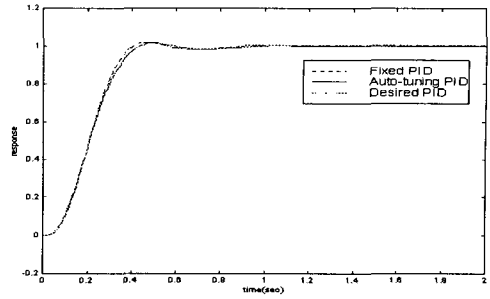


Fig. 6 Response of a motor driving system

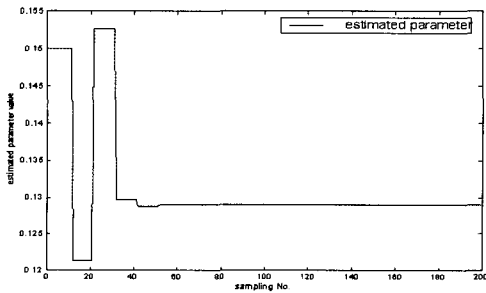


Fig. 5 Estimated parameter( $T_m$ ) : value= 0.129

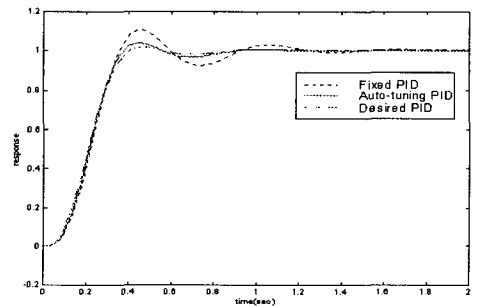


Fig. 7 System responses with increased system load (50%)

과 같이 정식화하고  $Q = \text{diag}[0 \ 4.5T^2 \ T^2]$ 인 (14)와 같은 칼만 필터 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{X}_k(-) &= \Phi_{k-1} \hat{X}_{k-1}(+) + GU_{k-1} \\ P_k(-) &= \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + Q \\ \hat{X}_k(+) &= \hat{X}_k(-) + K_k(Z_k - H \hat{X}_k) \\ K_k &= P_k(-) H^T (H P_k(-) H^T + R)^{-1} \\ P_k(+) &= P_k(-) - K_k H P_k(-) \end{aligned} \quad (14)$$

Fig. 4는 시스템  $G(s)$ 의 출력 값으로부터 칼만 필터를 사용하여 플랜트 파라미터를 추정하고 이를 근거로 제어기와 필터의 게인을 조절하는 제어 알고리즘의 구조를 나타낸다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 추정된 플랜트 파라미터를 근거로 제어기의 게인이 조절된다.

칼만 필터를 사용하여 시스템의 파라미터를 추정하였을 경우 정확성을 확인하기 위하여 플랜트 파라미터가 1/0.13인 경우 추종 결과를 Fig. 5에 그래프로 나타내었다. 이때 외부 측정잡음은 아주 작다고 가정하였고 동적 외란 벡터의 공분산

$Q$ 는 4.5로 하였다. 샘플링 시간  $T$ 는 0.01초로 설정하였다. 그래프는 칼만 필터가 추정한  $T_m$  값의 수렴상태를 나타낸다.  $T_m$  값이 0.13일 경우 추정된 값은 0.129로 약 0.76%의 오차를 보인다. 추정된 플랜트 파라미터를 근거로 시스템 제어게인을 조절한 Fig. 6의 결과는 기존의 ITAE 방법을 사용하여 설계한 PID 제어기의 응답과 비교한 것이다. 설계 응답 사양은 overshoot 5%이하 settling time 0.5초 이내이다. 파라미터의 변화가 없을 경우 두 제어기의 출력응답이 응답사양을 만족하며 고정이득 PID의 출력은 원하는 제어출력(desired PID)과 완전히 일치하고 있다.

Fig. 7은 전동기 시스템의 외부 부하가  $4.4 \times 10^{-3}$ 에서 50% 증가한  $6.6 \times 10^{-3}$ 으로 변환 경우 두 제어기의 응답을 비교한 것이다. 외부 부하가  $4.4 \times 10^{-3}$ 로 초기 부하로 고정된 경우의 응답도 함께 비교하였다. 이때  $T_m$ 은 0.195이며 추정된 값은 0.1885로 약 3.3%의 오차를 보인다. 그러나 시스템 응답의 경우 Fig. 7과 Table 3에서

보는 바와 같이 기존의 ITAE 표를 사용하여 고정된 제어 게인을 갖도록 설계된 PID 제어기에 비하여 상당히 강건한 응답을 보임을 알 수 있다. ITAE 방식에 의한 PID 제어기 설계도 다소 강건하지만 플랜트 파라미터가 크게 변하는 경우는 요구되는 응답사양을 보장하기 어렵다는 것을 알 수 있다. Fig. 8은 이때의 추정된 파라미터 값의 수렴상태를 나타낸다.

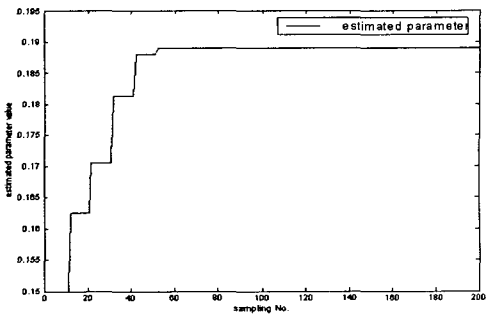


Fig. 8 Estimated parameter( $T_m$ ) : value = 0.1885

Table 3 System responses with the 50% increased load

항 목	PID	개선된 PID
% overshoot	10%	4%
settling time	0.83	0.35

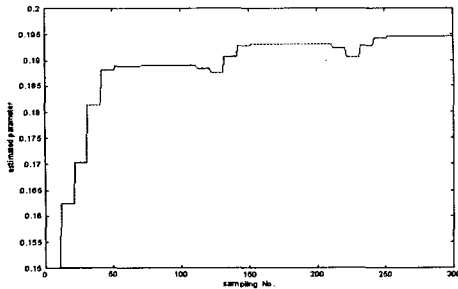


Fig. 9 Estimation of a parameter ( $T_m$ ) by the 3step input

Fig. 9는 외부 부하가 초기 값의 150%로 증가하고 시스템에 스텝 입력이 1초 간격으로 증가한 경우 플랜트 파라미터를 추정된 결과이다. 추정 파라미터  $T_m$ 은 단계별로 Table 4에서와 같이 감소한다.

외부 부하가 증가하였을 때 시스템 입력이 주기적으로 변한다면 각 제어기에 의한 시스템 응답도 변할 것이다. Fig. 10과 같이 기존의 PID 제어기를 적용한 경우 각 스텝의 응답은 Fig. 7에서의 초기 스텝응답을 유지하고 있다. 그러나 칼만 필터를 적용하여 PID 제어 게인을 조정하는 경우 Table 5에서와 같이 설계사양에 매우 근접해 감을 알 수 있다. 외부 하중을 100%증가하는 경우 기존의 PID 제어기를 적용한 시스템의 경우 응답에 진동현상이 두드러지게 나타나며 따라서 overshoot과 settling time이 크게 증가한다. Overshoot은 초기 외부부하의 응답에 비하여 20% 이상이 증가하였고 settling time도 1.25초로 증가하였다. 여기에 비하여 개선된 PID 제어기를 적용한 시스템의 경우 overshoot는 7%과 settling time은 0.5초로 초기 설계사양을 크게 벗어나지 않았다. 이 경우도 시스템 입력이 변화하면 초기 설계한 응답으로 매우 근접해 간다.

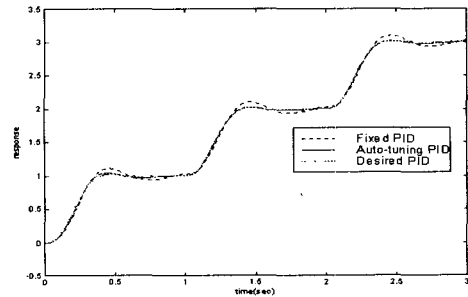


Fig. 10 System responses with a increased external load(50%) in 3 step input

Table 4 The estimation error % in 3 step input

항 목	1step	2step	3step
error %	3.3%	1.03%	0.26%



**Table 5** The response of systems in 3 step input

	항 목	PID	개선된 PID
1step	% overshoot	10%	4%
	settling time	0.83	0.35
2step	% overshoot	10%	0.9%
	settling time	0.83	0.36
3step	% overshoot	10%	0.9%
	settling time	0.83	0.36

### 3. 결 론

본 연구에서는 아직까지 범용으로 사용되고 있는 PID 제어기의 단순성과 안정성을 이용하여 성능을 개선할 수 있는 방법을 제시하였다. 파라미터가 변하는 경우 이것을 칼만 필터를 이용하여 추정하고 제어 게인 조절 규칙에 의하여 PID 게인을 제어기 스스로 조절할 수 있도록 하였다. 본문에서는 수식 전개를 통하여 제어 알고리즘을 체계화하였고 모터 제어 시스템에 적용하여 일반 PID 제어기를 적용한 경우와 제어 성능을 비교 평가하였다.

자동조정 PID 제어기는 일반 PID 제어기보다 대상 파라미터의 변화에 다소 강건한 결과를 보여주고 있다. 그러나 플랜트 파라미터가 과도하게 변화하면 처음 설계사양을 만족시키지는 못하나 시스템 입력이 변하면 Table 5에서처럼 설계사양을 만족시키는 방향으로 근접해 간다. 기존 PID 제어기가 발산할 정도의 파라미터 변화에도 본 논문에서 제안한 자동조정 PID 제어기는 안정적인 결과를 보여준다. 또한 플랜트의 측정 가능한 상태변수를 모두 추정할 수 있으므로 추적 제어(tracking control)에 매우 유용할 것으로 생각된다.

외부 측정잡음은 기존의 PID 제어기에서도 제어 성능을 떨어뜨리는 심각한 요소이다. 본 논문에서 제안한 제어기는 기존의 PID 제어기를 기본으로 하고 있으므로 외부 측정잡음에 대하여 같은 문제점을 안고 있다. 그러나 Fig. 4에서 칼만 필터에 입력되는 두 개의 신호 중 플랜트 출력신호에 포함된 잡음에 대해서는 강인하나, 플랜트 입력신호에 포함된 잡음에 대해서는 잡음을 제거할 수 있는 별도의 필터를 필요로 한다.

### 참고문헌

- (1) Ziegler J. G. and Nichols J. G., 1942, "Optimum Setting for Automatic Controllers," *Trans. ASME*, Vol. 64, pp. 759~768.
- (2) Astrom K. J. and Hagglund T., 1984, "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specification on Phase and Amplitude Margins," *Automatica*, Vol. 20, p. 645.
- (3) Yuwana T. and Seborg D. E., 1982, "A New Method for on-line Controller Tuning," *AIChE Journal*, Vol. 28, pp. 434~449.
- (4) Hwang D. E., 1993, "Adaptive Dominant Pole Design of PID Controllers Based on a Single Closed loop Test," *Chem. Eng. Comm.*, Vol. 124, p. 131.
- (5) Lee J. and Cho W., and Edgar T. F., 1990, "An Improved Technique of PID Controller Tuning from Closed loop Tests," *AIChE Journal*, Vol. 36, p. 1891.
- (6) Schei Tor. S., 1992, "A Method for Closed Loop Automatic Tuning of PID Controllers," *Automatica.*, Vol 28, No. 3, pp. 587~591.
- (7) Kraus T. W. and Myron T. J., 1984, "Self-Tuning PID Controller Uses Pattern Recognition Approach," *Control Engineering*, pp.106~111.
- (8) Astrom K. J. and Hagglund T., 1983, "Automatic Tuning of Simple Regulators for Phase and Amplitude Margins Specifications," *Proceeding of the IFAC Workshop on addaptive Systems in Control and Signal Processing*
- (9) Astrom K. J. and Hagglund T., 1983, "A Frequency Domain Approach to Analysis and Design of Simple Feedback Loops," *Proceedings of the 23rd IEEE Conference on Decision and Control*, 1984.
- (10) Hoopes H. S., Hawk W. M. Jr. and Lewis R. C., "A Self-Tuning Controller," *ISA Transactions*, Vol. 22, pp. 49~58.
- (11) Grewal M. S. and Andrews A. P., 1993, *Kalman Filtering Theory and Practice*, Prentice Hall.
- (12) Eslami M., 1994, *Theory of Sensitivity in Dynamic Systems*, Springer-Verlag.