

## 2-방정식 난류모델을 이용한 고양력 익형 주위의 비압축성/압축성 유동장 해석

김창성, 김종암\*, 노오현\*

### Incompressible/Compressible Flow Analysis over High-Lift Airfoils Using Two-Equation Turbulence Models

C. S. Kim, C. A. Kim, and O. H. Rho

Two-dimensional, unsteady, incompressible and compressible Navier-Stokes codes are developed for the computation of the viscous turbulent flow over high-lift airfoils. The compressible code involves a conventional upwind-differenced scheme for the convective terms and LU-SGS scheme for temporal integration. The incompressible code with pseudo-compressibility method also adopts the same schemes as the compressible code. Three two-equation turbulence models are evaluated by computing the flow over single and multi-element airfoils. The compressible and incompressible codes are validated by predicting the flow around the RAE 2822 transonic airfoil and the NACA 4412 airfoil, respectively. In addition, both the incompressible and compressible code are used to compute the flow over the NLR 7301 airfoil with flap to study the compressible effect near the high-loaded leading edge. The grid systems are efficiently generated using Chimera overlapping grid scheme. Overall, the  $k-\omega$  SST model shows closer agreement with experiment results, especially in the prediction of adverse pressure gradient region on the suction surfaces of high-lift airfoils.

**Key Words:** 고양력 익형(High-Lift Airfoil), 2-방정식 난류 모델(Two-Equation Turbulence Model), Chimera 겹침 격자 기법

### 1. 서 론

최근 들어 컴퓨터 성능의 향상으로 전산유체역학(CFD)을 이용한 설계 방법이 다중요소 익형 설계의 새로운 분야로 자리잡고 있다. 실제적인 설계과정에 앞서 다중요소 익형 주위의 유동장을 효율적이고 정확하게 해석할 수 있는 유동 해석 코드 개발이 선행되어야 한다. 본 연구의 목적은 이러한 다중요소 익형 주위의 복잡하고 난해한 난류 점성 유동장을 정확하고 효율적으로 해석할 수 있는 코드를 개발하는 것이다.

일반적으로 다중요소 익형 주위의 자유류 마하수는 0.1에서 0.4이고, 레이놀즈수는  $10^6$ 에서  $4 \times 10^7$  이므로 비압축성 유동으로 가정될 수 있다. 따라서 다중요소 익형 주위의 유동장을 효율적으로 해석하기 위해 비압축성 Navier-Stokes 코드를 개발하였다. 그러나, 자유류 마하수가 증가하여 앞전 슬랫에 많은 공력 하중이 작용하는 경우에는 압축성 효과를

반드시 고려해야 한다.[1, 2] 또한, 실속 받음각에 가까운 높은 받음각에서는 비압축성 코드 가 수렴을 잘 하지 않고 비정상성(unsteadiness)을 나타낼 수 있다. 이러한 이유로 본 연구에서는 압축성 Navier-Stokes 코드 계산도 병행하였으며 그 결과를 비압축성 계산 결과 및 실험 결과와 함께 비교하였다.

최대 양력 받음각에 가까운 비교적 높은 받음각에서의 난류 합류 경계층이나 유동 박리현상 등과 같은 복잡하고 난해한 물리적 현상으로 인해 다중요소 익형 주위의 유동장을 수치적으로 정확하게 해석하는 것은 매우 어렵다. 이러한 난류 유동 해석을 위해 본 연구에서는 세 가지의 2-방정식 난류 모델( $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ ,  $k-\omega$  SST)을 적용하였다. 전형적인  $k-\epsilon$  모델들은 경계층내부에서 점성 효과를 고려하기 다양한 벽함수(wall functions)를 적용하여 비교적 좋은 결과들을 보여주고 있다. 이러한  $k-\epsilon$  모델들과는 달리  $k-\omega$  모델은 이러한 함수식을 사용하지 않고도

경계층내부에서 좋은 결과들을 보여 주고 있다. 따라서 코드의 병렬처리에 요구되는 간결성에서  $k-\omega$  모델이  $k-\varepsilon$  모델들에 비해 우수성을 갖는다. 그러나,  $k-\omega$  모델은 원방 경계의 자유류값에 아주 민감하기 때문에 세심한 주의가 요구되지만  $k-\varepsilon$  모델들은 자유류값에 거의 영향을 받지 않는다. 이와 같이 경계층내부와 원방에서의 두 난류 모델이 갖는 장점만을 채택한  $k-\omega$  SST 모델이 Menter에 의해 개발되었다.

이상의 세가지 난류 모델을 각각 압축성과 비압축성 유동장 해석에 적용하였다. 압축성 코드는 RAE 2822 천음속 익형에 적용하고, 비압축성 코드는 NACA 4412 익형에 적용하여 실험결과와의 비교를 통하여 검증하였다. 그리고, 이 두 코드를 뒷전 플랩이 장착된 NLR 7301 고양력 익형에 적용하여 공력 하중이 많이 작용되는 앞전 부근에서의 압축성 효과를 살펴보고 그 결과들을 실험 결과와도 비교 검토하였다.

## 2. 수치 해법

### 2.1 지배 방정식

지배 방정식은 2차원 비정상 압축성/비압축성 Navier-Stokes 방정식으로 보존형 텐서형으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho e u_j) = -\frac{\partial p u_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_i \tau_{ij} - q_j]$$

여기서,  $\tau_{ji}$  와  $q_j$  는 각각 전단 응력과 heat flux를 나타내며, 완전한 압축성 방정식을 구성하기 위해 다음과 같은 상태방정식이 적용된다.

$$p = \rho(\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right]$$

그러나, 비압축성 코드는 열전달이 중요하지 않은 경우에 에너지 방정식을 포함하지 않는다. 그리고 밀도를 일정하게 가정하면 식 (1)은 다음과 같이 간단하게 표현된다.

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \quad (2)$$

### 2.2 난류 모델

난류 유동장 해석을 위해 Wilcox의  $k-\omega$  모델[3,4], 벽면 함수를 사용하지 않은 표준형  $k-\varepsilon$  모델, 그리고 Menter의  $k-\omega$  SST 모델[5, 6]을 적용하였다. 가장 많이 사용되고 있는 2-방정식중의 하나인  $k-\varepsilon$  모델들은 벽면 근처의 정확한 경계층 내부 유동 계산을 위해 여러 가지 벽함수들을 사용한다. 이러한 벽함수들은 코드화하는 데 많은 수고를 요구한다. 그러나 원방 경계에서의 자유류값에 영향을 받지 않는 장점이 있다. 반면에  $k-\omega$  모델은 복잡한 벽함수를 사용하지 않고도 경계층 내부의 유동을 잘 예측하므로 코드의 병렬 처리화 등에 있어서 방정식을 코드화하기가 편리한 장점이 있다. 그러나, 원방에서의 자유류 값에 아주 민감하므로 세심한 주의가 요구된다. 이러한 두 난류 모델의 장점만을 채택하기 위하여 다음과 같이 두 난류 모델을 결합시킨 것이  $k-\omega$  BSL 모델이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho k u_j) &= \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \omega u_j) &= \frac{\gamma}{\nu_T} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ &\quad + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega_2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned}$$

이 모델에 난류 전단응력의 전달 (shear stress transport) 효과를 고려하여 난류 생성항이 소산항보다 과다한 값을 갖지 않도록 보정한 것이  $k-\omega$  SST 모델이다. 이를 위하여  $\nu_T$  를 다음과 같이 정의하였다.

$$\nu_T = 0.31k / \max(0.31\omega; \Omega F_2)$$

여기서,  $\Omega$  는 와도의 절대값을 나타낸다. 이 난류 모델은 벽함수를 사용하지 않고 원방에서의 자유류값에도 영향을 받지않는 성질을 가지며 수치 결과도 여러 경우에 있어서 실험과 잘 일치하는 것으로 알려져 있다.

2.3 수치 기법

지배 방정식은 유한 체적법에 근거하여 계산되었다. Pseudo-compressibility 기법[7]을 적용한 비압축성 코드는 공간 이산화에 있어서 압축성 코드와 같이 Roe의 FDS(Flux Difference Splitting) 기법에 근거한 풍상 차분법[8]이 사용되었으며 MUSCL 내삽 기법[9]을 적용하여 3차의 공간 정확도를 갖도록 하였다. 시간 적분에 있어서도 비압축성 코드와 압축성 코드 모두 적용이 간편하고 경제적인 Yoon의 LU-SGS 기법[10]이 사용되었다. 비정상 계산의 경우 이중시간진법 (dual time stepping)[6,7]을 사용하여 계산을 수행하였다. 다중요소익형은 일반적으로 복잡한 형상을 갖기 때문에 단일 블록으로 격자계를 구성하기가 매우 어렵다. 그래서, patched 격자계나 겹침 격자계 혹은 비정렬 격자계 등이 현재 많이 사용되고 있다. 본 연구에서는 효율적인 점성 격자구성을 위해 겹침 격자계 중의 하나인 Chimera 격자계[11]를 적용하였다. 각 격자계간 정보전달은 강건하고 적용이 편리한 bilinear interpolation 알고리즘을 적용하였다

3. 수치 코드 검증

3.1 압축성 코드 검증

압축성 코드의 검증을 위해 받음각 2.79도, 마하수 0.73, 레이놀즈수  $6.5 \times 10^6$  에서 RAE 2822 천음속 익형을 계산하였다. 계산 격자는  $129 \times 65$  크기의 O형 격자를 적용하였으며 벽면에서의 첫번째 격자 간격은 날개길이의  $1 \times 10^{-5}$  배의 크기를 갖는다. 또한, 격자 밀집도에 따른 난류 모델들의 민감도를 살펴보기 위해  $241 \times 81$  크기의 밀한 격자도 적용하였다. 원방 경계는 두 격자 모두 날개코드 길이의 약 25 배까지 확장하였다. 세가지 난류 모델을 적용한 수치 결과들은 Cook 등[12]이 수행한 실험 결과와 비교하였다. 각 하중 계수값을 Table 1에서 비교하였다.

	$k-\epsilon$	$k-\omega$	$k-\omega$ SST	Exp.
C <sub>l</sub>	0.7957	0.8486	0.7910	0.803
C <sub>d</sub> (P)	0.01299	0.01446	0.01228	-
C <sub>d</sub> (V)	0.00733	0.00591	0.00519	-
C <sub>d</sub>	0.02032	0.02037	0.01747	0.0168
C <sub>m</sub>	-0.09406	-0.10518	-0.09245	-0.099

Table 1 Comparison of computed and measured loads. (M=0.73, Re=6.5million, AOA=2.79 deg.)

조밀한 격자와 성긴 격자를 사용하였을 때의 표면압력분포와 경계층내의 속도 분포는 거의 동일하였다. 두 격자를 사용했을 경우의 표면압력계수는 Fig. 1에 실험 결과와 함께 나타나 있다.  $k-\omega$  모델이 다른 두 난류 모델과 충격파 위치에 있어 약간의 차이를 보이고 있으나 전체적으로 실험 결과와 잘 일치하고 있다.

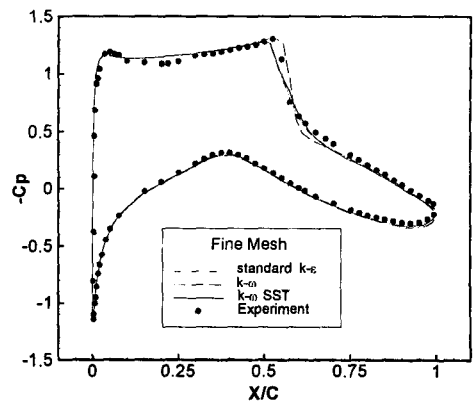
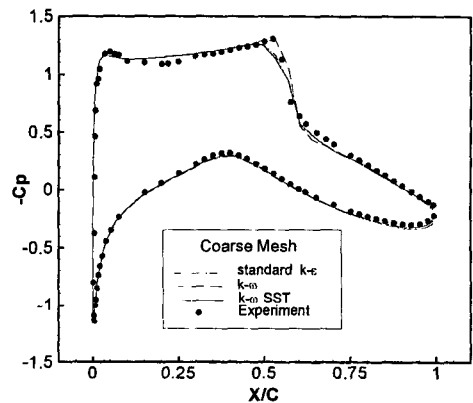


Fig. 1 Surface pressure coefficients of the RAE 2822 airfoil. (M = 0.73, Re=6.5million, AOA=2.79)

각 모델의 특성은 Fig. 2에 있는 날개 윗면의  $x/c = 0.574, 0.650, 0.750, 0.900$ 에서의 속도 분포를 보면 더욱 분명히 알 수 있다. 충격파 근처에서는  $k-\omega$  모델이 실험결과와 비교적 잘 맞지만 충격파 이후의 후류 영역으로 갈수록  $k-\omega$  SST 모델이 실험 결과와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

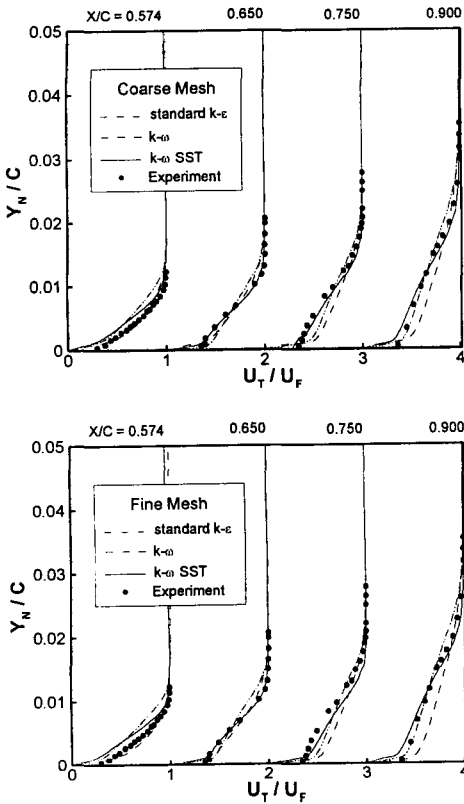


Fig. 2 Velocity profiles of the RAE 2822 airfoil on the suction surface. ( $M = 0.73, Re=6.5\text{million}, AOA=2.79$ )

Fig. 3에서와 같이 수렴성은 성긴 격자를 사용한 경우에 있어서 세가지 난류 모델이 모두 비슷한 경향을 가지며 초기 오차값의  $10^{-4}$  배까지 약 2000번의 반복회수가 필요하였다.

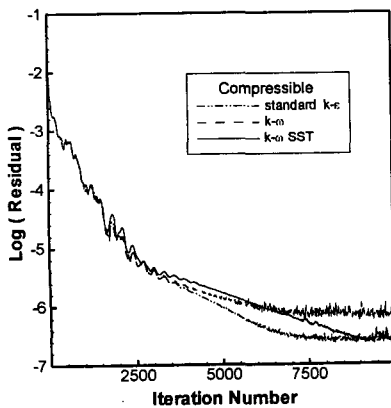


Fig. 3 Convergence history for the RAE 2822 airfoil.

### 3.2 비압축성 코드 검증

비압축성 코드의 검증을 위해 NACA 4412 의형을 받음각 13.87도, 레이놀즈수  $1.52 \times 10^6$  에서 계산을 수행하였다. 계산 격자는  $245 \times 65$  크기의 O형 격자를 사용하였으며 벽면에서의 첫번째 격자 간격은 날개코드 길이의  $1 \times 10^{-5}$  배의 크기를 갖는다. 원방 경계는 날개 길이의 약 25 배까지 확장하였다. 수치 계산 결과는 Coles와 Wadcock[13]이 수행한 실험 결과와 비교하였다. 실험 조건에 의하여 천이점을 날개 윗 면과 아랫 면의 각각  $x/c=0.025$ 와  $0.103$ 으로 하였다. 천이 효과를 고려하기 위해 그 영역의 전방류에서는 난류 에너지 전달 방정식의 생성항의 값을 0으로 주었다. Fig. 4와 같이 표면 압력 계수는 천이를 고려하지 않고 완전 난류(fully turbulent) 유동으로 가정한 계산 결과와 함께 비교하였다.

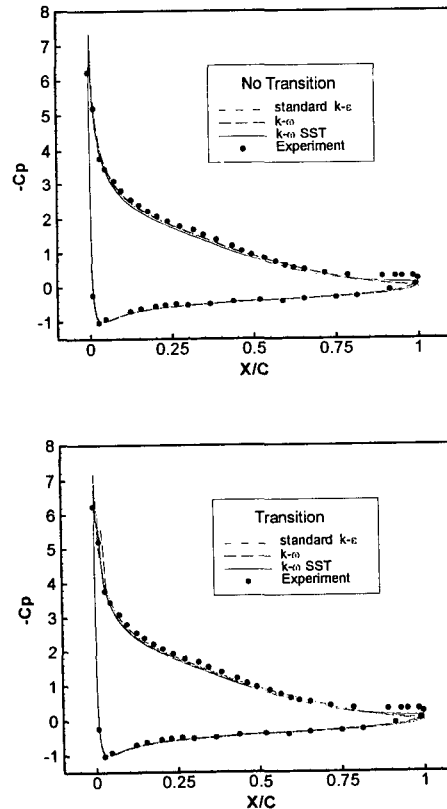


Fig. 4 Surface pressure coefficients of a NACA 4412 airfoil. ( $Re=1.52\text{million}, AOA=13.87$ )

이러한 천이 효과가 경계층 내부의 속도 분포에 미치는 영향은 Fig. 5에 나타나 있다.

날개 윗면의  $x/c = 0.620, 0.731, 0.842, 0.879$ 에서의 속도 분포를 실험 결과와 비교하였다. 유동 박리가 시작된 이후의 후류 역압력 구배 영역에서  $k-\omega$  SST 모델이 실험 결과와 아주 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

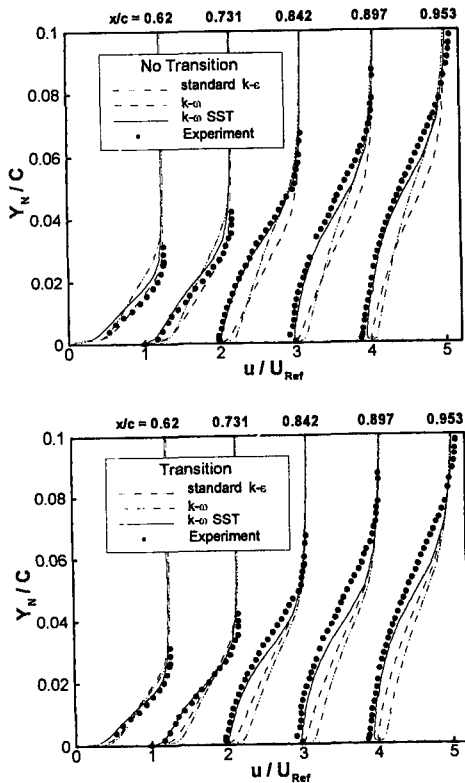


Fig. 5 Velocity profiles of a NACA 4412 airfoil on the suction surface. ( $Re = 1.52$ million,  $AOA = 13.87$ )

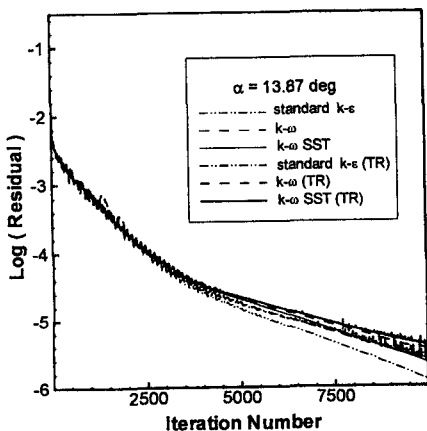


Fig. 6 Convergence history for a NACA 4412 airfoil.

새가지 난류 모델을 적용한 비압축성 코드의 수렴성은 모두 비슷한 경향을 가지며 초기 오차값의  $10^{-4}$  배까지 약 3000번의 반복회수가 필요하였다. 그리고, 천이 효과를 고려한 경우의 수렴성이 천이를 고려하지 않은 경우보다 안정적인 수렴 경향을 보였다. [Fig. 6]

Fig. 7은 받음각에 따른 양력 계수 분포를 보여주고 있다.

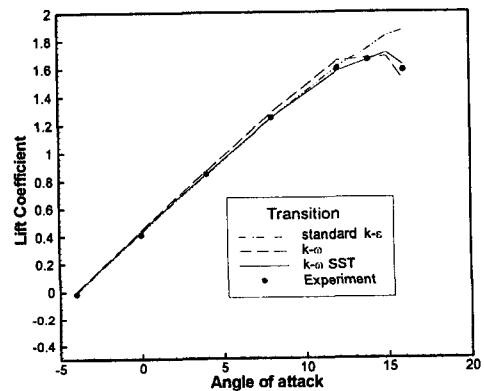


Fig. 7 Lift coefficient v.s. angle of attack flow over a NACA 4412 airfoil. ( $Re = 1.52$ million)

$k-\omega$  SST 모델이 실험 결과와 가장 잘 일치하고 있으며, 특히 실속 받음각을 잘 예측하는 것을 확인할 수 있다. 받음각 14도 이상의 정상 유동 계산은 수렴을 잘 하지 않고 비정상적인 결과를 보였다. 이 경우 보다 정확한 계산을 위하여 모든 계산은 이중시간전진법을 적용하여 비정상 유동으로 계산하였다.

#### 4. 수치 계산 결과

##### 4.1 플랩이 장착된 NLR 7301 익형: 받음각 6도

압축성 코드와 비압축성 코드를 뒀진 플랩이 장착된 NLR7301 익형 주위의 유동장 해석에 적용하였다. 유동조건은 자유류 마하수가 0.185, 레이놀즈수가  $2.51 \times 10^6$  이다. 후류 영역에서 유동이 날개 표면에 부착되어 유동 박리가 없는 조건하에 Berg[14]가 실험한 실험에서 플랩은 날개코드 길이의 5.3%의 겹침(overlap)과 2.6%의 간격(gap)으로 주날개와 연결되어있으며 플랩각은 20도이다. 이를 위해 계산 격자계는  $249 \times 81$  크기의 주격자와  $125 \times 41$  크기의 부격자를 사용하는 Chimera 격자 기법을

적용하여 효율적으로 구성하였다. 주격자와 부격자 모두 벽면에서의 첫번째 격자 간격은 날개길이의  $10^{-6}$  배의 크기를 갖도록 하였다. 원방 경계는 날개코드 길이의 약 30 배까지 확장하였다.

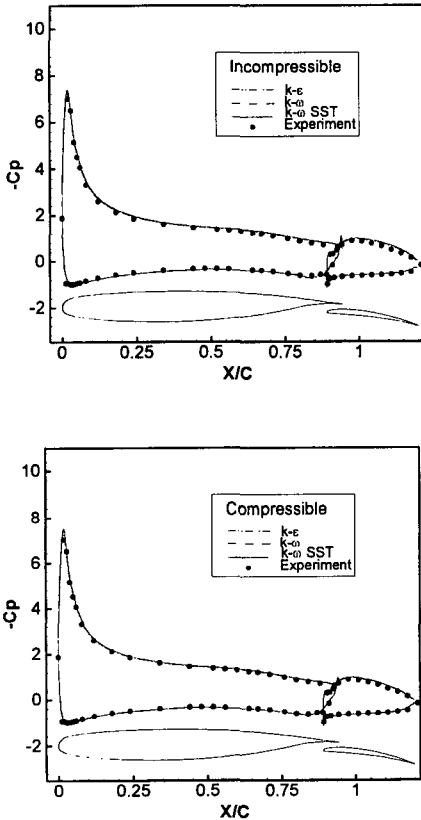


Fig. 8 Surface pressure coefficients of the NLR 7301 with flap ( $M = 0.185$ ,  $Re = 2.51$ million,  $AOA = 6$  deg.)

Fig. 8에는 받음각 6도일 경우의 비압축성과 압축성 코드의 표면압력분포 결과가 나타나 있으며 실험치와 함께 비교하였다. 전반적으로 세가지 난류 모델 결과가 비압축성과 압축성 유동 모두에서 실험 결과와 비교적 잘 일치하고 있다. 이 받음각에서는 압축성 효과가 거의 무시할 만하였다.[15] Fig. 9는 세가지 난류 모델을 적용한 비압축성과 압축성 코드의 수렴성을 나타내고 있다. 세가지 난류 모델들은 거의 비슷한 수렴성을 가지며 초기 오차값의  $10^{-4}$  배까지 약 3000번의 반복회수가 필요하였다.

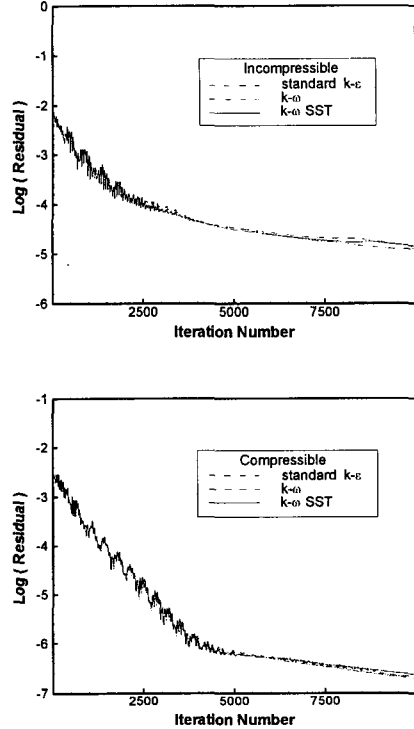
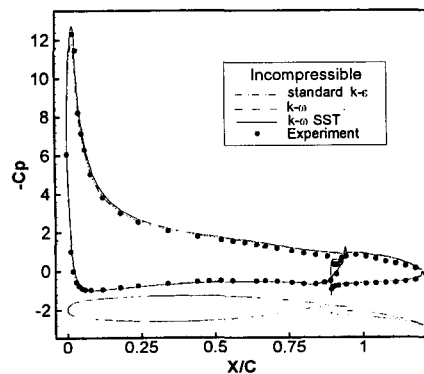


Fig. 9 Convergence history for the NLR 7301 airfoil with flap.

#### 4.2 플랩이 장착된 NLR 7301 익형: 받음각 13.1도

이 경우는 최대 양력 받음각에 아주 가까운 조건으로 비압축성 계산이나 압축성 계산 모두 정상 유동 계산은 수렴을 잘 하지 않고 비정상적인 결과를 보였다. 이 경우 보다 정확한 계산을 위하여 이중시간전진법을 적용하여 비정상 유동으로 계산하였다.



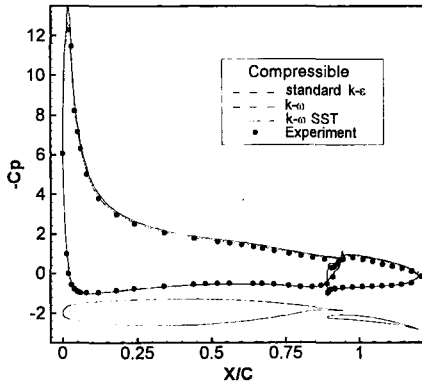


Fig. 10 Surface pressure coefficients of the NLR 7301 with flap ( $M=0.185$ ,  $Re=2.51$ million,  $13.1$  deg.)

Fig. 10에 나타나 있는 받음각 13.1도일 경우의 표면압력 분포를 보면 앞서 살펴본 Fig. 8과는 달리 앞전 부근에서 상당한 차이를 보이는 것을 알 수 있다. 이와 같이 앞전에 높은 하중이 작용하는 경우에 밀도를 일정하게 가정한 비압축성 결과는 압축성 결과보다 약간 낮은 속도분포를 갖게 되고, 그 결과 경계층 내부에서 압력이 상대적으로 높게 예측되기 때문이다.

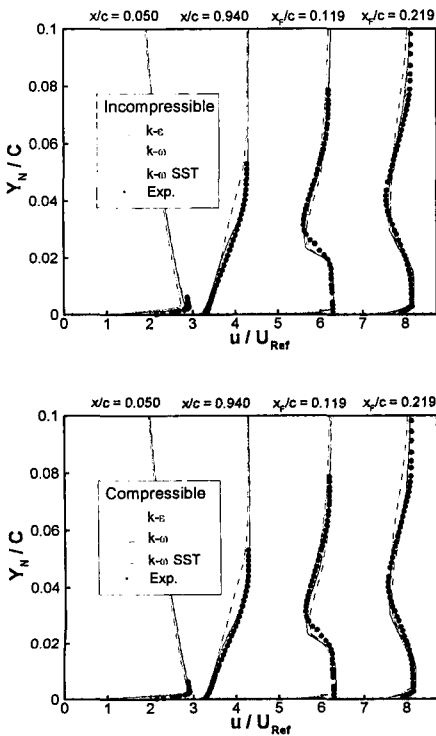


Fig. 11 Velocity profiles on the upper surfaces of the NLR 7301 with flap ( $M=0.185$ ,  $Re=2.51$ million,  $13.1$ )

Fig. 11은 이 경우의 속도 분포를 나타낸다. 역시 앞전 부근  $x/c = 0.05$ 에서 보면 압축성 결과는 실험 결과와 아주 잘 일치하지만 비압축성 결과는 실험 결과와 상당한 차이를 보이는 것을 알 수 있다. 이 위치에서의 속도 분포를 확대해서 나타내면 Fig. 12와 같다. 실험에서 주어진 동일한 마하수 0.185에서도 받음각이 증가함에 따라 앞전 부근에 큰 하중이 작용하게 되어 이 부근에서의 표면압력과 경계층 내부의 속도분포에 미치는 압축성 효과가 상당함을 확인할 수 있었다.

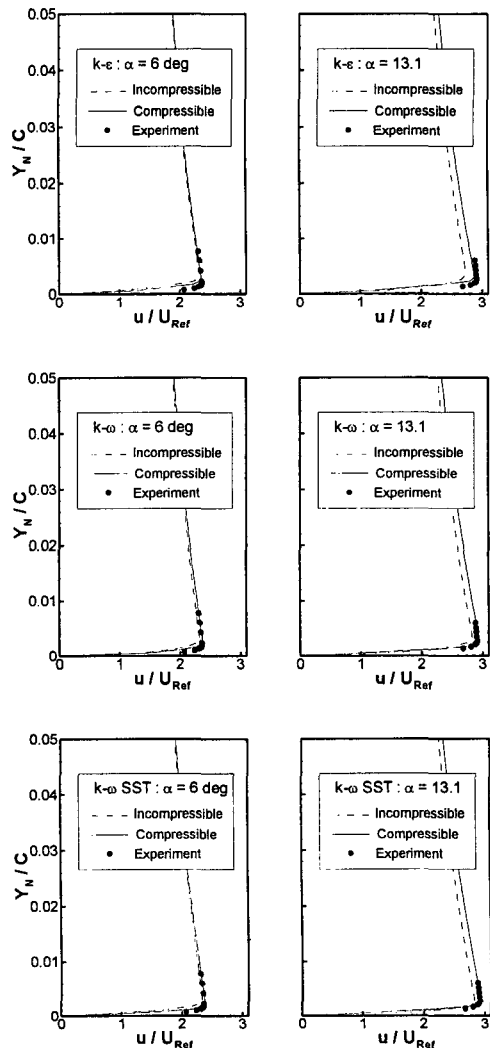


Fig. 12 Compressible effect on the velocity profiles of the NLR 7301 with flap. ( $M=0.185$ ,  $Re=2.51$ million)

## 5. 결론

본 연구에서는 압축성/비압축성 Navier-Stokes 코드를 개발하여 높은 받음각에서의 고양력 익형 주위의 난류 유동장을 해석하기 위해 세 가지의 2-방정식 난류 모델( $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ ,  $k-\omega$  SST)을 적용하였다. 압축성과 비압축성 코드는 각각 RAE2822 천음속 익형과 NACA 4412 익형 주위 유동장을 해석하고 각 난류 모델의 특성을 살펴보고 실험 결과와도 잘 일치함을 검증하였다. 또한 플랩이 장착된 NLR 7301 익형 주위의 유동장을 해석하여 압축성 효과가 각 난류 모델에 미치는 영향과 경계층 내부에 미치는 영향, 그리고 수렴성에 미치는 영향 등을 살펴보았다. 비교적 낮은 받음각에서 비압축성 코드가 계산 반복횟수나 계산 시간에서도 훨씬 효율적이거나, 실속 받음각 근처의 높은 받음각에서와 같이 유동 박리가 있는 경우에는 비정상 계산이 요구됨으로 인해 비압축성 코드가 압축성 코드에 비해 계산 시간면에서 크게 효율적이지 못함을 확인하였다. 그리고, 앞서 살펴 보았듯이 세가지 2-방정식 난류 모델 중에서  $k-\omega$  SST 모델이 실험 결과와 비교적 잘 일치하였으며 특히 역압력 구배가 있는 후류 영역에서 아주 우수한 성능을 보임을 확인하였다.

## 참고 문헌

- [1] Brune, G. W. and McMasters, J. H., "Computational Aerodynamics Applied to High-Lift System," Edited by P. A. Henne, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 125, 1990, pp. 389 - 493.
- [2] Rogers, S. E., Wiltberger, N. L., Kwak, D., "Efficient Simulation of Incompressible Viscous Flow over Single and Multielement Airfoils," *Journal of Aircraft*, Vol.30, No.5, Sept-Oct. 1993, pp. 736-743.
- [3] Wilcox, D. C., "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 11, 1988, pp. 1299-1310.
- [4] Wilcox, D. C., "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 2, Feb. 1994, pp. 247-255.
- [5] Menter, F. R., "Influence of Freestream Values on the  $k-\omega$  Turbulence Model Predictions," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 6, August 1992, pp. 1651-1659.
- [6] Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1598-1605.
- [7] Rogers, S. E. and Kwak, D., "Upwind Differencing Scheme for the Time Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 2, February 1990, pp. 253-262.
- [8] Roe, P. L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol.43, 1983, pp.357-372.
- [9] Hwang, S. W., "Numerical Analysis of Unsteady Supersonic Flow over Double Cavity," Ph.D. Dissertation, Seoul Nat'l Univ., Seoul, Korea, 1996.
- [10] Yoon, S. and Kwak, D., "Three-Dimensional Incompressible Navier-Stokes Solver Using Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Algorithm," *AIAA Journal*, Vol. 29, June 1991, pp. 874-875.
- [11] Steger, J. L., Doughty, F. C., and Beneck, J. A., "A Chimera Grid Scheme," *Advances in Grid Generation, FED, Vol.5, ASME*, Edited by Ghia, K. N., New York, 1983, pp. 59-69.
- [12] Cook, P. H., McDonald, M. A. and Firmin, M. C. P., "Aerofoil RAE 2822 - Pressure Distributions, and Boundary Layer and Wake Measurements," AGARD AR 138, May 1979, A6-1 to A6-77.
- [13] Coles, D., and Wadcock, A. J., "Flying-Hot-Wire Study of Flow Past a NACA 4412 Airfoil at Maximum Lift," *AIAA Journal*, Vol. 17, April 1979, pp. 321-329.
- [14] Berg, B. v. d., "Boundary Layer Measurements On a Two-Dimensional Wing With Flap," NLR TR 79009 U, Jan. 1997.
- [15] Kim, C. S., Kim, C. A., and Rho, O. H., "Computations of High-Lift Airfoil Flows Using Two-Equation Turbulence Models," *AIAA Paper 99-0542*, Reno, NV, 1999.