

드릴가공 최적화에 대한 연구 (1): 드릴가공시 가공변수의 최적화

유회진

동아대학교 산업공학과

A Study on the Optimization of Drilling Operations (1): Optimization of Machining Variables for Drilling Operations

Hoi Jin Rou

This paper presents the optimization of a drilling operation subject to machining constraints such as power, torque, thrust, speed and feed rate. The optimization is meant to minimize the machining time required to produce a hole. For the first time, the effects of a pilot hole are included in the formulation of the machining constraints. The optimization problem is solved by using the geometric programming technique. The dual problem is simplified based on the characteristics of the problem, and the effects of machining constraints on the machining variables are identified.

1. 서론

드릴가공은 구멍을 내기 위한 주요한 기계작업이다. 모든 금속의 절삭작업 중에서 드릴가공은 전체의 약 30%를 차지하고 있을 만큼 매우 중요한 작업이다(Tonshoff et al. 1994). 특히, 트윈스트 드릴은 원통형의 구멍과 기존구멍의 크기를 넓히는 데 가장 폭 넓게 사용되고 있다. 가령 모든 금속의 절삭작업에서 트윈스트 드릴의 역할이 전체 기계가공 시간의 20% ~ 25%를 차지하는 것으로 평가되고 있다(Tonshoff et al. 1994). 따라서 본 논문에서는 트윈스트 드릴을 이용한 드릴가공 작업에 초점을 맞추고자 한다.

기계가공 작업의 최적화는 최소 기계가공 시간, 최대 제작비율 그리고 최대 이익 등과 같은 몇몇 기준에 근거를 두고 있다. 이러한 여러 기준들 중에서 최소 기계가공 시간이 기계가공 변수들과 관련된 항들만을 포함하고 있기 때문에 본 논문의 최적화 기준으로 택해졌다. 드릴링시 기계가공 변수들은 절삭속도와 이송비율을 포함한다. 반면 나머지 기준들은 기계가공 변수들 외에도 재료의 취급시간, 재료의 가격, 기계의 감가상각비 등과 같은 비공학적 요소들도 포함하고 있다.

지금까지 기계가공 과정에 대한 최적화 문제는 선반작업에 집중되어 왔다. 반면, 이미 존재하는 안쪽 구멍을 넓히는 중공

원기둥의 드릴가공에 관계된 연구는 거의 전무하다(Wysk et al. 1978). 선반가공 작업에 대한 기하학적 프로그래밍(geometric programming)의 적용은 많은 연구들이 수행되었다(Beightler and Phillips, 1976; Ermer and Kromodihardjo, 1981; Gopalakrishnan and Alkhalayal, 1991; Petropoulos, 1973; Zener, 1971). 기하학적 프로그래밍은 비 선형문제의 해결절차를 간단히 할 뿐 아니라 문제의 물리적 성격을 파악할 수 있게 한다. 그 중 상보여유문제(complementary slackness problem)(Gopalakrishnan and Alkhalayal, 1991)는 구속조건을 두 가지의 경우 즉, 강한(tight) 조건과 약한(loose) 조건으로 분류하여 쌍대문제(dual problem)를 단순화시켰다. 강하고 약한 조건은 해당 구속조건이 문제풀이에 사용될 경우와 안 될 경우로 구분된다. 만약 원문제(primal problem)에서 구속조건들이 강하다면, 그에 상응하는 쌍대변수(dual variable)들은 양의 값을 갖고 반면, 구속조건들이 약하다면 그에 상응하는 쌍대변수들은 0이 된다. 상보여유 문제의 경우 각 구속조건에 해당하는 쌍대변수들의 값을 0과 1의 두 경우로 가정하기에 구속조건들의 수가 증가한다면, 경우의 수 또한 각 구속조건 중 선택된 두 개의 조합(즉, 0 또는 1) 때문에 증가하기에 복잡해진다. 반면, 본 연구는 문제의 특성을 고려하여 쌍대문제를 단순화한다. 예를 들면, 드릴가공시 어떤 조건들이 만족될 때까지 약한 구속조건들은 문제해에 영향을 미치지 않고 문제로부터 제거될 수 있다. 이 방법으로 구속조건들의 수를 줄여 문제를 단순화 할 수 있는데 이것에 대해서는 후에 자

세히 논의된다.

중실 원기둥 (solid cylinder)을 드릴가공할 때 요구되는 추력과 토크에 대해서는 많은 연구들이 수행되었다(Armarego and Cheng, 1972; Rubenstein, 1991; Shaw and Oxford, 1957; Watson, 1985; Shaw and Oxford, 1957; Williams, 1970; Wiriyacosol and Armarego, 1979). 그러나 드릴가공의 힘을 예측하기 위한 모든 시도에도 불구하고 불완전한 해결방법(Armarego and Cheng, 1972; Watson, 1985)이거나 일반적이지 않은 해결방법(Rubenstein, 1991)이 제시되었다. 또한 기존의 힘의 예측들은 실험적으로 결정되는 변수들을 필요로 한다(Shaw and Oxford, 1957; Williams, 1970; Wiriyacosol and Armarego, 1979). 주목할 점은 이러한 힘의 예측들은 드릴의 기하학적 변수의 영향에 대해 더욱 더 포괄적이지만 일찍이 1909년부터 진보되어온 문제들과 형식상 크게 다르지 않다는 것이다(Rubenstein, 1991). 또한 드릴가공에서 chip 형성 과정에 대한 이론적인 모델의 부재로 인해 어떠한 해석적 모델이 드릴의 토크와 추력을 예측하는데 더 적절한지 결정할 근거가 없다. 따라서 아직도 힘의 예측에 있어서 가장 실용적인 방법은 핸드북에서 제안된 일반적인 힘의 예측식 (ASTE, 1959; SHE, 1983)에서 찾을 수 있다. 다른 한편으로 힘의 예측에서 중요한 점은 존재하는 안쪽 구멍을 뚫힐 때 요구되는 토크, 추력 그리고 동력이 중실 원기둥을 드릴 가공할 때 요구되는 힘들과는 다르다는 것이다. 하지만 지금까지 드릴링의 최적화 문제에서 pilot hole의 효과가 고려되지 않았다. 그러나 한 연구(Watson, 1985)에 의하면 드릴의 치출에지 부분을 제외하고 포물선형의 토크와 선형의 추력관계가 존재함이 밝혀졌다. 이 관계를 적용하면 중공 원기둥 (cored cylinder)에 대한 드릴가공시 힘을 공식화 할 수 있는데 다음장에서 논의된다.

2. 드릴 작업에 대한 문제의 공식화

본 논문에서 사용되는 기호는 다음과 같이 정의된다.

사용기호

- T_t : 기계가공 시간
- T_c : 절삭 시간
- T : 공구 수명
- T_d : 공구 교환 시간
- \bar{F}_o : 드릴의 최대 허용 토크
- F_g : 토크
- F_t : 추력
- F_L : 원 목적함수
- F_D : 쌍대 목적함수
- v : 절삭된 부피
- R : 금속의 절삭비율
- V : 주위의 절삭속도
- f : 스피들 축 방향의 분당 이송속도

- f_r : 스피들 축 방향의 1회전당 이송량
- N : 공구의 분당 회전수
- A : 드릴가공시 교차면적
- D : 드릴의 지름
- D_p : Pilot hole의 지름
- c : 드릴의 치출에지 길이

2.1 목적함수의 공식화

구멍을 뚫기 위해 소요되는 가공시간, T_t 를 절삭시간과 공구의 교환시간을 합하여 정의하면 다음과 같다.

$$T_t = T_c + T_d \cdot \frac{T_c}{T} \tag{1}$$

일정한 부피 v 를 제거하기 위해 요구되는 절삭시간은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_c = \frac{v}{R} \tag{2}$$

여기에서 금속의 제거되는 절삭량 R 은 드릴가공시 1분 동안 제거되는 재료의 체적으로 정의되며 드릴의 교차면적 A 와 이송비율 f 로부터 계산된다.

$$R = A \cdot f = A \cdot f_r \cdot \frac{12 \cdot V}{\pi \cdot D} \tag{3}$$

따라서, 식 (2)에 절삭량 R 을 대입하면, 절삭시간은 이송비율과 속도의 함수로 표현된다.

$$T_c = \frac{\pi \cdot D \cdot v \cdot A^{-1} \cdot f_r^{-1} \cdot V^{-1}}{12} \tag{4}$$

공구수명 T 를 계산하기 위해서 다음의 확장된 Taylor의 공구수명 방정식이 선택되었다.

$$V \cdot T^n \cdot f_r^a = k \tag{5}$$

변수 n, a 그리고 k 는 재료의 소재, 공구의 재료, 공구의 형상, 절삭유 등에 의존하는 실험식의 상수이다. 식 (1)에 절삭시간 T_c 와 공구수명 T 를 대입하면 기계가공 시간은 다음과 같이 속도와 이송비율에 관하여 표현된다.

$$T_t = c_{01} \cdot f_r^{-1} \cdot V^{-1} + c_{02} \cdot f_r^{\frac{a}{n}-1} \cdot V^{\frac{1-n}{n}} \tag{6}$$

여기서, c_{01}, c_{02} 는 다음과 같다.

$$c_{01} = \pi \cdot D \cdot v \cdot A^{-1} / 12$$

$$c_{02} = \pi \cdot D \cdot v \cdot A^{-1} \cdot T_d \cdot k^{-\frac{1}{n}} / 12$$

2.2 드릴가공 구속조건의 공식화

드릴작업시 요구되는 동력(power), 토크(torque)와 추력(thrust)은 다음과 같이 이송량과 속도에 대해 표시된다(Tool and Manufacturing Engineers handbook, 1983; Kaczmarek, 1976).

$$Power = c_{11} \cdot f_r^{0.8} \cdot V \tag{7}$$

$$F_q = c_{21} \cdot f_r^{0.8} \tag{8}$$

$$F_t = c_{22} \cdot f_r^{0.8} + x \tag{9}$$

여기서,

$$c_{11} = \frac{2 \cdot K \cdot \alpha \cdot D^{0.8}}{33000}$$

$$c_{21} = K \cdot \alpha \cdot D^{1.8}$$

$$c_{22} = 2 \cdot K \cdot \beta \cdot D^{0.8}$$

중실 원기둥 (Solid Cylinder) 드릴가공의 경우:

$$\alpha = \left[\frac{1 - \left(\frac{c}{D}\right)^2}{\left(1 + \frac{c}{D}\right)^{0.2}} + 3.2 \cdot \left(\frac{c}{D}\right)^{1.8} \right]$$

$$\beta = \left[\frac{1 - \frac{c}{D}}{\left(1 + \frac{c}{D}\right)^{0.2}} + 2.2 \cdot \left(\frac{c}{D}\right)^{0.8} \right]$$

$$x = K \cdot c^2$$

중공 원기둥 (Cored Cylinder) 드릴가공의 경우:

$$\alpha = \left[\frac{1 - \left(\frac{c}{D}\right)^2}{\left(1 + \frac{c}{D}\right)^{0.2}} \right] \cdot \left[\frac{(D-c)^2 - (D_p-c)^2}{(D-c)^2} \right]$$

$$\beta = \left[\frac{1 - \frac{c}{D}}{\left(1 + \frac{c}{D}\right)^{0.2}} \right] \cdot \left[\frac{(D-c) - (D_p-c)}{(D-c)} \right]$$

$$x = 0$$

변수 'K'는 작업재료의 상수이며 핸드북(Tool and Manufacturing Engineers handbook, 1983)에 주어진다. 위 식들에 나타난 드릴가공 힘의 공식은 Shaw(1957)와 Oxford(1955)의 연구에 근거를 두고 있다.

안쪽(또는 pilot) 구멍을 갖는 중공 원기둥의 경우 드릴의 치즐에서 절삭작용을 무시할 수 있다. 또한 Watson(1985)의 연구에 의하면 드릴 lips 부근에서는 토크는 지름의 제곱에 비례하고 추력은 지름에 비례한다. 따라서 중실 원기둥 드릴 가공식으로부터 치즐에서 작용과 관련된 항을 제거하여 드릴 lips 부위의 절삭으로부터 발생하는 힘을 구하고 Watson의 비례관계를 적용하면 중공 원기둥에 대한 드릴링시 힘을 예측할 수 있다. 드릴가공 작업의 최대허용 동력, 토크, 추력, 이송비율 그리고 속도는 작업상 한계에 의해 결정된다. 따라서 기계가공 시간을 최소화시키는 최적화 문제는 다음과 같이 표현된다.

Minimize

$$F(f_r, V) = c_{01} \cdot f_r^{-1} \cdot V^{-1} + c_{02} \cdot f_r^{\frac{a}{n}-1} \cdot V^{\frac{1}{n}-1} \tag{10}$$

Subject to :

$$\begin{aligned} c_{11} \cdot f_r^{0.8} \cdot V &\leq && \text{Power limitation} \\ c_{21} \cdot f_r^{0.8} &\leq && \text{Torque limitation} \\ c_{22} \cdot f_r^{0.8} + x &\leq && \text{Thrust limitation} \\ f_r &\leq && \text{Feed rate limitation} \\ V &\leq && \text{Speed limitation} \\ f_r, V &> && 0 \end{aligned}$$

마지막으로 표면 거칠기는 제약조건으로 고려되지 않는다. 일반적으로 표면 거칠기는 구속조건으로 사용되기보다는 적당한 기계가공 작업들(리밍, 보링 등)을 선택하기 위해 사용된다.

2.3 드릴가공 제약조건의 구성요소

드릴가공시 최대 허용 토크는 사용중 드릴공구의 강도에 의해 결정된다. 가령 Kaczmarek(1976)에 따르면 고속도강 트윈스 트 드릴의 최대 허용 토크는 $\overline{F}_q = 517 \cdot D^{2.65}$ (N-m)로 표현

된다. 반면에, 드릴가공시 최대 허용추력은 기계의 최대 허용 강도에 의해서 결정된다. 드릴작업시 유의할 점은 사용중인 공작기계의 성능의 한계 때문에 주어진 크기의 공구를 권장된 속도와 이송비율로 사용할 수 없을 경우이다. 이러한 경우, 최적의 절삭조건을 결정하는 것은 사용중인 기계의 효율을 극대화시키는 데 매우 중요한데 본 논문은 주어진 상황에서 최적절삭 조건에 주목한다. 동력, 추력, 이송비율 그리고 속도와 관련된 기계의 성능은 제작자에 의해 정해진다(SME, 1983). 다음 장에서는 식 (10)의 최적화 문제를 이용하여 드릴가공 작업의 시간을 최소화한다.

3. 쌍대문제 (dual problem)의 공식화

기하학적 산술 평균 부등식(Kaczmarek, 1976)에 의하면 원문제 (primal problem)의 최소화는 쌍대문제의 최대화에 상응한다. 식 (10)에 대한 원목적함수 (primal objective function)와 원구속조건식 (primal constraints)들은 다음과 같다.

Minimize

$$F_L(f_r, V) = c_{01} \cdot f_r^{-1} \cdot V^{-1} + c_{02} \cdot f_r^{\frac{a}{n}-1} \cdot V^{\frac{1}{n}-1} \quad (11)$$

Subject to :

$$\begin{aligned} c_{11}' \cdot f_r^{0.8} \cdot V &\leq 1 \\ c_{21}' \cdot f_r^{0.8} &\leq 1 \\ c_{31}' \cdot f_r &\leq 1 \\ c_{41}' \cdot V &\leq 1 \end{aligned}$$

위의 계수들(c_{11}' , c_{21}' , c_{31}' , c_{41}')은 식 (10)의 구속조건식들을 1보다 작거나 같게 이항정리한 것이다. 상수 c_{21}' 는 토크와 추력 구속조건들로부터 결과의 최대값을 나타낸다. 식 (11)에 상응하는 쌍대 목적함수(dual objective function)와 쌍대구속조건식 (dual constraints)들은 다음과 같은 식으로 표현된다.

Maximize

$$F_D(\delta_{01}, \delta_{02}, \delta_{11}, \delta_{21}, \delta_{31}, \delta_{41}) = \left(\frac{c_{01}}{\delta_{01}}\right)^{\delta_{01}} \cdot \left(\frac{c_{02}}{\delta_{02}}\right)^{\delta_{02}} \cdot c_{11}' \cdot \delta_{11} \cdot c_{21}' \cdot \delta_{21} \cdot c_{31}' \cdot \delta_{31} \cdot c_{41}' \cdot \delta_{41} \quad (12)$$

Subject to :

Normality condition

$$\delta_{01} + \delta_{02} = 1$$

Orthogonality condition for f_r and V respectively.

$$-\delta_{01} + \left(\frac{a}{n} - 1\right) \cdot \delta_{02} + 0.8 \cdot \delta_{11} + 0.8 \cdot \delta_{21} + \delta_{31} = 0$$

$$-\delta_{01} + \left(\frac{1}{n} - 1\right) \cdot \delta_{02} + \delta_{11} + \delta_{41} = 0$$

$$\delta_{01}, \delta_{02}, \delta_{11}, \delta_{21}, \delta_{31}, \delta_{41} \geq 0$$

위의 쌍대문제(dual problem)에서 변수 δ_{01} 과 δ_{02} 는 원목적 함수 (primal objective function)의 첫 번째와 두 번째 항을 나타낸다. 또한 δ_{11} , δ_{21} , δ_{31} , δ_{41} 와 같은 나머지 변수들은 동력, 힘, 이송, 속도에 해당하는 원구속조건들(primal constraints)의 항을 나타낸다. 기하학적 프로그래밍(Beightler and Donald, 1976; Zener, 1971)에 의하면 Normality condition은 원목적 함수의 항들에 관련된 쌍대변수들의 합이 1이 되도록 한다. 이 조건은 기하학적 산술평균 부등식으로부터 유래한다. Orthogonality condition은 쌍대문제로부터 원 변수들 (primal variables)을 제거한다. 기하학적 프로그래밍은 원문제의 비선형 함수와 부등조건식들을 쌍대문제의 선형함수와 등조건식들로 변환시켜 계산을 단순화시킬 뿐 아니라 문제의 물리적 특성에 대한 정보(즉, 항들간의 상대비중)를 제공하여 준다. 또한 문제의 특성에 대한 관찰에 의해 쌍대변수들의 수를 줄일 수 있다(Beightler and Donald, 1976). 즉 원 문제에서 어떤 구속조건들이 최적의 상태에서 약하다면(loose) 그 원구속조건들과 관련된 모든 쌍대변수들은 최적의 해에 아무런 영향없이 쌍대문제로부터 제거될 수 있다. 후에, 약한 원구속조건들과 관련된 시도가 틀린 것으로 판명된다면 그 구속조건들과 관련된 쌍대변수들은 다음 시도때 쌍대문제에 포함된다. 마찬가지로 이전의 강한(tight) 구속조건들이 약한 것으로 판명된다면, 그에 상응하는 쌍대변수들은 그 문제로부터 제거된다. 이 절차는 구속조건들의 한계를 넘지 않는 최적의 값들을 찾을 때까지 계속된다.

4. 드릴가공 작업에 대한 연구사례

본 연구를 위해 고속도강 공구와 공작물 재료로 190 Bhn의 회주철을 선정하였다. 드릴지름에 대한 치출에지 길이의 비(c/D)는 표준 드릴로 생각하여 0.18로 정하고 공구교환 시간 Td는 2분으로 주어진다. Kaczmarek(1976)에 의하면 중실 원기둥 드릴가공(plain drilling)과 중공 원기둥 드릴가공(secondary drilling)에 대한 공구수명 방정식이 다음과 같은 식으로 나타난다. 중공 원기둥 드릴가공은 이전의 드릴가공 작업에 의해 형성된 안쪽 구멍(pilot hole)을 더 크게 넓히는 드릴가공을 말한다.

$$V \cdot T^m \cdot f_r^{u_v} = k_u \cdot C_v \cdot D^{b_v} = k \quad (13)$$

$$V \cdot T^m \cdot f_r^{u_v} = k_u \cdot C_v \cdot D^{b_v} / ((D - D_i)/2)^{e_v} = k$$

표 1. 공구 수명 방정식의 변수값

Drilling Type	Feed Rate(mm)	m	u_v	C_v	b_e	e_v	k_v
Plain Drilling	$f_x > 0.3$	0.125	0.55	10.5	0.25		1.25
	$f_x < 0.3$	0.125	0.4	12.5	0.25		2.02
Secondary Drilling		0.125	0.4	16.7	0.25	0.1	1.46

상수 k_u 는 미터 단위를 영국 단위로 바꾸는 환산인자이다. 공구수명 방정식의 m, u_v, C_v, b_e, e_v 와 같은 변수들의 값은 < 표 1>에 표시된다(Kaczmarek, 1976). 식 (13)의 지수 m, u_v 는 같은 변수 T와 f_x 에 있어서 식 (5)의 지수 n, a 에 해당된다. 또한 식 (13)의 상수 k_u, C_v, D^{b_e} 는 각각 서로 곱해지며 식 (5)의 상수 'k'와 등치된다. 식 (10)의 동력, 토크 그리고 추력의 구속조건 방정식의 계수 값들은 다음과 같이 핸드북으로 부터 얻었다(ASTE, 1959):

중실 원기둥 드릴가공의 경우:

$$c_{11} = 1.5273 \cdot D^{0.8}$$

$$c_{21} = 25200 \cdot D^{1.8}$$

$$c_{22} = 57500 \cdot D^{0.8}$$

$$k = 625 \cdot D^2$$

중공 원기둥 드릴가공의 경우:

$$c_{11} = 1.4545 \cdot D^{0.8} \cdot \left(1 - \frac{(D_p - c)^2}{(D - c)^2}\right)$$

$$c_{21} = 21800 \cdot D^{1.8} \cdot \left(1 - \frac{(D_p - c)^2}{(D - c)^2}\right)$$

$$c_{22} = 33750 \cdot D^{0.8} \cdot \left(1 - \frac{(D_p - c)^2}{(D - c)^2}\right)$$

$$k = 0$$

식 (12)는 3의 난이도를 갖는다. 만약 난이도가 1 이하면, 그 문제는 쉽게 풀 수 있다. 그러나 난이도가 2 이상이면 그 문제의 특성을 고려하여 난이도를 줄일 수 있다(Beightler and Phillips, 1976). 예를 들어, 이송비율과 속도의 구속조건에 대해 약한 조건을 가정하면 그와 관련된 쌍대변수들 즉, δ_{31} 과 δ_{41} 를 일시적으로 제거하여 3의 난이도를 갖는 문제가 1의 난이도로 감소될 수 있다. 만약, 위의 시도로부터 얻어진 결과가 이송과 속도의 한계를 초과한다면 그에 대응되는 구속조건들은 문제에 다시 포함된다. 마찬가지로 이전의 강한(tight) 구속조건들이 약

한 것으로 판명된다면, 그에 상응하는 쌍대변수들은 문제로부터 제거된다. 이상 설명된 바와 같이 식 (12)에 대해 최적의 값들을 찾아가는 과정이 다음에 서술된다. 공구수명 방정식의 지수값을 $n=0.125$ 와 $a=0.55$ 로 놓는다면 이송비율과 속도의 구속조건에 대해 약한 조건을 가정하고 동력과 힘의 구속조건만이 강할 때 (즉, 변수 δ_{31}, δ_{41} 은 0으로 놓는다.) 식 (12)의 쌍대변수는 다음과 같이 표현된다.

Case 1.1 힘과 동력의 구속조건이 강한 경우,

$$\delta_{01} + \delta_{02} = 1 \tag{14}$$

$$-\delta_{01} + 3.4 \cdot \delta_{02} + 0.8 \cdot \delta_{11} + \delta_{21} = 0$$

$$-\delta_{01} + 7 \cdot \delta_{02} + \delta_{11} = 0$$

식(14)의 쌍대변수들은 δ_{01} 에 관한 식으로 나타난다.

$$\delta_{02} = 1 - \delta_{01}, \delta_{11} = 8 \cdot \delta_{01} - 7$$

$$\delta_{21} = \frac{-2 \cdot \delta_{01} + 2.2}{0.8}$$

쌍대변수들의 양 (positive)의 조건들로부터 변수들의 범위는 다음과 같다.

$$0.875 \leq \delta_{01} \leq 1, 0 \leq \delta_{02} \leq 0.125, \delta_{21} > 0$$

힘 구속조건인 쌍대변수 (즉, 토크와 추력에 대한 변수 δ_{21})가 다른 값들과 무관하게 항상 양이 된다는 것은 δ_{01} 이 1보다 클 수 없으므로 명백하다. 반면, 동력 구속조건(δ_{11})은 그것이 항상 양의 값을 갖는 건 아니다. 만약 쌍대변수 δ_{01} 의 값이 0.875 라면 동력 구속조건은 약하게 되고 변수 δ_{11} 은 쌍대문제와 무관하게 된다. 이때 구속조건식은 다음과 같다.

Case 1.2 힘의 구속조건만이 강한 경우,

$$\delta_{01} + \delta_{02} = 1 \tag{15}$$

$$-\delta_{01} + 7 \cdot \delta_{02} = 0$$

$$-\delta_{01} + 3.4 \cdot \delta_{02} + 0.8 \cdot \delta_{21} = 0$$

그 결과는 다음과 같다.

$$\delta_{01} = 0.875, \delta_{02} = 0.125, \delta_{21} = 0.5625$$

만약 위의 결과로부터 구해진 속도들이 (동력 구속조건이 강하던, 그렇지 않던 간에) 속도의 한계를 초과한다면 동력에 대한 쌍대변수 δ_{11} 는 제거되고, 속도에 대한 쌍대변수 δ_{41} 는 다음과 같이 문제에 포함된다.

Case 1.3 힘과 속도의 구속조건이 강한 경우,

$$\delta_{01} + \delta_{02} = 1 \quad (16)$$

$$-\delta_{01} + 7 \cdot \delta_{02} + \delta_{41} = 0$$

$$-\delta_{01} + 3.4 \cdot \delta_{02} + 0.8 \cdot \delta_{21} = 0$$

그 결과는 다음과 같다.

$$\delta_{02} = 1 - \delta_{01}, \delta_{21} = 5.5 \cdot \delta_{01} - 4.25,$$

$$\delta_{41} = 8 \cdot \delta_{01} - 7$$

위의 구속조건들로부터 얻어진 이송비율이 한계를 초과한다면, 힘 구속조건에 관련된 쌍대변수 δ_{21} 은 문제로부터 제거되고 이송 구속조건에 관한 변수 δ_{31} 이 새로 포함된다. 동력 구속조건이 강하다면 구속조건식들은 다음과 같이 나타난다.

Case 2.1 동력과 이송의 구속조건이 강한 경우,

$$\delta_{01} + \delta_{02} = 1 \quad (17)$$

$$-\delta_{01} + 7 \cdot \delta_{02} + \delta_{11} = 0$$

$$-\delta_{01} + 3.4 \cdot \delta_{02} + 0.8 \cdot \delta_{11} + \delta_{31} = 0$$

그 결과는 다음과 같다.

$$\delta_{11} = 8 \cdot \delta_{01} - 7, \delta_{31} = -2 \cdot \delta_{01} + 2.2$$

위의 식은 δ_{01} 의 값이 1을 넘을 수 없기 때문에 δ_{31} 에 해당하는 이송 구속조건이 항상 강하다는 것을 보여주고 있다. 반면에 δ_{11} 로 서술된 동력에 대한 구속조건은 쌍대변수 δ_{01} 의 값에 따라 강하거나 약할 수 있다. 만일 동력 구속조건이 약하면 해당변수 δ_{11} 이 문제로부터 제거되고, 다음과 같이 구속조건식이 표시된다.

Case 2.2 이송의 구속조건만이 강한 경우,

$$\delta_{01} + \delta_{02} = 1 \quad (18)$$

$$-\delta_{01} + 7 \cdot \delta_{02} = 0$$

$$-\delta_{01} + 3.4 \cdot \delta_{02} + \delta_{31} = 0$$

그 결과는 다음과 같다.

$$\delta_{01} = 0.875, \delta_{02} = 0.125, \delta_{31} = 0.45$$

위의 결과들은 이송 구속조건으로부터 이송비율이 정해지고 쌍대목적함수 (dual objective function)의 최적화로부터 속도가 정해지는 것을 보여준다. 마지막으로, 위의 결과로부터 얻어진 속도가 속도 한계보다 크다면 변수 δ_{41} 이 문제에 포함되고 쌍대문제는 다음과 같이 나타난다.

Case 2.3 이송과 속도의 구속조건이 강한 경우,

$$\delta_{01} + \delta_{02} = 1 \quad (19)$$

$$-\delta_{01} + 7 \cdot \delta_{02} + \delta_{41} = 0$$

$$-\delta_{01} + 3.4 \cdot \delta_{02} + \delta_{31} = 0$$

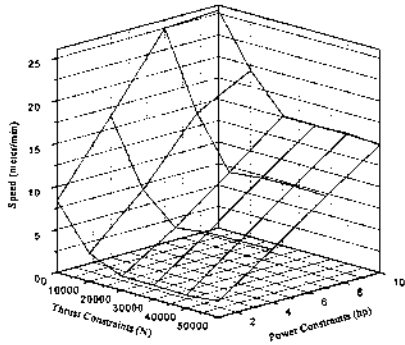
그 결과는 다음과 같다.

$$\delta_{31} = 4.4 \cdot \delta_{01} - 3.4, \delta_{41} = 8 \cdot \delta_{01} - 7$$

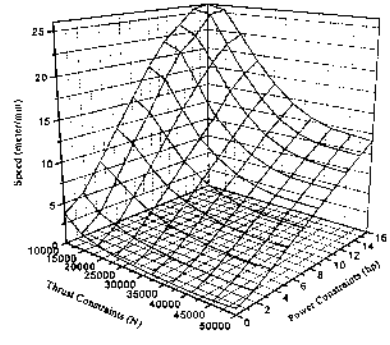
위의 식들은 속도가 Case 2.2에서 얻어진 것보다 작기 때문에 δ_{01} 의 값이 0.875보다 크고 결론적으로 이송과 속도에 대한 구속조건이 강하다는 것을 보여주고 있다. 위의 해석으로부터 다음 결론을 이끌어 낼 수 있다. 쌍대변수 δ_{01} 과 δ_{02} 의 값들은 각각 $0.875 \leq \delta_{01} \leq 1, 0 \leq \delta_{02} \leq 0.125$ 의 범위에 놓인다. 이송비율은 힘(즉, 추력과 토크)과 이송비율의 구속조건으로부터 얻어진 이송비율 중 최소값으로 결정된다. 이에 반해서 속도는 동력 구속조건, 속도 구속조건 그리고 목적함수의 최적화로부터 얻어진 속도 중 최소값으로 결정된다.

5. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

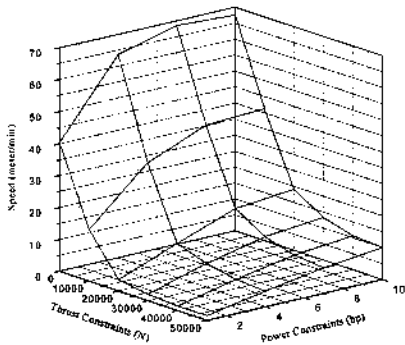
<그림 1> (a)~(c)와 <그림 2> (a)~(c)의 결과들은 추력과 동력의 여러 한계값에 대해 25mm와 50mm의 구멍을 드릴가공할 때 가공시간을 최소화하는 최적화 문제로부터 구한 속도와 이송비율을 나타낸다. 각 그림의 첫 번째 경우 (a)는 이미 존재하는 12.5mm 구멍 (pilot hole)을 뚫히는 드릴가공 작업을 나타낸다. 두 번째 경우 (b)는 pilot hole 없이 중실 원기둥을 드릴가공하는 작업을 나타낸다. 결과는 이송량이 2.5mm/rev보다 작을 때 첫 번째 경우의 결과가 두 번째 경우에 비해 일반적으로 이송비율은 더 높고, 속도는 더 낮은 것을 보여준다. 왜냐하면 pilot hole의 존재는 드릴에 대한 저항을 줄이고 그 결과 이송비율의 증가로 나타나기 때문이다. 따라서 이송비율의 증가는 두 번째 경우에 비해 절삭속도가 감소되는 결과를 가져온다. 또한 이송비율이 같을 때 첫 번째 경우에서 절삭속도가 더 높게 나타난다. 결론적으로 pilot hole이 기계가공 변수들 그리고 기계가공 시간에 영향을 주기 때문에 드릴가공 작업의 분석시 pilothole의 영향을 꼭 고려해야 한다는 것을 의미한다. 또한 <그림 1> (a)~(b), <그림 2> (a)~(b)에서 동력의 한계값이 일정할 때 추력 한계값의 증가는 속도를 처음에는 급격히 그 후는 서서히 감소시켜 어떤 값에 수렴하는 것을 보여준다. 반



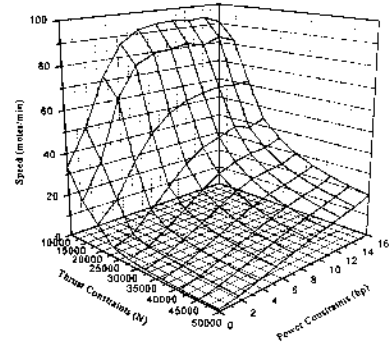
(a) $\Phi 12.5\text{mm}$ Pilot Hole을 갖는 $\Phi 25\text{mm}$ 구멍을 드릴 가공하기 위한 속도.



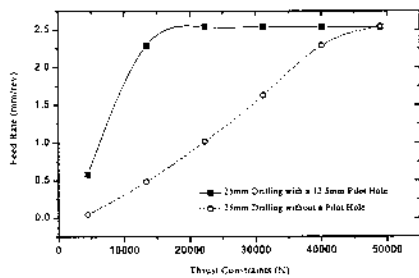
(a) $\Phi 12.5\text{mm}$ Pilot Hole을 갖는 $\Phi 50\text{mm}$ 구멍을 드릴 가공하기 위한 속도.



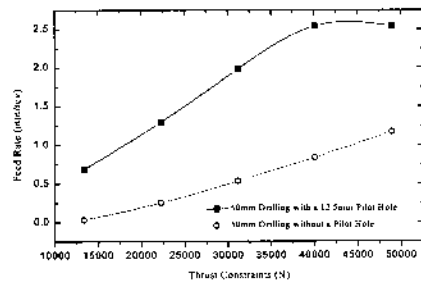
(b) Pilot Hole이 없는 $\Phi 25\text{mm}$ 구멍을 드릴 가공하기 위한 속도.



(b) Pilot Hole이 없는 $\Phi 50\text{mm}$ 구멍을 드릴 가공하기 위한 속도.



(c) $\Phi 25\text{mm}$ 구멍을 드릴가공하기 위한 이송량.



(c) $\Phi 50\text{mm}$ 구멍을 드릴가공하기 위한 이송량

그림 1. $\Phi 25\text{mm}$ 구멍을 드릴가공하기 위한 속도와 이송량.

그림 2. $\Phi 50\text{mm}$ 구멍을 드릴가공하기 위한 속도와 이송량.

면, 같은 추력 한계하에서 동력 한계값의 증가는 전체가공 시간에서 절삭시간과 공구교환 시간의 상대비중이 각각 87.5%와 12.5%에 도달할 때까지 절삭속도를 증가시킨다. 이송량의 경우 <그림 1> (c)과 <그림 2> (c)에서 보듯이 각각의 구멍에 대하여 pilot hole 이 있을 경우 추력의 한계값이 증가함에 따라 훨씬 빨리 이송량 한계 2.5mm/rev에 도달함을 보여준다.

<그림 3>은 동력이 3hp (horse power)일 때 12.5mm의 구멍을 드릴가공하는 동안 여러 가지 추력의 한계값에 대한 절삭속도와 이송비율의 변화를 보여주고 있다. 결과에 의하면 추력 한계가 낮을 때 추력값의 증가는 급격한 이송비율의 증가와 급격한 속도의 감소를 나타내며, 추력 한계값이 계속 증가함에 따라 각각 일정한 값에 서서히 수렴함을 보여준다. 이 결과들은 기계의 과도한 성능(즉, 높은 동력과 추력)이 속도 그리고 (또는) 이송비율의 증가에 도움이 되지 않으며, 결과적으로 기계가공 시간의 감소에 도움이 되지 않는다는 것을 의미한다. 그러므로 사용될 기계의 성능은 기계가공 요구조건에 근거해서 결정되어야 하며, 경제적인 관점에서 볼 때 과도한 기계의 성능은 피해야 한다. 또한 그림들에서 보여진 속도와 이송비율의 값들이 핸드북에(Machinability Data Center, 1980) 제시된 권장 값들에 비해 폭넓게 변화하는 것은 주목할 내용이다. 그것은 권장된 값들이 뚫는 구멍의 크기에 비해 충분히 높은 기계가공 성능과 같은 전형적인 작업조건을 전제로 했기 때문이다. 반면, 본 연구의 결과는 여러 기계의 폭넓게 변화하는 기계가공 조건을 전제로 하였다. 따라서 본 실험결과의 낮은 속도와 이송비율은 기계가공 성능이 주어진 구멍의 크기를 뚫을 만큼 충분히 높지 않을 때 얻어진 값들이다. 그러므로 본 연구결과는 핸드북에서 권장된 표준적인 값들과 모순되지 않는다.

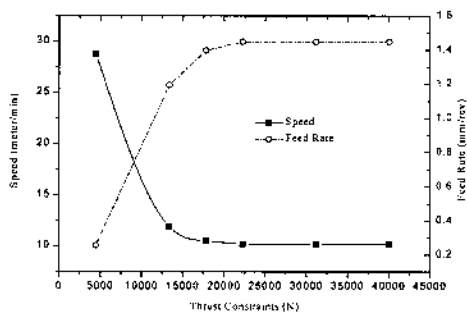


그림 3. $\phi 12.5\text{mm}$ 구멍을 드릴가공하기 위한 속도와 이송량 - 3hp.

6. 결론

본 논문의 목적은 드릴가공시 기계가공 시간을 최소화시키는 속도, 이송비율과 같은 기계가공 변수들을 결정하는 것이다. 기하학적 프로그래밍 방법은 해결절차에 대한 통찰력을 제공

한다. 연구결과에 의하면 추력이나 동력과 같은 기계가공 구속조건들이 최적한 기계가공 변수들을 결정하는데 영향을 주며, 결과적으로 기계가공 시간에 영향을 준다는 것을 보여 주었다. 해석결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 구멍가공시 가공변수와 가공시간에 대한 pilot hole의 효과가 확인이 되었다.
2. 동력의 한계값이 증가함에 따라 전체 가공시간 중 절삭시간과 공구교환 시간의 상대비중이 각각 일정한 값까지 감소와 증가한다. 본 예제의 경우 그 값은 각각 87.5%와 12.5%이다.
3. 동력의 한계값이 낮을 때 추력의 한계값이 증가함에 따라 절삭시간의 상대비중은 100%에 수렴하고 공구교환 시간의 상대비중은 0에 수렴한다.
4. 동력의 한계값이 높을 때 추력의 한계값에 상관 없이 절삭시간과 공구교환 시간의 상대비중이 일정하게 (즉, 87.5%와 12.5%) 유지된다.

주목할 점은 힘의 구속조건은 항상 경계조건으로서 이용된다는 것이다. 반면, 동력에 대한 구속조건은 동력의 한계값이 낮을 때 추력의 한계값이 증가함에 따라 약한 조건 (loose condition)에서 강한조건(tight condition)으로 변한다. 이때 전체 시간에서 절삭시간의 상대비중이 증가한다. 하지만 동력의 한계값이 높을 때 동력에 대한 구속조건은 추력의 한계값과 무관하게 계속 약하게 유지된다. 또한 구멍의 크기에 비해 추력이나 동력의 한계값이 낮은 경우 한계값의 증가는 급격한 가공시간의 감소를 가져오지만 한계값이 계속 증가함에 따라 가공시간은 완만히 감소하여 어떤 값에 수렴한다. 이것은 경제적인 관점에서 기계성과 가공시간을 고려하여 최적의 투자를 결정짓는 지침이 될 수 있다. 한편 pilot hole의 존재가 절삭속도와 이송비율에 상당한 영향을 미치는 것도 보여 주었다. 따라서 pilot hole의 효과는 중공 원기둥의 드릴가공에 대한 최적화 문제의 구속조건에 반영이 되어야 한다.

참고문헌

- Armarego, E. J. A. and Cheng, C. Y. (1972), Drilling with flat rake face and conventional twist drills-1. Theoretical investigation, *Int'l. J. of Machine Tool Design and Research*, 12, Pergamon Press, 17-35.
- ASTE (1959), *Tool Engineer's Handbook*, 2nd Ed., McGraw-Hill Co.
- Bightler, C. S. and Phillips, D. T. (1976), *Applied Geometric Programming*, John Wiley and Sons.
- Ermer, D. S. and Kromodihardjo, S. (1981), Optimization of multipass turning with constraints, *Journal of Engineering for Industry, Transaction of the ASME*, 103, Nov., 462-468.
- Gopalakrishnan, B. and Al-khayyal, F. (1991), Machine parameter selection for turning with constraints: An analytical approach based on geometric programming, 29(9), *Int. Jour. of Prod. Res.*, 1897-1908.
- Kaczmarek, J. (1976), *Principles of Machining by Cutting, Abrasion and Erosion*,

Peter-Peregrinus Ltd.
 Machinability Data Center (1980), *Machining Data Handbook*, 3rd Eds., 1.
 Oxford, C. J. (1955), On the drilling of metals - 1. Basic Mechanics of the Process, *ASME*, 77, 103-113.
 Petropoulos, P. G. (1973), Optimal selection of machining rate variables by geometric programming, *Int. J. of Prod. Res.*, 11(4), 305-314.
 Rubenstein, C. (1991), The torque and force in twist drilling - 1. Theory, *Int'l J. of Machine Tools and Manufacturing*, 31(4), 481-489.
 Shaw, M. C. and Oxford, C. J. (1957), On the drilling of metals - 2. The torque and thrust in drilling, *ASME*, 79, 139-148.
 SME (1983), *Machining Centers*, 1st ed., *Society of Manufacturing Engineers*.
 SME (1983), *Tool and Manufacturing Engineers Handbook*, SME, 1, 4th ed.
 Tonshoff, H. K., Spintig, W. and Konig, W. (1994), *Machining of holes developments in drilling technology*, *Keynote Paper, Annals of CLRP*, 43(2), 551-561.
 Watson, A. R. (1985), Drilling model for cutting lip and chisel edge and comparison of experimental and predicted Results. 4 - Drilling tests to determine chisel edge contribution to torque and thrust, *Int'l J. of Machine Tool Design and Research*, 25(4), 393-404.
 Williams, R. A. (1970), A study of the basic mechanics of the chisel edge of a twist drill, *Int. J. of Prod. Research*, 8(4), 325-343.
 Wiriyacosol, S. and Armarego, E. J. A. (1979), Thrust and torque prediction in drilling from a cutting mechanics approach, *Annals of the CIRP*, 28(1), 87-91.
 Wysk, R. A. et al. (1978), An analysis of some production planning practices, *ASME Technical Paper*, No. 78-WA/Prod.-13.
 Zener, C. M. (1971), *Engineering Design by Geometric Programming*, Wiley-Interscience.



유희진

서울대학교 기계설계학과 학사
 서울대학교 기계설계학과 석사
 미국 Pennsylvania 주립대학교 산업공학과 박사
 현재: 동아대학교 산업공학과 전임강사.
 관심분야: 생산 시스템 공학, CAPP, FMS, CAD 등