

앞이 무딘 물체에서 반사되는 약한 충격파

장 세 명* · 장 근 식**
(1999년 1월 20일 접수)

Weak Shock Waves Reflected from a Blunt Body

Se-Myong Chang and Keun-Shik Chang

Key Words: Shock Wave (충격파), Shock Tube (충격파관), Blunt Body (앞이 무딘 물체), Holographic Interferometry (홀로그래피 간섭)

Abstract

Investigated in this paper is the shock reflection from a blunt body, in particular, a circular cylinder of 20 mm diameter, for the weak shock impinging in the range $1 < M_s < 2$. Pressure and shock speed are measured for various shock strengths. Double-pulse holographic interferograms are taken to study the unsteady flow field at $M_s = 1.34$. These experimental results are, in overall, well compared with the unstructured adaptive finite volume computation of the Euler equations performed in this study. Correlation of incident and reflected shocks and shock-shock locus obtained by experiment, computation, and theory are presented in parallel.

1. 머리말

기체 역학에서 충격파는 압축성 유동장에 형성되는 불연속에 가까운 급격한 구배를 가진 파동으로서 매질 안을 입자 유동에 상대적으로 초음속의 속도로 이동하면서 교란을 전파한다. 대기권에서 초음속으로 진행하는 비행체의 동체 또는 날개의 전방에는 경사 충격파 (oblique shock) 혹은 이물 충격파 (bow shock)가 발생하며,⁽¹⁾ 이로 인해 야기된 고 밀도, 고 압력의 유동 영역은 파동 항력 (wave drag)을 일으켜서 비행체의 공력 성능에 절대적 영향을 미친다. 일차원 충격파에 대해서는 잘 정립된 이론식이 존재함에도 불구하고, 앞이 무딘 물체 (blunt body)에 발생하는 활

모양의 이물 충격파에 대해서는 아직까지 뚜렷하게 이론적으로 정립되어 있지 못하다.

기초 파동 이론에 의하면, 경사 충격파와 마찬가지로 이물 충격파는 물체 앞부분의 음향학적 교란들이 envelope를 이루어 발생한다.⁽²⁾ 본 연구의 비정상 (unsteady) 충격파 문제를 통해서 음향 교란과 관련지워 이물 충격파의 발생 및 성장 과정을 탐구하여 보는 것은 충격파 현상에 대한 이해를 깊게 해줄 것이다.

Bryson과 Gross⁽³⁾는 이동 마하 수 $M_s = 2.81$ 인 강한 충격파를 원주에 충돌시켜 음영 사진 (shadowgraph)을 찍고, 충격파 회절 현상을 고전 이론과 복성법을 사용하여 해석하였다. Yang 등⁽⁴⁾은 유한 차분법을 사용한 Euler 방정식의 풀이로 Bryson과 Gross의 문제를 수치적으로 해석하였다. 한편 Takayama 등⁽⁵⁾은 홀로그래피 간섭법을 사용하여 $M_s = 1.7$ 인 이동 충격파를 원주 및 타원주와 충돌시켜 반사되는 현상을 가시화하고, 또 Navier-Stokes 방정식의 수치해를 실험 결과와 비교하였으나, 수치 해법의 해상도 한계로 인하여

* 회원, 한국과학기술원 대학원 항공우주공학과
** 회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

충격파를 날카롭게 잡지 못하고 있다.

본 연구에서는 기초적인 형상으로서 지름이 20 mm인 원주에 충격파 마하 수 $1 < M_s < 2$ 인 범위에 있는 비교적 약한 충격파를 증돋시켜 반사되는 현상을 실험적으로 연구하였다. 먼저 압력 센서와 변환기 (transducer)를 이용한 측정으로 KAIST 충격파관을 해당 마하 수에 대해서 검증하였고, 이어 $M_s=1.34$ 의 대표 마하 수에 대해 홀로그래피 간섭계를 이용하여 실험적 연구를 수행하였다. 또한 실험 연구를 보완하기 위하여 2차원 비정렬 적용 격자와 유한 체적법을 이용하여 Euler 방정식의 수치 해석을 수행하였고, 이 결과와 실험 결과를 서로 비교하여 좀더 정밀하고 보완적인 유동 데이터들을 얻었다. 끝으로 Whitham Theory를 이용하여 충격파 회절에 대한 정량적인 고찰을 추가하였다. 본 연구의 목적은 압축성 유동 연구를 위한 충격파관 실험 장치를 검증하고, 가시화 실험과 수치 해석의 상호 비교와 보완을 통해 앞으로 무던 물체에 반사되는 충격파 문제에 대한 기초적인 데이터들을 얻는 데에 있다.

2. 실험 장치 및 검증

충격파를 발생시키는 장치로서 KAIST 항공우주공학과가 보유하고 있는 충격파관을 사용하였다. 관의 단면 크기는 60 mm x 150 mm 이며, 격막으로부터 관측 창까지의 길이는 약 8 m 이다. Fig. 1 은 이 충격파관의 사진 및 개략적인 평면도이다. 모델 위치로부터 상류 685 mm (CH 0) 와 535 mm (CH 1) 지점에 각각 한 개씩의 Kistler M12X1 7505 압력 센서 (piezoresistive 방식)를 설치하였다. 이 센서들의 역할은 다음의 두 가지이다.

- 1) 입사 충격파와 반사 충격파의 강도 (압력비, 속도 및 마하 수) 측정
- 2) 사진 촬영 시 레이저 광원에 trigger signal을 발생시킴

충격파관의 격막 (diaphragm)은 폴리에스터 재질을 사용하였으며, 열선에 고압 전류를 흐르게 하여 재료를 녹여 파열시킨다. 팽 계측 장비인 홀로그래피 간섭계와 영상 처리기에 대해서는 참고 문헌(6)에 자세하게 설명되어 있다.

충격파관의 고압부와 저압부의 압력을 각각

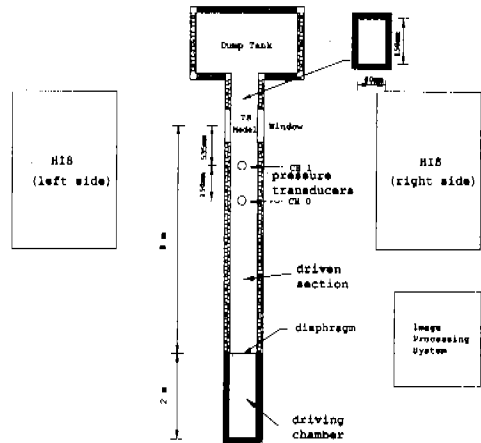


Fig. 1 KAIST shock tube: photograph shows test section and dump tank.

p_4 와 p_1 이라 한다. 격막을 파열시킨 다음 발생하는 충격파는 관측부를 향하여 저압부에서의 음속보다 빠른 속도로 전파해 나간다. 충격파 전후의 압력 비율 p_2/p_1 이라고 하면, 초기 열평형 상태를 가정했을 때, 다음의 관계식이 성립한다.(7)

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \left[1 - \frac{(\gamma - 1) \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right)}{\sqrt{2\gamma \left\{ 2\gamma + (\gamma + 1) \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \right\}}} \right]^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \tag{1}$$

여기에서 작동 기체를 건조 공기라고 가정하고, 일정한 비열비 $\gamma=1.4$ 를 취한다. 즉, 초기에 p_1, p_4 가 주어졌을 때, (1) 식으로부터 충격파 뒤의 유동 압력 p_2 를 얻을 수 있다. 이동 충격파의 마하 수는 다음과 같다.(7)

Table 1 The similarity in pressure ratio and shock Mach number, for $p_4/p_1=4.0$.

Case	p_1 (atm)	p_4 (atm)	p_2/p_1 (Experiment)	p_2/p_1 (Eq.(1))	M_s (Experiment)	M_s (Eq.(2))
1)	0.25	1.0	2.08	1.93	1.38	1.34
2)	0.5	2.0	2.04		1.38	
3)	1.0	4.0	2.06		1.38	

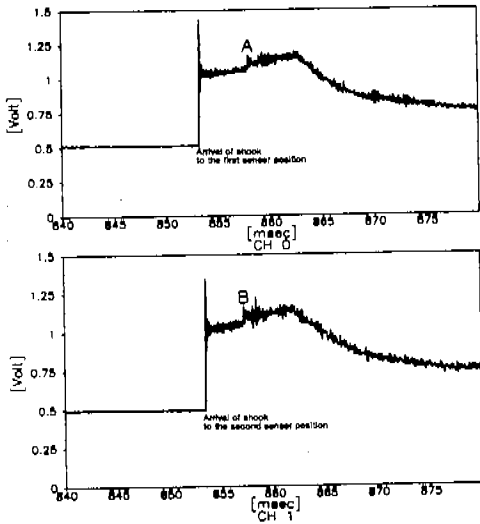


Fig. 2 Pressure history measured at the two channels, CH 0 and CH 1.

$$M_s = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2\gamma} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) + 1} \quad (2)$$

위 (1), (2) 식에 따르면 $p_4/p_1=4.0$ 에 대해서 $M_s=1.34$ 를 얻는다. 이 경우의 실험에 대해서 두 압력 센서 CH 0 와 CH 1에서 측정된 압력 신호가 Fig. 2 에 각각 나와 있다. 여기에서 세로축의 단위 1 Volt 는 정압 (static pressure) 1 torr (0.987 atm) 를 나타낸다. 이 때 두 개의 센서에 대해 각각 압력 신호가 급격히 상승하는 시각을 측정하면, 두 센서 간의 거리 150 mm 를 이동하는 충격파의 속도를 알 수 있다. 또한 압력 비 p_2/p_1 도 측정된다.

2.1 압력 비와 마하 수에 대한 상사성

(1), (2) 식에서 만일 p_4/p_1 이 일정하다면, 비록

p_1 이 다르다고 할지라도 M_s 은 일정해야 함을 알 수 있다. 본 실험에서는 압력 비가 $p_4/p_1=4.0$ 으로 일정한 세 개의 조합

1) $p_1=0.25$ atm, $p_4=1.0$ atm

2) $p_1=0.5$ atm, $p_4=2.0$ atm

3) $p_1=1.0$ atm, $p_4=4.0$ atm

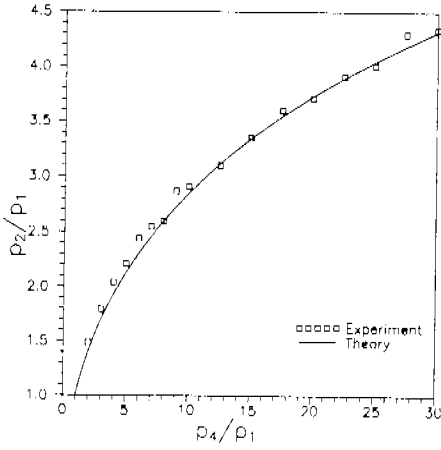
에 대하여 p_2/p_1 및 M_s 를 구하여 이론값과 비교하여 보았다. Table 1 의 실험 결과는 각각 상온의 표준 대기 상태에서의 결과이다.

실험 결과, 이론값과 약간의 오차 (M_s 의 경우

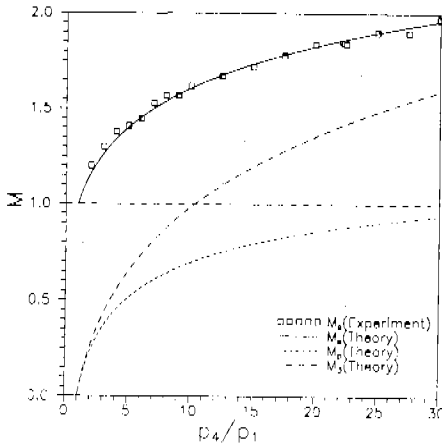
3 %) 범위 안에서 압력 비와 마하 수에 대한 상사성이 만족되고 있다는 사실을 확인할 수 있었다. 오차 발생의 주요 원인으로는 압력계의 계기 오차와 센서의 신호를 디지털로 변환하는 A/D 보드의 해상도 한계 때문으로 해석된다. 따라서 초기 압력을 조정함으로써 원하는 강도의 충격파를 얻어낼 수 있게 되었다.

2.2 1차원 평면 충격파 발생 실험

다음으로는 $1 < M_s < 2$ 인 충격파를 발생시켜서 (1), (2) 식으로 표현된 이론값과 실험 결과가 일치하는지 검증하기로 한다. 실험 결과는 Fig. 3 (a), (b)에 작은 사각형들로 표시되어 있다. 그림에서 (a), (b)의 실선은 각각 (1), (2) 식으로부터 구한 이론값이다. 반복 실험 결과 이론과 실험이 대체로 잘 일치하는 것으로 나타났다. 마하 수 1.7을 기준으로, 충격파 마하 수가 이보다 작은 경우 실험치가 이론치보다 조금 크고, 이보다 큰 경우 반대의 현상이 나타났다. 이는 KAIST 충격파관에서 나타나는 고유한 현상으로 보인다. 그러나 최근 국내의 다른 연구 결과에서는 마하



(a) Shock intensity



(b) Mach numbers

Fig. 3 Shock properties as function of diaphragm pressure ratio for $1 < M_1 < 2$.

수가 커질수록 실험값이 이론값보다 작게 된다는 사실도 보고된 바 있다.⁽⁸⁾

Fig. 3 (b) 에는 충격파 마하 수뿐만 아니라 충격파에 의해 유도되는 유동 마하수 (M_p)와 접촉 불연속면 이후의 유동 마하 수 (M_3) 또한 각각 도시되어 있다. 이들은 문헌에 나와 있는 이론식들에 의해 다음과 같이 구한다.⁽⁹⁾

$$M_p = \sqrt{\frac{2}{\gamma} \frac{p_2/p_1 - 1}{(\gamma + 1)(p_2/p_1) + (\gamma - 1)(p_2/p_1)^2}} \quad (3)$$

$$M_3 = M_p \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{2\gamma}} \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \sqrt{\frac{(\gamma+1) + (\gamma-1)(p_2/p_1)}{(\gamma-1) + (\gamma+1)(p_2/p_1)}} \quad (4)$$

한편 유동장의 광학적 측정 실험에서는 간섭 사진을 찍은 후 흑백의 간섭 무늬가 얻어지는데, 이는 유동의 교란으로 인해 공기 밀도 변화가 생기고, 굴절률 차이가 간섭을 일으켜서 얻어진 것이다. 이웃한 같은 색 간섭 무늬들 사이의 밀도차는 다음의 Gladstone-Dale 방정식으로 정의된다.⁽⁶⁾

$$\Delta\rho = \frac{\lambda}{Kd} \quad (5)$$

여기에서 λ 는 광원인 루비 레이저의 파장으로 $\lambda = 694 \text{ nm}$ 이며, 비례 상수 K 는 표준 대기에서 $K = 2.25 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$, 그리고 d 는 충격파판 측정 단면의 폭으로 $d = 60 \text{ mm}$ 이다. 이들 데이터를 (5) 식에 대입하면 $\Delta\rho = 0.051 \text{ kg/m}^3$ 을 얻는다.

3. 수치 해석

충격파의 비선형 역학을 조사하기 위하여 Euler 방정식을 취한다. 이는 다음과 같이 쓸 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} = 0 \quad (6)$$

여기에서

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ E \end{pmatrix}, \quad F_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_i u_j + p \delta_{ij} \\ u_i (E + p) \end{pmatrix},$$

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_i u_i$$

위 방정식은 점성 항을 무시한 것으로, 마하 수가 비교적 큰 유동 영역에서는 경계층의 두께가 두꺼워져서, Euler 방정식의 풀이는 실제 유동과 배치될 수도 있다는 최근의 연구 결과도 있다.⁽¹¹⁾ 그러나 본 문제의 경우는 본질적으로 경계층이 발달하는 time scale 보다 훨씬 짧은 시간 ($120 \mu\text{s}$ 이내) 동안의 과도기적 현상에 관심이

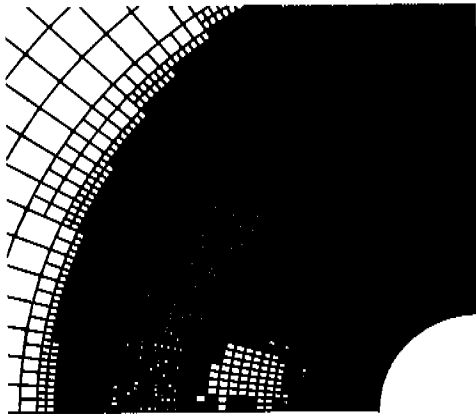


Fig. 4 Quadrilateral unstructured adaptive grid corresponding to Fig. 5(d): partial view of the whole field.

있고, 관찰 부위도 자유 매질에서 전파, 회절, 반사하는 충격파의 이동 경로를 추적하는 것이므로, 점성 효과를 무시할 수 있다. (6) 식은 감쇠항이 없기 때문에 파동 현상을 관찰하는데 매우 유용하다.

Roe의 근사 Riemann 해법을 이용하여 (6) 식의 대류항을 공간 적분한다. 그리고 MUSCL 방법을 이용하여 공간과 시간에 대한 2 차 정확도의 해를 얻는다. 여기에서 사변형 비정렬 격자 (quadrilateral unstructured adaptive grid)를 사용하면 충격파와 같은 큰 구배의 불연속면 위치를 정확하게 잡을 수 있다. 비정렬 격자는 연결 리스트 (linked list)와 사중 트리 (quadtree)의 자료 구조를 요구한다. 밀도의 구배에 따라 격자는 5 개의 단계로 분할 (또는 병합)을 반복한다.⁽¹²⁾ Fig. 4 는 본 연구에 사용된 어느 한 순간 (Fig. 5(d)에 해당)의 계산 격자 중 일부로서, 전체 계산 영역은 114,833 개의 요소와 121,065 개의 격자점을 가지고 있다. 본 계산 연구는 초기 조건으로부터 $t=120 \mu s$ 일 때까지의 유동 계산을 위하여 Pentium PC (166 MHz)에서 약 35 시간 정도의 CPU 시간을 소비한다.

Fig. 5 (a)-(d) 의 우측 그림들은 이러한 수치 해석으로 구한 비정상 유동장의 등밀도선들 (isopycnics)이다. 이들은 실험 결과인 좌측 사진들과 1 대 1로 비교될 수 있다. 등밀도선의 간격은 (5) 식을 이용하여 결정하였다.

4. 결과 및 토의

4.1 전반적인 충격파 역학에의 고찰

앞 절에서 논의한 실험 및 수치 해석 방법들을 이용하여, 지름 20 mm의 원주에 $M_1=1.34$ 인 충격파가 부딪쳐 반사, 회절하는 모습을 가시화하고 이를 관찰했다. Fig. 5 (a)-(d) 의 왼쪽 실험 결과와 오른쪽 계산 결과는 대체로 서로 일치하는 모습을 보여 준다. 입사 평면 충격파가 원주에 처음 닿는 순간을 $t=0$ 이라고 정의한다.

그림 (a)에서 입사 충격파 (I)는 처음에 정규 반사 (regular reflection)를 일으키지만 곧 단순 마하 반사 (single Mach reflection)를 일으키면서 마하 스템 (M_1)을 형성한다. 입사 충격파와 마하 스템, 그리고 반사 충격파 (R)는 삼중점 (T_1 : triple point)을 이룬다. 또한 three shock theory에 의하면, 이러한 삼중점은 항상 미끄럼선 (S_1)을 동반한다. 그림 (b)에서 원주의 표면을 따라 흐르는 아음속 유동은 점점 팽창하여 가속된다. 그림 (c)에서는 두 마하 스템 M_1 과 M_1 가 서로 충돌하여 각각 반사된 충격파 R_1 과 R_1 를 보여 준다. 이 충격파-충격파 간섭은 그림 (d)에서 단순 마하 반사로 변하면서 새로운 마하 스템 (M_2)과 삼중점 (T_2), 그리고 미끄럼선 (S_2)을 형성한다. M_2 는 점점 확장되어 전파 방향으로 진행하면서 평면 입사 충격파 (I)의 원형을 회복한다. Fig. 6 은 이러한 압축성 파동 요소들을, 기본적인 유동 영역의 구분을 곁들여서 함께 표시해 놓은 스케치이다. 실험과 계산에 의해 확연히 구분될 수 있는 유동장은 편의상 1) 원주 전면의 비교적 균일한 압축 영역 (compressive region), 2) 원주 측면 혹은 상하의 팽창 영역 (expansive region), 그리고 3) 원주 후면의 회복 영역 (recovering region)으로 나눌 수 있다. Takayama 등⁽⁵⁾은 원주에 대한 충격파의 회절을 가시화 하였으나, 반사되는 충격파의 물리적 복성에 관한 논의를 수행하지는 않았다. 또한 본 연구의 유동은 마하 수가 상대적으로 낮으므로 압축 영역이 넓고 회복 영역은 좁은 형상을 보인다. 여기서 회복 영역에서의 유동 박리는 매우 미소하므로 점성 효과를 배제한 Euler 방정식의

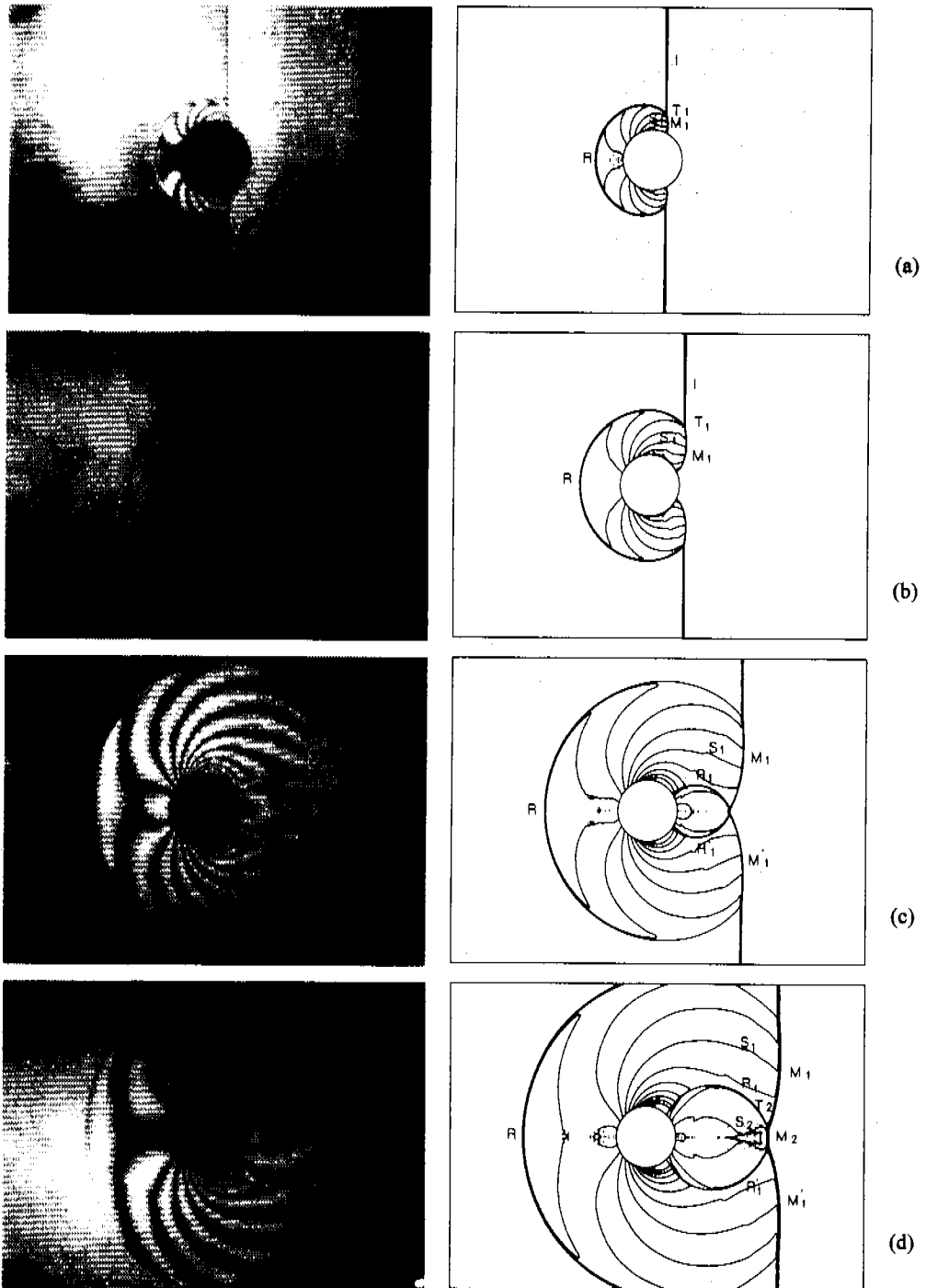


Fig. 5 Experimental interferogram (left) and numerical isopycnics (right) at $M_s=1.34$: (a) $t=32 \mu s$, (b) $t=48 \mu s$, (c) $t=92 \mu s$, (d) $t=120 \mu s$.

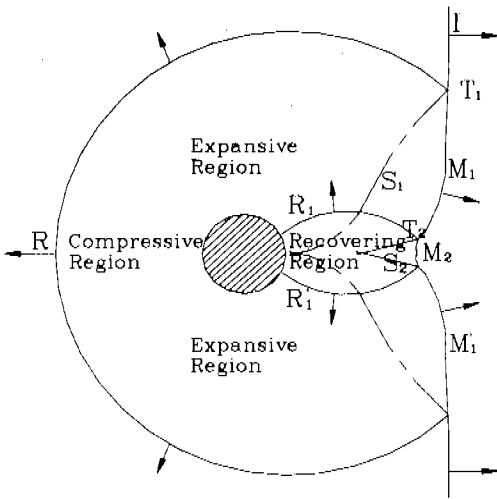


Fig. 6 Schematic diagram of shock waves around a circular cylinder.

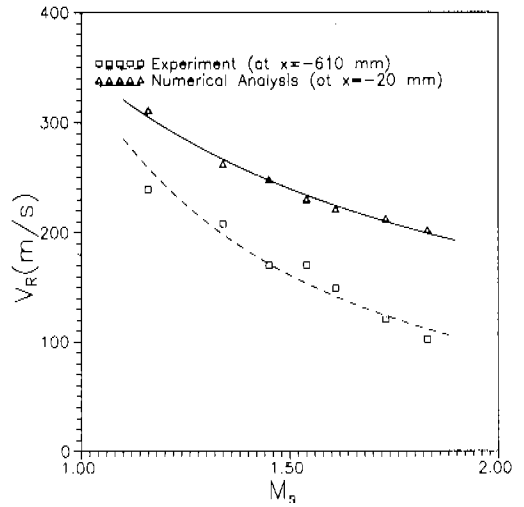


Fig. 7 Velocity of reflected shock vs. incident shock Mach number.

해석은 대체로 타당한 것으로 보인다 (Fig. 5(c)-(d) 참조).

4.2 충격파 반사

Fig. 7 은 $1 < M_s < 2$ 인 여러 가지 입사 충격파의 마하 수에 대해 반사 충격파의 후퇴 속도도 도시한 것이다. 그림에서 보는 위 실선은 원주 상하면의 중앙 대칭선을 따라 $x = -20$ mm (좌표계의 정의는 Fig. 9 참조) 지점에서 계산 결과들에 따라 얻은 후퇴 속도이고, 아래 점선은 Fig. 1 의 압력 센서 CH 0 와 CH 1 을 이용하여 실험적으로 측정한 반사 충격파의 속도이다. Fig. 2 의 압력 신호에서 각각 A, B 로 표시된 것과 같은 반사 충격파의 도달 흔적을 추적하여 이의 시간차를 구하면, 두 센서 사이에서의 평균 후퇴 속도를 알 수 있다. 이것은 충격파판 벽면에서 측정된 것이지만, 이 정도의 거리에서는 원통형 반사 충격파가 쇠퇴하고 벽면에서부터 평면 충격파로 대체되기 때문에, 전파 속도는 중심면과 벽면에서 거의 비슷하다. Fig. 7의 원주 근방 ($x = -20$ mm)에서의 계산 결과인 작은 삼각형들 (실선은 이들의 최소 자승 회귀선임)과 원주에서 상대적으로 멀리 떨어진 ($x = -610$ mm) 압력 센서에서의 측정 결과인 작은 사각형들 (점선은 이들의 최소 자승 회귀선임)의 분포 형태로부터, 반사된

충격파가 상류로 역진행하며 그 후퇴 속도가 빠르게 감소했음을 알 수 있다. 또한 입사 충격파의 강도가 강하면 (즉, M_s 가 증가하면) 반사 충격파의 상류 방향 전파 속도는 더욱 느려진다. 그러므로 반사 충격파 선단의 후퇴 속도가 0 이 되는 경우가 바로 이물 충격파가 앞이 무딘 물체 앞에 정지하여 있는 정상 상태가 된다. Fig. 7에서 특기할만한 또 하나의 사항은, 실험과 계산 값 모두에서 극한적으로

$$M_s \rightarrow 1.0 \text{ 일 때, } V_R = 340 \text{ m/s} \quad (7)$$

임을 보인다는 사실이다. 여기에서 V_R 은 반사 충격파의 속도이다. 즉 이것은 정지된 매질 중에서, 음향파가 물체에 부딪치면 같은 속도의 음향파로 반사된다는 직관과 정확히 일치한다. 원주의 반경을 r 이라고 할 때, Euler 유통의 계산 영역은 원주 부근의 비교적 가까운 반경 $7.5r$ 의 반원 영역이고, 압력 측정 부위는 원주에서 꽤 멀리 떨어진 지점 ($x = -61r$)에 있으므로, Fig. 7의 좌표 평면 중에 같은 지점에서 실험과 계산 결과를 동시에 비교하는 것은 본 연구에서 시행할 수 없었다.

Fig. 8 은 $M_s = 1.34$ 인 경우에, 충돌 후 시간에 의존하는 반사 충격파의 위치를 표시한 것이다. 간접 사진 실험과 수치 계산의 값들은 비교적 잘 비교가 된다. 반사 충격파의 후퇴 속도가 처음

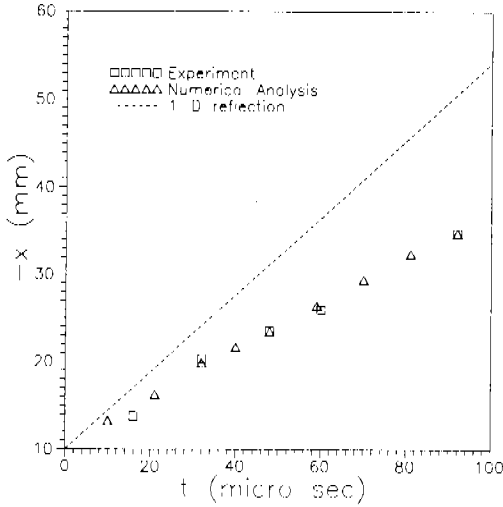


Fig. 8 Position of shock front for the reflected shock.

에는 조금 느려지다가 나중에 일정한 속도를 유지하는 것을 볼 수 있다. 반사 충격파는 압축 영역으로부터 반사된 원주형 충격파 (cylindrical shock)이기 때문에 전파되면서 점점 강도가 약해진다. 그러나 팽창 영역에서 발생하는 팽창 팬이 중심면 상에서의 반사 충격파 위치에 와 닿기 전인 $30 \mu s < t < 90 \mu s$ 에서는 거의 동속의 후퇴 속도를 나타낸다. Fig. 5(a)-(b)는 팽창 팬이 아직 반사 충격파 선단 (wavefront)에 닿지 않은 상태이고, Fig. 5(c)-(d)는 접근해 가는 단계이다. 한편 끝이 수직 벽으로 닫힌 1 차원 충격파관의 경우, 반사 충격파의 강도는 다음과 같이 표시된다.⁽⁷⁾

$$\frac{M_R}{M_R^2 - 1} = \frac{M_s}{M_s^2 - 1} \sqrt{1 + \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} (M_s^2 - 1) \left(\gamma + \frac{1}{M_s^2} \right)}$$

(8)

여기에서 M_R 은 평면 반사 충격파의 후퇴 마하 수로서 일반적인 반사 충격파 마하수의 상한값을 제공한다. 즉, $M_s = 1.34$ 이면 (8) 식에 의하여 $M_R = 1.305$ 이고, Fig. 8 에서 원기둥에 반사되는 충격파의 이동 마하 수는 항상 이 값보다 작다.

Fig. 7 과 Fig. 8 의 결과들은, 원주 전면에서 반사되는 음향학적 교란들이 아음속으로 흐르는

기체 유동의 상류로 전파하여 반사 충격파를 형성한 것으로, 만일 충격파에 의해 유도되는 유동의 속도가 음속보다 크다면 음향학적 교란들은 더 이상 상류로 전파되지 못하고 물체 앞 일정 지점에서 멈추게 될 것이다. 이것이 바로 일정 마하 수 이상 ($M_s \geq 2.07$)의 강한 충격파가 앞이 부딪는 물체에 입사하게 되면 이물 충격파가 물체 앞에 정지해 있게 되는 이유가 된다. 그러나 비교적 약한 충격파인 $1 < M_s < 2$ 인 본 논문의 유동 영역에서는, 유동 마하 수가 $M_b < 1$ (아음속)이기 때문에 반사 충격파는 멈추지 않고 상류로 계속 역진행한다 (Fig. 3(b) 참조).

4.3 충격파 회절

고전 충격파 이론인 Whitham의 ray shock theory 와 이의 특성 곡선법 (method of characteristics)을 이용하면, 전면 압축 영역에서의 반사 충격파의 일부가 원래의 입사 충격파를 따라 잡으며 형성하는 마하 삼중점 (T_1)의 궤적을 추적할 수 있다. 이는 Bryson과 Gross가 강한 충격파의 회절 문제에 사용했던 방법을 약한 충격파의 경우에 적용한 것이다.⁽⁹⁾

충격파 역학의 기본식인 CCW (Chester, Chisnell, and Whitham) 방정식은 다음과 같다.⁽¹³⁾

$$g(M) = \frac{A}{A_s} = \exp \left[- \int_{M_s}^M \frac{M \Lambda(M)}{M^2 - 1} dM \right] \quad (9)$$

여기에서

$$\Lambda(M) = \left(1 + \frac{2}{\gamma + 1} \frac{1 - \mu^2}{\mu} \right) \left(1 + 2\mu + \frac{1}{M^2} \right),$$

$$\mu^2 = \frac{(\gamma - 1)M^2 + 2}{2\gamma M^2 - (\gamma - 1)}$$

이며 매개 변수 A는 ray 면적을 나타낸다. 한편 충격파와 충격파의 불연속점에서는 다음의 shock-shock jump 조건이 성립한다.

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{M_m^2 - M_s^2} \sqrt{A_s^2 - A_m^2}}{A_m M_m + A_s M_s} \quad (10)$$

$$\tan \chi = \frac{A_s \sqrt{M_m^2 - M_s^2}}{M_s \sqrt{A_m^2 - A_s^2}} \quad (11)$$

아래 첨자 s 는 입사 충격파, m 은 마하 스텝을 의미한다. 그리고 θ 는 충격파의 수직면이, χ 는 삼중점의 궤적이 각각 중심면과 이루는 각이다. 적어도 원주의 압축 영역에서는 마하 스텝이 직

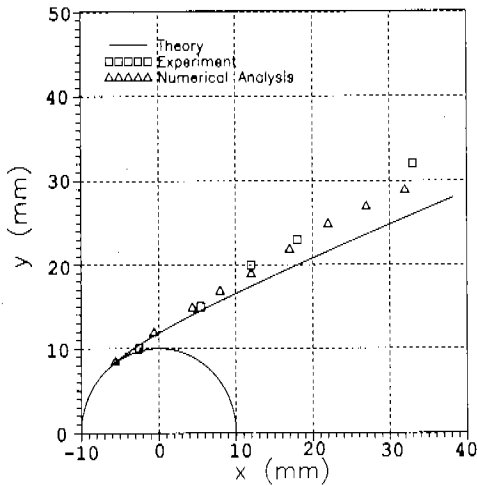


Fig. 9 Shock-shock locus (trajectory of the first Mach triple point : T_1).

선형을 이룬다고 가정한다면, (10), (11) 식은 다시 (9) 식에 의해 각각 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\tan^2 \theta_w = \frac{(M_m^2 - M_s^2)[1 - (g(M_m))^2]}{(g(M_m)M_m + M_s)^2} \quad (12)$$

$$\chi = \tan^{-1} \sqrt{\frac{(M_m/M_s)^2 - 1}{1 - (g(M_m))^2}} \quad (13)$$

원주 표면 벽면의 경사각 θ_w 와 이동 충격파 마하 수 M_s 는 이미 주어진 값이므로, (12)와 (13) 식을 이용한다면, 이로부터 마하 스텝의 마하 수 M_m 과 궤적각 χ 를 차례로 구할 수 있다. 이들 파동 변수들은 동엔드포피 영역에서 다음의 특성식에 따라 전파 된다.⁽¹³⁾

$$\theta \pm \omega = \text{const}$$

$$\text{on } C_{\pm} : \frac{dy}{dx} = \tan(\theta \pm m) \quad (14)$$

여기에서

$$\omega = \int_1^M \sqrt{\frac{\Lambda(M)}{M^2 - 1}} dM,$$

$$m = \tan^{-1} \sqrt{\frac{M^2 - 1}{M^2 \Lambda(M)}}$$

따라서 Bryson과 Gross⁽³⁾가 했던 것처럼 C_- 특성치들의 영향을 무시한다면, C_+ 특성치만을 고려하여 궤적각 χ 의 변화에 따른 마하 삼중점의 궤적을 그려나갈 수 있다. 그렇다면 주어진

유동 및 기하학적 조건으로부터, (12) 식과 (13) 식을 이용하면 모델 표면에서의 χ 값을 계산할 수 있고, 이 값은 (14) 식을 만족시키면서 외부 유동으로 전파된다. 강한 충격파에 대해 성립하는 이 가정을 약한 충격파의 경우까지 확장하는 것은 논란의 여지가 있지만, 계산의 편의를 위해 우선 C_+ 특성치의 영향만을 고려하여 보기로 한다. 마하 삼중점의 초기 궤적에서 C_- 특성치의 영향은 매우 좁은 영역에만 한정된다. 이 사실은 Fig. 9의 실험 및 계산과의 비교에서 그 일치 정도로 짐작할 수 있다. 그리고 궤적이 시작되는 지점은 정규 반사에서 단일 마하 반사로의 천이점이며, 그 천이각은 Itoh 등이 제안한 다음의 관계식을 이용하여 구한다.⁽¹⁴⁾

$$M_s \sec \theta_w^* = \frac{1}{2} \left[\{M_s + \sqrt{M_s^2 - 1}\} e^{\sqrt{n/2} \theta_w^*} + \frac{1}{\{M_s + \sqrt{M_s^2 - 1}\} e^{\sqrt{n/2} \theta_w^*}} \right] \quad (15)$$

여기에서

$$n = \frac{1}{\Lambda(M_s)} + \frac{1}{\Lambda(M_m)}$$

이다. M_m 은 (12) 식에서 기하학적 조건 θ_w 와 유동 조건 M_s 의 함수이며, (15) 식로부터 주어진 $M_s=1.34$ 에 대하여 $\theta_w^*=38^\circ$ 를 구할 수 있다.⁽¹⁵⁾

Fig. 9에 마하 삼중점 (T_1)의 궤적을 도시하였다. 여기에서 위 (13), (14) 식에 의한 이론 값과, 실험 사진과 수치 해석 결과로부터 얻은 데이터들이 비교되어 있다. 하류 방향으로 가면서 고전 이론에 의해 예측된 값은 실험 및 수치 해석에서 구한 값보다 작다는 사실을 관찰할 수 있었다. 이는 이론에서 고려하지 않은 C_- 특성치의 영향으로 해석된다.

5. 맺음말

이 논문에서 저자들은 비교적 약한 강도의 충격파 $1 < M_s < 2$ 인 영역에서 KAIST 충격파관을 검증하였고, 이에 기초를 두고 앞이 무딘 한 개의 물체 (지름 20 mm 원주)에서 반사되는 충격파 현상을 탐구하였다. 입사 충격파의 마하 수에 대한 반사 충격파의 후퇴 속도에 대한 상관 관계

를 실험과 수치 해석을 이용하여 구하고, 특히 $M_2=1.34$ 인 대표 유동에 대하여 간섭 사진 및 밀도장의 수치 계산 결과를 제시하였다. 이로부터 시간 변화에 따른 반사 충격파의 위치를 구할 수 있었다. 추가적으로 고전 충격파 이론을 이용하여, 충격파 회절 현상의 중요 요소인 마하 삼중점의 궤적을 구하였고 이를 실험 및 계산 결과와 비교하였다.

연구 결과, 원주에 부딪치는 충격파는 반사와 회절을 통해 압축 영역, 팽창 영역, 그리고 회복 영역을 만들어내면서, 약화된 원뿔형 충격파가 평면 충격파로 회복되어 간다는 사실을 관찰할 수 있었다. 즉, 압축 영역에서 발생한 음향학적 교란들은 이를 충격파의 불안정한 원시 형태인 반사 충격파를 이루고 상류 방향으로 역진행해 나간다. 한편 반사 충격파 후류에서 하류 방향으로 움직이는 유동에 실려 전파되는 일부 음파 교란들은 팽창 영역을 지나면서 가속되어 곧 입사 충격파를 따라 잡게 되고, 이에 의한 충격파-충격파 상호 간섭은 마하 스텝을 형성한다. 이런 과정에서 원래의 입사 충격파가 반사 충격파, 그리고 마하 스텝과 함께 삼중점을 이루는 단순 마하 반사가 일어난다.

감사의 글

이 논문은 한국과학재단의 핵심기초연구 (KOS EF 951-1006-028-2) 지원에 의해 이루어졌다. 재단의 학술 지원에 감사드린다.

참고문헌

- (1) van Dyke M., 1983, *An Album of Fluid Motion*, Parabolic Press, Stanford, California, p. 164.
- (2) Chevray R. and Mathieu J., 1993, *Topics in Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, pp. 211~215, 238~239.
- (3) Bryson A. E. and Gross R. F. W., 1961, "Diffraction of Strong Shocks by Cones, Cylinders, and Spheres," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 1~16.
- (4) Yang J. Y., Liu Y., and Lomax H., 1987, "Computation of Shock Wave Reflection by

- Circular Cylinders," *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 5, pp. 683~689.
- (5) Takayama K., 1987, *Optical Flow Visualization of Shock Wave Phenomena*, Shock Wave Research Center, Tohoku University, Sendai, Japan.
- (6) 장세명, 장근식, 1997, "삼각 프리즘에의 충격파 입사 - 차단 문제의 재해석," *대한기계학회 추계학술대회논문집*, Vol. B, pp. 517~522.
- (7) Anderson J. D., 1990, *Modern Compressible Flow*, McGraw-Hill, pp. 206~241.
- (8) 허철준, 안태용, 변영환, 장안식, 1997, "건국대학교 충격파관의 성능 해석 연구 (I)," *한국항공우주학회 추계학술발표회논문집*, pp. 413~416.
- (9) 장세명, 1996, "앞이 무딘 물체를 지나서 전파되는 충격파에 대한 연구," 석사학위논문, 한국과학기술원.
- (10) Sivier S., Loth E., Baum J., and Lohner R., 1992, "Vorticity Produced by Shock Wave Diffraction," *Shock Waves*, Vol. 2, pp. 31~41.
- (11) Timofeev E., Takayama K., Ofengeim D., and Voinovich P., 1997, "Numerical and Experimental Visualization of Vortical Flows Accompanying Diffraction of a Plane Shock Wave over a Circular Cylinder," *Proceedings of the Second International Workshop on Shock Wave/Vortex Interaction*, Sendai, Japan, pp. 207~218.
- (12) Ko S. M. and Chang K. S., 1998, "Resonant Pulsatile Flows of a Hartmann-Sprenger Tube," *Computational Fluid Dynamics Journal*, Japan Society of CFD, Vol. 6, pp. 439~452.
- (13) Whitham G. B., 1974, *Linear and Nonlinear Waves*, John Wiley and sons, pp. 263~311.
- (14) Itoh S., Okazaki N., and Itaya M., 1981, "On the Transition Between Regular and Mach Reflection in Truly Non-stationary Flows," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 108, pp. 383~400.
- (15) Bendor G., 1992, *Shock Wave Reflection Phenomena*, Springer-Verlag, pp. 244~249.