관수로에서 유출수에 따른 마찰계수 인자 G

Factor G for Pipelines with Equally Spaced Multiple Outlets and Outflow

Arif A. Anwar*, 정 상 옥 역**
Chung, Sang-ok

요 약

등간격으로된 여러 개의 유출구와 말단의 배출이 있는 관수로에서 G 인자를 유도하였다. G 인자는 관수로의 유출구 수에 따라 사용되는 마찰공식의 함수이며, 관의 입구에서부터 첫 번째 유출구까지의 거리가 유출구 사이의 간격과 같을 때 직접 수두손실의 계산에 사용될 수 있다. 그러나 관수로 하류 말단부에 배출량이 없을 때에는 G 인자는 잘 알려진 Christiansen의 F인자가 되며, G 인자는 여러 개의 유출구를 가진 관수로의 구간별 설계를 가능하게 한다.

따라서 관개기술자는 여러 가지 직경을 갖는 스프링클러와 물방울 관개의 지거나 분수관(Manifold)의 설계에 G 인자를 이용할 수 있으며, 또한 점적관개 지거의 세척에도 이용될 수 있다. 이 글은 Journal of Irrigation and Drainage Engineering 1999년 1~2월호에 게재된 논문을 번역한 것으로 저자는 영국 Southampton 대학교 관개개발연구소의 A. A. Anwar 교수이다. 본 논문의 내용은 스프링클러나 점적관개시설의 지거관에서와 같이 등간격 유출구와 말단 배출량이 있는 경우의 마찰손실을 계산하기 위하여 곱하는 인자 G의 계산에 대하여 설명하였다. 본 논문 내용은 이와 비슷한 경우인 상수도 배수관이나 논에서의 관수로 설계시에도 적용될 수 있으리라고 본다.

1. 서 론

길이를 따라서 여러 개의 유출구를 지닌 관수로에서 발생되는 마찰손실수두는 중간에 유출구가 없는 관수로의 마찰손실수두보다 작게 된다. 이는 관수로 중간의 유출구 분기에 따라서 유출량이 줄어들기 때문이다. 따라서 다수의 유출구를 지닌 관수로에서 마찰손실수두 추정은 최하류부로부터 상류쪽으로 손실수두를 단계적으로 계산하여야 한다. Christiansen은 복잡한 단계적 분석을 피하기 위해 F 인자를 개발하였다.

관 전체 길이의 전 유량에 대한 수두손실에 F 인자를 곱함으로써 다지(多枝) 유출구를 가

* 영국 Southampton대학 관개개발연구소
** 경북대학교 농과대학

진 단일직경 관수로의 수두손실을 계산할 수 있으며, F 인자는 다음의 가정에서 유도되었다.

(1) 관수로 하류 말단부에서 유출이 없다

(2) 모든 유출구 간격은 등 간격이다

(3) 모든 유출구의 유량은 같다

(4) 관 입구와 첫 유출구 사이의 거리가 유출구 간격과 같다

따라서 F 인자는 마찰공식과 유출구 개수의 함수로 나타낼 수 있다.

대부분의 경우 첫째 유출구는 관수로 입구로부터 유출구 간격과 같은 거리에 존재하지는 않는다. Jensen과 Fratini(1957)는 첫째 유출구가 관 입구로부터 유출구 간격의 0.5배에 있는 등 간격의 다지 유출구를 지닌 단일직경 관수로의 손실수두 계산이 가능한 수정계수 F를 유도하였다. 그러나 이 수정계수는 관수로 하류부 말단에 배출이 없을 때만 사용 가능하다.

Chu(1978)는 Jensen과 Fratini(1957)의 수정계수 F를 수정하였으며, 다섯 개 또는 그 이상의 유출구가 있는 경우에는 큰 오차 없이 일정한 값으로 볼 수 있다고 하였다. 이때에도 마지막 스프링클러를 지나 관수로 하류 말단부에 배출이 없을 경우를 가정하였다.

Scaloppi(1988)는 관수로 유입구로부터 임의의 거리에 있는 첫째 유출구와 등간격의 다지 유출구를 지닌 단일직경 관수로의 마찰손실수두를 직접적으로 계산하는 수정계수 Fa를 유도하였으며, Scaloppi 역시 최하류 유출구를 지나 유출이 없을 때를 가정하였다.

마찰계수 F 또는 수정계수 Fa는 다지 유출구 단일직경 관수로의 마찰수두손실을 빠르게 계산할 수 있다. 만약 다양한 직경의 관수로를 사용할 경우, 마찰계수 F나 수정계수 Fa는 관수로 전체에 대해 직접적으로 적용할 수가 없다. 만약 관수로를 분석할 목적으로 관수로 직경에 근거하여 구간을 나눈다면 최하류부 구간을 제외하고는 F 인자를 직접적으로 적용할 수가 없다. 최하류부 구간 이외의 구간들은 그 구간 하류부 말단에 유출을 가지고 있으며, 이러한 문제를 해결하기 위하여 두 개의 관 직경을 가진 관수로 설계를 위한 F 인자를 사용한 간접적 방식과, 다양한 관경의 해석을 위한 그래프 방법들이 개발되어 왔다(Keller and Bliesner, 1990).

G 계수는 마지막 유출구를 지나 최하류에 임의의 배출량과 등 간격의 다지 유출구를 지닌 관수로의 수두손실을 계산할 때 이용된다. 그래서 등 간격의 유출구를 지닌 다양한 직경의 관수로는 분석을 목적으로 직경에 근거하여 여러 개의 구간으로 나눌 수 있으며, G 인자는 각 구간의 마찰손실계산에 이용될 수 있으며, 만약에 최하류부 배출이 없다면 G 인자는 F와 같게 된다. 그러므로 지거의 최하류부 구간에도 동등하게 적용할 수 있으며, G 인자는 다양한 관경을 지닌 등간격의 유출구를 지닌 관수로의 설계에 적용된다.

2. 분 석

Christiansen의 F 인자는 다음과 같다.

$$F = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{2N} + \frac{(m-1)^{0.5}}{6N^2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

여기서, F = Christiansen의 F 인자,

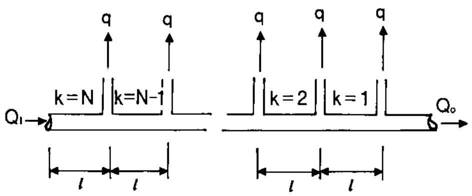
m = 마찰손실수두 계산공식의 속도지수

N = 관수로의 유출구 수이다.

F 인자는 관수로 유입구에서 첫째 유출구까지 거리가 유출구 간격과 같다는 가정하에서 개발되었다. 더욱이 Christiansen(1942)은 유출구 유출량을 등 유출량으로 가정했다. 다지 유출구 관수로에서 유출구 연결부와 구조물에 의해 에너지 손실이 발생한다. 그러나 하류로

갈수록 유량이 감소되므로 유속 및 속도수두는 감소되며 압력은 증가한다. 이것은 유출구 연결부에서 난류에 의해 발생하는 수두손실과 균형을 이룬다(Scallopi, 1988). 그러므로 다지 유출구 관수로에서 압력손실을 계산하기 위한 정확한 과정은 별 의미가 없으며(Pair et al., 1975) 이 가정은 본 연구에서도 강조되고 있다.

다지 유출구를 가진 하류 말단부의 유입과 유출을 <그림-1>과 같은 관수로를 유추해 볼 수 있으며, 유량은 다음과 같다.



〈그림 - 1〉 등간격의 다지 유출구와 하류말단부 배출을 가진 관수로

$$Q_I = Nq + Q_0 \quad \cdots\cdots(2)$$

여기서, Q_I = 관입구의 유입량

N = 관수로내 유출구 수

q = 각 유출구 유출량

Q_0 = 마지막 유출구를 지나 관수로 하류말단부의 배출량이다.

관수로 유출구를 통한 총 유량에 대한 말단 유출량의 비를 r이라면,

$$r = \frac{Q_0}{Nq} \quad \cdots\cdots(3)$$

여기서 $r \geq 0$ 이며 하류배출량에 대해 나타내면 다음과 같게 된다.

$$Q_0 = rNq \quad \cdots\cdots(4)$$

이를 식(2)에 대입하면

$$Q_I = Nq(1+r) \quad \cdots\cdots(5)$$

또는,

$$q = \frac{Q_I}{N(1+r)} \quad \cdots\cdots(6)$$

임의의 k번째 유출구간의 관수로 유량은 다음과 같다.

$$Q_k = kq + rNq \quad \cdots\cdots(7)$$

여기서, Q_k = k 구간의 관수로 유량

k = 관수로 유출구간을 나타내는 지표로서 최하류부 유출부 구간이 k=1이고, 관수로 유입구 쪽으로 점차로 증가하여 최상류단 구간에서 k=N으로 증가한다($1 \leq k \leq N$).

k 유출구간의 마찰손실수두는 다음과 같다(Christiansen, 1942).

$$H_{fk} = \frac{CKQ_k^m l}{D^{2m+n}} \quad \cdots\cdots(8)$$

여기서, H_{fk} = 관의 하류말단부에서 k 구간까지 마찰손실수두

C = 단위환산계수

K = 마찰계수

Q_k = 관수로에서 k 구간의 유량

l = 유출구간의 거리

D = 관수로 내경

m, n = 관수로의 평균속도와 관수로 내경 지수로서 마찰공식에 의해 좌우된다.

식(7)을 식(8)에 대입하면

$$H_{fk}=\frac{CK}{D^{2m+n}}[q(k+Nr)]^{m}l \quad \cdots\cdots(9)$$

각 관수로 유출구간을 전체 길이에 대해 나타내면

$$l=\frac{L}{N} \quad \cdots\cdots(10)$$

식(6)과 식(10)을 식(9)에 대입

$$H_{fk}=\frac{CK}{D^{2m+n}}\left(\frac{Q_I}{N(1+r)}\right)^{m}(k+Nr)^{m}\frac{L}{N}$$

정리하면

$$H_{fk}=\frac{CKQ_I{}^{m}L}{D^{2m+n}}\frac{1}{N^{m+1}(1+r)^{m}}(k+Nr)^{m} \quad \cdots\cdots(11)$$

관수로 전 길이 L의 마찰손실을 계산하기 위해서는

$$H_{fL}=\sum_{k=1}^{N}H_{fk}=\frac{CKQ_I{}^{m}L}{D^{2m+n}}\frac{1}{N^{m+1}(1+r)^{m}}\sum_{k=1}^{N}(k+Nr)^{m} \quad \cdots\cdots(12)$$

Christiansen의 F 인자와 같이 말단 방류가 없는 조건이면 r=0 이고 식(12)는 다음과 같게 된다.

$$H_{fL}=\sum_{k=1}^{N}H_{fk}=\frac{CKQ_I^{m}L}{D^{2m+n}}\frac{1}{N^{m+1}}\sum_{k=1}^{N}k^{m} \quad \cdots\cdots(13)$$

여기서,

$$\frac{1}{N_{m+1}}\sum_{k=1}^{N}k^{m}=\left(\frac{1}{m+1}+\frac{1}{2N}+\frac{m}{12N^{2}}\right) \quad \cdots\cdots(14)$$

항은 Detar(1982)에 의하면 식(1)으로 주어지는 Christiansen의 F와 매우 비슷하다 (Scaloppi, 1938).

식(12)에서 $\sum_{k=1}^{N}(k+Nr)^{m}$항은

Euler-Maclaurin 합계 공식을 사용하여 계산하여 그 결과를 식(12)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$H_{fL}=\frac{CKQ_I^{m}L}{D^{2m+n}}\frac{1}{N^{m+1}(1+r)^{m}}\left(\frac{1}{m+1}\{[N(1+r)+1]^{m+1}-[Nr]^{m+1}\}-\frac{1}{2}\{[N(1+r)+1]^{m}+[Nr]^{m}\}+\frac{1}{12}\{m[N(1+r)+1]^{m-1}-m[Nr]^{m-1}\}\right) \quad \cdots\cdots(15)$$

m = 2.00일 때 G가 다음과 같다면,

$$G=\frac{1}{N^{m+1}(1+r)^{m}}\sum_{k=1}^{N}(k+Nr)^{m}$$
$$=\frac{1}{N^{m+1}(1+r)^{m}}\left(\frac{1}{m+1}\{[N(1+r)+1]^{m+1}-[Nr]^{m+1}\}-\frac{1}{2}\{[N(1+r)+1]^{m}+[Nr]^{m}\}+\frac{1}{12}\{m[N(1+r)+1]^{m-1}-m[Nr]^{m-1}\}\right) \quad \cdots\cdots(16)$$

식(17)은 다음과 같게 된다.

$$H_{fL}=\frac{CKQ_I^{m}L}{D^{2m+n}}G \quad \cdots\cdots(17)$$

여기서, G는 식(16)에서 정의된 값이다.

<표 - 1>은 m=1.85이고 유출구 수 100개까지에 대하여 여러 가지 r과 N에 대한 G 인자 값을 나타낸다. r=0이면 하류단 배출이 없

〈표 - 1〉 식(16)에 m=1.85를 사용한 G 인자의 값

유출구 개수(N)	r							
	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40
1	1.005	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.639	0.670	0.721	0.750	0.774	0.794	0.810	0.825
3	0.535	0.573	0.636	0.673	0.703	0.729	0.750	0.769
4	0.486	0.527	0.595	0.635	0.669	0.697	0.721	0.741
5	0.457	0.500	0.570	0.613	0.648	0.678	0.703	0.725
6	0.438	0.482	0.555	0.598	0.635	0.666	0.692	0.714
7	0.425	0.470	0.543	0.588	0.625	0.657	0.683	0.706
8	0.416	0.461	0.535	0.580	0.618	0.650	0.677	0.701
9	0.408	0.454	0.528	0.574	0.613	0.645	0.673	0.696
10	0.402	0.448	0.523	0.570	0.608	0.641	0.669	0.693
12	0.394	0.439	0.515	0.562	0.602	0.635	0.663	0.687
15	0.385	0.431	0.508	0.555	0.595	0.629	0.657	0.682
20	0.376	0.423	0.500	0.548	0.588	0.623	0.652	0.677
30	0.368	0.414	0.493	0.541	0.582	0.617	0.646	0.671
50	0.361	0.408	0.486	0.536	0.577	0.612	0.641	0.667
100	0.356	0.403	0.482	0.531	0.573	0.608	0.638	0.664

는 관수로가 되며 식(14)의 F 인자와 같게 된다.

이 값들은 관수로 유입구와 첫째 유출구 사이의 거리가 유출구 사이의 간격과 같을 때 식(1)으로 계산한 F 인자와 가깝다.

식(16)에 있는 G 인자의 전개 합계 공식은 m=2.00일 때 정확하며, 다른 m 값들에 대하여는 근사치를 준다. 따라서 m=1.85인 <표-1>에서 G 인자가 1보다 큰 값도 볼 수 있다. m=1.85일때 더 정확한 G 인자 값은 쉽게 계산되는 Euler-Mclaurin 공식 대신에 G 인자의 합계 공식을 사용하면 구할 수 있다.

<표-2>는 m=2.00이고 유출구 수 100개까지에 대한 여러 가지 r과 N에 대한 G 인자의 값을 나타내며, <표 - 2>는 식(16)의 G 인자 계산식을 이용하여 만들 수 있다.

3. 적 용

다지 유출구와 하류 말단부에 배출이 있는 관수로의 수두손실의 계산에 G 인자를 적용하는 것을 설명하기 위하여 다음에 예제를 소개한다.

가. 예제

길이가 288m인 스프링클러 지거의 마찰손실수두를 계산하라. 단, 스프링클러는 12m 간격으로 설치되어 있고, 지거관의 처음 144m까지는 100mm의 관경으로 되어 있으며, 나머지 144m는 75mm의 관경을 지닌다. 지거관에는 총 24개의 스프링클러가 있으며 각 유출량은 0.5L/s 이고 첫째 스프링클러는 지거관 유입구에서 12m 거리에 있다.

나. 해

유출구가 없는 관수로의 마찰손실수두를 계산하기 위해 Hazen-Williams 식에서 매 10m 마다 연결부를 가진 알루미늄관의 경우 마찰계수를 130으로 가정한다. 마이크로관개의 지선 설계에서, Hazen-Williams 공식의 적당한 마찰계수를 선택하는 것이 필요하다. 또는 좀

〈표-2〉 식(16)에 m=2.00을 사용한 G 인자의값

유출구 개수 (N) (1)	r							
	0.00 (2)	0.20 (3)	0.40 (4)	0.60 (5)	0.80 (6)	1.00 (7)	1.20 (8)	1.40 (9)
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.625	0.670	0.707	0.736	0.761	0.781	0.799	0.813
3	0.519	0.573	0.618	0.656	0.687	0.713	0.735	0.754
4	0.469	0.527	0.576	0.617	0.651	0.680	0.704	0.725
5	0.440	0.500	0.551	0.594	0.630	0.660	0.686	0.708
6	0.421	0.482	0.535	0.579	0.616	0.647	0.674	0.697
7	0.408	0.470	0.523	0.568	0.606	0.638	0.665	0.689
8	0.398	0.461	0.515	0.560	0.598	0.631	0.659	0.683
9	0.391	0.454	0.508	0.554	0.593	0.626	0.654	0.678
10	0.385	0.448	0.503	0.549	0.588	0.621	0.650	0.674
12	0.376	0.439	0.495	0.541	0.581	0.615	0.644	0.669
15	0.367	0.431	0.487	0.534	0.574	0.609	0.638	0.663
20	0.359	0.423	0.479	0.527	0.568	0.602	0.632	0.658
30	0.350	0.414	0.471	0.520	0.561	0.596	0.626	0.652
50	0.343	0.408	0.465	0.514	0.555	0.591	0.621	0.648
100	0.338	0.403	0.460	0.510	0.551	0.587	0.618	0.645

더 합리적인 마찰계수를 사용할 수 있는 Darcy-Weisbach 공식을 사용한다.

지거관을 아래의 두 부분으로 나눈다.

- Segment 1
  내경=75mm, L=144m, 하류단 배출이 없는 하류부분
- Segment 2
  내경=100mm, L=144m segment 1로의 하류 배출량을 가진 상류부분

Segment 1에서 지거의 스프링클러 수 N=12, 지거 내의 유량은 $Q = 12 \times 0.5 = 6L/s$이다.

Hazen-Williams 공식에 의해(Keller and Bliesner, 1990),

$$H_f = 1.212 \times 10^{12} \left(\frac{Q}{C_{HW}}\right)^{1.852} D^{-4.87} \frac{L}{100} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

여기서, H_f = 관수로에서의 마찰손실수두(m),

Q = 관수로의 유량(L/s),

C_{HW} = Hazen-Williams 공식의 마찰계수,

D = 관내경(mm),

L = 관수로 길이(m)이다.

Segment 1에서 식(18)을 적용하면

$$H_f = 1.212 \times 10^{12} \left(\frac{6}{130}\right)^{1.852} 75^{-4.87} \frac{144}{100} = 4.33\,\mathrm{m}$$

식(18)에서 속도 지수는 1.852 ≒ 1.85이다. 따라서 식(16)에서 m=1.85과 <표-1>을 이용할 수도 있다. 마지막 스프링클러를 지나 배출이 없으므로 r=0이다. <표-1>에서 G(r=0, n=12)=0.394 이다. 따라서, 지거관 Segment 1의 마찰손실수두는 다음과 같다.

$$H_{f1} = 4.33 \times 0.394 = 1.71\ \mathrm{m}$$

Segment 2에서 Segment 1로 들어가는 유량이 하류단 배출량이 되므로 $Q_0 = 6L/s$이다. Segment 2에서 스프링클러 수 N=12, 식(2)에 의해

$$Q_1 = Nq + Q_0 = 12 \times 0.5 + 6 = 12L/s$$

〈표 - 3〉 예제의 단계적인 계산

구간 번호 (k)	유출량 (L/s)	관내경 (mm)	H_f [Eq. (18)](m)	ΣH_f (m)
1	0.5	75	0.004	0.004
2	1.0	75	0.013	0.017
3	1.5	75	0.028	0.044
4	2.0	75	0.047	0.092
5	2.5	75	0.071	0.163
6	3.0	75	0.100	0.263
7	3.5	75	0.133	0.396
8	4.0	75	0.170	0.566
9	4.5	75	0.212	0.778
10	5.0	75	0.257	1.035
12	6.0	75	0.361	1.703
15	7.5	100	0.134	2.059
20	10.0	100	0.229	3.005
24	12.0	100	0.321	4.416

식(3)에 의해

$$r = \frac{Nq}{Q_0} = \frac{12 \times 0.5}{6} = 1.0$$

<표-1>이나 식(18)을 이용하면 G(r=1.0, n=12)=0.635 이다.

Segment 2에서 식(18)을 적용하면

$$H_f = 1.212 \times 10^{12} \left(\frac{12}{130}\right)^{1.852} 100^{-4.87} \frac{144}{100} = 3.85\,\mathrm{m}$$

그리고, 지거관 Segment 2에서의 마찰손실수 두는 다음과 같다.

$$H_{f2} = 3.85 \times 0.635 = 2.44\,\mathrm{m}$$

따라서, 스프링클러 지거관의 총손실수두는 다음과 같다.

$$H_{f(1+2)} = H_{f1} + H_{f2} = 1.71 + 2.44 = 4.15\,\mathrm{m}$$

이 문제는 하류부에서 상류부 지거 입구를 향하여 계산하는 단계적인 방법으로 풀 수 있으며, 이 계산이 <표 - 3>에 나타나 있다. 단계적인 분석으로 계산한 마찰손실수두는 4.146m 이며, G 인자를 사용한 4.15m와 비슷하다.

4. 결 론

이 연구는 등간격의 다지(多枝) 유출구를 지닌 관수로의 마찰손실수두를 직접 계산하기 위해 잘 알려져 있는 Christiansen의 F 인자의 후속으로 G 인자를 제안했다.

따라서, G 인자는 마지막 유출구를 지나 말단 유출이 있을 경우에도 사용 가능하도록 F 인자를 좀더 일반화한 것이다. 특별한 경우, 하류부 유출이 0일 때, G 인자는 F 인자와 같게 된다.

G 인자는 다양한 관경과 많은 유출구를 가진 관수로에서 마찰손실수두를 구하는데 이용된다. 예제에서는 G 인자의 적용을 설명하였으며, 속도지수항이 2.00인 Darcy-Weisbach의 마찰 공식을 사용할 때 G 인자는 좀더 높은 정확도를 지닌다. 또한 2보다 작은 유속지수를 사용하는 Hazen-Williams 공식에서는 Euler-Maclaurin 합계공식에서 전개함수의 고유한 가정 때문에 약간의 오차가 발생한다.