韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 9집, 1999. 7. 227-239.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 9, July. 1999. 227-239.

충북지역 초등수학 영재교육의 분석과 전망

김 수 환 (청주교육대학교)

영재교육의 이론적 근거를 제시한 연구물이 국내에는 그다지 많지 않다. 뿐만 아니라 지금 한국과학재단에서 지원하고 있는 전국의 9개 대학 과학영재교육센터 역시 실천적인 차원의 활동을 벗어나지 못하고 있다. 외국의 대학부설 연구소들이 30년 이상 이와 같은 연구와 서비스를 지속적으로 실천해오고 있는 사례들을 우리는 쉽게 찾을 수 있다는 점을 거울 삼아 모처럼 마련된 국가적 차원의 지원을 토대로 그 바람직한 실천과 연구를 위한 방안을 다음과 같이 제시해본다.
첫째, 질적 연구의 집적에 힘써야 한다. 영재교육이라는 특수한 상황을 전제로 할 때는 더구나 그렇듯이 일반화를 전제로 한 양적 연구보다는, 사례연구와 같은 질적 연구물들의 집적에 노력을 아끼지 말아야 할 것이다. 둘째, 교수-학습 활동은 활동이론과 구성주의 이론의 적절한 조화가 요망된다. 구성주의 이론에 입각한 교수-학습 활동의 모습을 단적으로 말하자면, 학습자 자신이 주어진 문제 상황에서의 탐구를 통하여, '구체적인 것에서 추상적인 것으로' 나아가 스스로 지식을 구성하는 것이다. 그러나, 활동이론에 입각한 교수-학습 활동의 요지는 활동은 정말로 전형적인 활동에 국한하고 나머지는 교사의 설명에 의해 학습자들이 '추상적인 것에서 구체적인 것으로의 소급'이 가능하도록 하는 것이다. 완전히 정반대의 주장을 하는 것 같으면서도 일면 그 타당성들을 갖고 있는 것으로 볼 수 있다. 셋째, 학제적・통합적 연구가 절실하다. 연구의 측면에서 수학반 아동과 과학반 아동들의 활동상의 차이점이나 유사점 등에 대한 질적 연구를 시도해보는 것은 매우 의미있는 일이 될 것이다.

I. 서론

청주교육대학교 과학영재교육센터의 초등수학 영재교육 실천 사례를 분석하고 그 발전적인 방향을 모색하고자 한다. 그 동안의 교육자료의 개발 방식, 자료의 내용, 교수-학습 지도의 실제, 그리고 평가 방법을 중심으로 분석・종합하고, 이러한 실천의 이론적 근거를 찾아보는 것이 영재교육의 발전적인 방향을 찾는 데 도움이 될 것으로 본다.

학습에 관한 구성주의자 관점을 수용하는 사람들이 점점 많아지면서, 어떠한 교실 상황에도 영향을 미치는 복잡한 상호작용을 구체화하고 상세히 기록하는 데 대한 관심이 점점 커져왔다. 지난 20여 년에 걸친 수학 교육 연구의 복잡한 양상들을 콜러와 그로우스(Koehler & Grouws, 1992)는 그래프로 제시한 바 있으며, 교실 수업이 운영되는 보다 폭넓은 사회적 제도적 맥락들을 고려함으로써 확장될 수 있다. 이를 요약하면, 교실에서는 교사의 행동과 학생의 행동이 상호작용하는 과정에 관한 연구를 중심에 두고 생각할 수 있다. 여기에는 학생 특성이 각각 영향을 준다. 첫째, 학생 행동은 학생들의 학습 결과에 영향을 주는데, 인지적 측면과 정의적 측면에 관한 결과에 관심이 모여지되, 각

각 성과 인종에 따른 결과에 관한 연구들이 있음을 알 수 있다. 한편, 학생 행동에 영향을 주는 것으로서의 학생들의 수학과 자아에 관한 태도에 관한 연구가 있어왔다. 둘째, 교사의 행동에 영향을 주는 것으로서의 교사의 태도에 관한 연구, 교육과 수학에 관한 교사의 신념에 관한 연구, 학생들의 학습, 교육학, 내용 등에 관한 교사의 지식 등에 관한 연구들이 주종을 이루어왔다.

수학교육에서 뿐 아니라 다른 분야에서도 역시, 바람직한 것으로 간주되는 교육 연구의 본질을 고려하는 것은 도움이 된다. 초기에는 양적인 연구들이 매우 가치 있고 가장 타당한 것으로 보였으며, 그 요점은 교육적인 상황이 크게 다르지 않은 것으로 보는 교육관에 기초를 두고 있었다. 실험적인 투입의 성공이나 실패의 측도로 제공되는 양적인 결과들로 변화가 수행되었다. 이러한 관점의 교육 연구는 교실을 무엇인가 고정된 상황이나 학생들에게 수행되는 장소로 보고 투입에서 직접적으로 기인되는 측정 가능한 변화가 발생하는 장소로 보는 관점을 긍정적으로 가정하고 있는 셈이다.

그러나, 최근에는 여러 가지 질적인 형태의 교육 연구들이 유행이 되었으며, 수학 교육에서 특히 중요한 것은 아마도 사례 연구일 것이다(Mansfield, 1996). 이러한 형태의 연구에서, 강조점은 독특한 배경과 경험들, 신념과 능력들을 가진 아동들과 함께 각자 자신의 개인적인 틀 내에서 연구하는 교실 수업 실천가들과 함께 하는 개별 교육 상황들에서 작동되는 모든 요인들간의 상호작용들의 확인과 탐색에 주어져 있다. 그러한 요인들이 교육적인 노력에 영향을 주는 미묘한 차이들은 각자 분명히 특유할 수 있으며, 그래서 다른 교실에의 즉각적인 일반화 가능성은 없다. 그러한 연구에서 조사되어야 할 요인들의 확인은 관련된 연구자나 연구자/교육실천가의 민감도와 철학적 렌즈에 의존한다는 것 또한 분명하다. 그러한 연구들의 많은 집적만이 교실의 실천을 위한 공통의 맥락과 시사점들의 인식에 도달할 수 있는 것으로 보인다.

Ⅱ. 교육 자료의 개발 방식

초등수학 영재교육을 위한 프로그램은 주말교육, 집중교육, 캠프활동, 후속교육 등으로 구성되어 있다. 우선, 주말교육은 매주 토요일 오후에 실시하는 것으로, 자료 개발의 기본적인 방침은 다음과 같다. 첫째, 5학년 교육과정 범위에 속하는 내용을 선정한다. 이는 교육 대상자가 수학 능력 우수아이기는 하지만 이들에게 지나치게 속진 활동을 강조하는 것은 자칫 낭패를 초래할 우려가 있기 때문이다. 또, 집중교육 시에는 과학반 아동들에게도 주말교육 프로그램을 적용할 수 있어야 하는데, 과학반 학생들도 적절하게 수행할 수 있으려면 교육과정의 범주를 크게 벗어나지 않는 것이 좋기 때문이다. 둘째, 아무리 교육과정 내의 내용을 중심으로 하는 활동일 지라도 대상자들의 개인차를 고려하여 각자 활동의 폭과 깊이를 열어줄 수 있는 두 시간 전후에 할 수 있는 활동 프로그램을 개발한다. 셋째, 프로그램 개발에서, 초등학교 교육과정의 수와 연산, 관계, 도형, 측도 등 대영역 내용들이 골고루 안배될 수 있도록 한다. 프로그램이 어느 한 영역에 집중되는 것을 가능한 한 막기 위함이다. 넷째, 어려운 문제 풀이 식의 교육에 적합한 것은 가능한 한 피하고, 구체적인 활동을 통하여 주어진

문제 상황을 해결하고 이를 확장할 수 있게하는 프로젝트 수업에 적합한 프로그램을 개발한다. 이렇게 개발된 자료는 영재교육 뿐 아니라 일반 학급에서의 활동 자료로도 활용될 수 있다.

집중교육은 겨울 방학에 실시하는 것으로, 심화과정과 속진과정으로 구성한다. 심화과정 프로그램은 주말교육 프로그램과 같은 유형으로, 교육과정 내의 영역별 안배를 하되 활동의 폭과 깊이를 열어둘 수 있는 두 시간 전후에 할 수 있는 활동 과제로 한다. 이것은 과학반 학생들에게도 적용할 수 있는 과제여야 한다. 그러나 속진교육 프로그램은 수학반 아동들만을 위한 것이므로, 다소간 교육과정의 범주를 벗어나더라도 무방하다. 보통의 영재교육이 속진과정에 치중하는 경향이 많은데, 그 정황은 이해할 수 있지만 지나친 강조는 위험한 발상이라 보여진다.

캠프 활동은 여름 방학에 실시하는 것으로, 프로그램은 여럿이 함께 어우러져 할 수 있는 협동적인 활동을 요하는 과제를 중심으로 개발한다. 뿐만 아니라 수학 교과와 다른 교과의 학제적인 성격의 활동 과제들을 개발할수록 더 좋다. 2박 3일간 수학반과 과학반, 직전의 후속교육 대상자들과 현재의 교육 대상자들이 모두 참가하기 때문에, 흥미롭고 실천적인 기쁨을 줄 수 있는 프로그램을 개발하여야 소기의 목적을 이룰 수 있다.

후속교육은 캠프 활동시 그 이전의 교육 활동 내용 범위 내에서의 평가 결과를 통하여 적격자를 t 선발하여 이들을 대상으로 하되, 원격교육을 원칙으로 한다. 이를 위해서는 컴퓨터 환경의 구축이 선행되어야 한다.

이러한 제반 교육 활동 자료의 개발에 준용할 형식은 준비 활동, 탐구 활동, 심화 활동의 틀을 갖춘다. 그리고 활동이 끝난 뒤 10분간은 학습자들 스스로 포트폴리오를 작성하게 한다. 이 시간까지 도우미 교사는 학생활동 관찰지를 완성한다.

Ⅲ. 자료의 내용

주말교육, 집중교육, 캠프활동, 후속교육 프로그램 주제들은 다음과 같다(과학영재교육센터, 1999). 이들은 물론 지속적으로 수정 보완 작업이 이루어져야 할 것이다.

<표 1> 교육 프로그램 주제

주말교육	퍼즐문제, 기하판으로 배우는 수학, Logo 프로그래밍 활동, 칠교판, 그림자로 피라밋의 높이를 재다, 걸리버 여행기, 여섯장의 카드 구하기, …
집중교육	펜토미노를 이용한 수학 문제, 마술카드의 비밀, 재미있는 수리퍼즐, 차원분열도형(프랙탈) 탐구, 비둘기집의 원리, 다양한 주제의 문제해결, 지도 색칠하기, 그래픽 계산기를 활용한 활동, 계산기를 이용한 여러가지 수의 계산, 자료의 정리와 계산기 활용, 지도에서 산의 정상 알아맞추기, 확률실험, 원의 신비, 축구공에 숨어있는 수학, Logowriter, …
캠프활동	입체도형 탐구, 하노이탑, …
후속교육	확률론의 기원, 하노이탑 문제, 분배 문제, 나이 문제, 난법가, 학구산, 속도와 운동 거리, 부정방정식, …

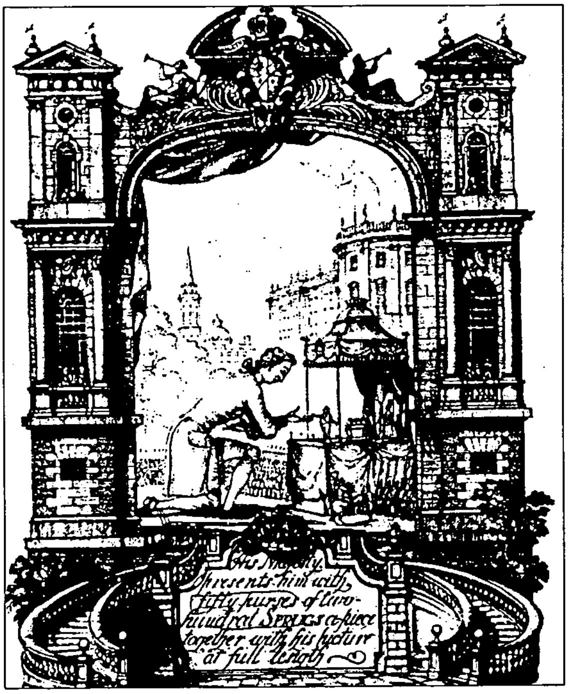
1. 주말교육 프로그램 예시 안

<걸리버 여행기를 읽고>

(읽을거리)

작은 사람들의 나라에서

눈을 떴을 때에는 이미 해가 높이 떠올라 있었다. 일어나려고 했지만 움직일 수가 없었다. 누워 있는 동안 나의 두 팔과 다리가 땅에 단단히 붙들어 매여져 있었던 것이다. 길면서도 숱이 많은 나의 머리카락도 풀리지 않도록 묶여져 있었으며, 겨드랑이부터 허벅지에 이르는 온몸 전체에도 몇 줄의 가늘고 긴 줄이 얽혀져 있었다. 하늘을 향해 누워 있는 상태였기 때문에 햇볕이 뜨거워질수록 나는 점점 더 눈이 부셨다. 주위에서 시끄러운 소리가 들렸지만 지금처럼 묶여있는 자세로는 하늘을 볼 수가 없었다. 조금 후 나는 왼쪽 다리 위로 살아 있는 무언가가 움직이며 조심스럽게 가슴 위로 올라오는 것을 느꼈다. 그것의 거의 턱에까지 다다랐을 때, 나는 눈을 아래로 힘껏 돌려서 내려다보았다. 놀랍게도 12센티미터 정도밖에 안 되는 작은 키의 사람이 서 있었다. 손에는 활과 화살을 들었고 등에는 전통을 메고 있었으며, 그 뒤로도 같은 크기의 사람 40여명이 뒤따라 올라오고 있었다.



<그림 1> 작은 나라 사람과 악수하는 걸리버

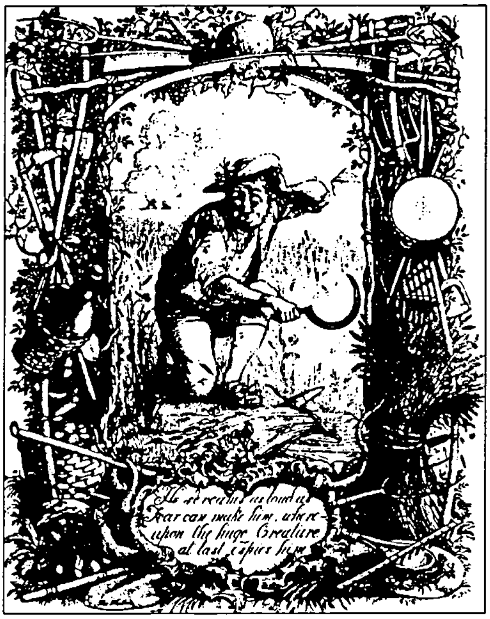
…

나를 자유의 몸으로 풀어준 작은 사람들의 나라 국왕은 나에게 작은 사람들 1728명을 먹여 살릴 만큼 충분한 양의 고기와 마실 것을 나에게 주었다. 나중에 한 친구에게 어떻게 해서 그처럼 분명한 숫자를 구했는가를 물었다. 그 친구는 국왕의 수학자들이 기구를 사용하여 나의 키를 재어본 결과, 내가 작은 사람들 키의 열 두 배 정도가 된다는 것을 알게 되었으며, 따라서 나의 몸이 최소한 작은 사람들 1728명을 합친 것과 같다는 결론을 얻었다고 하였다.

큰 사람들의 나라에서

나는 처음에 갔던 길로 힘껏 도망치면서 경사진 언덕으로 올라갔다. 그곳에서 나는 이 나라의 한 부분을 살펴볼 수 있었다. 나는 넓은 길로 들어섰지만, 나는 그것을 무척이나 넓은 길로 생각하고 있었다. 한참을 걸어갔지만 나에게는 아무 것도 보이지 않았다. 추수할 시기를 맞이한 곡식들의 길이가 12미터로 자라났기 때문이다.

내가 있던 언덕으로 10미터 가까이 수확을 하는 사람 하나가 다가왔다. 그가 한 걸음만 옮겨도 나는 발에 깔



<그림 2> 큰 나라 사람 앞에서 겁에 질린 걸리버

려 죽거나, 휘두르는 낫에 두 동강이 나게 될 것이다. 그것은 나를 온통 두려움으로 몰아 넣었다. 큰 사람이 다시 움직이려고 하였을 때, 나는 공포에 질려 커다랗게 소리를 외쳤다. 그러자 큰 사람은 발을 짧게 딛고는 잠시 동안 아래를 살펴보았다. 그러다가 땅에 있는 나를 발견하게 되었다.

큰 사람은 내가 영국에서 족제비를 잡을 때 하였던 것처럼, 엄지손가락과 검지 손가락으로 등의 가운데 부분을 잡았다. 나를 좀 더 확실하게 관찰하기 위하여, 그는 나를 눈에서 약 3미터 거리까지 들어 올려 그의 키 높이인 18미터까지 올렸다. 나는 그의 손가락 사이로 미끄러져 떨어지게 될까봐 무척이나 두려웠다.

(준비 활동)

1) 작은 사람들의 나라와 큰 사람들의 나라 사람들의 키는 얼마씩인가?

2) 걸리버와 작은 사람들의 키의 닮음비는 얼마인가?

3) 걸리버와 큰 나라 사람들의 키의 닮음비는 얼마인가?

(탐구 활동)

※ 현재 우리가 있는 교실 공간과 걸리버가 살았던 영국의 교실 공간은 같으며, 이들은 모두 작은 나라와 큰 나라의 교실과 닮은꼴이다. 우리 교실에 있는 물건의 크기를 토대로 하여 작은 나라와 큰 나라의 교실과 교실에 있는 물건들의 크기를 구하여 보아라.

(심화 활동)

작은 사람들의 나라와 큰 사람들의 나라 전체가 우리 나라 전체와 닮은꼴이라 할 때, 그 전반적인 모습과 크기를 알아보아라. (국토의 넓이, 도시의 인구, 산의 높이, …)

2. 집중교육 프로그램 예시 안

<마술 카드의 비밀>

(준비 활동)

<표 2> 여섯 장의 마술 카드

1	3	5	7	2	3	6	7	4	5	6	7
9	11	13	15	10	11	14	15	12	13	14	15
17	19	21	23	18	19	22	23	20	21	22	23
25	27	29	31	26	27	30	31	28	29	30	31
33	35	37	39	34	35	38	39	36	37	38	39
41	43	45	47	42	43	46	47	44	45	46	47
49	51	53	55	50	51	54	55	52	53	54	55
57	59	61	63	58	59	62	63	60	61	62	63

8	9	10	11	16	17	18	19	32	33	34	35
12	13	14	15	20	21	22	23	36	37	38	39
24	25	26	27	24	25	26	27	40	41	42	43
28	29	30	31	28	29	30	31	44	45	46	47
40	41	42	43	48	49	50	51	48	49	50	51
44	45	46	47	52	53	54	55	52	53	54	55
56	57	58	59	56	57	58	59	56	57	58	59
60	61	62	63	60	61	62	63	60	61	62	63

(1) 마술 카드 게임을 실시한다.
(2) 마술 카드 게임의 원리가 무엇인 지를 생각해본다.

(탐구 활동)

(1) 십진수의 자리값 개념을 이해한다.

십진수 $6743 = 6\times 10^3 + 7\times 10^2 + 4\times 10^1 + 3\times 1$

(2) 이진수의 자리값 개념을 이해한다.

이진수 $10101 = 1\times 2^4 + 0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 1$

(3) 이진수를 십진수로, 십진수를 이진수로 바꾸는 방법을 생각해본다.
(4) 1부터 63까지의 수를 각각 여섯 자리의 이진수로 바꾸어 놓고, 여섯 장의 마술카드가 어떻게

만들어졌는지를 설명하고 마술의 비밀, 즉 마술 카드의 원리를 밝힌다.

(심화 활동)

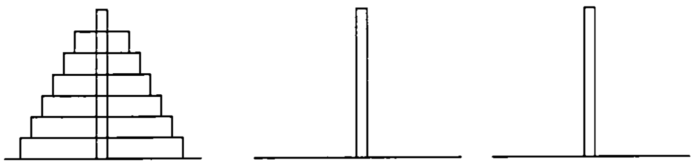
(1) 다섯 장의 마술 카드를 만들어라.

(2) 일곱 장의 마술 카드를 만들어라.

3. 캠프활동 및 후속교육 프로그램 예시 안

<하노이 탑 문제>

<문제 상황> 다음 <그림 3>과 같이 세 개의 나무 막대기와 그 막대기에 꼭 맞게 끼울 수 있도록 가운데에 구멍이 나 있는 n 개의 서로 다른 크기의 원판으로 이루어진 장난감이 있다. 처음에는 한 막대기에 모든 원판이 걸려있되, 가장 작은 원판이 제일 위에 걸려 있고 아래로 갈수록 점점 큰 원판들이 걸려있다.



<그림 3> 하노이 탑

<규칙> ㉠ 한 번에 한 개의 원판을 한 막대기에서 다른 막대기로 옮길 수 있다.

㉡ 작은 원판 위에는 큰 원판을 걸 수 없다.

<목표> 이러한 규칙에 따라 처음의 막대기 위에 있는 모든 원판을 다른 막대기에 옮겨 걸어야 한다.

(1) n이 1일 때는 몇 회의 시행을 해야 할까?

(2) n이 2일 때는 몇 회의 시행을 해야 할까?

(3) n이 3일 때는 몇 회의 시행을 해야 할까?

(4) n이 4일 때는 몇 회의 시행을 해야 할까?

(5) 어떤 규칙성을 발견할 수 있는가?

(6) 이 규칙성을 증명할 수 있는가?

Ⅳ. 교수-학습 지도

1. 주말교육

매주 토요일 오후 세시에서 다섯 시까지 경선정 반과 최석정 반 두 개의 반으로 나누어 실시한다.

반 이름은 조선시대 유명한 산학자의 이름을 빌렸으며, 이는 앞으로 훌륭한 수학자의 탄생을 바라는 마음을 담은 것이다. 각 반은 20명으로 구성되었는데, 1개조 다섯 명씩의 학생들의 활동을 돕고 관찰하는 도우미 교사 4명과 강사 1명이 지도를 담당한다. 도우미 교사는 청주교육대학교 예비교사나 현직교사로서 자원자들 중 선발된 교사들로 구성되며, 강사는 담당 교수 혹은 외래 강사로 구성된다. 강사는 모두 일정한 형식에 입각한 프로그램의 개발 뿐 아니라 강의에 책임을 질 수 있는 사람들로 구성된다.

<걸리버 여행기>를 예로 교수-학습 지도의 핵심을 살펴보면 다음과 같다. 지도의 핵심은 닮음비 개념의 활용이다. 닮음비가 $m:n$인 도형의 넓이 비는 $m^2 : n^2$, 부피 비는 $m^3 : n^3$ 이 되는 사실을 이용하는 활동이다. 이러한 사실을 지도하는 데는 작은 주사위 50개 정도만 준비하여도 쉽게 지도할 수 있기 때문에 교육과정의 범주를 따질 필요는 없는 일이다. 본문을 잘 읽어보면, 작은 나라 사람들의 키와 걸리버의 키의 닮음비는 $1:12$이며, 걸리버와 큰 나라 사람들의 키의 닮음비는 $1:12.5$임을 어렵지 않게 알 수 있다. 또한 걸리버가 작은 나라 수학자들의 계산에 의해 작은 나라 사람 1728명분의 식사를 대접받은 사실은 학습자들이 작은 나라의 수학자라고 생각하고 왜 그랬는지를 생각해보게 한다. 역시 1728은 12의 세제곱수임을 발견하는 학생이 곧 나타난다. 이젠, 걸리버가 살던 공간을 현재 학습자들이 앉아있는 교실을 포함한 우리 나라 전체의 공간과 똑 같다(합동)고 가정하고, 이는 작은 나라와 큰 나라의 모든 공간들과 닮음이라고 가정한다. 그러한 상황에서 아동들이 현재의 교실 공간에 존재하는 많은 관심있는 물건이나 도형들을 줄자, 삼각자, 저울 등 다양한 계량기들을 이용하여 실측한 다음 작은 나라와 큰 나라의 물건들의 크기와 무게 등을 유추하게 한다. 이론으로서의 수학에만 안주할 것이 아니라 실험수학으로의 지평을 여는 활동이 되게 할 수 있다. 청주 시민이 모두 56만 명이라 할 때, 작은 나라와 큰 나라의 청주시에 해당하는 인구수는 어떨 지에 대해 논란이 벌어지기도 한다. 자못 흥미로운 장면이다.

2. 집중교육

집중교육은 겨울 방학을 이용하여 2주간에 걸쳐 이루어지는데, 기본적인 방식은 주말교육과 동일하다. 다만, 과학반 아동들을 위해서는 이미 수학반 아동들에게 투여된 바 있는 심화활동 프로그램이 교차 제공되고, 수학반 아동들을 위해서는 속진과정의 활동들이 제공된다.

<마술카드의 비밀>을 예로 수-학습 지도의 핵심을 살펴보면 다음과 같다. 마술카드는 이미 시중에 꽤 알려진 흥미로운 게임으로 이진법의 원리를 이용한 것이다. 가령, <표 2>의 여섯 장의 마술카드 게임을 놓고 보자. 상대편에게 1부터 63까지의 숫자 중 하나를 생각하라고 주문한다. 그런 다음 첫 번째의 카드에서 시작하여 여섯 번째 카드에 이르기까지 상대편이 생각한 수가 있는 지의 여부를 묻는다. 가령, 생각한 수가 첫째, 둘째, 다섯째 카드에 있다고 하였다면, 그것은 이진수 10011 = 1+2+16 = 19인 것이 틀림없다. 자세히 분석해보면, 첫째 카드의 수들은 십진수를 2진수로 바꾸었을

때 첫째자리 ($2^0 = 1$)가 1인 수, 여섯째 카드의 수들은 여섯째 자리($2^5 = 32$)가 1인 수이므로, '있다'와 '없다'는 반응은 곧 그 자리의 수가 '1'과 '0'임을 의미한다.

3. 캠프활동 및 후속교육

캠프활동은 여름방학 중 2박 3일 정도의 일정으로 이루어지며, 후속교육은 원격교육을 원칙으로 한다. 캠프활동이 협동적인 과제나 야외 활동에 주안점을 둔다고 보면, 후속교육은 컴퓨터를 통한 상호작용에 초점을 두는 것이다.

<하노이 탑 문제>를 예로 그 핵심적인 활동을 살펴보면 다음과 같다. 하노이 탑 문제는 전형적인 수학적 문제해결의 예제로 자주 인용되는 문제이다. 그도 그럴 것이, 문제를 해결하기 위해서는 문제를 단순화하기, 규칙성 찾기 등 문제해결의 여러 가지 전략들이 동원될 뿐 아니라, 구체적인 사실들의 일반화에 이를 수도 있는 좋은 문제이기 때문이다. 활동의 대상이나 방법도 초등학생에서 성인에 이르기까지, 놀이에서 형식적인 엄밀한 증명에 이르기까지 학습자의 능력과 수준에 맞는 활동이 가능하다.

(풀이) 제시된 문항의 풀이는 다음과 같다. 다만, 이러한 해결은 구체적인 활동을 통하여 이루어지는 것이 바람직할 것이다. 그러므로, 캠프활동으로, 40개의 하노이 탑 장난감을 준비하여 실제로 체험해보게 한다.

(1) $n=1$일 때, $f(n)=1$ (2) $n=2$일 때, $f(n)=3$ (3) $n=3$일 때, $f(3)=7$

(4) $n=4$일 때, $f(4)=15$ (5) $n=k$일 때, $f(k)=2^k-1$

(6) $n=1$일 때, $f(1)=2^1-1=1$

$n=k$일 때, $f(k)=2^k-1$ 이라면, $n=k+1$일 때,

$$f(k+1)=f(k)+1+f(k)=(2^k-1)+1+(2^k-1)=2^{k+1}-1$$

따라서 모든 자연수 n에 대하여, $f(n)=2^n-1$

Ⅴ. 평가

평가는 학생의 학습활동에 대한 평가와 프로그램 평가로 이루어진다. 학습활동 평가는 포트폴리오에 의한 학습자 자신의 자율평가와 도우미 교사의 학생활동 관찰 기록지에 의한 평가, 강사의 학습자 학습 활동에 대한 평가 등으로 이루어진다. 프로그램 평가 또한 학습자의 평가와 도우미 교사의 평가로 구성된다.

포트폴리오 평가는 학습자들이 일정한 양식에 따라 매번 활동이 끝난 뒤 10분간에 걸쳐 복습하듯

이 정리하면서 스스로에 대한 평가를 4단계 평정척도에 의해 하도록 한 것이다. 포트폴리오의 양식은, 날짜, 이름, 활동 주제, 해결 과정, 자율 평가, 반성 및 소감 등의 항목으로 구성된 A_4 용지 한 장 분량으로 된 것이다. 그리고 도우미 교사에 의한 평가는 다음 <표 3>의 학생활동 관찰지와 같이, 개별활동과 조별활동의 평가로 구성되는 바, 개별활동의 평가는 수학적 성향(흥미와 호기심, 자신감과 의지, 과제 집착력과 끈기), 수학적 사고력(직관적 통찰, 공간화, 추상화, 귀납적 사고, 연역적 사고, 반성적 사고 및 적용), 수학적 창의력(사고의 경제성, 다양성, 독창성)의 각 하위 범주들에 대하여 5단계 평정척도에 의해 하며(한국교육개발원, 1998), 조별활동의 평가는 조별 문제해결 능력과 의사소통 능력 등에 대하여 종합적으로 기술하는 것이다.

프로그램 평가는 학습자 포트폴리오 끝 부분의 '반성 및 소감'란에 기재된 사실과 학생활동 관찰기록지의 끝 부분의 프로그램에 대한 도우미 교사의 소견을 종합하여 평가한다.

<표 3> 학생활동 관찰 기록지

제 목				번호				
강 사		도우미교사	반	일자	1999년 월 일			
개별 활동 (표시방법:각 항목에 대해 5단계로 표시한다. 가장 잘한 것은 5, 가장 못한 것은 1로 기록한다)			학생 이름					
	수학적 성향	흥미와 호기심	1. 수학에 대해 상당한 흥미와 호기심을 가지고 있다.					
			2. 수학시간에 적극적이다.					
			3. 수학문제 푸는 것을 좋아한다.					
		자신감과 의지	1. 수학문제를 자신있게 푼다.					
			2. 어려운 수학문제도 두려워하지 않는다					
			3. 문제풀이 결과에 자신있어 한다.					
		과제 집착력 과끈기	1. 시간이 오래 걸려도 주어진 문제를 끝까지 푼다.					
			2. 교사에게 질문하거나 친구에게 물어봄으로써 모르는 문제를 알려고 노력한다.					
	수학적 사고력	직관적 통찰	1. 문제풀이의 결정적인 단서를 순간적으로 떠올린다.					
			2. 문제해결의 핵심적인 방법이나 전략을 구사하는 능력이 뛰어나다.					
			3. 문제를 이해하는 속도가 빠르다.					
		공간화	1. 도형에 관한 문제푸는 것을 좋아한다.					
			2. 도형의 변환이나 회전 등에 관련된 공간적 사고 능력이 뛰어나다.					
		추상화	1. 수학적 문제 상황을 적당한 수학적 개념, 기호, 수식으로 표현하는 능력이 뛰어나다.					
			2. 주어진 문제를 풀 때, 그림이나 그래프를 이용하여 푼다.					
		귀납적 사고	1. 하위의 구체적인 사례들을 종합하여 상위의 일반적인 원리나 법칙을 구성하는 능력이 뛰어나다.					
			2. 여러가지 수학적인 사실에서 규칙성을 발견하는 능력이 뛰어나다.					
		연역적 사고	1. 상위의 일반적 원리나 법칙을 하위의 구체적인 상황에 적용하는 능력이 뛰어나다.					
			2. 전제로 주어진 명제들로부터 논리적 규칙을 써서 결론을 엄밀하게 도출하는 논증 능력이 뛰어나다.					

개별 활동 (표시방법:각 항목에 대해 5단계로 표시한다. 가장 잘 한 것은 5, 가장 못한 것은 1로 기록한다)			학 생 이 름					
	수학적 사고력	반성적 사고 및 적용	1. 문제풀이 과정을 신중히 검토한다.					
			2. 좀더 나은 풀이 방법을 찾는다.					
			3. 문제해결 결과를 다른 상황에 적용한다.					
	수학적 창의력	사고의 경제성	1. 수학문제 풀이 방법이 다른 학생에 비해 간결하고 명확하다.					
			2. 수학적 사고 과정을 단축하여 효율적으로 문제를 해결한다.					
		다양성	1. 문제상황에 유의미한 여러 가지 반응이나 아이디어를 산출해 낸다.					
			2. 하나의 수학문제에 대하여 다양한 풀이법을 시도한다.					
		독창성	1. 습득된 풀이 방법 이외의 것을 이용하여 문제를 푸는 것을 좋아한다.					
			2. 풀이 과정이 다른 학생과 다르고 독특하다.					
조별 활동 기록								

수업한 프로그램에 대한 소견 (교사 자신)		매우 긍정	긍정	보통	부정	매우 부정
본 자료는	① 학생들의 지적 호기심을 자극한다					
	② 새로움을 준다					
	③ 학생들의 참여를 유발한다					

Ⅵ. 결론

영재교육의 이론적 근거를 제시한 연구물이 국내에는 그다지 많지 않다. 뿐만 아니라 지금 한국과학재단에서 지원하고 있는 전국의 9개 대학 과학영재교육센터 역시 실천적인 차원의 활동을 벗어나지 못하고 있다. 연구와 실천의 선후를 따진다는 것이 어쩌면 넌센스일 지 모른다. 실천적인 연구를 수행하면 될 것이기 때문이다. 그러나 현실적인 여러 가지 여건상 연구가 뒷전으로 밀려난 것이 아쉬운 일이다. 외국의 대학부설 연구소들이 30년 이상 이와 같은 연구와 서비스를 지속적으로 실천해오고 있는 사례들을 우리는 쉽게 찾을 수 있다는 점을 거울 삼아 모처럼 마련된 국가적 차원의 지원을 토대로 그 바람직한 실천과 연구를 위한 방안을 다음과 같이 제시해본다.

첫째, 질적 연구의 집적에 힘써야 한다. 그 동안의 교육적인 연구들이 양적 연구에 주안점을 두어왔지만, 교육 실천은 나름대로의 특수한 상황들이 전제가 되기 때문에 일반화의 가능성이 부족하였다. 따라서, 영재교육이라는 특수한 상황을 전제로 할 때는 더구나 그렇듯이 일반화를 전제로 한 양적 연구보다는, 사례연구와 같은 질적 연구물들의 집적에 노력을 아끼지 말아야 할 것이다. 질적 연구라 하더라도 전국의 9개 이상 센터의 연구물들이 쌓이기 시작하면 든든한 이론적 토대를 마련할

수 있을 것이다.

둘째, 교수-학습 활동은 활동이론과 구성주의 이론의 적절한 조화가 요망된다(김수환, 1999). 교육적인 이론이 모든 경우에 적용되기를 기대하는 것은 무리이다. 실천적인 차원에서의 이론은 절대적인 것이 되기 어렵다. 요즈음 구성주의 이론에 입각한 교수-학습 활동의 모습을 단적으로 말하자면 다음과 같다. 학습자는 교사라는 전달자로부터 특수한 지식을 단순히 수용하는 존재가 아니며, 학습자 자신이 주어진 문제 상황에서의 탐구를 통하여, "구체적인 것에서 추상적인 것으로" 나아가 스스로 지식을 구성하는 존재이다. 이 때 교사는 단순한 조력자에 지나지 않는다. 반면, 활동이론에 입각한 교수-학습 활동의 요지는 다음과 같다. 수 천년 간 인류의 문화 유산으로서의 수학적 탐구를 차세대의 모든 아동들이 일일이 탐구해야하는 것은 아니다. 활동을 하더라도, 정말로 전형적인 활동에 국한하고 나머지는 교사의 설명에 의해 학습자들이 "추상적인 것에서 구체적인 것으로의 소급"이 가능하도록 하면 된다(Cobb; Perlwitz & Underwood, 1996). 완전히 정반대의 주장을 하는 것 같으면서도 일면 그 타당성을 갖고 있는 것으로 볼 수 있다.

셋째, 학제적·통합적 연구가 절실하다. 순수한 수학적 주제에서 응용수학적 주제나, 통합교과적 프로젝트 과제 등으로의 확대가 요망될 뿐 아니라, 과학반 아동들에게도 수학 프로그램을 투입하고 수학반 아동들에게도 과학 프로그램을 교차 투입함으로써 상승적인 효과를 기대할 수 있을 것이다. 뿐만 아니라, 연구의 측면에서도 수학반 아동과 과학반 아동들의 활동상의 차이점이나 유사점 등에 대한 질적 연구를 시도해보는 것은 매우 의미있는 일이 될 것이다.

참 고 문 헌

김수환 (1999). 수학교육에서의 활동이론에 대한 구성주의자 관점에서의 분석, 과학과 수학교육 **20**, 충북: 청주교육대학교 과학교육연구소.

과학영재교육센터 (1999). 청주교육대학교 과학영재교육센터 교육자료집 수학, 충북: 청주교육대학교 과학영재교육센터.

한국교육개발원 (1998). 창의력 신장을 돕는 중학교 수학과 학습 평가 방법 연구 **CR-97-10-1**, 서울: 한국교육개발원.

Cobb, P.; Perlwitz, M, & Underwood, D. (1996). Constructivism and activity theory: A consideration of their similarities and differences as they relate to mathematics education, In Mansfield, H.; Pateman, N.A. & Bednarz, N., (Eds.), *Mathematics for tomorrow's young children, International perspectives on curriculum* (pp.10-30), Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Koehler, M.S. & Grouws, D.A. (1992). Mathematics teaching practices and their effects. In . Grous, D.A.(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.115-126), New York, NY: Macmillan.

Mansfield, H. (1996). Young children's mathematical learning: complexities and subtleties. In Mansfield, H.; Pateman, N.A. & Bednarz, N. (Eds.), *Mathematics for tomorrow's young children, International perspectives on curriculum*(pp.1-4). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.