

수학 영재의 창의력 신장을 위한 문제 개발¹⁾

신 인 선 (한국교원대학교)
안 대 영 (음성고등학교)
이 봉 주 (진주고등학교)

창의성 신장을 위한 수학 영재 교육 개선 방안에 관한 연구의 일부로 고등학생을 대상으로 한 창의성을 기르는 문제를 개발하였다. 창의성의 요인을 중심으로 민감성 - 수학내용을 이용한 글쓰기, 유창성 - 1998 문제, 융통성 - 수 패턴, 독자성 - 테셀레이션, 재구성 능력 - 공간구성, 완성을 위한 노력 - 패턴 구성하기의 6 가지 내용으로 구성하였다.

I. 서론

7차 교육과정의 개정의 중점으로 수학적 힘을 강조하고, 또한 수학적 힘을 기르기 위해서는 창의력 신장의 필요성을 이야기하고 있다. 따라서 창의성을 기르기 위한 교수 내용에 대한 연구가 필요하다.

창의성의 개념은 사회적으로 공유되는 가치가 있고 유의미한 결과를 염두에 두고 행하는 인간의 내적 경험과 그것이 밖으로 표현되는 인간의 행동과 그 결과에 관련된다고 할 수 있다. 교육학 용어 사전에서 창의성(創意性, Creativity)은 “새로운 관계를 지각하거나, 비범한 아이디어를 산출하거나 또는 전통적인 사고 유형에서 벗어나 새로운 유형으로 사고하는 능력”으로 정의했다. 창조적 사고력은 급속한 정보사회에서 폭발하는 지식과 정보에 대처할 수 있는 능력이다. 이런 까닭으로 창의성을 갖춘 인간상을 필요로 하고 있다.

이러한 창의성의 기르기 위해서는 창의성에 영향을 미치는 변인들을 고려한 학습 자료의 개발이 필요하다.

II. 본론

1. 창의성에 영향을 미치는 변인들

1) 본고는 한국학술진흥재단이 지원하는 1998년도 대학 부설 연구소 지원 과제인 “창의성 신장을 위한 수학 영재 교육 개선 방안에 관한 연구의 일부로 작성한 것임.

윤종진(1978)은 창의력을 성격 특성으로 간주하는 학자들이 창의적 인간의 특성을 다음과 같이 설명한다고 했다. 창의적 인간은 사회적인 문제보다는 아이디어나 사물에 보다 깊은 관심과 흥미를 갖고 있으며, 그러한 문제를 해결하는 데에 보다 높은 가치를 부여한다. 또한 판단과 사고에 있어서 독립성을 보다 많이 보이며, 자기표현의 강한 의욕이 보이고, 타인의 통제를 거부하는 태도가 강하며, 지배욕이 강하다. 다방면에 걸친 새로운 경험 영역으로 자기 자신을 개방하며, 복잡하고 모호한 문제에 좋아하며, 그러한 문제에 오히려 더 도전하려는 경향을 보인다. 심미적, 이론적 가치를 가장 많이 선호하며, 성취·지배·자율·독립·무질서·변화·공격의 욕구가 보다 강하다고 했다.

Torrance(1962)는 창의적 인간의 특성을 나타내는 표현들을 제시했는데, 그 중에는 늘 무엇인가 몰두함, 신비로운 것에 대한 호기심, 어려운 일에 도전, 용기, 깊고 진지한 신념, 결단력, 근면성, 내성적, 인내심, 자발성, 투기적, 집요성, 철저성, 모험성 등이다.

이러한 연구들을 종합해 보면, 우리들은 창의성에 영향을 미치는 개인의 특성들로 강한 의지, 적극적으로 주어질 일을 처리하는 것, 끈기성과 설정된 목적의 성취, 자신의 주의나 관심에 대한 개인의 임의적인 통제, 내향성, 지식욕 등을 들 수 있다.

한편, 창의성에 영향을 미치는 사고 활동의 특성들을 살펴보면, Guilford(1967)는 지능의 요인을 정육면체 모형으로 설명했다. 그의 모형에 따르면, 내용영역으로 4가지, 조작영역으로 5가지, 산출영역으로 6가지의 변인을 추출하였다. 이 가운데서 확산적 생산을 창의적 사고에 관련되는 능력으로 보고 그 하위 변인을 기술하면 다음과 같다. : “① 문제에 대한 민감성(문제를 받아들이는 능력), ② 거침없이 생각할 수 있는 능력(사고의 유창성), ③ 부드럽게 생각할 수 있는 능력(사고의 유연성), ④ 신선하고 기발한 생각을 할 수 있는 능력(사고의 독자성), ⑤ 재구성 할 수 있는 능력, ⑥ 완성을 향해 연구할 수 있는 능력”이라 했다. 이러한 요인들을 고려하여 고등학교 학생들의 창의성 신장을 위한 문제를 개발하였다.

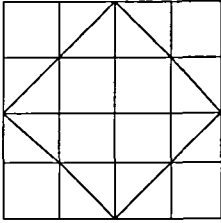
2. 문제의 실제

(1) 문제에 대한 민감성 - 수학내용으로 글쓰기

문제에 대한 감수성이 높다는 것은 깊은 관찰력과 사실을 통합하여 문제의 본질을 새롭게 보는 데서 생겨난다. 민감해지기 위해서는 사물에 대한 계속적인 관심과 흥미를 갖는 일이다. 민감성은 주변의 환경에 대해 민감한 관심을 보이고 이를 통해 새로운 탐색 영역을 넓히려는 특성이다. 수학적 내용을 생활과 관련짓고 민감하고 다양한 반응을 통하여 가치 있는 것이 답이 어떤 것인가를 살펴보는 문제이다. 창의력 훈련 방법에 글을 쓰는 방법이 있다. 글을 쓴다는 것은 상상력을 훈련시키는데 도움을 준다(신세호, 1984). 학생들이 서술한 문장의 내용과 분량을 비교할 수 있다.

1) 만일 이 세상의 모든 수에 절대값이 붙여진다면(음수가 모두 양수가 된다면) 어떤 일이 일어날까?

2) 택시 기하의 세상



택시기하에서는 원을 왼쪽 그림과 같이 마름모로 그린다. 사각형의 격자를 도로라고 할 때 택시를 타고 가는 거리를 말한다. 마름모형의 사각형은 가운데 원점으로부터 같은 거리에 있다. 우리가 살고 있는 유클리드 기하에서 원이 택시기하로 갑자기 바뀌어 버린다면 어떤 일이 일어날까? 원을 이렇게 그리는 이유를 생각해 보자.

(2) 유창성 - 1998 게임

하나의 문제에 대해서 다양한 아이디어를 만들어 내는 능력으로 거침없이 사고하는 것을 말한다. 1998 문제에서 학생들에게 여러 가지 답이 나온다는 사실을 이야기하지 않았을 때는 한가지의 경우만 구하였다. 대부분의 학생들은 여러 가지 답이 나온다는 사실을 알지 못하였다. 그러나 여러 가지 답이 가능하다는 것을 알았을 때 학생들의 반응은 다양했다. 주어진 문제에서 여러 가지 방법을 내는 것을 비교한다.

1	$(\sqrt{9+8})-(9+1)$	35	$1x(9 \times \sqrt{9+8})$	69	$8x9-(\sqrt{9+8})x1$
2	$(9+9)/(8+1)$	36	$9x\sqrt{9+8}+1$	70	$8x9-(\sqrt{9+8})-1$
3	$\sqrt{9-9+8+1}$	37	$(\sqrt{9+8})x(\sqrt{9+8})+1^2$	71	$8x(9+1)-9$
4	$(\sqrt{9+9})-(8x1)$	38	$(9+1)x\sqrt{9+8}$	72	$9x9-1-8$
5	$\sqrt{9+9+8-1}$	39	$(\sqrt{9+8})x8-9x1$	73	$9x8x1-8$
6	$8-1-(9/9)$	40	$(\sqrt{9+8})x8+1-9$	74	$9x9-8+1$
7	$9-9+8-1$	41	$8x(\sqrt{9+8})+1+9$	75	$\sqrt{9+8}x9^2$
8	$(1x8)+(9-9)$	42	$(\sqrt{9+8})x8-(\sqrt{9+8})!-1$	76	$9x8+\sqrt{9+8}+1$
9	$9+9-1-8$	43	$(\sqrt{9+8})x(\sqrt{9+8})+8-1$	77	$(9+1)x8-\sqrt{9+8}$
10	$9x1-8+9$	44	$(\sqrt{9+8})x(\sqrt{9+8})+8x1$	78	$(8+1)x9-\sqrt{9+8}$
11	$1+9+9-8$	45	$(8-\sqrt{9+8})x(9+1)$	79	$8x9+\sqrt{9+8}+1$
12	$\sqrt{9+8}+9x1^2$	46	$9x(8-\sqrt{9+8})+1$	80	$(8x9)+9-1$
13	$\sqrt{9+8-1}+9$	47	$[(\sqrt{9+8})+(\sqrt{9+8})x8]-1$	81	$(1x9)+(9x8)$
14	$\sqrt{9+8}+\sqrt{9+8}x1$	48	$[(\sqrt{9+8})+(\sqrt{9+8})x8]x1$	82	$1+9+(9x8)$
15	$\sqrt{9+8}+\sqrt{9+8}+1$	49	$8x(\sqrt{9+8}+\sqrt{9+8})+1$	83	$(9+1)x8+\sqrt{9+8}$
16	$8x(9/9+1)$	50	$(8-\sqrt{9+8})x(9+1)$	84	$(8+1)x9+\sqrt{9+8}$
17	$9! 8!(9-1)$	51	$\sqrt{9+8}x(8+(9x1))$	85	$(9+8)x((\sqrt{9+8})!-1)$
18	$9! 8!(9x1)$	52	$(9+8)x\sqrt{9+8}+1$	86	$(9+1)x8+(\sqrt{9+8})!$
19	$9! 8!(9+1)$	53	$9x(\sqrt{9+8})!-1^2$	87	$(9x(8+1))+(\sqrt{9+8})!$
20	$\sqrt{9+8}+9+8x1$	54	$9x(8-1)-9$	88	$[(9x9)-1]^2+8$
21	$\sqrt{9+8}+9+8+1$	55	$8x(9-1)-9$	89	$9x9+1+8$
22	$\sqrt{9+8}x8-(\sqrt{9+8}-1)$	56	$(\sqrt{9+8})x8+9-1$	90	$9x9+8+1$
23	$(9 \sqrt{9+8})x8-1$	57	$(\sqrt{9+8})x8+9x1$	91	$[(\sqrt{9+8})!]!+8+1^2$
24	$9 \sqrt{9+8}x8x1$	58	$(\sqrt{9+8})x8+1+9$	92	$[(\sqrt{9+8})!]!+8+(\sqrt{9+8}-1)$
25	$(9+8)+8-1$	59	$[(\sqrt{9+8})!+1]x8+\sqrt{9+8}$	93	$[(\sqrt{9+8})!]!+8+(\sqrt{9+8})x1$
26	$(9+8)+(9)$	60	$(8-1)x9-\sqrt{9+8}$	94	$[(\sqrt{9+8})!]!+8+(\sqrt{9+8})+1$
27	$1+9+9+8$	61	$(\sqrt{9+8})x9+8-1$	95	$(\sqrt{9+8}+9)x8-1$
28	$9! 8! x \sqrt{9+8}+1$	62	$(8x9)-9-1$	96	$8x(\sqrt{9+8}+1)x\sqrt{9+8}$
29	$\sqrt{9+8}x\sqrt{9+8}!-8+1$	63	$(9x8)-(9x1)$	97	$[(\sqrt{9+8})!]!+8+(\sqrt{9+8})!+1$
30	$\sqrt{9+8}x(9+1^2)$	64	$[(9x8)+1]-9$	98	$9x(9+1)+8$
31	$[(\sqrt{9+8})!-1]x8-9$	65	$8x9-(\sqrt{9+8})!+1$	99	$(8+\sqrt{9+8})x9x1$
32	$(9-1)x\sqrt{9+8}+8$	66	$9x(8-1)+\sqrt{9+8}$	100	$(8+\sqrt{9+8})x9+1$
33	$\sqrt{9+8}x[8+\sqrt{9+8}]x1$	67	$8x(9-1)+\sqrt{9+8}$		
34	$9 \times \sqrt{9+8}+(8-1)$	68	$8x9-(\sqrt{9+8})+1$		

1) 규칙

① 1, 9, 9, 8 네 개의 숫자만 사용한다.

② 사칙연산, 제곱근, 제곱, 팩토리얼, 지수를 사용할 수 있다.

③ 1에서 100까지의 숫자를 만든다.

2) 문제에 대한 학생들의 반응

① 2인 경우

$$(9+9)/(8+1), \{(\sqrt{9}+8)-9\} \times 1, (8-\sqrt{9}-\sqrt{9}) \times 1, 1 \times 8 - (\sqrt{9}+\sqrt{9})$$

$$8 - (\sqrt{9}+\sqrt{9})/1, (1+9+8)/9, \{1+(\sqrt{9}+\sqrt{9})\} - 8$$

(3) 융통성, 유연성 - 여러 가지 패턴 찾기

융통성은 문제를 해결하는데 있어서 경직된 시각으로 사고하는 것을 막아주며 다양한 방식으로 정보를 사용하고 한 가지 종류의 아이디어에서 다른 종류의 아이디어를 생각해 내도록 한다. 유창성이 높으면 단지 여러 가지 아이디어나 반응을 많이 산출하지만, 융통성이 높으면 다양한 범주의 아이디어나 반응을 생각해 낼 수 있다. 다음은 수 패턴에서 알 수 찾을 수 있는 내용을 기록한 것이다. 외형적인 모습과, 합, 곱 등 다양한 관점에서 얼마나 많이 분석했는가를 비교한다.

<p>1</p> <p>1 1</p> <p>1 2 1</p> <p>1 3 3 1</p> <p>1 4 6 4 1</p> <p>1 5 10 10 5 1</p> <p>1 6 15 20 15 6 1</p> <p>1 7 21 35 35 21 7 1</p> <p>1 8 28 56 70 56 28 8 1</p> <p>1 9 36 84 126 126 84 36 9 1</p>	<p>① 맨 외쪽 1 열은 1로 시작한다.</p> <p>② 대각선은 1이다.</p> <p>③ 두 번째 열은 자연수의 수열이다.</p> <p>④ 세 번째 열은 삼각수이다.</p> <p>⑤ 몇 개의 숫자의 합은 다른 열의 숫자와 같다.</p> <p style="padding-left: 20px;">$1+2+3=6$</p> <p>⑥ 한 행에서 처음 수에 두 번째는 빼고 다음 수는 더 하는 과정을 반복하면 합은 0이다.</p> <p style="padding-left: 20px;">$1-5+10-10+5+1$</p> <p>⑦ 다음 행은 전 행의 합의 2배이다.</p> <p style="padding-left: 20px;">$1+4+6+4+1=16$</p> <p style="padding-left: 20px;">$1+5+10+10+5+1=32=16 \times 2$</p> <p>⑧ 윗 쪽의 숫자와 왼쪽 숫자의 합이다.</p>
---	--

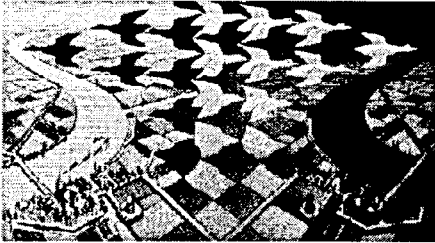
(4) 사고의 독창성-테셀레이션

독창성은 새롭고 독특한 아이디어를 만드는 능력이다. 독창적인 아이디어는 대체로 이전의 아이디어 몇 개를 조합하여 새롭게 만들 때 산출된다. 다양한 아이디어를 내놓은 뿐만 아니라, 그것이 독자적이고 남들이 지금까지 내놓은 일이 없는 아이디어 즉 신선하고 기발한 아이디어를 말한다. 사고의 유창성이 사고의 양적인 측면에 있는데 반해 독자성은 질적인 측면을 다루고 있다. 사고의 유연성에서 필요로 하는 다각적인 사고도 독자성에 연결 돼 있는데 그것과는 별도로 특이한 사고를 함에 따라 독자성, 즉 발상의 신선도를 높일 수 있다. 또 직접적인 답이나 결과에 얽매이지 않고 동떨어진 간접적인 답이나 결과까지 생각하도록 함에 따라 자연스럽게 독자성이 나오는 것이다.

전통적인 미술 방법은 모든 학생들에게 같은 문제를 나눠주고, 똑 같은 방법으로 풀이과정을 쓰고,

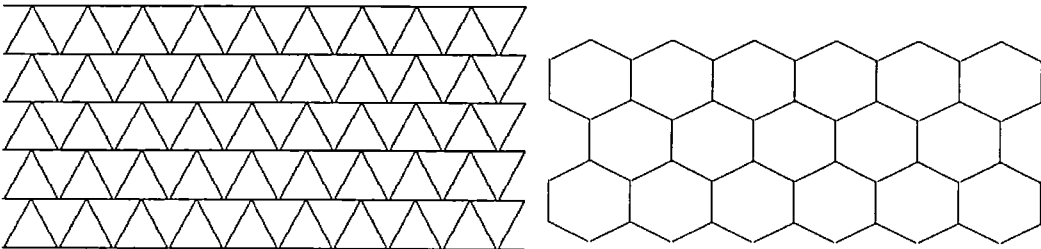
똑같은 형태로 답을 적는다. 상상이나 창의성을 기를 공간이 부족하다. 수업 시간의 창조의 역할을 할 수 있는 공간이어야 한다. 교실마다 학생들에게 창조의 기회를 제공해야 한다. 테셀레이션 활동은 수학적 감각을 창의적으로 표현할 수 있는 좋은 도구이다.

- 1) 주위에서 찾을 수 있는 테셀레이션은 어떤 것이 있는가?
- 2) 테셀레이션과 Escher



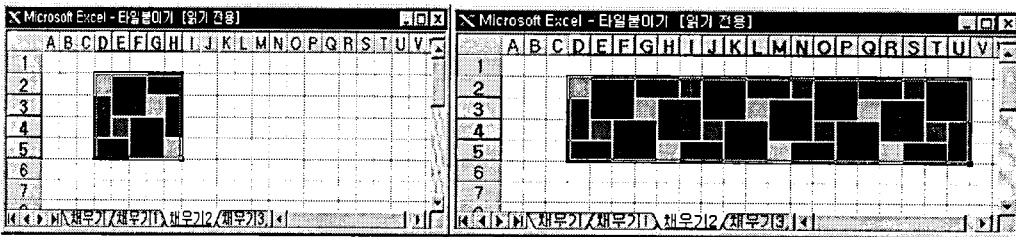
3) 기본 도형을 이용하여 테셀레이션하는 방법을 알아보자. 아래 주어진 예는 삼각형을 정삼각형을 이용한 것이다. 다른 가능한 도형을 생각해 보자.

4) 자와 컴퍼스를 이용하여 정육각형을 이용하여 테셀레이션 해보자.

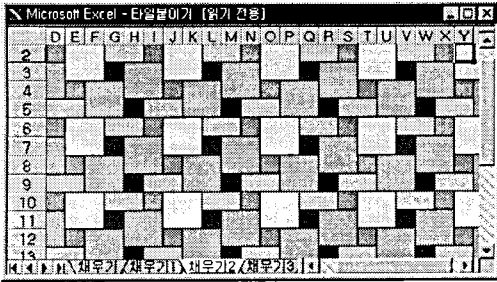


5) 엑셀프로그램을 이용한 테셀레이션- 테셀레이션에 대한 기본적인 생각을 표현하는 데 있어 시간을 줄이고, 많은 활동을 하기 위해 컴퓨터를 활용한다.

- ① 셀에 색을 칠했다. 셀을 마우스로 선택하고 칠하고 싶은 색을 지정하면 색이 칠해진다.
- ② 색이 있는 부분을 선택한다. 선택영역의 오른쪽 아래에서 오른쪽 방향으로 마우스를 끈다.

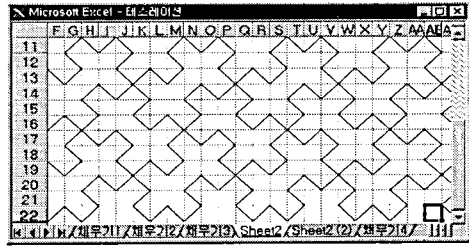
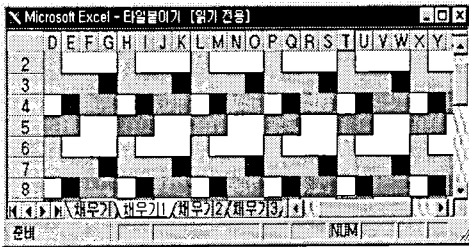


③ 선택영역을 아래방향으로 끌면 다음 그림이 나온다.



종이에 색연필을 이용하여 색을 칠할 수도 있다. 엑셀을 활용하면 기본 도형만 만들면 마우스로 끌어서 공간을 채울 수 있다.

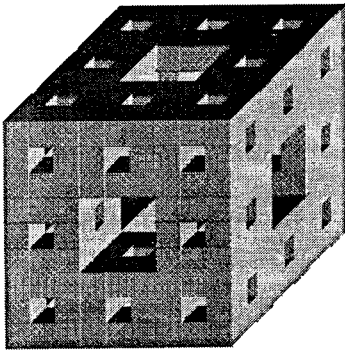
6) 테셀레이션 예



(5) 재구성할 수 있는 능력

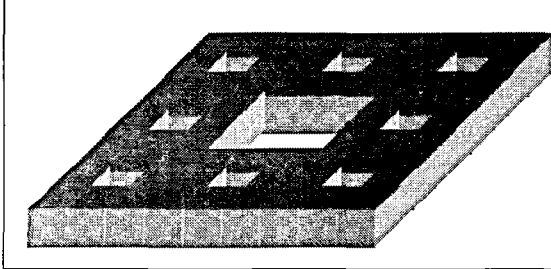
창조력이 있는 사람이란 단순히 창조하는 능력이 뛰어나다는 것뿐만 아니라 일단 분해된 것을 새로이 재구성할 수 있는 능력을 가진 사람임을 말한다. 이 작업은 산산히 흩어져 있는 맞추기 퍼즐을 한 장의 그림에 맞추어 나가는 것과 비슷하다. 그러기 위해서 필요한 것은 문제의 본질을 간파하는 통찰력도 있고 개개의 요소의 역할과 중요도를 알아내는 해석력, 부분과 전체의 균형을 유지할 수 있는 종합적 판단력, 새로운 가치를 더할 수 있는 창조력이 필요하다. 다음 그림은 멩거 스폰지이다. 구조를 살펴보고, 각 층의 구성을 상상해 보자.

1) 다음 그림은 가로, 세로, 높이가 9개로 구성되어 있다.

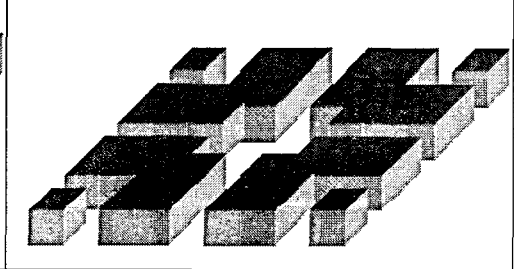


층별로 그림을 그려보자.

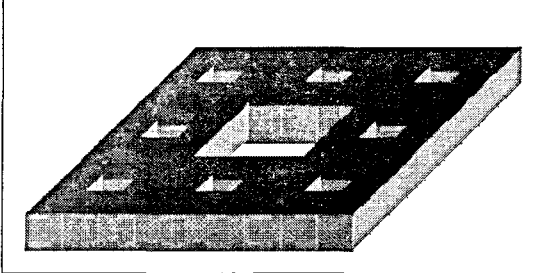
① 1층, 9층의 그림을 그려보자.



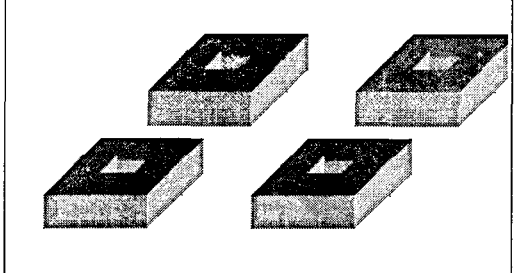
② 2층과 8층을 그려보자.



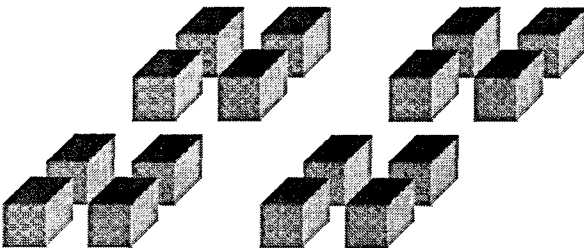
③ 3층, 7층의 그림을 그려보자.



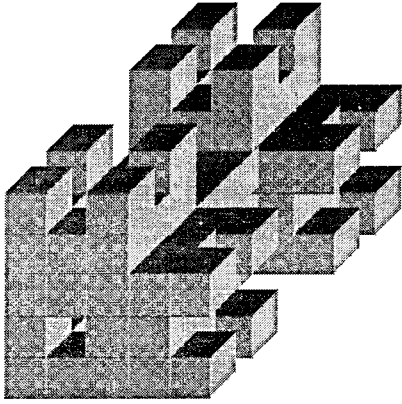
④ 4층, 6층을 그려보자.



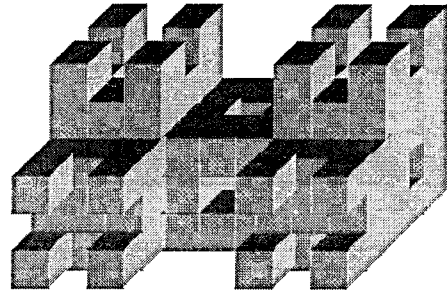
⑤ 다음은 5층을 그려보자.



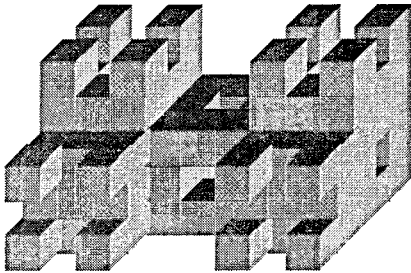
⑥ 왼쪽 맨 앞을 ($x=1, y=1, z=1$)이라 할 때,
 $x=1$ 에서 5까지의 그림을 그려보자.



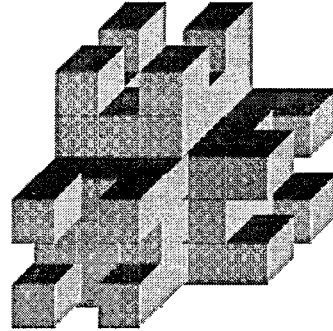
⑦ $y=5$ 에서 9까지의 그림을 그려보자.



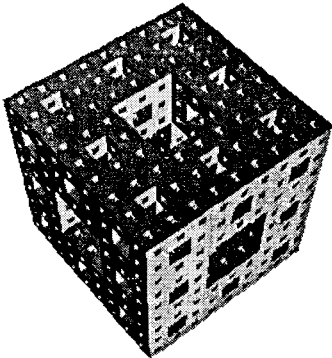
⑦ $y=5$ 에서 9까지의 그림을 그려보자.



⑧ $x=1$ 에서 5, $y=1$ 에서 5, $z=1$ 에서 9까지의 그림을 그려보자.



⑨ 다음 그림이 만들어진 과정을 살펴보자.



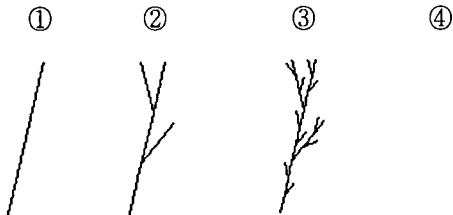
(6) 완성을 위해 연구할 수 있는 능력

포기 하지 않고 합리적이고 효율적으로 문제를 끝까지 해결하는 능력을 말한다. 패턴을 분석하여 나머지 4 단계의 그림을 그려보자. 문제를 해결하기 위해서는 패턴에 대한 분석력과 부분부분에 대해서도 면밀하게 관찰해야 한다. 학습자의 활동을 중시하고, 수학적 흥미와 자신감을 기르기 위해서는 컴퓨터 및 구체적 조작물의 적극적 활용이 필요하다. 규칙의 발견과 끝까지 그려내는 노력을 필요로 한다.

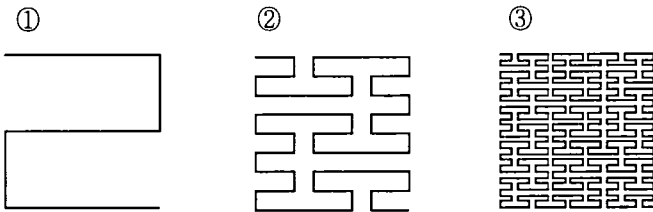
1) 코흐곡선



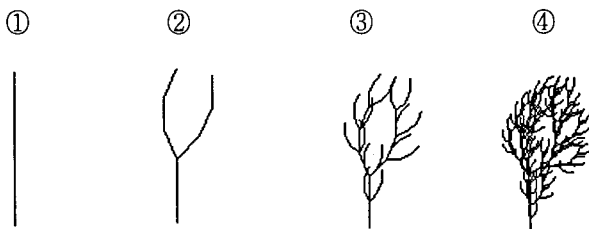
2) 풀



3) 평면을 채우는 곡선



4) 3 단계를 그려보자.



5) 새로운 패턴을 만들어 보자.

Ⅲ. 결론 및 제언

수학영재에 대한 관심이 높다. 이러한 관심은 국가의 장래가 과학, 기술의 발전에 의존한다는 확신 때문이다. 따라서 영재의 발견도 중요하고, 수학영재들을 위한 시설, 교육내용 등이 중요한 과제라 생각된다. 이 논문에서는 창의성의 요인을 중심으로 민감성-수학내용을 이용한 글쓰기, 유창성-1998 문제, 융통성-수 패턴, 독자성-테셀레이션, 재구성 능력-공간구성, 완성을 위한 노력-패턴 구성하기의 6 가지 내용으로 만들어 보았다. 창의성을 신장시키기 위해서는 수업 내용뿐만 아니라 창의적인 교수법도 필요하다. 학생들은 교사보다 다양하고 독창적인 해답을 제시한다. 교사들이 창의적인 학생을 이해하고 적극적으로 긍정적인 사고 방식으로 수업에 임할 수 있도록 배려해야 한다.

학습내용과 교수방법을 통하여 학생들의 창의력을 키우는 학습 자료의 개발과 평가에 관한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- 신세호 (1996). 창의적 사고에 미치는 인성 요인의 영향에 관한 연구, 교육학 연구 4.
- 윤중건·김용대 (1978). 교사들의 미리 지향적 특성 - 성취동기, 창의력, 가치관, 한국행동과학 연구소.
- Guilford, J.P. (1967). *The Nature of Human Intelligence*, New York: McGraw-Hill Book Co.
- Torrance, E.P. (1962). *Guiding Creative talent*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc.