

구성주의 관점에 의한 수학 교수-학습 모델의 설정과 수업 전개¹⁾

김 선 유²⁾

제7차 교육과정은 수학과 교수-학습의 중심 원리로 구성주의 이론을 들고 있다. 그리고 학습 방법 면에서도 탐구 학습, 자기 주도적 학습, 협동 학습을 통해서 정말 쉬우면서도 재미있는 활동 중심의 수업이 되도록 교과서를 구성하고 있는데 이러한 교과서 편찬 방향이나 교수-학습 방법도 구성적 방법에 그 뿌리를 두고 있다. 이러한 구성주의적 요소들이 투입된 교수-학습 방법은 관심 있는 교사들에 의해 이미 다양하게 이루어지고 있다. 그들에게 수업 과정의 단계화, 지식 구성의 위계화를 이루는 데 도움을 주고, 교수-학습 방법의 기준이 될 교수-학습 모델을 제시할 필요가 있다. 또한 이 모델을 적용한 수업 사례를 들어 지식의 구성 과정을 살펴봄으로써 모델의 적용 과정을 이해하도록 하여야 한다.

1. 서 론

최근의 우리 나라 수학 교육계의 교수-학습 방법 면에서의 흐름을 한 마디로 표현하기는 어렵지만 대표적인 것은 열린 수학 교육에 대한 교수-학습 방법의 연구와 정보 처리 이론을 바탕으로 한 수학 교육의 정보화를 들 수 있을 것이다. 구성주의가 열린 수학 교육과 정보화 수학 교육의 인식론적 바탕이 된다는 점에서 관심의 대상이 되며 이에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다.

미국 의회 자문기구인 기술 평가원(OTA)이 교육 백서에서 미래 교육을 이끌어 갈 이론으로 소개할 정도로 구성주의는 교육의 이론적 측면과 실천적 측면에 영향을 주는 이론적 바탕이 된 것이다. 최근 들어 구성주의는 수학 교육을 비롯한 과학교육, 인문 사회 과학 분야뿐만 아니라 교육학 전반에 걸쳐 자주 연구 발표되고 있는 실정이다. 그러나 이러한 구성주의의 교육학적 전개에는 구성주의의 본질에 대한 논의가 부족한 상태에서 교수-학습의 방법의 적용이나 활용에만 관심을 갖는 경향을 보이고 있다. 이러한 문제점을 강인애(1997)는 다음과 같이 지적하고 있다.

구성주의에 대한 부분적으로 잘못된 이해는 대부분 구성주의의 인식론적 이해 없이 구성주의에서 활용하는 교수-학습 전략에만 초점을 둔 결과이다. 따라서 구성주의에 대한 반박이나 의문을 제기하거나, 혹은 구성주의적 접근이라고 공언하기 이전에 반드시 짚고 넘어가야 할 부분이 구성주의의 인식론이다.

이러한 교육학계의 주장에도 불구하고 수학 교육학계에서는 수학 교육적 측면에 필요한 구성주의의 역사적, 이론적 토대를 형성하여 이를 바탕으로 구성주의 입장을 교수-학습에 도입, 적용해 보려는 시도가 가속화되고 있다. 그러나 현재로서는 구성주의 이론이 수학 교육에 많은 기여를 할 것이라는 데에는

1) 이 논문은 1998년도 진주 교육 대학교 기성회 학술 연구 지원비에 의하여 연구되었음.

2) 진주 교육 대학교 ([660-756] 경남 진주시 신안동 380)

인식을 같이 하고 있지만 이 이론을 구체적인 사례 연구를 토대로 교육 현장에 도입 적용되기에는 아직도 그 연구가 충분하다고는 할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 구성주의의 발달 과정 등, 그 본질에 대해 보다 명확하게 규명해 보고 이것을 바탕으로 수업 과정의 단계를 제시할 수 있는 구성 모델을 만들어 보려는 것이며, 이 구성 모델에 따른 구체적인 교수-학습의 전개 과정에 적용할 수 있는 방법을 모색해 보려는 데 있다.

II. 구성주의의 원리

1. 구성주의 발달 과정

'구성주의'라는 용어의 생성 과정이나 이론의 형성 과정은 그렇게 확실하지 않다. Noddings에 의하면 1960, 70년대에 걸쳐 행동주의로부터 여러 가지 형태의 구조주의와 인지주의로의 철학적 전환기에 생겨난 인식론의 한 형태가 구성주의로 알려지게 되었다고 설명하고 있다. 그러나, von Glasersfeld는 구성주의의 인식론적 뿌리를 B. C. 6세기경으로 거슬러 올라가 회의주의로부터 비롯되었다고 보고 있다. 그는 구성주의의 바탕 개념을 인식론의 역사에서 찾고 있는데 구성주의의 형성에 기여한 인식론자들로는 소크라테스 이전의 초기 회의주의자로부터 합리론자, 경험론자, 비판론자, 그리고 금세기의 프래그머티즘 사상가들까지를 들고 있다.

한편, 동양 철학에서의 구성주의적 관점은 불교의 유식론(唯識論)이나 양명학에서 찾을 수 있다. 불교의 일체유심조(一切唯心造)라는 말은 '일체는 마음에서 만든다'라는 의미로 인식이란 인식 주체에 의해서 구성된다는 구성주의자들의 주장과 결코 다르다고 할 수 없다. 양명학에서는 구성주의 기본 특정한 '인식이란 사물을 있는 그대로 단순히 수용하는 것이 아니라 인식 대상을 구성하는 것이다'라고 하는 것과 '인식 주체는 내적 원리에 따라 구성 활동을 하는 폐쇄적인 자기 지시적 체계를 가진다'라고 하는 주장을 모두 지니고 있다. 주희는 자신의 윤리설을 인식론적으로 뒷받침하기 위해 격물치지설(格物致知說)이라는 객관주의적 인식론을 제기하고 있다. 주희의 인식론은 객관적으로 실재하는 사물의 이(理)를 인식의 주체인 마음(心)이 파악하는 것이 곧 인지라는 것이다. 왕양명(王陽明)은 이러한 주희의 이(理) 중심의 객관주의 인식론을 거부하고 '마음밖에는 물이 없다(心外無物)'고 하는 격물설(格物說)을 주창하고 있다. 왕양명은 마음(心)과의 관계를 떠나 마음밖에 어떠한 것이 있다는 자연주의 사상뿐 아니라, 이기론(理氣論)의 형이상학적 실체관을 버리고 마음을 떠나 의식 밖의 그 어떤 것도 독립적으로 존재하지 않는다고 주장한다. 그러나 왕양명의 실질적인 학문적 관심사는 인식 대상으로서의 물(物)을 인식 주체가 구성한다는 데 있다기보다 선을 행하는 도덕적 삶에 있다. 도덕성이란 객관적인 도덕 원리나 덕목을 따라 형성되는 것이 아니라 도덕 주체에 의해 내적 구성 활동에 의해 형성한다고 하는 주장이다. 따라서 왕양명의 학설은 서양 구성주의의 기본 특성을 가지고 있으며 그 논지의 전개도 동일하다. 이러한 맥락에서 구성주의 이론가인 Hauptmeier와 Schmidt는 서양의 구성주의와 동양의 양명학의 사상은 관계가 있다고 지적하고 있다.

그러나, 두 학설의 기본 논지는 동일함에도 불구하고 이 두 학설의 추구하는 사상적 측면에서의 방향에 상당한 차이가 있다. 즉, 양명학은 인식론의 관점이라기보다 도덕론이라는 관점에 비중을 두고 있으며 도덕론을 형성하기 위한 방편으로 구성주의적 관점을 도입하고 있다고 할 수 있다. 즉, 마음(心)이 인식의 주체라고 보는 것이 아니라 도덕의 주체라고 보려는 데 논의의 초점을 이루고 있는 것이다. 따

라서 동양의 학문 세계에서도 구성주의적 사상이 존재하고 있음에도 불구하고 이러한 관점과 지향하는 바의 차이, 그리고 동·서양의 학문적 괴리 등으로 인하여 근대 구성주의 인식론을 주장하는 서양의 사상가, 철학자, 교육학자들의 관심을 끌지는 못한 것으로 보인다. 결국 오늘날의 인식론적 측면에서의 구성주의는 서양의 사상을 바탕으로 그 개념이 정립되어졌다고 할 수 있으므로 서양에서의 구성주의 발달 과정을 보다 자세하게 살펴보는 것이 순서일 것이다.

회의주의자들은 진리의 존재 자체를 의심하는 것이 아니라 인간의 주관에 의한 사물이나 사실을 정확히 기술할 수 있다는 데 대해 의심하는 것이다. 그러므로 회의주의자들은 판단을 중지 또는 유보함으로써 마음의 평정을 찾으려고 노력하였다. 합리주의자인 Descartes는 진리에 대한 확신을 유보할 것을 주장한 점에서는 회의주의자들의 전통을 이어 받았지만, 진리에 대한 의심을 거듭하더라도 결국에는 더 이상 의심할 수 없는 어떤 진리에 도달하고자 한다는 선형적 주관에 의해 진리의 인식 가능성을 논증하려고 했다는 점에서 회의주의들과는 다르다. 이에 비해 경험주의자들은 모든 인식의 근원을 경험에서 찾고 이 경험을 분석하려고 노력하였다. 대표적인 경험주의 철학자인 Locke는 모든 관념은 경험에서 얻어지는 것이라고 주장하였으나 Berkeley는 Locke와는 달리 심적 실체를 일체의 표상 활동의 원인으로 보았다.

근대 서양에서 구성주의에 해당하는 철학적 주장을 처음으로 제기한 학자는 18세기 이탈리아 철학자 Giambattista Vico이다. Vico는 합리주의, 귀납적 사고를 바탕으로 한 2500 여 년 간 구축되어온 전통적 서양 철학의 지식 이론에 강한 불만을 품고 인간이 세계나 사물을 창조하여 인식한다는 구성주의적 안목을 제시하여 근대 서양 철학자들의 자만심을 견책하고자 하였으나 서양 철학계에 큰 영향을 미치지 는 못하였지만 그의 인식론이 서양 철학계에 새로운 사고의 안목을 가져다주는 계기가 되었다.

구성주의 안목이 본격적으로 전개된 것은 18세기 Kant의 철학에서 비롯되었다고 할 수 있다. 비판론자인 Kant는 어떤 대상에 대하여 확실한 경험적 인식이 가능하도록 하기 위해서는 인식이 대상에 의존할 것이 아니라 대상을 인식에 의존하도록 하여야 한다고 보았다. 즉, 인식이란 실체를 있는 그대로 받아들이는 것이 아니라 인식 주체가 인식 대상을 구성하는 것이라는 주장이다. 따라서 인식한다는 것은 인식 주체의 절대적 시간과 공간 속에 내재된 인식 대상만을 의미하는 것으로 내재하지 않은 인식 대상은 인식 차원에서는 존재하지 않는 것과 같다고 하는 주장이다. 인식 대상이 직관 형식을 통하여 시·공적 위치를 점한다는 것은 인식 주체의 감성적 직관이 일어난다는 것을 의미한다. 그런데 시간과 공간의 두 가지 직관 형식만을 바탕으로 한 감성적 직관은 개별적이며 부분적인 인식 작용이라 할 수 있다. 따라서 감성적 직관에 인식 주체의 이성적 능력이 첨가되어야 보편 타당한 인식 즉, 개념에 바탕을 둔 인식 능력이 형성된다고 할 수 있다.

Kant에 의하면 인식 주체의 이성 능력은 12개의 범주(category)에 의해 인식 대상을 산출한다는 것이다. 즉, Kant는 인식 능력이란 인식 주체가 감성적 직관 능력과 이성적 사고 능력이 직관 형식과 12 범주를 바탕으로 인식 대상을 구성한다는 것이다. 그러나 인식 주체가 인식 대상을 구성한다는 것은 외재적 사물을 창조하는 것이 아니라 구성하는 것이므로 사물의 실재 모습 그 자체는 인식 대상이 될 수도 인식될 수도 없다는 것이다.

프래그머티즘 사상가들은 일체의 관념, 관계, 사물 그 자체까지도 경험에 의해서 인식될 수 있기 때문에 절대적 진리는 존재할 수 없으며 진리란 상대적인 것이라고 주장한다.

이러한 일련의 인식론적 변천 과정을 거쳐 구성주의는 성장하여 왔으며 계속 변화, 발전해 가는 이론이기도 하다. 결국, 구성주의는 인식의 주체(S), 인식의 대상(O), 그리고 인식의 주체와 대상 사이의 관계(R)로서 나타낼 수 있다. 즉, 구성주의란 인식의 주체와 대상 사이의 문제에 관련된 이론이 아니라

인식의 주체와 대상 및 이 둘 사이의 관계를 포함한 인식 체계에 관련된 이론이다. 이러한 구성주의는 지식의 실재에 대해 구성주의자들이 취하는 태도에 따라 다양하게 분류되기도 한다. 한편, Noddings는 이러한 구성주의의 발달 과정에 따른 개념에 대한 다양한 주장에도 불구하고 구성주의에 대한 견해들의 일치점으로 다음 네 가지를 들고 있다.

첫째, 모든 지식은 구성되어지며 수학적 지식은 적어도 부분적으로는 반영적 추상화의 과정을 통해 구성된다.

둘째, 지식 구성의 과정에서 활동에 의해 만들어진 인지적 구조가 존재한다. 그리고 이들 구조들이 지식의 구성을 설명한다. 즉, 컴퓨터 프로그램이 컴퓨터의 출력 결과를 설명하듯이 인지적 구조는 다소 덜 다듬어진 방법으로 설명하긴 하지만 인지적 활동의 결과를 설명한다.

셋째, 인지적 구조들은 연속적인 발달 아래 있으며 합목적적 행동성은 기존 구조들의 변환을 야기한다. 또 주변 환경은 유기체가 적응하도록 압력을 가한다.

넷째, 인지적 입장에서 구성주의를 인정한다는 것은 방법론적 구성주의의 채택을 의미하는 것이다. 그래서 연구하는 데 있어서의 방법론적 구성주의는 인지적 구성주의의 가정과 일치하는 연구 방법들을 개발하게 되며 또 교육학적 구성주의는 인지적 구성주의와 일치하는 교수 방법들을 제안하게 된다.

2. 구성주의의 유형

오늘날 대부분의 구성주의자들은 Piaget의 발생적 인식론을 구성주의의 근간으로 인정하고 있다. 왜냐하면 Piaget의 발생적 인식론이 모든 구성주의 사상을 망라하고 있기 때문이다. 구성주의는 주장하는 학자들에 따라 다양하게 표현되고 있으나 von Glasersfeld가 Piaget로부터 도출한 '자주적 구성의 원리', '생장 지향성의 원리' 그리고 '비 객관성의 원리'라고 하는 3 가지 원리에 바탕을 둔 급진적 구성주의와 앞의 2 가지 원리는 인정하지만 '비 객관성의 원리'가 지니는 지식의 습득 문제, 교수-학습 및 평가상의 문제 등을 고려한 새로운 해석을 내린 사회적 구성주의로 간결하게 나누어 그 원리를 이해하는 것이 의미가 있을 것이다.

가. 급진적 구성주의

구성주의 발달 과정에서 언급하였듯이 구성주의에 해당하는 철학적 주장을 처음으로 제기한 학자는 18세기 이탈리아의 철학자 Giambattista Vico이다. 그 후 Piaget의 이론을 바탕으로 기초가 완성되었다고 보는 것이 일반적이다. 그러나, 구성주의가 요즈음과 같이 주목받게 된 데에는 von Glasersfeld에 의한 근원적, 발전적 연구에 힘입은 바 크다고 할 수 있다. 그는 그 기본 원리의 하나를 다음과 같이 말하고 있다.

지식은 감각을 통하여 전달되고, 수동적으로 받아들여지는 것이 아니라 인식 주체에 의하여 능동적으로 만들어 자신의 것으로 구성하는 것이다.

이 원리는 지식이란 시각 등 감각에 의해 얻어지는 것도 아니며 몇 마디 설명에 의해 인지되는 것이 아니라 인식 주체가 스스로가 만들어간다는 것이다. 그러나, von Glasersfeld는 여기에 대해 급진적이라고 하는 새로운 해석을 내리고 있다. 그것은 인식 주체인 인간은 지식을 조직할 수 있는 능력을 가지고 있으며, 인간이 만든 지식은 인식 주체 고유의 것이 되고, 인식 주체의 고유한 지식은 절대적, 객관적 진리라고 말할 수 없다는 것이다. 경험적 지식이 아닌 아무리 논리적이고 수학적인 지식이라고 해도 절대적이거나 객관적 지식이 아닌 상대적 지식이라는 주장이다.

지식의 본질을 둘러싸고 Piaget 인식론의 이러한 급진적인 해석은 인식론과 수학과, 수학 교육관에 크나큰 반향을 일으켜 교수-학습의 발전에 새로운 전기를 마련하게 되었다. 급진적 구성주의는 많은 비판을 받고 있는 것은 사실이지만 전통적 수학 교육에 대한 반성과 개선의 필요성이 대두되어, 대안으로서의 교수-학습 이론으로 제기되어 많은 연구가 이루어지고 있다.

Piaget의 구성주의로부터 도출한 급진적 구성주의 기본 원리는 von Glasersfeld에 의해서 다음과 같이 제시되고 있다.

- (1) 지식은 감각을 통하거나 의사소통에 의해 수동적으로 받아들여지는 것이 아니다. 지식은 인식 주체에 의해서 능동적으로 구성되어지는 것이다.
- (2) 인식의 기능은 적응적이고, 언어의 생물학적인 용어로 적합성 또는 성장성을 지향하는 경향이 있다.
- (3) 인식은 인식 주체에 의해서 경험 세계를 조직화하는 데 기여하는 것이며, 결코 객관적 존재론적 실재를 발견하는 데 기여하는 것은 아니다.

위의 (1), (2), (3)을 각각 '자주적 구성의 원리', '생장 지향성의 원리', 그리고 '비 객관성의 원리'라고 부른다. (1)의 자주적 구성이라고 하는 것은, 지식이란 인식 주체가 인식 대상에 대하여 능동적으로 활동하여 스스로의 내면 세계를 구성해 가는 것이지 감각 기관에 의한 지각이나 다른 사람으로부터 수동적으로 획득되어지는 것이 아니라는 것이다. (2)에서의 적응이란 Piaget가 말한 동화, 조절이 되고, 적합이란 일치가 대비되어, 일치가 실세계와의 완전한 합일을 의미하는 것에 대해, 적합한 실세계에 알맞게 잘 맞아들어간다는 것을 의미한다. 생존 가능성이란 급진적 구성주의의 가장 중요한 용어 중의 하나로 Glasersfeld는 인식 주체가 구성했던 지식은 생물계의 자연 도태와 같은 모양으로 실세계에 적합하며, 정합적으로 기능하는 것은 존속되고 그렇지 않은 것은 변형, 수정되거나 소멸된다고 하는 의미이다. 이런 측면에서 실세계에 적합하며, 정합적으로 기능함으로써 존속되는 지식은 생존 가능한 지식이라고 부른다. (3)은 발견을 부정하는 원리로서 (1)과도 관계가 있는 객관적 진리라고 하는 지식, 더욱 일반적으로 객관적 지식의 존재를 부정하는 것이다. 이러한 급진적 구성주의의 주장에서 객관적 지식의 존재를 부정하는 이유로는 다음과 같이 두 가지를 들고 있다.

첫째, 인식 주체의 표상이 실재의 진정한 상의 존재에 대해 근본적으로 의심하고 있다.

둘째, '언어가 지닌 의미의 객관성을 인정하지 않는다'라고 하는 것으로 이러한 의미에서 (3)을 '비 객관성의 원리'라 부른다.

나. 사회적 구성주의

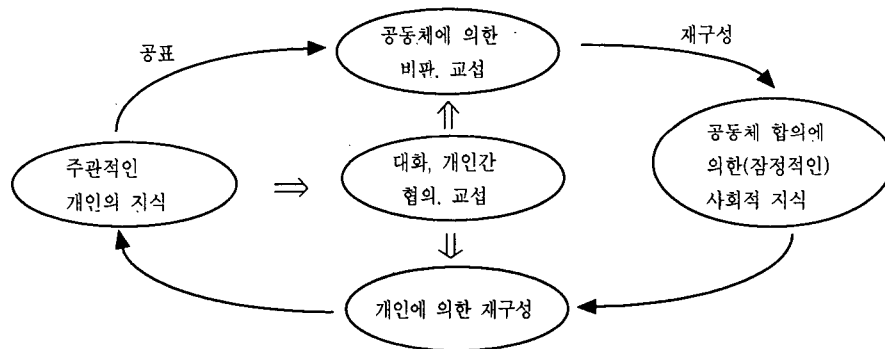
급진적 구성주의의 세 가지 원리 중에서 '자주적 구성의 원리'와 '생장 지향성의 원리'에 대해서는 오늘날 많은 수학 교육자들이 대체적으로 동의하고 있다. 그러나, 급진적 구성주의는 객관적 지식의 존재를 부정하고 있다. 그 이유는 위에서 언급하였듯이 인식 주체의 표상이 실재의 진정한 상의 존재에 대해 근본적인 의문이고, 또 하나는 언어가 지닌 객관성을 인정하지 않는 데 있다. 이와 같이 객관적 지식을 정면으로 부정한 '비 객관성의 원리' 때문에 지식, 진리, 객관성에 대한 전통적인 개념과 모순되는 실재에 대한 새로운 개념을 제시하고 있다.

따라서 전통적, 절대적 지식관에 익숙한 많은 수학 교육자들이나 수학교사들에게는 논란의 대상이 될 수밖에 없으며 교육 현장에서 객관성이 결여된 지식을 어떻게 지도할 수 있는가에 대한 문제와 이렇게 학습한 지식을 어떻게 평가할 것인가 하는 문제 등, 교수-학습 및 평가의 측면에서 야기되는 일련의 문

제에 대한 해법을 모색하기 위하여 급진적 구성주의를 수정, 보완하려는 움직임으로 나타나게 된 것이 사회적 구성주의이다.

사회적 구성주의는 급진적 구성주의의 약점인 실제의 진정한 상의 존재 문제와 언어가 지닌 의미의 객관성 문제를 극복하려는 노력의 산물이다. 즉, 수학적 지식을 공동체 구성원 사이의 의사소통을 통하여 개인적으로 구성되고 합의된 수학적 정리로 구성된 사회화된 진리로 간주함으로써 지식의 객관성 문제를 해결하려 한다. 또한, 이러한 지식은 구성원들 사이의 조정 활동을 통하여 지속적으로 재창조된다는 Cobb의 주장이나, 수학적 지식의 기초인 언어는 사회적 구성물이며 공표를 통한 공동체에 의한 비판과 교섭을 거침으로써 공통주관화할 수 있고, 이 공통주관화된 지식은 사회적 지식으로 받아들여져야 한다는 Ernest의 주장은 사회적 구성주의의 입장을 대변한다.

따라서, 급진적 구성주의에서는 객관성의 의미를 독립주관성이라 해석하여 사실상 객관성을 부정하는데 비하여 사회적 구성주의에서는 주관과 독립적으로 대상에 존재한다는 전통적 객관성을 인정하는 것은 아니지만 공통주관성(상호주관성)이라는 상호 합의에 바탕을 둔 개념으로 해석함으로써 객관성의 의미를 수정하여 새롭게 부여하고 있다. 사회적 구성주의는 객관성에 대한 이러한 의미 수정을 통해 교육 내용 선정에 관한 기준을 마련할 수 있도록 하였으며 교수-학습상의 도입에 따른 근본적인 문제점을 해소함으로써 많은 수학 교육자들과 현장 교사들의 이해를 바탕으로 그 적용가능성을 인정받고 있다. 그러므로 사회적 구성주의에 의한 지식의 구성 과정은 <그림 1>과 같이 정리할 수 있다.



<그림 1> 사회적 구성주의에 의한 지식의 구성 과정

이러한 사회적 구성주의는 공동체에 있어서 합의와 공유를 거친 지식에는 각자의 주관적인 지식 속에서도 공통성이 존재한다고 받아들이는 것이다.

III. 교수-학습에 대한 구성주의 입장과 교사의 역할

교육적 측면에서 볼 때, 구성주의는 교사에 의해 전달되는 지식을 학생 스스로가 능동적으로 재 발명하게 하는 것을 목표로 하고 있기 때문에 오늘날 수학 교육에서 요구하고 있는 자기 주도적 학습의 바탕을 이루는 이론이다. 따라서 구성주의가 기존의 이론에 대해 가하는 비판을 살펴보고, 스스로가 제시하는 교수-학습의 방향을 분석하여 오늘날의 수학 교육 나아갈 바를 정리해 두는 것이 유익할 것이다. 덧붙여 구성주의 입장에서의 교사의 역할에 대해서 정리해 보고자 한다.

1. 교수-학습에 대한 구성주의 입장과 비판

가. 행동주의에 대한 비판

자극과 강화를 바탕으로 하는 행동주의 입장에서의 지도는 전달과 연습에 의해 이루어진다고 할 수 있다. 즉, '말로써 개념과 방법을 전달하고 그것을 연습에 의해 강화하여 완성한다'라고 하는 주장이다. 이런 학습 방법은 우리 나라 교육에는 물론이고 선진국의 교육 속에도 그 뿌리가 깊어 아직도 잔존하고 있다고 할 수 있다. 그러나 개념이나 의미를 무시하고 기억에 의존하는 이 같은 방법은 많은 문제점을 안고 있는데 형식적인 알고리즘의 기억이나 적용에는 통용될 수 있다고 할 수 있으나 한계가 있을 것이고, 간단한 문제는 해결할 수 있으나 복잡하거나 다단계의 사고를 요하는 문제를 해결하는 데에는 어려움을 겪게될 뿐 아니라 개념이나 원리는 이해하지 못하면서 기억에 의존하는 학생, 더 나아가 수학에 싫증을 느끼고 혐오하는 학생을 양산하게 될 우려가 있다.

또한 행동주의는 자극에 의해 강화되는 교육이므로 수동적이고 타율적인 학생을 기르는 교육이라고 할 수 있다. 많은 교사들은 이 교육 방법에 대해 비판을 하면서도 실제 교육상황에서는 이를 선호하는 경향을 보이고 있다. 그러므로 구성주의는 이러한 행동주의를 철저히 비판한다. 왜냐하면 행동주의 이론을 바탕으로 하는 교육을 통해서 기제적인 의외의 학생이 나타날 위험성을 배제할 수 없기 때문이다. 따라서 행동주의를 대체할 수 있는 이론으로 구성주의를 지목하게 되었다. 구성주의는 의미 구성을 중요시하는 학습을 지지하는 인식론이라고 해서 오늘날 수학 교육계에서도 많은 연구가 진행되고 있으며 많은 교사들이 교육 현장에서 적용해 보려는 노력을 기울이고 있다.

나. 수학주의에 대한 비판

구성주의는 수학주의에 대해 반대한다. 수학이란 이해해야 하기 때문에 이해하지 않으면 안 된다고 하는 수학주의는 가르치는 대로 받아들이게 하는 기계적인 교육이 되거나 주입식 교육이 되어 버리기 때문이다. 그러나 구성주의는 학생의 다양한 사고를 인정하고 그것을 살려가려고 하는 입장을 취하고 있다. 예를 들면, (두 자리 수)+(두 자리 수)의 계산에서 십의 자리 숫자부터 계산하는 방법을 생각해 낸 학생이 있다면 그것을 인정하고 살려 간다. 즉, 형식적인 알고리즘을 강요하기보다는 십의 자리 숫자부터의 계산이 충분히 가능하도록 지도하는 것이다. 따라서, 구성주의 입장에서의 수업은 수학을 위한 수학 교육이 아니라 학습자를 위한 수학 교육, 자아 실현을 위한 수학 교육이라고 할 수 있다.

다. 문제 해결을 중시

구성주의 입장에서의 수업은 문제 해결을 수업 전개의 기본으로 한다. 그것은 문제 해결이 수학의 발생원이고 학습자의 학습 의욕을 불러일으키기 때문이다. 따라서, 구성주의는 문제 해결 지도를 강화, 발전시킬 수 있는 방법이라고 해서 크게 평가받게 되는 것이다.

라. 새로운 학력관에 부응

현대 교육에서 제창되고 있는 학력관을 단계별로 구분해 보면 다음과 같이 나눌 수 있다.

수준 III. 사회의 변화에 주체적으로 대응하고 자기 실현을 할 수 있는 학생

수준 II. 스스로 학습 의욕을 갖고 주체적인 학습의 방법을 알며 창조적 학습을 할 수 있는 학생

수준 I. 관심과 의욕을 갖는 태도와 사고력, 판단력, 표현력을 지닌 학생

위의 세 단계 수준에서 수준 III을 교육의 최종적인 목적으로 볼 수 있는데, 이 수준 III을 달성하기 위해 수준 II를, 또 수준 II를 달성하기 위해 수준 I을 성취해야 하는 것이다. 이러한 학력을 제고하기에는 다음과 같은 학습 지도와 학습관으로의 전환이 요구된다고 할 수 있다.

- ① 학생의 입장에 서서 학습 지도를 전개한다.
- ② 학생이 주도적 입장에서는 학습관으로 전환한다.
- ③ 학생의 내발적인 학습 의욕을 살린다.
- ④ 애정을 가지고 학생이 공감할 수 있는 지도를 한다.

구성주의에 의한 수업은 확실히 학생이 주체가 되는 데에 있다. 그러므로 우리의 수학 교육에도 구성주의가 요구된다고 할 수 있다.

2. 구성주의 교수-학습에서의 교사의 역할

Cobb은 교수-학습에 임할 때 '교사의 기본적인 역할은 학생들의 구성과 공유가 가능하도록 교수 활동을 준비하고 전개하는 데에 있다'고 주장한다. 이 주장의 큰 특징은 학생 활동에 대한 교사의 평가 활동에 있는데 그는 '교사는 학생의 모든 해답 또는 해법을 전혀 평가하지 않고 받아들인다'는 입장을 취하고 있다.

이 주장의 근거에는 학생이 푼 문제의 풀이 과정이나 답이 비록 틀렸다고 해도 교사가 직접 그 부분을 지적하지도 않을 뿐만 아니라 풀이 과정이나 답이 맞을 때에도 그것을 바르다고 평가하지도 않는다. 이런 입장을 취하는 이유는 '교수-학습에서 중요한 것은 수학적으로 생각하는 데 있지 바른 답을 얻는 것만은 아니다'라고 하는 것으로 다음과 같이 정리할 수 있다.

- 교사의 평가는 권위적이 되므로 학생들 스스로의 사고를 방해하게 된다.
- 교사의 권위에 맹목적으로 따르는 학생을 기르게 된다.
- 교사의 직접적 평가는 학생에게 충분한 남득과 이해를 얻을 수 없게 된다.
- 학생 사이의 상호작용을 통해서 오류를 깨닫는 과정을 거쳐 바른 답의 합의와 공유를 도출할 수 있다.

이런 Cobb의 사고에 대해서는 '교사의 역할을 포기하는 것'이라는 비판이 따를 수도 있지만 이에 대해 Cobb은 '구성주의적 지도는 수업을 아무렇게나 진행하는 것도 아니며 교사의 권위를 방치하거나 사회적 의무를 포기하는 것은 아니다'라고 대응하고, '교사는 학생들의 구성물 중 어느 것이 학습을 위한 생산적인 기반이 되느냐 하는 것을 평가할 수 있다. 교사는 교실이라고 하는 공동체에 있어서 구성원으로 존재한다'라는 말도 인정한다. 그러나 교사의 권위를 직접적으로 사용하는 것은 아니고 그 역할을 '교실의 의무와 기대의 상호 구성을 지도하는 것'에 두어 의논과 토의의 장을 설정하여 인도함으로써 이루어지고 도달해야만 하며 그것이 가능하다는 것이다.

IV. 구성적 방법에 의한 교수-학습 모델의 설정과 수업 전개

본 장에서는 사회적 구성주의에 기초한 수학적 지식의 구성 과정에 대한 이론적 고찰과 그 구성 과정에 관한 선행 연구들을 비교, 검토하여, 교수-학습 과정의 단계를 설정하였다. 또한 설정된 단계에 따른 수업의 전개는 제 7차 교육과정의 1학년 내용에 대한 실험용 교과서의 <받아올림이 있는 (한 자리 수)

+ (한 자리 수)의 덧셈> 단원의 예를 통하여 그 과정을 설명하고자 한다. 교수-학습의 과정은 Herscovics의 4 단계론이나 中原忠男의 수업 과정 모델을 참고하여 4 단계로 나누었으며, 각 단계를 나타내는 이름은 문제 해결 과정 등에서 자주 사용되어 익숙해진 용어를 사용하였다.

1. 교수-학습 과정 모델 설정의 기본적 입장

구성적 방법에 의한 교수-학습 과정은 학생들이 주체적으로 수학적 지식을 구성해 가도록 한 교수-학습의 창조성을 강조하는 의미를 지니고 있으며, 수학적 인식론의 입장에서는 사회적 구성주의 입장을 취하고 있다. 이러한 입장에서 여기에 부합되는 교수-학습 과정의 단계 설정에 있어서 몇 가지 기본적인 문제에 대한 고찰 방법을 다음과 같이 분명히 해 둔다.

첫째, 구성적 방법에 의한 교수-학습 과정 단계의 한 주기를 어느 정도의 기간을 기본으로 할 것인가 하는 문제이다. 학자들에 따른 단계론에는 나누는 방법과 기간에 따라 여러 가지가 있다. 그 중 가장 길게 잡은 경우는 van Hiele의 학습 수준 이론의 단계론이라 할 수 있다. 이 이론은 구체물에서 기본적인 개념의 추상에서 시작하여 논리 구조의 비교에 이르기까지, 기본적인 과정에서 복잡하고 종합적인 데에 이르기까지 그 기간이 어떤 영역의 학습 전체에 걸쳐 있다. 즉, 수학 교육의 시작인 초등학교에서부터 대학 수준의 수학 교육에 이르기까지를 단계화한 것으로 대단히 장기간에 걸친 것이다. 따라서 이 이론은 수학 교육의 전기간에 걸친 교수-학습 과정의 단계라고 할 수 있다.

Dienes, Herscovics 등의 단계나 모델은 개념 형성에서 각각의 성질의 증명, 공리화까지를 포함하고 있다. 공리화까지를 포함하고 있기 때문에 상황에 따라서 상당한 기간이 요구될 수 있지만, 일반적으로는 수학 학습의 어느 시점에 있어서 일정 기간의 학습, 소위 단위 혹은 대단원 정도의 학습 전체를 상정하고 있다고 할 수 있다. 따라서 Dienes, Herscovics 등의 단계나 모델은 어느 한 단원의 교수-학습 과정의 단계론이라 할 수 있을 것이다. 또, Wiebe의 단계론은 앞에서 주장한 여러 사람들의 단계론보다 훨씬 단기간의 것으로 어떤 개념이나 그 개념의 어떤 성질에 관한 지식의 구성을 한 주기로 한 단계론이며 中原忠男은 하나의 소개념이나 원리를 구성할 수 있는 시간을 한 주기로 하고 있다.

위의 여러 기간의 단계론은 어느 것이나 그 타당성과 필요성을 인정하지만, 본 연구에서는 교수-학습 과정을 바탕으로 한 연구가 주 목적이므로 교수-학습 과정의 단계의 주기는 한 단위 시간을 원칙으로 하여 단계를 설정하려고 한다. 여기서 한 단위 시간이라고 하는 것은 구성적 방법으로 수학적 지식을 교수-학습하는데 적당한 시간을 말하는데, 일반적으로는 1 시간을 의미하지만, 학습 내용에 따라서는 2-3 시간을 필요로 할 때도 있다.

수학 교수-학습의 구성에서는 보통 단원을 설정하고 난 후, 그 단원의 내용을 더욱 세분화하고 계열화하여 1 시간의 학습 내용이 정해지게 된다. 이 1 시간의 학습 내용은 보통 정리되어 있는 지식에서 출발하지만, 시간에 너무 집착하게 되면 정리된 내용이 바람직하지 않은 방향으로 이해되는 경우가 있기 때문에 구성적 방법에서는 정리된 내용을 기준으로 그것을 한 단위 시간으로 설정하는 것이 바람직하다. 이러한 한 단위 시간의 교수-학습 과정의 단계를 수업 과정의 단계라고 하고, 본 연구에서는 수업 과정의 단계를 수업 과정 모델이라고 부르기로 한다.

둘째, 학생의 주체성을 중시하는 구성주의에서는 아동의 인지 발달과 교육의 관계와 교사의 역할을 어떻게 설정하느냐 하는 문제에 대해서는 다음과 같이 정리한다.

아동의 인지 발달과 교육과의 관계에 대해서는 상반된 두 가지 주장이 존재한다.

한편으로는 아동의 인지 발달은 교육에 의해 촉진되는 것으로 교육은 인지 발달에 선행해야 한다는 입장으로 교육에 의해 인지 발달을 촉진할 수 있다는 주장이고, 다른 한편으로는 아동의 인지 발달은 자

연적 성숙에 의한 것으로 교육에 의하여 인지 발달을 촉진할 수 있는 것이 아니므로 교육은 인지 발달에 따라 이루어져야 한다는 주장이다. 그 동안의 교육과정의 변천 과정을 살펴보면 이 두 주장은 시대가 처한 상황이나 학자들의 주장, 교육적 입장, 심지어 정치적 요인까지도 고려되어 교육과정을 구성하였기 때문에 간단히 결론지을 수 있는 문제는 아니다. 그러나 구성주의 이론은 학습자에게 지식의 구성은 인지 발달적 입장에서 이루어진다는 점을 강조하는 학습 이론으로, 지식이란 개인과 별개로 존재하는 것이 아니라 개개인에 의해 창조되고, 구성되고, 재조직되는 것이라고 생각하는 상대주의적 진리관이다. 즉, 학습은 학습자의 인지적 갈등을 해소하기 위한 탐구적 학습 상황에서 시작되며 그것은 학습자가 주도하는 것이고, 학습 활동은 실제적이며 협동적으로 이루어지는 것이라는 점을 강조하고 있다. 구성주의가 후자의 입장을 견지하고 있지만 지금까지의 교육 현상이 교사 중심의 교수-학습이 이루어져 왔음을 감안하여 제한적이긴 하지만 교육을 통해서 아동의 인지 발달을 어느 정도는 촉진할 수 있다는 주장을 펴는 Vygotsky나 van Hiele의 견해를 따르는 것이 현실을 감안한 방법이라 할 수 있다. 따라서, 급진적 구성주의자와는 달리 교수-학습에서 교사의 조력자로서의 역할을 적극적으로 평가하고 중시한다. 왜냐하면 학생이 학습의 주체인 하지만 수업의 목표나 학습 내용까지를 학생에게 맡겨서는 안되며, 교사의 역할은 권위자나 전달자로서가 아니라 조력자로서 그 역할을 적극적으로 행한다는 의미이다.

이러한 견지에서 교수-학습 과정상의 교사의 기본적 역할을 다음과 같이 3 가지로 설정할 수 있을 것이다.

- ① 학생들에게 학습의 장을 설정해 주고,
- ② 학생의 사고, 특히 반성적 사고를 촉진하게 하고,
- ③ 구성된 지식을 검토하여 합의와 공유를 도출할 수 있도록 한다.

①은 그 수업의 목표에서 수학적 지식을 학생이 구성할 수 있도록 장을 설정하는 일이며, ②는 수학적 지식의 구성에서 중요한 역할을 맡고 있는 반성적 사고를 촉진시키는 일이고 ③은 학생이 구성된 지식의 생존 가능성을 학생들에게 검토하게 하여 수정, 보완하여 공유할 수 있도록 안내하는 일이다. 구성적 방법은 위와 같은 교사의 역할을 전제로 하는 것이고, 또 이런 역할을 수행하는 것이 가능하도록 하기 위한 것이다.

셋째, 교수-학습의 방법을 일제 학습으로 하느냐 개별 학습으로 하느냐 하는 문제이다. 구성주의는 학생의 주도적 구성을 기본으로 하는 학습이기 때문에 구성된 내용이 학생에 따라 다르게 나타날 수 있으므로 개별 학습이 중심이 되어야 할 것이다. 그러나 일제 학습이나 소 그룹 학습에서는 학생들 사이에 상호 작용을 촉진하는 수업, 즉, 서로 상의하고, 참여하고, 타협하고 협력하는 등의 수업이 되어 서로를 자극하여 각자가 가진 사고를 계발할 수 있으므로 교사가 설명 위주의 수업이 아니라 조력자로서의 역할을 수행한다면 학습의 효율성을 기할 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 과다한 학생들을 동시에 교육해야 하는 우리 나라의 교육적 현실을 고려하여 기본적으로는 단일화할 수 있는 교수-학습 과정을 고안해야 할 필요성이 있다. 즉, 일제 학습의 장점을 살린 교수-학습 방법의 모델을 설정하되 필요에 따라 소 그룹 학습, 개별 학습 방법을 취하여 보완하려고 한다. 이렇게 함으로써 교수-학습 방법에 따라서 학생의 인지 발달 수준이 다르고, 문제 해결 전략이 달라도 적절히 대응할 수 있게 될 것이고, 학생 각자의 특성을 살려나갈 수 있기 때문이다.

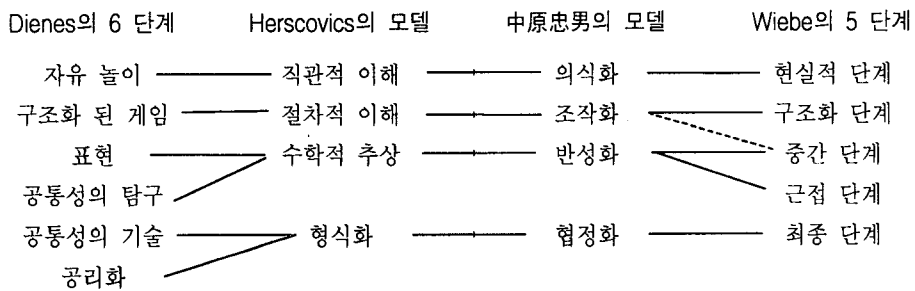
2. 선행 연구들의 비교, 검토를 통한 단계 설정

여러 가지 단계론 중에서 van Hiele, Dienes, Wiebe의 단계론, Herscovics의 구성주의적 모델과 中原忠男의 교수-학습 과정 모델에 관한 비교, 검토이다. van Hiele의 학습 수준 이론은 대단히 장기간에

결친 것이어서 교육과정의 구성 원리로서는 유효하지만 본 연구의 단계 설정에 직접적으로 영향을 준 것은 아니다. van Hiele의 학습 수준 이론 이외의 이론은 한 주기의 장단이나 연구의 초점에서 차이는 있지만 수학적 개념이나 원리를 대상으로 하여 학생에 의하여 구성된 구성 과정을 단계화한 점에서는 이 이론들 사이에 공통점이 있다. 또한, 한 단위 시간에 해당하는 학습 활동이 아닌 경우에도 각 단계의 학습 활동이나 그 흐름은 한 단위 시간에 충분히 적용할 수도 있다.

이들 이론 중에서 구성적 방법에 의한 수업 구성의 단계 설정에 가장 중심이 되는 이론으로는 Herscovics의 구성주의적 모델의 4 단계론과 中原忠男의 구성적 방법에 의한 수업 과정 모델이 적당하다고 본다. Herscovics의 구성주의적 모델의 4 단계론은 아동의 인지 발달에 의한 수학적 지식의 구성에 관한 이론으로, 직관적 이해로부터 시작하여 점차적 이해, 수학적 추상을 거쳐 형식화에 도달하는 흐름이 아동의 인지 발달 단계에 결부된 이론이다.

한편 中原忠男의 구성적 방법에 의한 수업 과정 모델은 수학적 인식론을 바탕으로 수학적 지식의 구성 과정을 도출한 단계론이다. 먼저 Herscovics의 구성주의적 모델과 中原忠男의 수업 과정 모델 사이의 관계를 대응시켜 보고 이들의 이론을 축으로 Dienes와 Wiebe의 단계론과의 관계를 각 단계들 사이의 관계 있는 단계끼리 대응시켜 보면 아래와 같이 연결을 지을 수 있다.



위의 단계론들 사이의 관계를 Herscovics 단계론과 中原忠男의 수업 과정 모델을 중심으로 각 단계의 의미에 바탕을 둔 관련성을 다음과 같이 구체화할 수 있다.

Herscovics 단계론의 첫째 단계인 직관적 이해는 구성하려고 하는 개념의 전 개념에 관한 것으로, 현실적 사상이나 사물 혹은 그 대체 사물에 대한 관점을 위주로 한 고찰 또는 행동 등을 통한 이해를 말한다. 이 단계는 조작적 활동에 앞서 주어진 문제나 문제 상황에 대해 해결하려고 하는 적극적인 의지가 발동하는 단계로 中原忠男의 수업 과정 모델에서 의식화 단계에 해당한다고 볼 수 있다. 한편 이 단계는 놀이나 게임 등에서 관련성을 찾으면 자유 놀이에 해당한다고 할 수 있으므로 Dienes의 6 단계 중에서는 첫째 단계인 자유놀이와 관련지을 수 있을 것이고, Wiebe의 모델과는 물리적 환경에서 구체물을 사용하는 현실적 단계와 관련이 깊다.

둘째 단계는 절차적 이해의 단계이다. 이 단계는 전 개념에 절차를 세워 조직화(수량화, 구조화 등)하는 단계이다. 즉, 실세계의 사물, 사상 또는 그 대체 사물에 어느 정도의 조작을 통해서 주어진 문제를 해결해 가는 단계를 말한다. 그러므로 이 단계는 中原忠男의 수업 과정 모델에서는 주어진 문제에 관한 예측을 바탕으로 문제 해결을 위한 조작적 활동과 구성을 통한 지식의 원형을 만들어 내는 조작화 단계에 해당하고, Dienes의 단계론에서는 공 던지기 게임이나 정삼각형의 변환 등을 실행하는 단계에 해당하므로 구조화된 게임과 연결 지을 수 있으며, Wiebe의 단계론에서는 물리적 대상에 대한 구조화된 활동

의 단계인 구조화 단계와 관련이 깊다고 할 수 있다. 그러나 이 단계에서는 간단한 수학적 추상화된 모델을 사용하는 그 다음 단계의 초보적인 단계에 이르는 학습 장면도 간혹 생길 수 있다.

셋째 단계인 수학적 추상의 단계는 전 단계의 조작적인 활동의 고찰로부터 수학적 성질을 추상화하는 데까지 이르는 단계이다. 이 단계는 中原忠男의 수업 과정 모델에서는 주어진 문제를 해결하기 위한 조작적 활동에 대한 반성을 통하여 수학적 추상화에 이르는 단계로 반성화 단계라고 할 수 있다. 또한, Dienes의 6 단계에서는 구체적 사실을 보다 추상화된 표현을 통하여 자신의 의사를 표현하게 되는 표현의 단계와 여러 가지 구체적 사실들로부터 공통적인 성질을 찾아내는 공통성의 탐구 단계와 관련이 깊다고 할 수 있으며, Wiebe의 단계론에서는 수학적 추상이 일어나는 중간 단계나 근접 단계에 해당한다고 할 수 있다.

마지막 단계인 형식화는 수학적 기호화가 일어나고 증명을 할 수 있는 등의 지식의 내면화가 일어나는 단계이다. 이 단계를 中原忠男의 수업 과정 모델에서는 협정화라고 표현하고 있다. 이 협정화는 개인이 구성한 지식을 공동체에 공표하여 협의, 교섭, 비판을 거쳐 지식의 정합성, 적합성 등 생존 가능한 지식으로 공동체에 의해 사회적 지식으로 재구성된다는 의미를 지니고 있다. 또한 이 단계는 Dienes의 6 단계론에서는 여러 가지 구체적인 사실들로부터 공통적인 성질을 찾아내어 자신의 지식 체계에 담아 기술할 수 있는 단계인 공통성의 기술 단계와 지식의 일반화, 공리화할 수 있게 되는 마지막 단계와 관련지을 수 있으며, Wiebe의 단계론에서는 지식 구성의 최종 단계에 해당한다고 볼 수 있다.

이상에서 살펴보았듯이 구성주의 입장에서 연구된 교수-학습 과정의 단계론이나 지식을 구성해 가는 단계론 사이에는 관련지을 수 있는 흐름을 찾을 수 있다. 이러한 관련성을 통하여 수학적 지식의 구성 과정은 한 단위 시간의 학습 내용이나 여러 시간에 걸쳐서 이루어지는 한 단원의 지식 구성 또는 수학적 위계성에 의해 수 년에 걸친 개념의 일반화 과정이나 다같이 지식의 구성 과정은 어떤 흐름을 따라 진행된다고 볼 수 있다.

본 연구에서는 지식의 구성 과정을 한 단위 시간의 교수-학습에 적용할 수 있도록 단계를 설정하려고 한다. Herscovics의 4 단계론이나 中原忠男의 수업 과정 모델을 참고하여, 사회적 구성주의에 부합되는 단계로 의식화, 조작화, 반성화, 사회화의 4 단계로 나누어 제7차 교육과정의 실험용 교과서 초등학교 1학년의 받아들림이 있는 (한 자리 수)+(한 자리 수)의 덧셈 단원을 택하여 수업 전개 과정을 살펴본다.

3. 교수-학습 과정 모델에 따른 수업 전개

제7차 교육과정에 따른 실험용 교과서에서는 수학과 교육과정의 기본 정신인 수준별 교육과정을 충실히 구현한 내용을 담고 있다. 교과서의 내용도 각 단원의 시작을 생활 속에서 가져옴으로써 학생들이 쉽고, 흥미를 가지고 자기 주도적 학습이 되도록 하였으며 융통성과 탄력적인 운영이 가능하도록 하는 등의 구성주의적 수학 교수-학습의 원리를 충실히 따르고 있다고 할 수 있다. 또한 수학의 위계성을 충분히 고려하여 단계를 상세화함으로써 수학의 개념이나 원리를 철저히 이해하도록 하고 있다. 받아들림이 있는 (한 자리 수)+(한 자리 수)의 덧셈을 본시 학습으로 삼아 이 차시의 전시 학습과 후속 학습의 계열을 고려하여 구성적 방법에 의한 교수-학습 과정의 단계를 의식화 단계, 조작화 단계, 반성화 단계, 사회화 단계의 4 단계 모델을 적용하는 과정을 설명해 보고자 한다. 본시 학습의 구성 과정에 앞서 구성적 방법에 기초한 전시 학습에서 학습된 내용을 먼저 살펴보고자 한다.

가. 구성적 방법에 기초한 교과서 구성에 대한 사전 연구

받아올림이 있는 (한 자리 수)+(한 자리 수)의 덧셈은 초등학교 입학하여 5까지의 수, 10까지의 수, 2에서 9까지의 수, 가르기와 모으기, 받아들림·내림이 없는 한 자리 수의 더하기와 빼기, 50까지의 수, 100까지의 수, 10의 보수, 받아들림이 없는 세 수의 덧셈과 뺄셈, 혼합셈, 받아들림이 없는 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈, 10의 보수인 두 수와 또 다른 한 수의 덧셈의 지도에 이어 실시되도록 구성되어 있다. 이것은 학생들이 이미 알고 있는 수 개념과 덧셈의 지식을 활용해서 여러 가지 전략에 의해 덧셈을 하도록 하려는 것이다. 받아들림이 있는 덧셈의 지식 구성 과정을 정리해 보면 다음과 같이 단계화 할 수 있다.

먼저 수 세기와 덧셈의 지도에서는 1부터 세어 가는 방법, 가수를 피가수 다음부터 세어 가는 방법, 작은 수를 큰 수 다음부터 세어 가는 방법, 두 칸씩 뛰어 세어 가는 방법 등과 5와 몇 개로 분해하는 방법 등을 손가락이나 구체물을 이용하여 터득하게 된다.

그 다음으로 받아들림이 있는 (한 자리 수)+(한 자리 수)의 덧셈에서는 두 수 중 하나를 10의 보수로 분해하는 방법이 있는데, 구체적으로

가수를 분해하는 방법 (7+6에서 6을 7의 보수 3과 나머지 3으로 분해)

피가수를 분해하는 방법 (7+6에서 7을 6의 보수 4와 나머지 3으로 분해)

작은 수를 분해하는 방법 (8+6에서 작은 수 6을 8의 보수 2와 나머지 4로 분해)

두 수를 모두 5와 나머지로 분해하는 방법 (8+6에서 8을 5와 3으로, 6을 5와 1로 분해하여 5와 5를 더하고 3과 1을 더하기)

로 분류할 수 있으며, 앞에서 학습한 방법들을 이용하는 전략으로는

증가 전략 (9+6은 9+5보다 1 큰 수)

감소 전략 (9+4는 9+5보다 1 작은 수)

상쇄 전략 (9+7은 9에서 7에 1을 주어 8+8로 생각하는 방법)

동수 전략 (8+7은 7+7보다 1 큰 수)

등이 있다. 학생들은 이러한 전략들을 다양하게 사용하고 있지만, 10의 보수로 분해하는 방법을 가장 많이 취하고 있다고 한다. 그 중에서도 가수를 분해하는 방법과 작은 수를 분해하는 방법의 전략을 가장 중요하게 생각하고 있다.

먼저, 가수를 분해하는 방법을 중요하게 생각하는 이유로는

- ① 가수를 피가수 다음부터 세는 기수법의 원리가 있다.
- ② 다음 단계인 받아들림이 있는 두 자리 수와 한 자리 수의 덧셈과의 일관성을 유지할 수 있다.
(36+7에서 7을 36의 6의 보수 4와 나머지 3으로 분해하여 더한다.)
- ③ 학생은 기본적으로 가수를 분해하는 방법을 사용한다.
- ④ 하나의 방법을 정하여 숙달하는 것이 효율적이다

를 들고 있다.

다음으로 작은 수를 분해하는 방법을 중요하게 생각하는 이유로는

- ① 큰 수를 10으로 만들기가 쉽다.
- ② 큰 수를 10으로 하는 것이 통합적이다.

를 들고 있다. 위의 주장들은 어느 경우든지 수용할 수 있는 요인과 그렇지 못한 요인이 동시에 존재한다.

가수를 분해하는 방법을 선호하는 입장에 대해서도 ①의 주장은 효율적인 한 가지 방법에 익숙한 어른들의 입장일 수 있고, ②의 주장도 7+36의 경우에는 설득력을 잃는다. 또한 ③과 ④의 경우도 암

기, 반복 학습에 익숙한 어른들의 편견일 수 있다.

작은 수를 분해하는 방법을 옹호하는 입장에 대해서도 ①의 경우를 귀찮게 생각하는 경우도 있을 수 있고, ②의 경우는 가수 분해로 통합할 수 있다고 주장하는 경우도 있다.

따라서, 어떤 경우도 결정적인 선택이 될 수는 없다. 그러므로 학생이 스스로 발견하게 하고 스스로 발견하지 못한 방법에 대해서는 발표, 질의, 응답 등의 상호 작용을 통하여 다양한 방법들을 발견하게 되며 문제 해결에 적용하는 것은 학생 스스로가 선호하는 방법을 선택하도록 하는 것이 좋다. 이렇게 하는 것이 탐구 학습, 자기 주도적 학습, 협동 학습을 위주로 하는 구성주의적 교수-학습의 원리를 따르는 것이 될 것이다.

나. 구성적 방법에 의한 교수-학습의 전개

교과서의 사전 연구를 바탕으로 제7차 교육과정의 실험용 교과서 수학과 1학년 2학기 제 7단원 더하기와 빼기(2)의 9차시 중 1-3차시에 해당하는 받아올림이 있는 (한 자리 수)+(한 자리 수)의 덧셈을 구성적 방법에 의한 교수-학습 과정 모델에 따른 내용 분석을 통하여 지도 방법을 구체적으로 기술해 본다.

(1) 의식화 단계

이 단원의 전시 학습으로 수 가르기와 모으기, 더하기와 빼기, 10을 가르기와 모으기, 10이 되는 더하기와 10에서 빼기, 받아올림이 없는 두 자리 수의 덧셈 등을 통하여 간단한 덧셈과 10의 보수에 대한 학습이 이루어졌다. 이러한 전시 학습의 복습과 본시 학습의 시작이 동시에 이루어지도록 1차시에는 세 수의 덧셈에서 앞의 두 수의 합이 10이 되는 경우($4+6+7=10+7=17$)의 덧셈과 뒤의 두 수의 합이 10이 되는 경우($5+3+7=5+10=15$)의 덧셈 학습이 이루어진다. 이어서 2, 3 차시에는 작은 수를 분해하는 방법을 적용하여 덧셈 학습이 구성되어 있다. 학생들은 1 차시 학습을 통하여 전시 학습보다 한 단계 높은 수준의 덧셈의 필요성과 능력이 요구된다는 것을 인식하게 되고 전시 학습에서 이루어진 10의 보수에 대한 학습이 받아올림이 있는 덧셈을 하는 데는 좋은 전략으로 사용된다는 사실을 알게 된다. 제6차 교육과정에서의 지도 순서인

받아올림이 없는 한 자리 수와 두 자리 수의 덧셈

→ 받아올림이 있는 (한 자리 수)+(한 자리 수)의 덧셈

→ 받아올림이 없는 두 자리 수의 덧셈

보다 제7차 교육과정에서의 교수-학습 순서인

받아올림이 없는 두 자리 수의 덧셈

→ 받아올림이 있는 한 자리 수의 덧셈

이 수학 학습의 체계나 인지 발달의 위계상 나은 방법이라고 볼 수 있다. 그러나 제6차 교육과정의 수학 교과서에서는 (가수를 분해하는 방법), (피가수를 분해하는 방법) 모두를 사용하여 문제를 해결하게 한 후, 학생 스스로 나은 방법을 터득하도록 하고 있으나, 제7차 교육과정의 수학 실험용 교과서에서는 작은 수를 분해하는 방법만 제시되어 있어, 다양한 문제 해결 방법을 터득하지 못하고 하나의 방법으로 고착화될 가능성을 배제할 수 없다. 더욱이 두 수를 모두 5와 나머지로 분해하는 방법은 전혀 취급하고 있지 않음으로써 학생의 사고의 다양성과 유연성을 길러주지 못하고 한 가지 방법에 의한 효율성이 강조된 점이 문제점으로 지적될 수 있다. 따라서 $7+5$, $8+6$, $4+9$, $3+8$ 의 학습에서 모두 작은 수를 다른

큰 수의 10의 보수와 나머지로 나누는 지도만 할 것이 아니라 큰 수를 분해하여 작은 수의 10의 보수와 나머지로 분해하는 방법을 적어도 한 문제쯤은 예를 들어 두는 것이 다양한 전략을 인식하게 하는 데 도움이 될 것이다.

(2) 조작화 단계

제7차 교육과정의 실험용 교과서에서는 생활 속에서 알아볼 수 있도록 낫감을 사용한 경우와 같은 크기의 나무도막을 사용하여 문제를 해결하도록 하고 있다. 이 외에도 아동용으로는 아동들이 좋아하는 장난감이나 바둑돌, 구슬, 산가지 등을 사용하여 구체적 조작 활동이 가능하도록 할 수 있을 것이고 교사용으로는 교사 책상 위에 있는 2단 책꽂이에 책들을 적당히 배열하거나 한 줄에 9 개 이하의 주산 알이 꽂혀 있는 주산, 컴퓨터 동영상 등을 사용할 수 있을 것이다. 이러한 학습 도구를 사용할 때, 피가수와 가수의 색깔은 다른 것을 사용하되 크기나 모양은 같은 것을 사용하여야 학생들의 혼란을 줄일 수 있다. 또한 가수나 피가수를 이동하여 그 중 하나를 10으로 만들어 합의 값을 직관적으로 알도록 하고, 50까지의 수 등의 교수-학습에서 사용한 조작적 표현과의 일관성을 갖도록 하여야 한다.

받아올림이 있는 (한 자리 수)+(한 자리 수)의 덧셈의 도적 표현을 그 과정과 결과를 $(8+7=8+(2+5)=(8+2)+5=10+5=15)$ 를 8 더하기 7에서 8과 2는 10, 10과 5는 15, 따라서 8과 7의 합은 15이다)와 같이 언어적 표현, 기호적 표현으로의 학습이 이루어지는 단계까지를 포함한다.

(3) 반성화 단계

조작적 활동을 통한 과정과 결과를 무엇을 그렇게 하였는가, 왜 그렇게 되었는가 등의 반성적 사고를 함으로써 교수-학습 내용을 개념이나 원리에 따른 사고의 구성이 이루어지는 것이다. 이러한 개념이나 원리에 따른 사고 구성이 사고의 추상화, 일반화를 이루게 되어 어떤 유사한 문제가 주어지든지, 질문을 받는지 하여도 사고의 혼란을 일으키지 않게 된다. 이러한 반성적 사고가 1 학년 학생에게는 다소 어려울지 모르나 적절한 장면을 적극적으로 설정하여 서서히 알 수 있도록 하는 것이 필요하다. 조작화 단계에서 $8+7=15$ 를 구한 다음 “왜 $8+7=15$ 가 되는가, 설명해 보아라”라고 하는 발문을 통하여 반성적 사고를 유발시킬 수 있다. 즉, 다른 학생의 설명을 듣고 자신이 사용한 방법과 비교해 볼 수 있게 하는 과정이 필요한 것이다. 따라서 먼저 조작적 활동을 통해 문제 해결의 과정과 결과를 발표하게 한 후 반성적 사고를 통해 자신이 구한 과정과 결과를 앞 단계에서 나타낸 것과 같은 방법으로 언어적 표현을 할 수 있도록 한다. 이러한 반성적 사고는 조작화 단계의 학습이 이루어진 직후 바로 시행하여야 하며 그렇게 하는 것이 효과를 높일 수 있다.

(4) 사회화 단계

$7+8$ 에 대해서 조작화 단계에서와 같이 가수를 분해하는 방법으로 문제를 해결한 학생의 경우, 다른 사람의 다른 전략과 비교 검토하는 과정을 통하여 보다 나은 방법을 택하는 과정이 더욱 중요하다. 왜냐하면, 피가수를 분해하는 방법, 작은 수를 분해하는 방법, 가수와 피가수를 모두 5와 나머지로 분해하는 방법, 피가수 다음 수부터 가수를 차례로 세어 더하는 방법 등 다른 방법들이 다양하게 제시될 수 있기 때문이다. 여러 가지 방법 중에서 그 선택은 교사의 강요에 의해서가 아니라 학생들 스스로 충분히 생각하고 협의하여 스스로 이해하는 것이 바람직하다. 따라서, 학생들이 생각해 낸 여러 가지 전략을 가능한 한 많이 발표하도록 하여야 한다. 이때, 교사는 여러 가지 방법에 대해 학생들이 이해하도록 장면의 설정이나 발표를 명확하게 하도록 조연자의 역할을 수행하는 것은 필요하지만 방법의 좋고 나쁨을

평가하지는 않는 것이 좋다. 이렇게 함으로써 학생 스스로 보다 나은 방법을 생각할 수 있도록 하여 스스로 결정하도록 하는 것이 목적이다.

V. 결 론

오늘날 수학과 교수-학습의 중심 원리로 자리 잡고 있는 구성주의에 대해 그 이론적 토대는 상당히 이루어졌다고 할 수 있다. 특히 제7차 수학과 교육과정의 기본 방향인 '수학적인 힘'을 길러줄 수 있는 탐구 학습, 자기 주도적 학습, 협동 학습 등을 통해서 정말 쉬우면서도 재미있는 그러면서도 수학적 개념이나 원리를 체계적으로 학습할 수 있도록 구성하려고 한 노력이 현저하다. 그러나 구성주의 관점에서 교수-학습은 다양한 방법이나 전략을 바탕으로 이루어져야 하는 만큼 수업 방법이나 전략은 부단히 연구 개발되어 교수-학습에 적용되어야 한다.

본 연구에서는 지금까지 연구된 구성주의의 발달 과정을 철학사적 입장에서 고찰하였다. 특히 동양의 철학사 중에서 구성주의 관점의 학설을 간략하게 정리해 보았다. 교수-학습의 모델이나 단계론에 관한 선행 연구들을 분석하여 구성적 방법에 의한 교수-학습 모델을 설정하여 제시하고 설정한 모델을 바탕으로 실제 수업에 적용할 수 있는 사례를 들어, 앞으로의 수학과 교수-학습에 참고가 될 것으로 기대한다. 여기에 제시된 구성적 방법에 의한 교수-학습의 모델과 그 적용 사례도 수학과 교수-학습의 다양한 방법 중 하나임을 동시에 밝혀 둔다.

참 고 문 헌

- 강인애 (1997). *왜 구성주의인가*. 서울: 문음사.
- 교육부 (1995). *초등학교 수학 교과서 1-1, 1-2*. 서울: 국정 교과서 주식회사.
- 교육부 (1995). *초등학교 수학 교사용 지도서 1-1, 1-2*. 서울: 국정 교과서 주식회사.
- 교육부 (1999). *초등학교 수학 실험용 교과서 1-가, 1-나*. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육부 (1999). *초등학교 수학 실험용 교사용 지도서 1-가, 1-나*. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 김선유 (1996). 수학과 교수-학습에 대한 구성주의적 접근. *진주 교육 대학교 과학교육연구* 22, 129-150.
- 목영혜 (1996). 급진적 구성주의와 양명학적 구성주의의 관점의 비교와 구성주의적 도덕 교육론. *교육철학* 14(2), 29-43.
- 목영혜 (1998). 구성주의의 본질적 측면에 대한 몇 가지 고찰. *교육학 연구* 36(1), 171-186.
- 박여성 (역) (1995). *구성주의*. 서울: 까치. [E. von Glasersfeld, (급진적 구성주의란 무엇인가) in S. J. Schmidt (Ed.), *Der Diskurs des Radikalen Konstruktivismus*.]
- 박영배 (1996). *수학과 교수-학습의 구성주의적 전개에 관한 연구*. 서울대학교 대학원 박사 학위 논문.
- 조연주, 조미현, 권형규 (공역) (1995). *구성주의와 교육*. 서울: 학지사. [L. P. Steffe, & J. Gale, *Constructivism in Education*.]

- 차봉희 (역) (1995). *구성주의 문예학*. 서울: 문음사. [H. Hauptmeier, & S. J. Schmidt, *Einführung in die Empirische Literaturwissenschaft*.]
- 中原忠男 (1995). *算數・數學教育における構成的アプローチの研究*. 東京: 聖文社.
- 平野次郎 外 (譯) (1977), *算數・數學の學習過程*. 新數社. [Dienes, Z. P.]
- Cobb, P. (1990). Multiple Perspectives. In L. P. Steffe & T. Wood (Eds.), *Transformings Children's Mathematics Education: International Perspective* (pp. 200-215).
- Cobb, P. et al. (1991). Assessment of a Problem-Centered Second-Grade Mathematics Project. *JRME* 22(1).
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. The Falmer Press.
- Herscovics, N., & Bergeron, J. C. (1983). Models of understanding. *Zentralblatt für didaktik der mathematik, Jahrgang 15, Heft 2*.
- Hiele, P. M. van, & Hiele, G. M. van (1958). A method of initiation into geometry at secondary schools. In D. H. Freudenthal (Ed.), *Report on Methods of Initiation into Geometry*.
- Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education. *PME-11*, 3-27.
- Noddings, N. (1990). Constructivism in mathematics education. *JRME Monograph 4*, 7-18.
- Piaget, J. (1970). *Genetic Epistemology*. New York: W. W. Norton.
- Wiebe, J. H. (1980). Levels of abstraction in physical models for teaching arithmetics. *The 4th ICME*. Handaut.

<Abstract>

Development of Teaching-Learning Model and Instructional Process Based on the Viewpoint of Constructivism

Kim, Seon-Yu³⁾

Many educators say that one of the key theory which is widely accepted teaching-learning process in the 7th mathematics curriculum is constructivism. They believe constructivism is very powerful as a background theory in teaching-learning mathematics and in this point of view, each student can construct knowledge by himself in the inner world. Therefore, the aspect of teaching-learning methods in the 7th mathematics curriculum focused on inquiry learning, self-directed learning, cooperative learning. Through this methods, the 7th mathematics text also composed of ease, interesting and dynamic activity oriented subjects. And constructive teaching-learning methods in mathematics is implemented variously by those whom attracted in constructivism. Thus, the purpose of this study is to build up a model that is required to systematize teaching-learning process in mathematics as a guideline for teachers. Another purpose of this study is to make clear that the presented model is appropriate process for teaching-learning in mathematics.

3) Chinju National University of Education (380 Shinan-dong, Chinju, Gyeongnam 660-756, Korea. Tel: 0591-740-1237; E-mail: sykim@ns.chinju-e.ac.kr)