

## 수 개념과 감각을 기르기 위한 자리값 지도 방안

강 영 란 (경북 대송초등학교)

남 승 인 (대구교육대학교)

수학의 가장 기본적인 요소인 수 개념과 감각의 형성과정에서 자리값에 대한 이해는 필수적이다. 또한 자리 값의 개념을 지도하기 위해서는 수와 연산지도가 통합되어야 하며, 논리적 사고력을 신장의 한 요소인 계산 알고리즘이 유의미한 학습되기 위해서는 자리값에 대한 이해가 바탕이 되어야 한다. 수에 대한 개념적 지식이 불충분한 상태에서 양을 수치화 하거나 지필 위주로 계산 알고리즘을 기계적으로 적용함으로써 발생하는 수와 연산학습의 결손을 줄이기 위해 본 연구에서는 수 개념과 감각을 기르기 위해 자리값 지도 방안에 대해서 알아보려고 한다.

### 1. 서 론

초등학교 수학에서 수·연산 영역은 오랫동안 수학교육과정에서 중요한 위치를 차지하면서 다른 어떤 영역보다 학교상황을 넘어서도 광범위하게 그 가치를 인정받고 있다. 그러나 지금까지 수·연산 영역의 학습은 수에 대한 이해력이 부족한 채, 계산알고리즘을 기계적으로 적용하는 지필 계산 위주의 수학 수업으로 이루어져 왔다.

현재 이러한 수학학습은 많은 문제점을 낳았다. 예를 들어, 학생들이 자리값 체계를 배우고서도 숫자의 의미나 관계에 대해서 혼란스러워 하며, 또 덧셈·곱셈의 경우 받아올림과 뺄셈·나눗셈에서 받아내림이 있는 연산 학습이 이미 배운 자리값에 대한 개념적 지식과 연결되지 않은 채 절차적 지식만을 암기와 반복 연습을 통해 이루어져왔다. 그 결과 지필로 곱셈을 할 경우  $23 \times 5$ 에서  $20 \times 5$ 를  $3 \times 5$ 처럼 계산을 하여  $2 \times 5 = 10$ 과  $3 \times 5 = 15$ 를 합하여 25의 답을 얻어내는 경우도 있으며, 특히 세로셈 뺄셈의 경우  $100 - 47$ 과 같이 받아내림이 두 번 있는 경우에는 많은 학생이 지필 계산을 사용하여 빼기를 하지만 '받아내릴'때 연필로 쓰는 숫자들의 의미를 설명하지 못하고 어려움을 겪는 학생도 생겼다.

이러한 현상들은 초등학교에서 수학의 가장 기본적인 요소인 수개념과 감각의 형성과정에서 자리값에 대한 이해가 필수적이라는 것을 보여준다. 최근 NCTM standards(1989)에서는 K-4학년이 배워야 할 수영역에서 강조되어야 할 부분의 하나로 자리값 개념을 들고 있으며, Wearne & Hiebert (1994)는 논리적 사고력 신장의 한 요소인 계산 알고리즘이 유의미한 학습이 되기 위해서는 자리값에 대한 이해가 바탕이 되어야 한다고 밝혔다.

따라서 본 연구에서는 수에 대한 개념적 지식이 불충분한 상태에서 양을 수치화 하거나 지필 위주의 계산알고리즘을 기계적으로 적용함으로써 발생하는 수와 연산 학습의 결손을 줄이기 위한 자리값 지도의 방안에 대해서 알아보려고 한다.

## 2. 수 감각 개발을 위한 자리값 학습이 강조되는 배경

수감각은 새롭게 도입된 영역이 아니라 이미 기존의 교육과정에 포함되어 있었던 분야임에도 불구하고, 용어 자체가 생소하게 느껴진다. 최근 문헌에서는 수감각의 중요성을 강조하고 주된 관심거리로 부각시키고 있는데, Everybody Counts(NRC, 1989)에서도 초등학교 수학의 주된 목표는 수감각을 개발하는 것에 초점을 두어야 한다고 진술하고 있다.

일반적으로 수감각은 수개념이 형성되면서 발달되는데 수개념 형성에서 가장 중요한 것이 바로 자리값에 대한 개념을 개발하는 것이다. NCTM standards(1989)에서는 자리값에 대한 개념의 발달이 계산 결과에 대한 합리성과 신뢰성에 기여하는 수감각을 증진시킨다고 진술하고 있다.

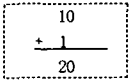
학생들이 그들의 일상적인 세계에서 수가 사용되는 방법에 관해 감각을 익히려면 수를 이해하지 않으면 안된다 ... 그리고 자리값의 이해는 나중에 수와 계산을 학습하는데 필수적이다(NCTM, 1989).

현재 수학 교육 동향과 관련해서 수 개념과 감각을 기르기 위해 자리값 지도가 강조되어야 하는 이유를 다음의 두 가지 관점에서 알아보려고 한다.

첫째, 기존의 교육과정에서는 자리값에 대한 강조가 부족하다는 점을 들 수 있다. K-4학년을 위한 NCTM 교육과정 기준을 살펴보면 수 영역의 학습 내용과 강조점에 대한 변화를 다음과 같이 요약하였다. 수를 기호적으로 읽고, 쓰며, 순서 짓는 것에 더 치중되어 성급하게 수를 기호화하는 것은 학생들이 쓰고 읽는 기호가 의미가 있다는 것을 알지 못하기 때문에 관심을 감소시켜 나가고 대신 수 감각이나 자리값의 개념에 대해서는 앞으로 더 강조되어야 할 부분이라고 밝혔다. 그 한 예로 학생들이 한 자리 수와 여러 자리 수에 대한 개념을 분명히 이해하지 않고 수를 읽는대로 숫자를 써서 '육십일'을 '601'로 잘못 쓰는 가능성도 있게 된다는 것이다. Payne & Humker(1993)의 연구에 의하면 많은 학생이 100보다 큰 수의 상대적인 크기에 대해서는 이해가 부족하다고 밝히고 있으며, 제4회 전미국 수학평가의 결과에 따르면 미국의 3학년 학생은 묶는 것(Grouping)과 자리값에 대한 개념적 지식을 완전하게 이해하지 못하는 것으로 나타났다.

둘째, 범자연수에서 기본적인 연산에 대한 알고리즘은 자리값의 아이디어에 바탕을 두기 때문이다. 초등학교 수학과 영역에서 연산이 차지하는 분량은 타 영역에 비하여 매우 크며, 특히 기본적인 연산을 이해하는 것이 수학을 아는 것에서 핵심적이다. 따라서 학생이 계산 알고리즘에 대한 규칙을 이해하고 스스로 어떤 의미를 만들기 위해서는 자리값에 대한 이해를 확실히 해주지 않으면 안된다.

Ginsburg가 연구한 사례를 살펴보면 9살짜리 George는 14-5를 11로 뺄셈을 실행했고, Pattie의 경우 10+1을 하라고 했더니 다음과 같이 나타내었다.



George와 Pattie의 경우 문제를 배열하는 것에 실수를 가졌으며, 이 두 아이는 자릿값의 이해가 결여됨을 보여주는 것으로 연산에서 자릿값의 개념에 대한 이해는 우선시 되어야 한다는 결론을 내렸다. 또 NAEP(1988)의 연구에 의하면 3학년 학생의 1/2도 되지 않은 학생만이 10보다 큰 수에 대한 자릿값을 이해했으며, 덧·뺄셈 알고리즘에서는 빈약한 자릿값 이해 때문에 더 어려움을 겪었다고 하였다. 다시 말하면 자릿값에 대해 학생들이 충분히 이해가 되어 있지 않은 상태에서, 받아올림과 받아내림과 같은 고쳐 묶는 과정이 자릿값과 연결되지 않은 채 도구적으로만 아는 상태로 절차적 지식만 연습했기 때문이다.

이상에서 살펴본 바와 같이 자릿값 개념은 우리가 실생활에서 접하는 수의 의미를 파악하고, 수들 사이의 관계를 잘 인식할 수 있게 하며, 연산 학습을 의미롭게 할 수 있도록 돕는 역할을 하는 것으로, 결국 이는 좋은 수 감각을 개발시키기 위한 출발점이기 때문에 그 중요성이 강조되고 있다.

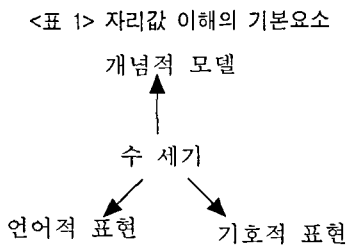
### 3. 자릿값의 본질

자릿값은 현재 우리가 사용하고 있는 수 체계에서 핵심적인 것으로 자릿값에 대해 전반적으로 이해하기 위해서는 자릿값은 다음의 두 가지 핵심 아이디어에 기초를 두고 있다는 사실을 알아야 한다.

1) 묶기나 교환하기 규칙이 명확하게 정의되고 일관되게 이루어진다. Wearne & Hiebert(1994)에 따르면 자릿값의 이해는 묶음을 단위로 하되, 열씩 묶음으로 대상의 집합을 수량화하는 것과 같은 묶음에 관한 정보를 포착하기 위하여 나타낸 기호의 구조를 사용하는 것간의 관계를 구축하는 것을 의미한다고 한다. 이것은 후에 덧셈과 곱셈에서의 받아올림과 뺄셈과 나눗셈에서 받아내림을 할 때 유용하게 활용되며 1보다 작은 소수에서도 묶기와 교환하기 규칙이 기초가 된다.

2) 한 기본 숫자의 위치가 그 위치에 있는 수의 값을 결정한다. 예를 들면, 3042에서의 2와 2403에서의 2는 완전히 다른 양을 나타내는 것으로 3042에서의 2는 날개가 둘이라는 것을 의미하고, 2403에서의 2는 1000이 둘이라는 것으로 이는 서로 다른 수학적 의미를 갖는다.

자릿값에 의한 십진기수체계는 10개의 기본숫자(0-9)만을 사용함으로써 모든 수를 표현할 수 있는



편리한 것으로, 위의 두 가지 핵심아이디어가 이해되면 수가 커지든, 작아지든 수에 대한 구성과 해석이 자연스럽게 발달하게 된다. 그럼에도 불구하고 자릿값에 대한 개념 파악을 어려워하는 학생이 생기는 것은 자릿값 개념에 대한 기본요소가 강하게 연결되지 못했기 때문이다.

자릿값의 개념에 대한 기본요소는 연구자들에 따라 조금씩 다르게 정의되고 있는데, Payne & Rathmell(1975)은 삼각형 구조

의 모형으로 <표 1>처럼 자리값에 대한 세 가지 기본 요소를 나타내었다. 먼저 이 구조에서 개념적인 지식을 구체화하는 역할을 한다.

그리고 개념적 모델을 가지고 수세는 활동을 통해 말로 설명하는 것과 기호(숫자)로 표현하는 것을 연결하는 것에 그 초점을 둔다. 결국, 자리값의 개념이 효과적으로 일어나도록 하기 위해서는 세 가지 기본 요소 즉 개념적 모델에서 기호적 표현으로 바꾸는 활동을 반복하고 여기에 개념적 모델과 기호적인 표현 사이의 관계를 말을 사용하며 표현하는 활동이 연결되어야 한다는 것이다.

#### 4. 자리값 지도 방안

요즘 학생들은 취학 전에 어떤 형식적 교육을 받지 않았음에도 불구하고 기초적인 수세기나 덧·뺄셈 조작이 가능한 상태로 입학한다. 어린 학생이 말로 100까지 수를 세거나 수를 기계적으로 암송하는 것을 교사들은 종종 학생들이 자리값의 개념을 이해하는 것으로 해석한다. 따라서 저학년 수 영역 지도는 교과서에 자세하게 설명된 절차를 교과서에 제시된 순서대로 이해되든, 되지않든 교사의 지시에 따라 연습하여, 학생은 자리값에 대한 개념이나 절차를 맹목적으로 이해하려고 노력한다. 결국 수를 올바르게 셀 수 있는 학생일지라도 수 특히 자리값의 개념에 대해 오해를 하거나 혼동을 하게 되며, 계산 알고리즘이 유의미한 방법에서 학습되지 못하게 된다.

이처럼 자리값에 대한 개념은 지필 알고리즘을 가르치듯 절차적 지식을 교사가 설명하거나 반복 연습을 통해서 길러지는 것이 아니라 수학 교수-학습 활동에 대한 접근의 변화가 요구된다.

수 지도에 대한 조기교육과 자리값 개념 지도의 중요성을 제안한 Baroody(1990)는 초등학교 수학 수업에서 학습되어야 할 내용을 다음의 9가지로 제시하였다.

- ① 많은 수의 사물을 셀 수 있어야 한다. 즉 10보다 큰 수를 셀 때 십진기수법 체제를 알아야 한다.
- ② 사물의 수는 구체적인 모델을 이용하여 표현할 수 있어야 한다.
- ③ 사물의 수는 0-9까지 수를 이용해서 자리값 개념에 맞추어 표현할 수 있어야 한다.
- ④ 여러 자리의 수를 자리값을 표현할 수 있는 개념적 모델과 연결 지을 수 있어야 한다.
- ⑤ 수들을 상호간에 비교하여 순서를 지을 수 있어야 한다.
- ⑥ 사물은 다양한 묶음(예를 들어 10이나 100의 한 묶음)들로 셀 수 있고, 그런 묶음을 이용해서 수로 표현할 수 있어야 한다(예: 230은 10이 23개,  $46=30+16$ ).
- ⑦ 사물의 수가 많은 경우에는 어림을 이용할 수 있어야 한다.
- ⑧ 다른 과목이나 실생활에서 큰 수들이 사용되는 예를 발견할 수 있어야 한다.
- ⑨ 자리값 체계는 한 자리의 수가 그 오른쪽에 있는 수보다 10배 큰 값을 갖게 되는 표기체계라는 것을 인식해야 한다.

이러한 내용들은 개념적 지식과 절차적 지식 모두를 포함하는 것으로 이 두 지식이 관련을 맺을 때 자리값에 대한 수 감각은 개발되어진다고 하였다.

Bednarx & Janvier, Fuson는 자릿값 개념 학습 시에 다양한 활동과 구체적인 모델이 주어진 상태에서 수업을 하지만 여전히 많은 학생들이 자릿값 개념이나 여러 자리수에 대한 감각이 부족한 것은 자릿값 학습을 위한 체계적인 프로그램이 마련되어 있지 않으며, 수업전략은 학생들의 인지상태를 파악하지 못한 상태에서 이루어지기 때문이라고 말한다. 또 자릿값에 대해 그들이 어느 정도 이해가 되고 유용성을 알지만 고쳐 묶는 과정(받아내림)이 자릿값 개념과는 연결되지 못한 상태로 도구적으로만 아는 상태에서 끝남으로 자릿값 개념에 대한 이해를 촉진시키기 위해 고쳐 묶기(Regrouping)를 수반한 덧·뺄셈 학습을 같이 지도해야 하겠다(Fuson, 1990).

자릿값 개념은 여러 해에 걸쳐서 개발되는 것으로 자릿값에 대한 체계적인 지도가 초등학교 수학 프로그램 전체에 걸쳐서 계획되어야 한다. 이러한 입장에서 Jones, Thornton, Putt가 수 감각의 개발을 위해서 자릿값 학습에서 중심이 되어야 할 수세기, 분할하기, 묶음만들기, 수들간의 관계 파악하기의 네 가지가 통합된 자릿값 학습에 관한 기본적인 틀을 마련하였다.

먼저 자릿값 학습을 위한 네 가지 구성요소에 대해 살펴보면

① 수세기 : 수세기의 중요성은 많은 연구자들에 의해 한 자리와 여러 자리수의 이해를 위해 기초적인 활동으로 강조되어 온 것으로 자릿값 학습을 위해서 수를 셀 때 먼저 한자리의 수를 세는 활동을 하고 십자리의 수로 옮겨 10-20-30-...과 같이 10씩 뛰어 세기를 하고 결국에는 십자리-일자리가 결합된 수를 셀 것을 강조한다.

② 분할하기 : Resnick(1983)은 여러 자리 수의 분할을 전형적인 분할과 다중적인 분할로 서로 구분한다. 전형적인 분할이란 하나의 수를 표준적인 형태로 십자리의 수와 일자리의 수로 나타내는 것으로 여러 자리 수를 학습하는 초기 단계에서 종종 볼 수 있는 것이다. 이러한 과정을 거친 후에는 다중적인 분할이 가능하게 되는데 예를 들어  $47=3\times 10+17\times 1$  또는  $47=2\times 10+27\times 1$  등과 같은 비표준적인 형태로 분할하는 것이다.

③ 묶음 만들기 : 학생들이 여러 자리 수의 구조를 모델링한 실제 생활의 문제를 해결하도록 함으로써 학생들이 묶음에 대한 개념이 발달된다.

④ 수관계 인식하기 : Greeno(1991)는 학생들이 배우게 되는 첫 번째의 수 구조는 선형적인 순서라고 말한다. 이것은 수의 연속성이 수의 크기를 증가시킴으로 순서가 만들어진다는 사실에 대한 인지도 포함된다.

다음의 표가 바로 자릿값 학습을 위한 기본적인 틀이다.

제시된 표를 살펴보면 자릿값 학습을 위한 기본적인 틀은 4가지 구성요소의 범위 속에서 5수준의 사고를 통해 여러 자리의 수에 대한 학습이 이루어진다.

5수준의 사고란 1수준(자릿값 이전 단계)은 한자리의 사용을 요구하며; 2수준(최초의 자릿값 단계)은 한자리의 수를 사용하는 것에서 하나의 묶음 단위로 10을 사용하는 것; 3수준(자릿값 개발 단계)은 두 자리 수 사용을 덧셈의 암산수준까지 확장하게 되고; 4수준(확장된 자릿값 단계)에서는 세 자리 수까지 자릿수를 확장한다; 5수준(필수적인 자릿값)에서는 1000까지의 수를 이용한 암산 감각이

포함된다. 즉 학생의 인지수준에 맞도록 제공된 수에 관한 문제를 다양한 접근을 통해 다루어지면서 수감각이 발달되게 된다.

<표 2> 자리값 학습을 위한 기본적인 틀

	수세기	분할하기	묶음만들기	수들간의 관계
1수준 (자리값 이전)	수를 하나 하나씩 세기. 비형식적으로 10단위 수세기	서로 다른 방법으로 5, 8, 10세기	· 5와 10의 묶음 기준 으로 물체의 수를 세기 · 5와 10단위로 수세기 · 묶음 단위로 세기	· 5 또는 10 이상 이하의 수를 결정하기 · 0-10사이의 수
2수준 (최초의 자리값)	10단위를 기준으로 하여 수 세기; 10단위를 기준으로 하여 수를 가감하기	서로 다른 방법으로 여러 자리 수를 만들기 (특히 10과 1단위) : 10단위로 100까지 세기	· 적절한 단위(10단위)를 기준으로 물체를 묶어 세기 · 빠르고 쉽게 수를 확인하기 위하여 묶어 세기	10단위 이상 범위 내에서 여러 자리 수의 순서를 배열하기
3수준 (자리값 개발)	가감을 암산을 통해 수행하기 위해 10단위로 수를 앞뒤로 세기	(100이하)의 여러 자리 수를 서로 다른 방법으로 분할하기. 수의 배열에서 없어진 수 찾기	2개의 2자리 수의 조합이 30의 수 범위 내에 있는지 확인하기	여러 자리 수를 순서대로 배열하기
4수준 (확장된 자리값)	수세기, 100단위와 10단위로 수세기, 암산식으로 덧셈을 하기 위해 10단위씩, 100단위씩 더하기	서로 다른 방법으로 여러 자리 수 만들기(1000이상)	3자리의 수의 합이 250이하 또는 이상인지 결정하기 10자리 숫자가 31, 1의 자리 숫자가 12일 때 해당수 알아내기	1000까지의 수를 자리값 상호 교환을 통해 순서대로 배열하기
5수준 (필수적인 자리값)	100단위와 10단위로 세고 암산식으로 가감하기	여러 자리 수 만들기	2개의 3자리수의 합 또는 차가 350이하 또는 이상인지 확인하기 100자리의 숫자가 2, 10자리의 숫자가 23, 1자리의 수가 9일 때 해당수 찾기	1000까지 수를 자리값의 상호교환을 통해 순서대로 표현하기

이상의 틀을 토대로 2수준에 해당하는 학생들의 초기 자리값을 개발하기 위한 하나의 프로그램을 구상해보면 다음과 같이 할 수 있다.

	수세기	분할하기	묶음만들기	수들간의 관계
2수준 (초기 자리값)	호기심이 많은 헤미는 밖으로 나가 꽃을 자세히 관찰하고 있다. 꽃 한 송이에는 각각 10장의 꽃잎을 있다는 것을 알았다. 6송이의 꽃이 활짝 피었고, 꽃 아래에 2장의 꽃잎이 떨어진 것을 보았다. 그럼 지금 헤미가 보고 있는 꽃의 꽃잎은 모두 몇 장일까?	삼촌은 파티를 위한 사탕을 사기 위해 조카 도영이를 데리고 갔다. “우리는 10개씩 묶여 있는 사탕을 하려고 해. 도영아 우리가 68개의 사탕을 사려면 어떤 방법으로 살 수 있을까? 다양한 방법을 이야기 해줄래?”	장난감 가게의 아저씨는 딸민지에게 장난감 공을 두 손 가득 지어보게 했다. 얼마나 많은 공을 쥐었는지, 세어보게 해라. 더 빨리 손쉽게 셀 수 있는 방법은 없을지 여러 방법으로 세어보게 한다.	60-69 사이의 수가 적힌 회전판이 있는데 이때 선택된 수를 거꾸로 배열했을 때 가장 큰 수가 될 때 상을 받는다고 한다. 그럼 어떤 수가 선택되면 가장 큰 수가 될까?

학생들이 위와 같은 자리값 개념 이해 활동을 의미 있게 하기 위해서 자리값 지도는 구체적인 모

델을 가지고 말로 설명하는 것과 기호로 연결할 수 있도록 하는데 초점이 되어야 한다(Thompson, 1990). 자릿값 학습에 유용한 구체적인 모델을 살펴보면 다음과 같다.

1) 학생들이 개념을 형성하고 의미 있게 숫자를 사용하도록 구체적인 모델 즉 비례적(Proportional)모델과 비비례적(Nonproportional)모델을 제공한다. 비례적인 모델은 그 크기를 비교해줌으로써 자릿값 체계의 관계를 설명할 수 있는 것으로 십진블록, 콩막대, 막대 등이 있으며, 비비례적인 모델은 크기에 따른 양적인 관계가 무시된 위치, 색, 모양 등을 이용하여 관계를 이해할 수 있으며, 수판, 화폐, 계수기, 기수판 등이 여기에 속한다. 이때 주의할 점은 구체적인 모델을 사용하여 자릿값을 지도할 경우에는 어린 학생은 종종 크기(비례성)에 의존하려는 경향이 있기 때문에 교환을 할 때, 시각적인 실질적 크기가 비교 가능한 비례적인 모델을 먼저 제시한 후에 양이 나타내는 가치로 교환하는 비비례적인 모델을 제시하는 것이 바람직하다. 이러한 모델을 가지고 수를 비교하고, 순서지으며, 고쳐맞기 등의 다양한 활동을 통해 자릿값 학습을 하게 된다.

2) 중요한 자릿값 개념을 개발하고 연습하는 기회를 많이 주는 도구로 계산기를 활용할 수 있다. 계산기를 이용하여 덧셈이나 뺄셈이 포함된 자릿값 게임은 자릿값에 보다 더 주의를 기울이도록 하는데 효과가 있다. 계산기를 가지고 할 수 있는 '지우기 게임'은 두 사람이 서로 경쟁하는 게임으로 한사람이 먼저 수를 넣고 다른 사람이 특정한 숫자를 부르면 그 숫자를 0으로 바꾸는 것으로 예를 들어 한 사람이 먼저 431을 누른 다음 상대방이 3을 부를 경우, 자기는 30을 뺌으로써 3을 지우거나 70을 더하여 3을 0으로 만든 것이다. 이런 게임뿐만 아니라 계산기는 수세기와 패턴을 인식하는데 유용하게 사용할 수도 있다. 계산기의 화면에 보이는 각 자리의 값을 관찰하는 것은 학생들에게 어떤 숫자가 바뀌고, 언제 바뀌는가를 깨닫게 함으로써 통찰을 개발하는 것을 도와준다.

자릿값 학습은 학생들의 인지수준에 맞도록 체계적인 프로그램을 개발하여 적용하되, 학생들이 개념을 형성하고 의미 있게 숫자를 사용하도록 접합한 구체적 모델 즉 비례적 모델과 비비례적 모델, 계산기 등이 효과적으로 제공되어야 한다.

3) 자릿값을 이용한 퀴즈는 수감각과 자릿값 개념을 발달시키기 위한 자연스런 방법으로서 학생들이 이 퀴즈를 하는 동안 자릿값의 성질을 인식하게 되고 자릿값에 대한 개념이 확장된다. 예를 들면 다음과 같다.

· 나는 930보다 큰 수입니다. 십의 자리 숫자는 일의 자리 숫자의 2배이지요. 나는 어떤 수일까요?

· 나는 400보다는 크고 430보다는 작은 수입니다. 나는 일의 자리 숫자보다 십의 자리 숫자가 더 크지요. 나는 누구일까요?

그러나 주의할 점은 어디까지나 퀴즈는 자릿값에 초점을 두어야 하며, 학생이 자릿값에 대한 퀴즈를 하는 동안 오류를 범했을 때 의외의 일에 어이없어 하면서도 자릿값에 대해 논리적으로 사고하는 능력을 개발할 수 있어야 한다는 것이다.

이상을 정리하면 자릿값 학습은 학생들의 인지수준에 맞도록 체계적인 프로그램을 개발하여 적용하되, 학생들이 개념을 형성하고 의미 있게 숫자를 사용하도록 접합한 구체적 모델 즉 비례적 모델

과 비비례적 모델, 계산기, 퀴즈 등이 효과적으로 제공되어야 한다.

학생들이 자리값 개념과 이러한 개념과 관련된 학습을 한 후에는 그들의 이해 정도를 파악하고, 학생의 성취수준을 결정하기 위해 평가를 하게 된다. 이때 평가되어야 할 내용으로는 학생들이 사물을 셀 때 10이 한 묶음으로 사용된다는 것을 이해하고 있는가?: 큰 수를 표현할 때 자리값 체계를 이해하는가?: 수사를 사용해서 수들을 차례대로 세고, 비교할 수 있는가?: 큰 수를 다룰 때 어림을 사용하는가?: 수학 이외의 다른 교과목과 실생활 속에서 접하게 되는 큰 수를 이해하는가? 등이 포함되며, 평가는 관찰, 면접, 과제물, 질문 등 여러 가지에 의해 이루어지게 된다.

특히 개방형 질문(Open-ended)과 같이 한 가지 이상의 반응을 요구하는 질문을 하게 된다면 학생들의 자리값에 대해 더 많은 정보를 제공받을 수도 있다. 평가를 위한 개방형 질문의 예는 다음과 같다.

1. 27을 나타내는 그림을 그려라. 27에서 2가 의미하는 바를 문장으로 써라.
2. 관계있는 것끼리 선을 그어 연결시켜라. 어떤 수는 연결되지 않을 수도 있다.

44	40 + 12
칠십 삼	40 + 4
사십 더하기 십사	60 + 4
62	38
20 + 18	삼십 더하기 칠
37	60 + 13

결국 자리값 개념에 대한 학생들의 사고의 평가는 다양한 자리값 과제를 통해 학생 개개인이 수를 그들 나름대로 의미 있게 사용할 수 있도록 도와주는 것이다.

## 6. 결론

수·연산학습이 수에 대한 개념적 지식이 부족한 채, 연산 알고리즘을 기계적으로 적용하는 지필 계산 위주의 수업으로 되어 왔다. 결국 이러한 수학학습의 영향력은 자리값 개념이 바탕이 되는 모든 학습 특히 수·연산 학습에서 낮은 성취를 보였다.

자리값 개념이란 묶음을 단위로 하되 열씩 묶음인 대상의 집합을 수량화하고 묶음에 관한 정보를 포착하기 위하여 나타난 기호의 구조가 사용된 것들 간의 고나계를 구축하는 것으로 수학의 가장 기본적인 요소인 수개념과 감각의 형성 과정에서 자리값에 대한 이해가 필수적이다.

지금까지 자리값 학습이 강조되는 배경과 여러 연구에서 나타난 자리값의 본질 그리고 수에 대한 개념적 지식이 불충분한 상태에서 양을 수치화하거나 지필위주의 계산 알고리즘을 반복적용함으로써 발생하는 수와 연산 학습의 결손을 줄이기 위한 자리값 지도의 방안에 대해 알아보았다.

그 내용을 요약하면 다음과 같다.



첫째, 자릿값 개념은 새로 소개된 개념이 아니라 이전의 교육과정에서 줄곧 수 영역에서 핵심적인 위치에 있었음에도 불구하고 자릿값 학습이 강조되지 않고 있었다. 자릿값 개념은 우리가 살고 있는 세상에서 접하게 되는 여러 가지의 수에 대한 의미를 파악하고, 수들 사이의 관계를 잘 인식할 수 있게 하며, 연산학습이 의미 있는 수업이 되게 하는 역할을 하는 것으로 결국 이는 좋은 수 감각을 기르기 위한 바탕으로써 그 중요성이 강조되고 있다.

둘째, 자릿값에 대한 기본적인 요소에는 개념적 모델, 기호적 표현, 언어적 표현이 삼각형 모형을 이루고 있는데, 자릿값에 대한 개념적 지식은 개념적 모델에서 기호적 표현으로 바꾸는 활동을 반복하고 여기에 개념적 모델과 기호적인 표현간의 관계를 말을 사용하여 표현하는 활동을 통해 연결되어야 한다.

셋째, 자릿값 개념에 대한 학습은 학생들의 인지상태에 맞는 체계적인 프로그램을 개발하여 적용하되, 이때 학생들이 개념을 형성하고 의미 있게 숫자를 사용하도록 적합한 구체적 모델 즉 비례적(Proportion) 모델과 비비례적(Nonproportion) 모델을 제공해야 한다.

초등학교 학생들로 하여금 자릿값의 힘과 중요성에 대해 인식하고 개발할 수 있도록 오랜 시간동안 수학공부 전반에 걸쳐서 개발되고 신장되고 권장되어야 하겠다.

## 참 고 문 헌

- 권점례 (1999). 수 감각 및 수 감각 학습에 대한 소고, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 8, pp.77-89.
- 전평국 (1998). 초등수학교육 이론과 실제, 서울: 교학사, pp.227-265.
- Baroody, A.J. (1990). How and When should Place-Value Concepts Be Taught?, *Journal for Research in Mathematics Education* 21, pp.281-286.
- Burton (1993). Introduction, Curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series, grades K-6 : *Number sense and operations*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, INC., pp.1-3.
- Fuson, K.C. (1990). Issues in Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction Learning and Teaching, *Journal for Research in Mathematics Education* 21, pp.273-280.
- Ginsberg, H.P. (1977). *Children's Arithmetic: The Learning Process*, New York: Van Nostrand.
- Greeno, J.G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain, *Journal for Research in Mathematics Education* 22, pp.170-218.
- Holmes (1995). Developing Base Ten and Place-Value Knowledge, *New Directions in Elementary School Mathematics*, Prentice-Hall, INC., pp.62-97.
- Jones, G.A & Thornton, C.A. (1996). Multidigit Number Sense : A framework for instruction and

- assessment, *Journal for Research in Mathematics Education* 27(3), pp.310-336.
- Liping Ma (1999). *Subtraction with Regrouping: Approaches to Teaching a topic: Knowing and Teaching Elementary Mathematics*, Reston, VA: Mahwah, pp.1-27.
- National Research Council (1989). *Everybody Counts: A report to the nation on the future of mathematics education*, Washington, D.C.: National Academy Press.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.. 구광조·오병승·류희찬(공역) (1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향, 서울: 경문사.
- Payne, J.N. & Huinker, D.M. (1993). *Early number and numeration*.
- Resnick, L.B (1983). *Towards a cognitive theory of instruction*, In Paris, S.G.; Olson, G.M. & Stevenson, W.H.(Eds.). *Learning and motivation in the classroom*, pp.5-38.
- Robert. Ed., *Research Ideas for the Classroom: Early Childhood Mathematics*. pp.43-70.
- Sowder, J.T. & Klein, J. (1993). Place Value and related topics, In Owens, D.T. (ED). *Research ideas for classroom: elementary grades mathematics*.
- Tompson, C.S. (1990). *Place value and Larger numbers*. In Payne, J.N. (Ed.), *Mathematics for the young child*. Reston, V.A.: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Wearne, D. & Hiebert, J. (1994). Place value and addition and subtraction, *Arithmetic Teacher*, 41(January), pp.272-274.