

작업자 공유가 가능한 병렬기계작업장에서 작업자 부하 균형을 고려한 작업할당문제

문덕희 · 김대경

창원대학교 산업공학과

A Load Balancing Problem in a Parallel Machine Shop Considering Operator Sharing

Dug Hee Moon · Dae Kyoung Kim

In this paper, a load balancing problem among operators is considered, when one or more identical machines can be assigned to an operator. The operations of a job are separated into three categories : machine-controlled elements, operator-controlled elements and machine/operator-controlled elements. Machining or forming operations are included into the first category. The second category includes inspection and moving to another machine, and the last category includes setup and loading/unloading operation. The objective is to balance the workloads among operators under the constraints of available machine-time and operator-time. A hierarchical heuristic solution procedure is suggested for allocating jobs to each machine and allocating machines to each operator. The performance of the algorithm is evaluated with various data set.

1. 서론

기계, 작업자, 치공구 등과 같은 생산에 필요한 자원들(resources)을 어떠한 방법으로 이용하는 것이 효율적인가 하는 문제는 지난 수십년 간 많은 사람들에 의해 연구되어 왔다. 특히 생산성 향상이 기업경쟁력의 중요한 결정요인으로 대두됨에 따라 다양한 공정개선 및 공정재편성 활동들이 전개되었으며, 그 결과 과거에는 한 사람의 작업자가 한 대의 기계를 담당하던 관행에서 벗어나 이제는 한 사람의 작업자가 여러 대의 기계를 동시에 담당하는 것이 보편화되고 있다. 또한 과거의 소품종대량생산 시대에는 각 기계에서 동일한 제품만을 생산하였지만 다품종소량생산이 확산된 지금은 한 대의 기계에서 여러 종류의 제품을 생산하고 있다.

본 연구는 동일한 기계로 구성된 작업장에서 작업자 한 사람이 여러 대의 기계를 담당할 수 있고, 주어진 기간에 처리해야 할 작업량이 결정되어 있을 때, 각 기계에서 생산할 제품을 결정하고, 어느 기계들을 어떤 작업자에게 할당하는 것이 효율적인가에 대한 것이다. 이 문제와 관련된 연구분야에는 다음과 같은 것들이 있다.

먼저 한 사람의 작업자가 복수의 기계를 담당하는 경우에

경제적인 기계대수를 결정하는 문제는 작업자-복수기계 분석 방법에 의해 결정할 수 있다. 그러나 이 방법은 각 기계에서 생산하는 제품이 동일한 경우에만 적용할 수 있다. 이와 비슷한 유형의 문제로 작업자/기계간섭(operator/machine-interference)을 최소화하는 문제가 있다. 이와 관련해서는 Eden(1975), Stecke와 Aronson(1985), Koulamas와 Smith(1988), Koulamas(1996) 등의 연구가 발표되었는데, 대부분의 경우 한 명의 작업자에게 할당된 기계가 정해져 있을 때 작업자/기계간섭을 최소화시키기 위한 작업자 배정규칙에 대한 연구이거나, 적정 기계대수를 결정하는 연구들이다. 이러한 연구들은 주어진 작업을 기계에 할당하고, 복수의 작업자를 복수의 기계에 할당해야 하는 본 연구와는 차이가 있다.

또 다른 연구분야로는 작업자를 주어진 작업에 적절히 할당하는 작업자 할당문제가 있다. 근래에 이 분야의 주요 관심사는 작업자들 간에 특정 작업에 대한 능력이 다를 때 각 작업에 어느 작업자를 할당하는 것이 효과적인가에 대한 것이다. 효과를 평가하는 척도로는 작업량의 균형이나 작업완성도를 최대화시키는 목적함수가 사용되고 있는데 Chu(1993), Grandzol과 Traaent(1995) 등의 연구가 이 분야에 포함된다. 이들 연구가 본 연구과제와 기본적으로 다른 점은 작업자라는 자원만을 고려한다는 점이다.

Treleven(1985)은 Job Shop 환경하에서 기계와 작업자 등 두 종류의 자원에 대한 제약을 고려하며 작업자를 기계에 할당하는 문제를 연구하였는데 시뮬레이션을 이용하여 5가지의 탐색적 작업자 할당규칙(heuristic labor assignment rule)의 우수성을 비교하였다. Russel 등(1991)은 Treleven(1985)의 연구를 Cellular Manufacturing System으로 확장하였는데, 한 작업자가 몇 대의 기계를 담당한다는 상황을 고려하였다. 이 연구에서는 3개의 cell로 구성된 시스템이 고려되었는데 각 cell은 몇 대의 기계가 U-line 형태로 배치되어 있다. 또한 각 기계에서 대기중인 공정의 투입순서를 결정하는 규칙(dispatching rule), 어느 기계에 작업자를 할당하느냐에 대한 작업자 할당규칙, 작업자가 다른 기계로 이동하는 시점을 관리하는 작업자 이동규칙 등에 대하여 시뮬레이션을 수행하였는데 mean flow time, mean tardiness, rare of tardy jobs 등 스케줄링 분야에서 널리 사용되는 척도를 평가의 기준으로 삼았다. 하지만 위의 두 논문은 어느 제품을 어느 기계(혹은 cell)에 할당하는가 하는 점은 고려하지 않았으며, 공정의 수행을 위해서는 작업자가 해당기계에 머무르고 있어야 한다는 점이 본 연구과제에서 다루고자 하는 상황과 다르다. 또한 균형화(balancing) 개념보다는 기계 및 작업자의 스케줄링 관점에서 문제를 해결한 점도 차이가 있다. 이 이외에도 1980년대 이후에 집중적으로 연구가 진행되었던 FMS에서의 작업할당문제나 Assembly Line Balancing(ALB)문제, So(1990)의 논문에서 고려하는 병렬기계작업장에서의 스케줄링 문제도 본 연구와 약간의 유사성을 가지고 있다.

지금까지 본 연구과제에서 시도하려고 하는 시스템과 어느 정도 관련성이 있는 몇몇 연구분야와 발표된 논문들에 대한 소개를 하였으며, 본 연구과제의 내용과 차이가 나는 점들을 설명하였다. 이렇듯 다양한 분야에 대하여 많은 연구들이 수행되었음에도 불구하고 본 연구과제에서 다루고자 하는 상황과 동일한 시스템에 대한 연구는 아직 발표된 바가 없다.

2. 문제 정의

본 연구는 자동차용 방진고무부품을 제조하는 공장의 사출공정을 대상으로 하였는데, 이 공정에서는 고무와 철부품을 금형에 넣어 성형하여 제품을 만들어 내고 있다. 일반적으로 사출 공정에서는 한 명의 작업자가 여러 대의 사출기를 담당하게 된다. 그 이유는 작업자가 금형에 철부품을 넣고 기계를 가동시키면 자동적으로 고무가 금형 안으로 투입되며, 일정한 시간 동안 성형된 후 작업자가 완성된 제품을 금형에서 꺼내게 되는데, 작업자는 그 동안 다른 기계로 가서 loading 및 unloading 작업을 수행할 수 있기 때문이다. 일반적으로 사출공정의 한 주기는 다음과 같은 요소작업으로 구성된다.

- ② 공정 시작 단추를 누른다.
- ③ 자동적으로 사출공정이 진행된다.
- ④ 금형으로부터 완성된 제품을 꺼낸다.
- ⑤ 완성된 제품을 검사하고 burr를 제거한 후 다음 기계로 이동한다.

이 이외에도 생산품의 종류가 바뀌게 되면 금형을 교체하고 고무원료를 바꾸는 준비작업을 수행해야 한다. 요소작업별 소요시간은 작업자만의 소요시간, 기계만의 소요시간, 작업자와 기계의 공동 소요시간으로 구분할 수 있는데 작업자만의 소요 시간에는 ⑤가 포함되며, 기계만의 소요 시간에는 ③이, 작업자-기계 소요 시간에는 ①, ②, ④와 작업준비(serup)시간이 포함된다. 하지만 대부분의 기계들이 근접하여 배치되어 있기 때문에 작업자의 이동시간이 상대적으로 미미하므로 검사 및 burr 제거시간만 고려한다.

그런데 고무부품 생산공장은 3D 업종의 하나로 작업자들 사이에 작업할당량이 공평하지 않으면 불만이 야기되며, 생산성에 직접적인 영향을 미치고 있다. 따라서 하루에 해야 할 작업량을 공평하게 배분해 주는 것이 관리자의 중요한 역할이다. 여기에서 작업량이란 주어진 작업을 마치는 데 소요되는 시간이 아니라 실제로 작업자가 일을 하는 시간의 합을 의미한다. 즉 작업자 소요시간과 작업자/기계 소요시간을 모두 더한 것이 작업자의 작업량이다. 그 이유는 이 작업은 반복적인 작업으로 작업진행 도중에 생산품의 조합에 따라 작업자의 유희시간이 발생할 수도 있고 기계의 유희시간이 발생할 수도 있기 때문이다.

동일한 기계가 여러 대 존재하고, 한 가지 종류의 제품을 생산하는 경우에 있어서 작업자 한 명이 담당하는 기계의 수를 경제적으로 정하는 문제는 이미 오래 전에 연구되어 널리 알려져 있으며, man-machine chart 분석방법이 사용되고 있다. 이 방법에서는 목적식이 작업자 비용과 기계비용의 합으로 계산되는 총비용의 최소화이다. 그러나 제품의 종류가 다양해지면 이 방법은 사용할 수 없다.

이와 같이 동일한 기계에서 여러 종류의 제품을 생산하는 경우의 균형문제는 다음과 같은 정수계획법으로 모델링할 수 있다.

< 기호 >

- i : 작업을 나타내는 첨자 ($i = 1, \dots, l$),
- j : 기계를 나타내는 첨자 ($j = 1, \dots, m$),
- k : 작업자를 나타내는 첨자 ($k = 1, \dots, n$),
- P_i : 작업 i 의 1 batch의 공정시간,
- L_i : 작업 i 의 1 batch의 loading/unloading시간,
- I_i : 작업 i 의 1 batch 검사 및 burr 제거시간,
- S_i : 작업 i 를 생산하기 위한 작업교체준비시간,
- Q_i : 작업 i 의 생산량,
- B_i : 작업 i 의 금형용량(일반적으로 cavity라고 하며, 1batch

- ① 금형에 철부품을 넣는다.

를 의미),

MT_i : 유휴시간을 제외한 작업 i 의 기계소요시간,

OT_i : 유휴시간을 제외한 작업 i 의 작업자소요시간,

H : 1일 가용작업시간,

X_{ij} : 0-1 변수로 작업 i 가 기계 j 에 할당되면 1, 아니면 0,

Y_{jk} : 0-1 변수로 기계 j 가 작업자 k 에게 할당되면 1, 아니면 0.

$$OT_i = \left\{ S_i + \left(\frac{Q_i}{B_i} \right)^0 (L_i + I_i) \right\}$$

$$MT_i = \left\{ S_i + \left(\frac{Q_i}{B_i} \right)^0 (L_i + P_i) \right\}$$

이때 $\left(\frac{Q_i}{B_i} \right)^0$ 은 $\left(\frac{Q_i}{B_i} \right)$ 이상의 최소상수를 의미한다.

여기에서 작업(job)이라 함은 특정 제품을 몇 개 생산하라는 주문을 의미하는데, 시출공정의 특성상 생산요구량을 금형의 용량(cavity)으로 나눈 횟수만큼의 반복작업이 필요하다.

위와 같은 기호들을 사용하여 구축한 모형은 다음과 같다.

$$\text{Min } TB_1 = \sum_{k=1}^n (EV - V_k)^2 \quad (1)$$

s.t.

$$W_j = \sum_{i=1}^l X_{ij} MT_i \quad j = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$V_k = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^l X_{ij} Y_{jk} OT_i \quad k = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$EV = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n V_k \quad (4)$$

$$W_j \leq H \quad j = 1, \dots, m \quad (5)$$

$$V_k \leq H \quad k = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^m X_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, l \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^n Y_{jk} = 1 \quad j = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n X_{ij} Y_{jk} = 1 \quad i = 1, \dots, l \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^l X_{ij} \geq 1 \quad j = 1, \dots, m \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^m Y_{jk} \geq 1 \quad k = 1, \dots, n \quad (11)$$

$$X_{ij} = 0 \text{ or } 1, \quad i = 1, \dots, l, \quad j = 1, \dots, m$$

$$Y_{jk} = 0 \text{ or } 1, \quad j = 1, \dots, m, \quad k = 1, \dots, n$$

이 모형은 비선형 0-1 정수계획법 문제이다. 목적식은 작업자들 간의 부하평준화 정도를 나타내고 있고, 식 (2)에서 W_j 는

기계 j 에 할당된 작업들의 총기계시간이며, 식 (3)의 V_k 는 작업자 k 에게 할당된 작업들의 총작업자시간을 나타낸다. 식 (4)는 모든 작업자에 대한 총작업자시간을 작업자수로 나눈 값, 즉 평균 작업자시간이고, 제약식 (5)와 (6)은 기계별 가동시간과 작업자별 가동시간의 허용범위를 나타낸다. 제약식 (7)과 (8)은 제품 i 는 오직 한 기계 j 에게 할당이 되고, 마찬가지로 기계 j 는 한 명의 작업자에게만 할당됨을 의미한다. 식 (9)에서는 제품 i 는 전체 작업장에서 한 번 할당됨을, 제약식 (10)과 (11)은 최소한 기계 j 에는 제품이 1개 이상 할당되어야 하고, 작업자 k 에게는 최소한 하나 이상의 기계가 할당되어야 하는 조건을 의미한다.

3. 발견적 해법

이 문제는 전형적인 NP-complete 문제이다. 따라서 다음과 같은 발견적 기법을 제시하여 문제를 해결하고자 한다. 발견적 해법은 크게 4단계로 구성이 되는데, 1단계는 유전자해법(genetic algorithm)을 이용하여 작업자별 작업량 평준화를 달성하기 위해 기계는 고려하지 않고 작업을 작업자에게 할당시키는 단계이다. 2단계는 1단계의 결과를 이용하여 작업자별로 담당해야 할 기계 대수를 결정하고 기계가 모자라는 경우 작업교환을 통하여 기계용량이 부족하지 않도록 조정하는 단계이다. 3단계에서는 1단계에서 작업자에게 할당된 작업을 그 작업자에게 할당된 기계에 할당하며, 마지막으로 4단계에서는 3단계의 결과가 작업자시간과 기계시간에 대한 제약식 (5)와 (6)을 위배할 경우에 작업자 사이에 작업교환을 통하여 제약식이 만족하도록 조정하는 단계이다. <그림 1>은 제시하고 있는 발견적 해법의 흐름도이다. 이 문제를 유전자해법을 이용하여 직접 해결하지 않고 다단계 접근방법을 사용한 이유는 시도해본 결과 알려진 바와 같이 제약식이 많은 경우에는 유전자해법이 비효율적이었기 때문이다.

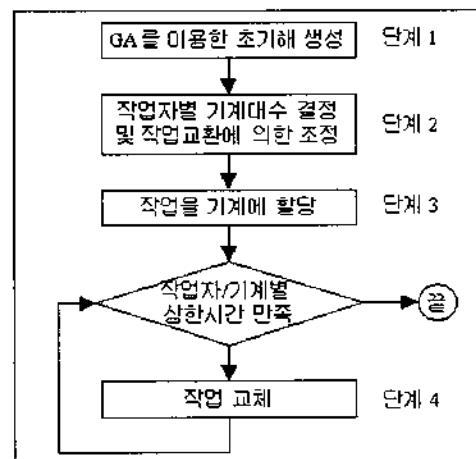


그림 1. 발견적 해법의 흐름도.

일반적으로 구성단계와 개선단계로 진행이 되는 발전적 해법은 초기해를 어떤 것으로 하는가에 따라 그 효율성에 많은 차이가 발생하게 된다. 본 논문에서 제시하는 발전적 해법은 초기해를 구성하는 방법에 따라 많은 차이가 발생함을 사전 실험을 통해 알 수 있었다. 따라서 1단계에서는 유전자해법을 이용하여 기계를 무시하고 작업자 사이의 부하균형만을 고려하면서 주어진 작업을 작업자에게 직접 할당하는 방법을 택하였다. 이와 같은 접근방법은 제약식을 무시하고 목적식 값을 최소화시킨 후 목적식 값을 증가시키면서 제한식을 하나씩 만족시켜 가는 방법이다.

<단계 1> 유전자해법을 이용한 초기해 생성단계

먼저 유전자 구조(Chromosome)와 해석(Decoding) 규칙은 아래 <그림 2>와 같은 방법을 택하였다. 한 유전자가 가지는 원소의 수는 작업의 수인 l 개이며, 표현구조로는 순서바꿈(permutation) 방법을 택하였다. 원소는 작업번호를 나타내는데 이를 해석하는 방법으로는 전체 원소수가 l 개일 때 처음부터 80~86%의 원소는 작업자에게 정하여진 방법대로 할당하고 나머지 원소들은 현재까지 할당된 작업자시간이 최소인 작업자에게 추가로 할당하는 변형된 방법을 채택하였다. 그 이유는 이 방법이 전체 원소에 대해 결정된 방법으로 작업자들에게 할당하는 방법보다 총 작업자시간의 편차를 줄이는 데 효율적인 방법이라는 사전실험결과를 얻었기 때문이다. <그림 2>의 결과를 해석하면 다음과 같다. 예를 들어 $l=20$ 일 때, 작업 3과 1은 작업자 1, 2에게 각각 할당되며, 작업 5와 7은 작업자 n 에게 할당된다. 이렇듯 전체 20개 작업 중 80%인 처음 16개 작업은 일련순서대로 지정된 작업자에게 할당되며, 그 나머지 4개는 현재 할당량을 고려하여 최소인 작업자(변동작업자)에게 지속적으로 할당된다.

선별방법은 토너먼트(tournament)선별방법을 채택하였으며, 교차(crossover)방법은 PMX(Partially Matched Crossover) 방법을 채택하였다. 돌연변이(mutation)는 유전자길이(총 작업수)의 20%를 교환하는 역위(inversion)방법을 이용하였고, 적합도함수(fitness function)로는 수리모형의 목적함수를 이용하였다. 각 세대별 모집단의 크기는 200개로 하였으며, 초기해 생성은 임의 방법으로 하였다. 또한 최대 세대수는 100세대로 제한하였고, 교차율은 60%로 하였다. 돌연변이율은 동적으로 변화시키는 방법을 이용하였는데, 초기값은 10%로 하였으며, 너무 빨리 부분최적값에 수렴하는 것을 방지하기 위하여 세대수가 50세

대를 넘어가면 최대 30% 범위 내에서 돌연변이율을 1%씩 증가시켰다.

<단계 2> 작업자별 담당 기계대수 결정 및 작업조정

- 2.0. $i=1, j=1$.
 - 2.1. 각 작업자별로 할당된 작업들의 총 기계시간을 구한 후, 작업자별 잔여기계시간을 총 기계시간으로 한다.
 - 2.2. 모든 작업자에게 기계를 1대씩 총 n 대 할당한다.
잔여기계시간 = 잔여기계시간- H 로 한다(본 논문에서 $H=28800$ 초).
 - 2.3. 잔여기계시간이 가장 큰 작업자에게 기계를 1대 추가 배정하고 잔여기계시간을 갱신한다. m -대의 기계가 모두 할당될 때까지 2.3을 반복한다.
 - 2.4. 잔여기계시간이 양수인 작업자의 집합을 X_1 이라 하고 잔여기계시간이 큰 순서대로 내림차순 정렬한다. 또한 잔여기계시간이 음수인 작업자들의 집합을 X_2 라고 한다. 이때 X_1 에 속하는 작업자가 없으면 단계 3으로 간다.
 - 2.5. X_1 의 첫번째 작업자(편의상 A 라고 하자)에게 할당된 작업 중 $[i]$ 번째로 큰 기계시간을 가진 작업(편의상 작업 a 라고 하자)을 선택한다.
 - 2.6. X_2 에 포함된 작업자들에게 할당된 작업 중 기계시간이 작업 a 의 기계시간보다 작은 작업들의 집합을 X_3 라고 하고 작업 a 와 교환가능성을 검토하기 위하여 다음 절차를 따른다.
 - 2.6.1. 작업 a 의 작업자시간과 X_3 에 속하는 작업들의 작업자시간의 차이의 절대값을 구하여 오름차순 정렬을 한다.
 - 2.6.2. X_3 의 $[i]$ 번째 작업(편의상 작업 b 라 하고, 작업 b 가 할당된 작업자를 작업자 B 라고 하자)과 작업 a 가 다음 조건을 만족하는지 비교한 후, 만족하면 두 작업을 교환한 후 잔여기계시간을 갱신하고 2.4로 간다. 아니면 2.6.3.으로 간다.
- <조건>
- ①(교환 후) $V_A \leq H$
 - ②(교환 후) $V_B \leq H$
 - ③ 교환 전 작업자 B의 잔여기계시간 + $MT_a - MT_b \leq 0$
- 2.6.3. X_3 에 더 이상의 고려할 작업이 없으면 2.7로 간다. 그렇지 않으면, $i=i+1$ 로 갱신한 후, 2.6.2로 간다.
- 2.7. $[i]$ 번째 작업자에게 할당된 작업이 더 이상 없으면 이 문

	지정작업자						변동작업자								
해석방법(작업자)	1	2	...	n	$n-1$...	1	2	...	3	3	...	1	$n-1$	
유전자(작업번호)	3	1	...	5	7	6	...	8	l	...	2	$l-1$...	4	15

그림 2. 사용한 유전자 구조

제는 infeasible이므로 중단한다. 아니면 $j=j+1$ 로 하고 2.5.로 간다.

< 단계 3 > 각 기계에 작업을 할당하는 단계

- 3.0. $i=1, j=1$.
- 3.1. 각 작업자에 대해 작업을 기계시간이 감소하는 순서대로 정렬한 후 현재 각 기계에 할당된 작업들의 기계시간의 합이 작은 기계에 차례대로 작업을 할당한다.
- 3.2. 할당결과 모든 기계에 대해 제약식 (5)를 만족하면 종료한다. 아니면 3.3.으로 간다.
- 3.3. 제약식 (5)를 만족하지 않는 기계들의 집합을 Y_1 이라고 하고 기계별 총 기계시간과 H 와의 차이가 큰 순서대로 정렬한다.
- 3.4. Y_1 에 속하는 첫번째 기계에 할당된 작업의 집합을 Y_2 라고 하고, Y_2 에 속한 작업 중에서 기계시간이 $[j]$ 번째로 큰 작업을 선택한다 (편의상 작업자 A 가 담당하는 기계 B 의 작업 b 가 선택되었다고 하자).
- 3.5. 작업자 A 가 담당하는 다른 기계에 할당된 작업들 중에서 MT_b 보다 작은 기계시간을 가지는 작업의 집합을 Y_3 라고 하고 Y_3 에 속하는 작업들을 기계시간이 큰 순서대로 정렬한다.
- 3.6. 작업 b 와 Y_3 의 $[j]$ 번째 작업과 교환을 시도한다(편의상 $[j]$ 번째 작업을 작업 c 라 하고 작업 c 가 속한 기계를 기계 C 라 하자). 다음 조건에 모두 만족되면 두 작업을 교환 후 3.2.로 가고, 그렇지 않으면, 3.7.로 간다.

<조건>

(교환 전) $V_c + MT_b - MT_c \leq H$

- 3.7. Y_3 에 더 이상 고려할 작업이 없으면 3.8.로 간다. 아니면, $j=j+1$ 로 한 후, 3.6.으로 간다.
- 3.8. 이 기계를 Y_1 에서 삭제하여 집합 Z_1 에 넣는다. 집합 Z_1 은 동일 작업자 간의 작업교환으로 제약식 (5)를 해결할 수 없는 기계들의 집합을 의미한다.
- 3.9. Y_1 에 더 이상 고려할 기계가 없으면 단계 4로 가고 아니면 $i=i+1, j=1$ 로 한 후 3.4.로 간다.

< 단계 4 > 다른 작업자 사이의 작업 교환을 통한 제약식 (5)의 만족

- 4.0. $i=1, j=1$
- 4.1. Z_1 이 공집합이면 종료한다. 아니면 Z_1 에 속하는 기계들에 대하여 기계별 총 기계시간과 H 와의 차이가 큰 순서대로 정렬한 후 Z_1 의 첫번째 기계에 속하는 작업들의 집합을 Z_2 로 정의한다.
- 4.2. Z_2 에 속한 작업 중에서 기계시간이 $[j]$ 번째로 큰 작업을 선택한다 (편의상 작업자 A 가 담당하는 기계 B 의 작업 b 가 선택되었다고 하자).

- 4.3. 작업자 A 에게 할당된 작업을 제외한 모든 작업들 중에서 기계시간이 MT_b 보다 작은 작업들의 집합을 Z_3 라 한다.
- 4.4. Z_3 에 포함된 각 작업의 작업자 시간과 OT_b 와의 차이를 구하여 오름차순으로 정렬한다.
- 4.5. 작업 b 와 Z_3 의 $[j]$ 번째 작업의 교환을 검토한다 (편의상 $[j]$ 번째 작업이 속한 작업자를 C , 기계를 D , 이 작업을 d 라 하자). 만일 다음 조건들을 모두 만족하면, 두 작업을 교환한 후 4.6.으로 가고, 아니면 4.7.로 간다.

< 조건 >

- ① (교환 전) $V_D + MT_b - MT_d \leq H$
- ② (교환 전) $W_A + OT_d - OT_b \leq H$
- ③ (교환 전) $W_C + OT_b - OT_d \leq H$

- 4.6. 기계 B 의 총 기계시간이 H 보다 같거나 작으면 기계 B 를 Z_1 에서 삭제한 후 4.1.로 간다.
- 4.7. Z_3 에 더 이상 고려할 작업이 없으면 4.8.로 가고, 아니면 $j=j+1$ 로 갱신한 후, 4.5.로 간다.
- 4.8. Z_2 에 더 이상 고려할 작업이 없으면 4.9.로 가고, 아니면 $i=i+1, j=1$ 로 갱신한 후 4.2.로 간다.
- 4.9. 작업 b 를 작업자 A 가 담당하는 다른 기계에 할당된 작업 중 기계시간이 최소인 작업과 교환한다.
- 4.10. 총 기계시간이 H 를 초과하는 기계들로 Z_1 을 새로 구성한 후 4.0.으로 간다.

4. 실험

개발된 탐색적 해법의 성능을 검토하기 위하여 다음과 같은 실험을 행하였다. 먼저 작업, 기계, 작업자수의 크기에 따라 문제의 크기를 세 가지 유형으로 하였으며, 다시 각 유형에 대해 모수들의 값을 조정하여 작업자 및 기계의 순수가동률이 70% 내외인 경우와 80% 내외인 경우로 구분하였다. 여기에서 의미하는 순수가동률이란 1일 작업시간을 8시간으로 했을 때 실제로 작업자와 기계가 가동되는 시간의 비율이다. 따라서 총 6가지의 유형으로 구분하였으며, 각 유형에 대해 10문제씩 총 60문제를 선정하였다. 각 유형별 작업수, 기계수, 작업자수는 <표 1>과 같다. 모수값을 정하기 위하여 사용한 분포는 일양 분포로서 각 모수별 분포의 범위는 <표 2>에 있는 것과 같다.

표 1. 유형별 문제의 정의

유형	작업수	기계수	작업자수	순수가동률	문제수
A1	20개	8대	4명	70% 내외	10문제
A2				80% 내외	10문제
B1	40개	15대	6명	70% 내외	10문제
B2				80% 내외	10문제
C1	60개	20대	8명	70% 내외	10문제
C2				80% 내외	10문제

표 2. 모수결정을 위한 분포

모수	유형 A1	유형 B1	유형 C1	유형 A2	유형 B2	유형 C2
S_i	(600,1200)	(600,1200)	(600,1200)	(300,2100)	(300,2100)	(300,2100)
L_i	(60,120)	(60,120)	(60,120)	(60,180)	(60,150)	(30,90)
P_i	(300,480)	(300,540)	(300,480)	(240,600)	(240,720)	(240,600)
I_i	(90,120)	(60,90)	(60,72)	(60,150)	(60,90)	(60,90)
Q_i	(80,140)	(80,120)	(70,110)	(60,180)	(60,150)	(60,150)
B_i	(5,10)	(5,10)	(5,10)	(5,12)	(5,12)	(5,12)

* 값은 일양분포의 상한값과 하한값을 의미함
시간은 초단위임

표 3. 실험에 사용된 자료의 예 (A1.8번)

작업번호	S_i	L_i	P_i	I_i	Q_i	B_i	기계소요시간	작업자소요시간
1	973	107	347	115	113	7	8691	4747
2	1128	69	348	118	114	10	6132	3372
3	1066	115	348	100	105	6	9400	4936
4	918	90	371	118	127	5	12904	6326
5	863	101	409	102	119	5	13103	5735
6	1057	111	443	110	109	6	11583	5256
7	651	67	320	119	114	7	7230	3813
8	606	68	408	90	120	8	7746	2976
9	1094	99	456	118	112	7	9974	4566
10	914	84	305	106	96	6	7138	3954
11	1016	114	333	116	113	7	8615	4926
12	830	92	391	115	131	8	9041	4349
13	703	66	379	107	97	5	9603	4163
14	1196	80	321	90	81	7	6008	3236
15	889	68	425	108	124	10	7298	3177
16	736	83	333	99	107	10	5312	2738
17	705	85	454	111	83	5	9868	4037
18	663	69	445	101	81	10	5289	2193
19	756	67	331	108	115	6	8716	4256
20	899	88	344	118	82	5	8243	4401
기계/작업자 총 소요시간							171894	83157
기계/작업자 평균 소요시간							21487	20790
기계/작업자 평균 순수가동률							74.61%	72.18%

이 분포는 실제 작업장에서 소요되는 시간을 토대로 일부 수정하여 작성하였다. 특히 80%인 경우에는 모수의 범위를 넓혀줌으로써 다양한 자료가 생성되도록 하였다. 이와 같은 방법으로 만들어진 입력자료의 예는 <표 3>과 같다. 이 자료는 문제 A1.8에 이용된 자료이다.

선택된 60문제에 대하여 할당된 결과 얻은 목적함수 값(TB_1)은 <표 4>에 있는 바와 같다. 그러나 이 값이 최적해와 얼마나 차이가 있는지를 직접 비교할 수 없기 때문에 일반적으로 작업균형 문제에서 사용되는 새로운 목적식 TB_2 와 불균형률을 이용하여 효율을 간접적으로 비교하고자 한다.

$$TB_2 = \sum_{k=1}^n abs(EV - V_k) \quad (12)$$

불균형률은 작업자 각각의 작업자시간과 평균작업자시간의 차이를 더한 값을 평균 작업자시간과 작업자수를 곱한 값으로 나눈 것으로 $TB_2/(n \times EV)$ 를 의미한다. 할당된 결과는 비교적 만족스러운 것으로 판단되는데 아쉬운 점은 최적해를 알 수 없다는 것이다. 하지만 완전한 균형상태를 목적함수의 하한값으로 볼 때, 하한값에서 2% 이내의 차이가 나는 것은 개발한 해법이 비교적 우수한 것이라고 판단할 수 있는 근거라 하겠다. 물론 주어진 자료에 따라서 불균형률은 더 커질 수도 있

표 4. 발견적 해법의 적용결과

유형	문제번호	A1.1	A1.2	A1.3	A1.4	A1.5	A1.6	A1.7	A1.8	A1.9	A1.10
	A1	작업자평균	20477	19820	19356	20180	19716	20621	19610	20789	20437
A1	목적식값(TB ₁)	4986	2613	2057	6253	8765	2961	5037	6019	9885	5679
	목적식값(TB ₂)	136	83	75	133	177	85	123	130	164	139
	불균형률	0.17%	0.10%	0.10%	0.16%	0.22%	0.10%	0.16%	0.16%	0.20%	0.18%
	종료단계	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺
	문제번호	B1.1	B1.2	B1.3	B1.4	B1.5	B1.6	B1.7	B1.8	B1.9	B1.10
B1	작업자평균	20884	20813	21397	21762	20636	21037	20620	21045	21711	20128
	목적식값(TB ₁)	10056	65575	14557	27146	22297	22071	50050	51000	10822	28491
	목적식값(TB ₂)	214	503	231	282	328	321	460	380	218	337
	불균형률	0.17%	0.40%	0.18%	0.22%	0.26%	0.25%	0.37%	0.30%	0.17%	0.28%
	종료단계	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺
C1	문제번호	C1.1	C1.2	C1.3	C1.4	C1.5	C1.6	C1.7	C1.8	C1.9	C1.10
	작업자평균	21527	21596	21781	21712	20579	20865	21362	21740	21114	21047
	목적식값(TB ₁)	55576	42643	47246	46448	28804	21230	78768	15856	50991	21024
	목적식값(TB ₂)	552	499	558	508	417	353	688	334	583	352
	불균형률	0.32%	0.29%	0.32%	0.29%	0.25%	0.21%	0.40%	0.19%	0.35%	0.21%
A2	종료단계	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺
	문제번호	A2.1	A2.2	A2.3	A2.4	A2.5	A2.6	A2.7	A2.8	A2.9	A2.10
	작업자평균	23306	23890	23907	24477	23080	23390	23511	23928	23855	23429
	목적식값(TB ₁)	8424	22347	7238	24969	45385	6355	93012	76652	5519	47589
	목적식값(TB ₂)	144	293	142	265	341	149	604	438	126	345
B2	불균형률	0.15%	0.31%	0.15%	0.27%	0.37%	0.16%	0.64%	0.46%	0.13%	0.37%
	종료단계	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	4 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺
	문제번호	B2.1	B2.2	B2.3	B2.4	B2.5	B2.6	B2.7	B2.8	B2.9	B2.10
	작업자평균	238107	24460	24521	24187	23714	23911	23047	23897	23064	23813
	목적식값(TB ₁)	300955	274349	329676	200832	144135	152709	1424833	29749	104755	90187
C2	목적식값(TB ₂)	949	1025	1127	919	671	676	2263	331	637	530
	불균형률	0.66%	0.70%	0.77%	0.63%	0.47%	0.47%	1.64%	0.23%	0.46%	0.37%
	종료단계	3 ⁺	4 ⁺	3 ⁺	4 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	4 ⁺	4 ⁺
	문제번호	C2.1	C2.2	C2.3	C2.4	C2.5	C2.6	C2.7	C2.8	C2.9	C2.10
	작업자평균	23819	23461	23298	23945	23682	23615	23537	23535	23837	23472
C2	목적식값(TB ₁)	137519	115324	2142173	4798422	93540	363434	119452	151484	5404865	166112
	목적식값(TB ₂)	823	635.5	2993	3681	754	1226	787	916	3743	951
	불균형률	0.43%	0.34%	1.61%	1.92%	0.40%	0.65%	0.42%	0.49%	1.96%	0.51%
	종료단계	3 ⁺	3 ⁺	3 ⁺	4 ⁺	3 ⁺	4 ⁺	4 ⁺	4 ⁺	3 ⁻	3 ⁺

⁺ 최종목적식값이 1단계 목적식값보다 증가
^{*} 최종목적식값이 1단계 목적식값과 같음
⁻ 최종목적식값이 1단계 목적식값보다 감소

고, 반대로 작아질 수도 있다.

발견적 해법이 종료된 단계를 보면 작업자와 기계의 순수가 동물이 70% 내외인 경우인 A1, B1, C1의 30문제에서는 모두 <단계 3>에서 종료되었으며, 80% 내외인 A2, B2, C2의 경우 30 문제 중에서 9문제가 <단계 4>에서 종료되었다. 이것은 순수가 동물이 높아지는 경우 제약식 (5)와 (6)을 위배할 가능성이 높아지기 때문이다. 또한 <표 4>에서 볼 수 있듯이 유형 A1, B1, C1의 경우 25문제에서 최종해의 목적식값이 유전자해법을 적용한 1단계 종료 후의 목적식값과 같았으며, 5문제에서는 증

가하였다. 이것은 2단계의 기계를 할당하는 과정에서 작업자 사이의 작업교환이 이루어졌기 때문이라 하겠다. 하지만 유형 A2, B2, C2의 경우에는 17문제에서 목적식값이 증가하였으며, 10문제에서는 변화가 없었다. 그러나 특이하게도 3문제에서는 최종해의 목적식값이 1단계 종료 후의 목적식값보다 오히려 감소하였다. 이것은 알려진 바와 같이 유전자해법이 반드시 최적해를 보장하지는 않기 때문이라 하겠다.

<표 5>는 문제 A1.8에 대한 할당결과로 각 작업자마다 2대의 기계가 할당되며, 각 기계별로는 2~3개의 작업이 할당되

표 5. A1.8번 문제의 할당결과

작업자	작업자 1		작업자 2		작업자 3		작업자 4	
할당기계	기계 1	기계 2	기계 3	기계 4	기계 5	기계 6	기계 7	기계 8
할당작업	작업 9	작업 13	작업 5	작업 17	작업 4	작업 12	작업 6	작업 3
	작업 7	작업 19	작업 2	작업 20	작업 8	작업 11	작업 15	작업 1
	작업 10			작업 14		작업 18		작업 16
기계소요시간	24342	18319	19235	24119	20650	22945	18881	23403
작업자소요시간	21331		21677		21798		21142	

있음을 알 수 있다. 기계별 기계소요시간과 작업자별 작업자 소요시간은 정수계획법의 제한식 (5)와 (6)을 만족하고 있음을 알 수 있다.

5. 결론 및 향후 연구방향

본 논문에서는 사출기 작업장에서 흔히 볼 수 있듯이 여러 명의 작업자가 여러 대의 동일한 기계를 담당하는 경우에 주어진 작업들을 할당하는 문제를 다루었다. 각 작업은 작업자소요시간, 기계소요시간, 작업자-기계 공동소요시간으로 구분할 수 있다. 이러한 상황에서 작업자들 사이의 작업량 균형을 목적함수로 하였으며, 이 문제를 해결하기 위하여 발견적 해법을 제시하였다. 그러나 아쉽게도 얻어진 해가 최적해에 얼마나 근접하는지를 직접적으로 비교하지는 못하였으며, 단지 일반적으로 사용하는 이론적 불균형률의 하한값에 얼마나 접근했는지를 간접적으로 비교하였다. 이 비교에 의하면 제시된 해법이 현장에서 사용하기에 무리가 없는 좋은 해를 제공하고 있다고 결론지을 수 있다.

이 연구는 다음과 같은 내용들을 추가로 고려하여 확장할 수가 있다. 먼저 동일한 기계로 구성된 것이 아니라 다른 종류의 기계로 구성된 경우이다. 예를 들어 사출기의 용량에 따라 800cc, 2000cc 사출기가 같이 있는 경우가 해당되는데, 이 경우에 각 기계별로 할당될 수 있는 작업은 금형의 특성상 제한이 되

어 있으나 작업자는 아무 기계나 담당할 수 있다. 또 다른 연구 방향은 작업자 사이의 부하량 균형을 유지하면서 주어진 작업을 모두 완료하는 데 소요되는 시간(makespan)의 최소화를 동시에 고려하는 것이다.

참고문헌

Chu, S. C. K. and Lin, C. K. Y. (1993), A manpower allocation model of job specialization, *Journal of the Operational Research Society*, 44(10), 983-989.
 Eden, C. L. (1975), Rules for scheduling semi-automatic machines with deterministic cycle times, *International Journal of Production Research*, 13(1), 41-55.
 Grandzol, J. R. and Traaen, T. (1995), Using mathematical programming to help supervisors balance workload, *Interfaces*, 25(4), 92-103.
 Koulamas, C. P. and Smith, M. L. (1988), Look-ahead scheduling for minimizing machine interference, *International Journal of Production Research*, 26(9), 1523-1533.
 Koulamas, C. P. (1996), Scheduling two parallel semiautomatic machines to minimize machine interference, *Computers & Operations Research*, 23(10), 945-956.
 Russel, R. S., Huang, P. Y. and Leu, Y. Y. (1991), A study of labor allocation strategies in cellular manufacturing, *Decision Science*, 22, 594-611.
 So, K. C. (1990), Some heuristics for scheduling jobs on parallel machines with set-ups, *Management Science*, 36(4), 467-475.
 Stecke, K. E. and Aronson, J. E. (1985), Review of operator/machine interference models, *International Journal of Production Research*, 23(1), 129-151.
 Treleven, M. D. (1985), An investigation of labor assignment rules in a dual-constrained job shop, *Journal of Operations Management*, 6(1), 51-68.



문덕희

한양대학교 산업공학과 학사
 한국과학기술원 산업공학과 석사
 한국과학기술원 산업공학과 박사
 현재: 창원대학교 산업공학과 부교수
 관심분야: 스케줄링, 설비계획, 시뮬레이션 응용



김대경

창원대학교 산업공학과 학사
 창원대학교 산업공학과 석사
 관심분야: GA 응용, 시뮬레이션