

초음속 불완전 팽창 난류 제트 유동에 관한 수치적 연구

김재수*

Numerical Analysis for Supersonic Off-Design Turbulent Jet Flow

Jae-Soo Kim

Numerical Analysis has been done for the supersonic off-design jet flow due to the pressure difference between the jet and the ambient fluid. The difference of pressure generates an oblique shock or an expansion wave at the nozzle exit. The waves reflect repeatedly on the center axis and the sonic surface in the shear layer. The pressure difference is resolved across these reflected waves. In this paper, the axi-symmetric Navier-Stokes equation has been used with the $k-\epsilon$ turbulence model. The second order TVD scheme with flux limiters, based on the flux vector split with the smooth eigenvalue split, has been used to capture internal shocks and other discontinuities. Numerical calculations have been done to analyze the off-design jet flow due to the pressure difference. The variation of pressure along the flow axis is compared with an experimental result and other numerical result. The characteristics of the interaction between the shock cell and the turbulence mixing layer have been analyzed.

Key Words: 초음속 불완전 팽창 제트유동(Supersonic Off-Design Jet Flow), $k-\epsilon$ 난류모델 ($k-\epsilon$ Turbulence Model), 유량벡터분리에 의한 TVD 방법(TVD method based on Flux Vector Split), 충격파 셀(Shock Cell)

1. 서 론

제트혼합유동에 대한 연구는 과대 및 과소팽창에 의한 제트추진 효율, 비행체 후방의 외부

유동장과 구조물에 미치는 영향, 제트유동에 의한 공력소음 등과 관련하여 연구가 수행되어 왔다. [1,2] 이러한 제트플류유동 분석은 주위유동장과의 간섭 및 공력소음에 대한 연구의 기본자료로 사용되기 위해서는 [3] 난류특성을 포함하

* 정회원, 조선대학교 우주항공공학과

는 분석이 수행되어야 함에 따라, $k-\epsilon$ 난류 모델을 사용하는 유동분석이 폭넓게 사용되고 있다. [4, 5, 6]

초음속 제트유동의 주요특성은 첫째 노즐출구 유동과 주위 유동 사이의 열역학적 성질 차로 인해 발생하는 팽창파 또는 충격파에 의한 비점성적 특성과 둘째 주위유동과 제트유동 사이에 발생하는 난류 혼합층으로 특성지어진다. 출구에서 발생하는 팽창파 또는 충격파는 중심축과 전단층의 음속면에서 반복적으로 반사되면서 충격파 셀을 형성하고, 이 셀은 난류 혼합층과 간섭에 의해 그 강도가 약화되면서 아음속 유동으로 전이된다. 따라서, 아음속 제트유동은 주된 특성이 유동방향에 따른 난류혼합층의 발달에 의해서 결정되어 지기 때문에 상대적으로 단순하나, 초음속 제트유동은 비점성적 특성인 충격파 셀과 난류혼합층간의 간섭에 의해서 주구조가 결정됨으로 매우 복잡하다. 따라서, 수치분석에 있어서도 불연속면과 난류유동을 적합히 포착할 수 있는방법이 사용되어야한다.

한편, 지난 수년동안 $k-\epsilon$ 난류 모델은 난류 유동의 평균속도 및 난류 강도 분포등의 계산에 유용하게 사용되고 있다. Speziale[7]의 분석에 따르면, 초기 표준 모델이 저속영역의 난류경계층과 2차원 전단층에 적용되었고, 각종 상수들은 이런 유동에 대한 실험치와 계산치간의 차이가 최소화되도록 결정되짐으로 인해, 각 상수들은 3차원 유동 또는 압축성 유동 등에는 부적합할 것으로 예측하고 있다. 이러한 이유로, Pope[8]은 축대칭 유동에 대한 보정항을 도입하였고, Saker [9]은 유동의 불안정파의 성장을 감쇄시키는 보정항을 대류 마하수의 함수로 도입하였다. Thies & Tam[6]는 표준모델의 상수들이 제트 유동의 계산에 적합하지 못하다는 결론을 얻고, 3차원 완전팽창 초음속 유동에 대해 표준모델의 상수들과는 완전히 다른 새로운 상수들을 제안하였다.

초음속 난류 제트유동에 대한 많은 연구가 지금까지 수행되어 왔으나, 좀더 정확한 예측과 이해를 위해서는 불연속면에 대한 수치 모사 및 적합한 난류모델링에 대한 많은 연구를 필요로 한다. 초음속 제트유동에 대한 대부분의 초기 계산은 유동축에 따른 압력변화가 매우 작다는

가정에 의해 간략화된 Navier-Stokes 식을 사용하였다. 이러한 접근에 의한 해석과 수치 계산은 성공적으로 제트엔진, 로켓엔진, 공력소음 등 많은 문제에 적용되어 왔다. [10, 11, 12] 그러나 이러한 가정은 노즐 출구와 주위유동간의 압력차에 의해 주된 유동특성이 결정되는 초음속 불완전 팽창 제트 유동에는 부적합하다. Tam et al[13]은 불완전 팽창 제트유동의 구조를 이해하기 위해서 충격파 셀 구조를 근사전개법에 의한 선형해를 구하여 분석하였다. Abdo-Hamid & Wilmoth[10]은 충격파 셀 구조와 외부유동과의 난류 혼합을 분석하고, 이로인해 충격파 셀이 약화되는 과정을 약한 과소팽창 제트에 대해서 분석하였다. 최근에는 Thies & Tam[6]이 새로운 난류 상수를 사용하여 유동방향 압력변화가 없는 3차원 완전팽창 유동에 대하여 분석하였다. Pao & Abdol-Hamid[14]는 3차원 Navier-Stokes 코드 PAB3D를 이용하여 아음속과 초음속 유동에 대하여 통합된 방법을 제공하였으나, 수치방법의 특성상 자유유동에 최소의 일정값이상을 주어야한다.

본 논문에서는 노즐 출구와 주위정지유동 사이의 압력 차에 의한 과대 또는 과소팽창 제트로 인한 유동의 특성을 분석하는 것으로, 지배방정식은 축대칭 Navier-Stokes 방정식을 사용하고, 난류유동 계산을 위해 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였다. 난류모델에 사용된 상수는 기본적으로 표준 상수에 Saker의 압축성 유동에 대한 보정을 하고, 고체벽면에서 난류점성을 맞추기 위하여 도입되는 감쇄함수[15]와 같은 성격의 감쇄함수를 전단층에 도입하였다. 수치방법은 충격파 등의 불연속면을 포착할 수 있는 고유치 분리에 의한 유량벡터 분리법을 사용하고, 공간에 대한 정밀도를 높이기 위해 유량한계 계수를 이용한 TVD 방법을 사용하였다. 특히 제트 유동은 아음속과 초음속이 혼합된 유동으로 점성항만의 정보 전달 만으로는 초음속과 아음속간의 충분한 정보 전달이 이루어지지 않아, 마하디스크가 발생하는 것과 같은 강한 충격파에 의해 아음속 영역이 발생하는 경우 등에서는 많은 계산 방법들이 불안정한 특성을 갖는다. 여기에서는 초음속과 아음속이 혼합된 유동 계산을 위

해서 마하수 0 및 1 근방에서 정보의 전달이 충분히 이루어 질 수 있도록 고유치 분리과정에 매개함수를 사용하였다. [16] 수치계산은 마하수 2.0에서 과소 및 과대팽창 유동인 $p_{jet}/p_{free} = 0.5 - 2.0$ 에 대해서 수행하였고, 마하디스크가 발생하는 마하수 1.5에서 과소팽창된 $p_{jet}/p_{free} = 3.15$ 에 대해서 계산하였다. 계산의 유동 축 방향의 압력 변화를 타 계산치 및 실험치와 비교 분석하였으며, 제트출구 압력과 주위 압력과의 차에 의한 축 방향의 압력분포와 난류혼합층에 의한 반경방향의 유동특성 변화에 대한 분석을 수행하였다.

2. 지배 방정식

일반좌표에서 무차원화된 축대칭 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} + \bar{H} \quad \text{---(1)}$$

$$= \frac{\partial \bar{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}_v}{\partial \eta} + \bar{H}_v$$

여기에서, t , ξ 및 η 는 시간과 일반좌표축이다. \bar{Q} 는 일반좌표로 변환된 무차원 보존유량함수 벡터 Q/J 이고, Q 는 제트출구의 속도, 밀도 및 직경으로 무차원화된 유량벡터이다. \bar{E} , \bar{F} , \bar{E}_v , \bar{F}_v , \bar{H} , 및 \bar{H}_v 는 변환행렬과 축대칭 유량 벡터에 의해 표현된 일반좌표 유량벡터이다. 축대칭 비점성 유량 벡터 Q , E , F 및 기타부호는 참고문헌[17]과 같고, 점성항 E_v , F_v , H 및 H_v 는 다음과 같다.

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xxp} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xxp} + v\tau_{xy} - q_x \end{bmatrix}$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yyp} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yyp} - q_y \end{bmatrix}$$

$$H_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} - \frac{2}{3} y \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{v}{y}) \\ \tau_{yyp} - \tau_{\theta\theta} - \frac{2}{3} \mu (\frac{v}{y}) - y \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\mu \frac{v}{y}) \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yyp} - q_y - \frac{2}{3} \mu \frac{v^2}{y} - y \frac{\partial}{\partial y} (\frac{2}{3} \mu \frac{v^2}{y}) - y \frac{\partial}{\partial x} (\frac{2}{3} \mu \frac{uv}{y}) \end{bmatrix}$$

$$\tau_{xxp} = \mu (\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y}) + k$$

$$\tau_{yyp} = \mu (\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x}) + k$$

$$\tau_{xy} = \mu (\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial x})$$

$$\tau_{\theta\theta} = \mu [-\frac{2}{3} (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) - \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y}]$$

$$q_x = (\frac{\mu_l}{pr} + \frac{\mu_t}{pr_t}) \frac{1}{(\gamma-1) M_j^2} \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y = (\frac{\mu_l}{pr} + \frac{\mu_t}{pr_t}) \frac{1}{(\gamma-1) M_j^2} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\mu = \mu_l + \mu_t \quad \text{---(2)}$$

축대칭 유동에 대한 $k-\epsilon$ 난류모델 방정식은 Jones-Lauder[18]의 모델식에 Sarkar의 보정항을 추가하여 축대칭 모델로 변형하여 사용한다. 난류운동에너지 k 와 난류운동에너지 소멸율 ϵ 은 출구의 제트 속도와 직경에 의해 무차원화시켜 Navier-Stokes 식과 같이 보존형태로 일반좌표에 대해 쓸수 있다. 이 때 Navier-Stokes 식의 각 유량벡터들에 대응하는 난류 모델식의 벡터는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \epsilon \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u k \\ \rho u \epsilon \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \rho v k \\ \rho v \epsilon \end{bmatrix}, \quad H = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \rho v k \\ \rho v \epsilon \end{bmatrix}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} \mu_k \frac{\partial k}{\partial x} \\ \mu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \end{bmatrix}, F_v = \begin{bmatrix} \mu_k \frac{\partial k}{\partial y} \\ \mu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \end{bmatrix},$$

$$H_v = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \mu_k \frac{\partial k}{\partial x} \\ \mu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \end{bmatrix} + S$$

$$S = \begin{bmatrix} S_k \\ S_\epsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{P} - \rho(1+\Gamma)\epsilon \\ C_1 \bar{P} \frac{\epsilon}{k} + C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \end{bmatrix}$$

$$\bar{P} = \mu_t \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{v}{y} \right)^2 \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) \right\} - \frac{2}{3} \rho k \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right)$$

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}, \mu_\epsilon = \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}, \mu_k = \mu_t + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \tag{3}$$

식에서 $\sigma_\epsilon, \sigma_k, C_1, C_2$ 는 표준 $k-\epsilon$ 모델의 상수이고, Γ 는 Sakar의 압축성 보정항으로 난류 마하수 $M_T = \sqrt{k/a_{sonic}}$ 와 계수 α 에 의해 $\Gamma = \alpha M_T^2$ 로 표현된다. 난류점성계수의 상수 C_μ 는 벽면경계 난류유동에서 벽면에서 난류점성을 0 으로 하기 위하여 감쇄함수를 사용하는 것과 같은 효과를 주기 위하여 [15], 감쇄함수 f_μ 를 다음과 같이 도입하여 주위정지유동과 혼합되는 영역에서 난류점성계수의 감쇄효과가 발생하도록 하였다.

$$C_\mu = 0.09 f_\mu$$

$$f_\mu = 1 - f_0 \exp(-\max(n^+, 0)/A^+) \tag{4}$$

여기에서 밀도 ρ_s , 점성계수 μ_s , 전단력 τ_s 는 최대 전단력면인 전단층의 중심면에서 값들이고, n^+ 는 전단층의 중심에서 중심축 방향으로의 거리 n 에 의해서 $n^+ = n(\rho_s \tau_s)^{0.5} / \mu_s$ 로 표현된다. f_μ 는

n^+ 가 0 이하에서는 f_0 이고, n^+ 가 증가함에 따라 1 에 수렴한다. 여기에서 사용되는 상수들은 많은 수치계산을 거쳐 격자계에 둔감하고, 실험치의 특성에 근접한해를 주는 계수로 $f_0 = 0.5$ 와 $A^+ = 100$ 을 사용하였다.

3. 수치 방법

시간에 따른 유량벡터 증분량을 이용하여 대류항에 대해서는 내재적방법을 사용하고, 점성항에 대해서는 외재적 방법을 사용하여 지배식을 유한차분식으로 표현하면 다음과 같다.

$$[I + \Delta t (\delta_\epsilon^- A^+ + \delta_\epsilon^+ A^- + \delta_\eta^- B^+ + \delta_\eta^+ B^-)] \Delta \bar{Q} = -\Delta t [\delta_\epsilon^- \bar{E}^+ + \delta_\epsilon^+ \bar{E}^- + \delta_\eta^- \bar{F}^+ + \delta_\eta^+ \bar{F}^- - \delta_\epsilon^2 \bar{E}_v - \delta_\eta^2 \bar{F}_v + \bar{H} - \bar{H}_v] \tag{5}$$

공간에 대한 이산화는 점성항에 대해서는 중앙 차분법을 사용하고, 대류항에 대해서는 충격파 등의 불연속면을 포착할수 있도록 고유치분리에 의한 유량벡터 분리와 van Leer의 유량한계 계수를 사용한 TVD 방법을 사용하였다. 대류항의 고전적 고유치 분리과정에서 마하수 1 및 0을 경계로 하여 상호 정보의 전달이 차단됨으로 인하여 전방유동에 의해 초음속 유동이 된 유동은 후방유동의 영향에 의해 아음속으로 변화되지 못하여, 아음속과 초음속이 혼재된 유동에서 수치적 불안정을 유발한다. 점성항의 중앙차분 분리로 아음속과 초음속 간의 정보교환이 이루어 지나, 초음속 제트 유동의 주 구조가 비점성 특성인 충격파와 팽창파의 반사에 의해 이루어짐으로 인하여 점성항만으로는 충분한 정보교환이 이루어지지 않는다. 이러한 불안정성을 방지하기 위하여 고유치 분리 매개함수를 사용하였다. [16] 시간에 따른 계산은 식(5)를 다음과 같은 인수분해 형태를 거쳐 계산한다.

$$[I + \Delta t (\delta_\epsilon^- A^+ + \delta_\epsilon^+ A^-)] [I + \Delta t (\delta_\eta^- B^+ + \delta_\eta^+ B^-)] \Delta \bar{Q} = \text{RHS} \tag{6}$$

난류 모델에 대한 계산은 Navier-Stokes 방정식의 계산과정과 같으며, 전체 계산과정은 Navier-Stokes 방정식의 5개 식과 난류모델 2개를 모두 연계하여 풀거나, Navier-Stokes 식과 난류모델식을 반복하여 풀수 있다. 여기에서는 2 종류의 식을 반복하여 계산하였다.

노즐 출구에서 초기조건은 속도와 압력 분포를 4-5개의 격자계를 거쳐 다음식과 같이 주어 출구에서 벽면 조건을 근사시켰다.

$$\begin{aligned}
 u(0, y) &= u_{\infty} + (1 - u_{\infty})f(y) \\
 p(0, y) &= p_{\infty} + (1 - p_{\infty})f(y) \\
 f(y) &= \begin{cases} 1 & : (y \leq 0.5 - bs/2) \\ 0 & : (y \geq 0.5 + bs/2) \\ 0.5(1 - \text{sign}(1., (y - 0.5))) & * (abs(\sin \pi(y - 0.5)/bs)) \\ & ** (1./rmx) \end{cases} \\
 & : ((0.5 - bs/2) \leq y \leq (0.5 + bs/2))
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

여기에서 $bs = 0.05$ 이고, $rmx = 10$ 이다. 반경방향 속도는 0을 주었으며, 반경방향의 밀도 변화는 없이 $\rho = 1.0$ 으로 일정하게 주었다. 하류유동 조건은 내부로부터 외삽하였고, 중심축에서는 대칭조건을 사용하였다. 자유유동에서 경계조건은 u 와 ρ 는 고정된 값을 사용하고, v 와 p 에 대해서는 교란에 의한 전개법에 의한 다음과 같은 식을 사용한다. [6]

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{v}{p/p_{\infty}} \right] + \frac{1}{y} \left[\frac{v}{p/p_{\infty}} - 1 \right] = 0
 \tag{8}$$

난류 운동에너지와 소산율에 대한 조건은 중심축에서 대칭조건을 사용하고, 출구에서는 외삽법을 사용하며, 자유유동에서는 0 을 준다. 제트 출구의 초기조건은 몇 개의 격자계에서 층류유동으로 계산하고, 난류조건을 적용하는 면에서 유동속도 분포로부터 와류분포를 계산하고, 난류운동에너지 최대값이 0.01이고 분포형상이 와류분포와 같도록 초기조건을 준다. 소산율에 대한조건은 생성을 \bar{P} 와 소산율 ϵ 이 같다는 조건으로부터 구한다. [14]

격자계의 구성은 301 X 81 개로 제트 유동 내부에 31 개 외부에 50개를 분포시키고, 반경방향의 최소 격자 간격은 0.001 정도이며, 정지 자유유동의 경계조건은 $y=4.0$ 에 주어지고, 유동방향의 격자간격은 0.05으로 $x=15.0$ 에 경계조건이 주어진다.

4. 결과 및 토의

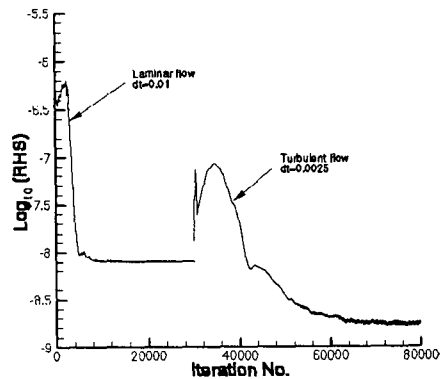


Fig.1 Convergence history

초음속 제트유동의 주된 구조는 출구에서 과소 또는 과대팽창에 의해서 발생한 팽창파 또는 충격파가 중심축과 전단층의 음속면에서 반사되면서 충격파 셀을 형성하는 비점성적 특성과 이 충격파 셀이 난류 혼합층과 간섭에 의해서 강도가 약화되는 점성적 특성을 갖는다. 계산결과와 타 실험치 및 계산치와 비교하기 위하여 노즐출구에서 팽창파가 발생하는 마하수 2.0 이고, $P_{jet}/P_{free} = 1.445$ 인 과소팽창 유동에 대해서 계산하였다. 사용한 Re 수 ($= \rho_{free} u_{jet} D / \mu_{free}$) 는 0.5×10^8 을 사용하였으며, 난류점성 영향이 큼으로 인해, Re 수의 변화가 결과에 미치는 영향은 매우 적다. 수치계산은 먼저 층류 유동에 관한 수렴해를 구한 후에 이 결과를 초기 조건으로 하여 난류유동해를 구하였으며, 잔여치의 수렴과정은 Fig.1 과 같고, 출구마하수 및 압력비에 따라 변화는

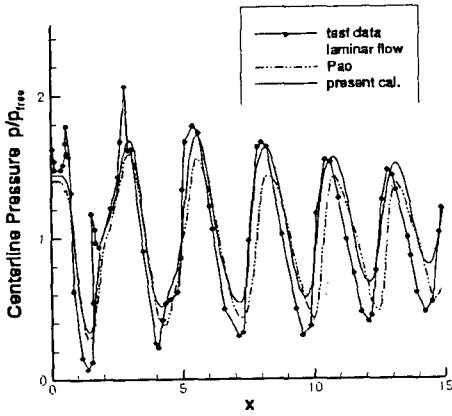


Fig. 2 Pressure distribution along the axis for the under-expanded jet.

있으나 전체적인 수렴과정은 같다.

중심축을 따른 압력변화 계산결과를 타 계산치[14] 및 실험치[19]와 Fig. 2 에 비교하였다. 층류유동에 대한 결과를 보면 충격파셀의 압력 변화 강도가 거의 감소되지 않는 것을 볼 수 있

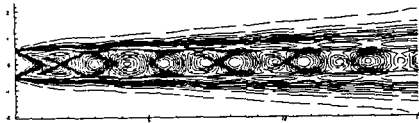


Fig. 3(b) Density contours for the under-expanded jet.

다. 난류혼합층 감소함수와 Sakar의 압축성보정모델을 사용한 결과는 압축과정 및 최대압력 값은 실험치와 매우 일치하고, 팽창과정 및 최저압력값에는 오차가 있다. 층류유동과 난류유동을 비교하면, 2-3 개의 충격파 셀에서는 난류유동의 특성이 본격적으로 나타나지 않아 비슷하나, 하류로 갈수록 난류혼합층의 영향에 의해 충격파 셀의 강도가 급속히 감소하고, 그 주기가 짧아 지는 것을 알 수 있다. Pao[14]의 계산치와 비교하면 압축과정은 본계산치가 우수하며, 팽창과정은 서로 근접하나, 최저압력치는 Pao의 계산이 우수하다. 노즐출구에서 압력은 급속한 팽창과정을 거치며, 첫 번째 셀에서 재압축과정은 2단계를 거쳐서 압축이 일어나고,

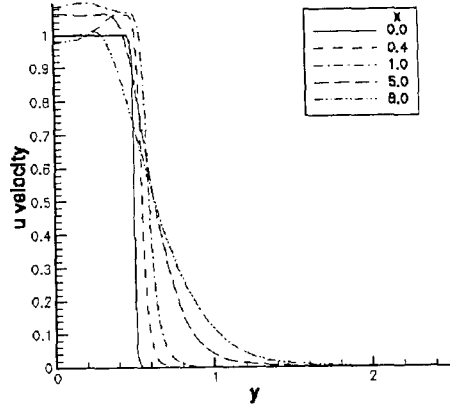


Fig. 4(a) u-velocity profile for the under-expanded jet.

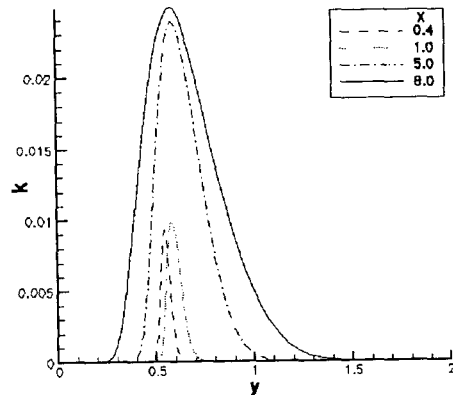


Fig. 4(b) Turbulent kinetic energy k profile for the under-expanded jet.

그 이후의 압축과정은 한단계로 이루어지는 것을 볼 수 있다. Fig. 3(a)(b)에는 등압력선과 등밀도선을 그렸다. 그림으로부터 노즐출구에서 압력차에 의해 발생한 팽창파는 중심축과 전단층에서 반사가 일어나면서 반복되는 충격파셀을 이루면서 압력차를 해소해 가는 것을 알 수 있다. 등밀도선을 보면 등압력선도와 같이 충격파셀을 이루는 부분은 같으나, 비점성유동에서 발생하는 자유유동의 밀도와 팽창파 후의 제트유동 밀도간의 밀도차 불연속면이 난류혼합층을 거치면서 완만히 해소되는 것을 볼 수 있다. Fig. 4(a)(b)에는 축방향 속도분포 u 와 난류유

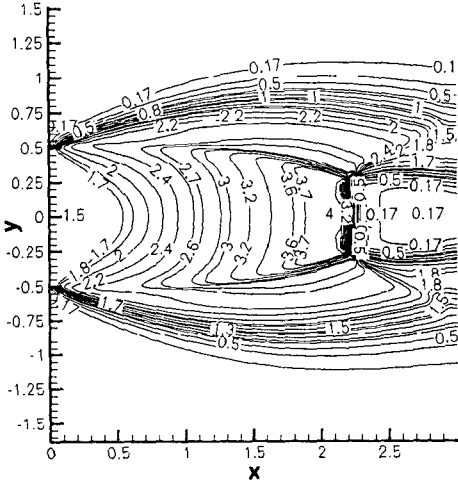


Fig. 5 Mach number contours for the jet containing Mach disk

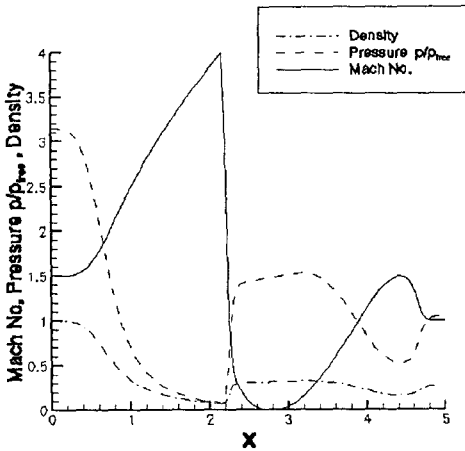


Fig. 6 Pressure, density and Mach number distribution along the axis for the jet containing Mach disk.

동에너지 k 의 반경에 따른 분포를 그렸다. 속도 분포를 보면 노즐출구에서 팽창파에 의해 최대 속도가 증가하고 하류로 가면서 난류혼합층이 발달해가는 것을 보여준다. 난류운동에너지 분포에서는 제트출구에서 전단층에서부터 발생한 운동에너지가 하류로 가면서 주위로 확산되면서 증가하는 것을 볼 수 있다. Fig. 5 에는 마하수 1.5, $p_{jet}/p_{\infty} = 3.15$ 인 경우의 등마하수선도로 마하디스크의 발생을 볼 수 있으며,

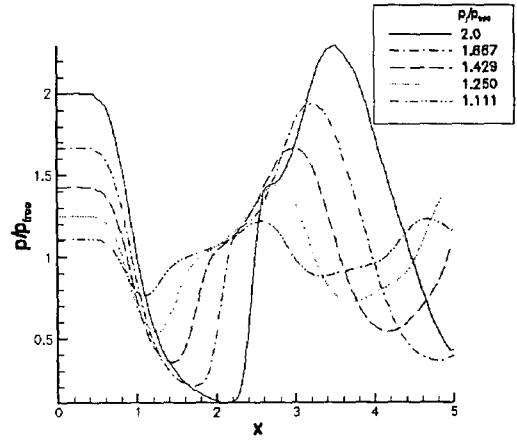


Fig. 7 Pressure distribution along the axis for the variation of under-expanded pressure ratio.

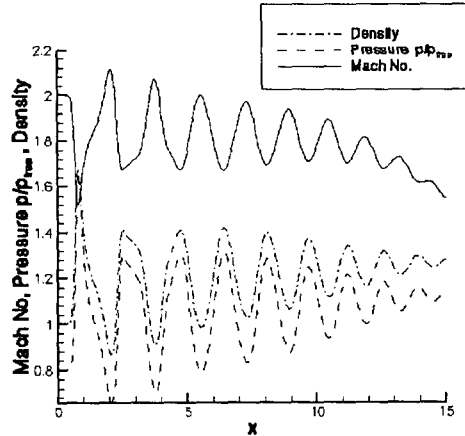


Fig. 8 Pressure, density and Mach number distribution along the axis for the over-expanded jet.

Fig. 6 는 중심축을 따른 압력, 밀도 및 마하수 분포를 그렸는데, 그림으로부터 수직충격파를 거친 유동은 그 이후에도 완만히 속도가 감소한 이후에 재 증가하여 새로운 셀을 형성하나 매우 약한 것을 보여준다. 제트출구와 주위압력 간의 압력비 변화에 따른 과소팽창의 특성을 보기 위해 Fig. 7 에 압력비 변화에 대한 중심축을 따른 압력변화를 그렸다. 그림으로부터 팽창과정은 압력비에 관계없이 그 경향이 유사하고, 압력비가 증가함에 따라 팽창파 팬 영역이 길어지는 것을 볼 수 있다. 또한, 자유경계면에서

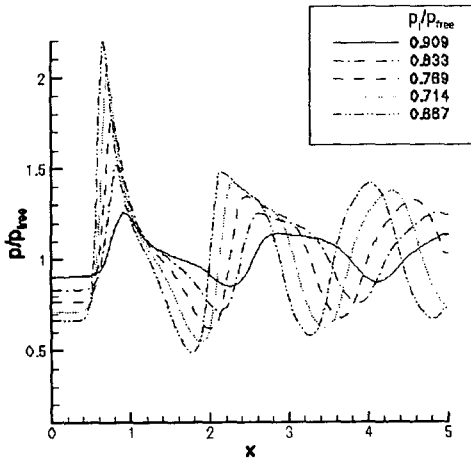


Fig.9 Pressure distribution along the axis for the variation of over-expanded pressure ratio.

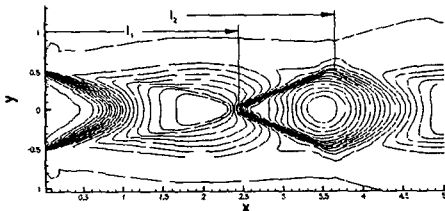


Fig.10(a) Pressure contours.

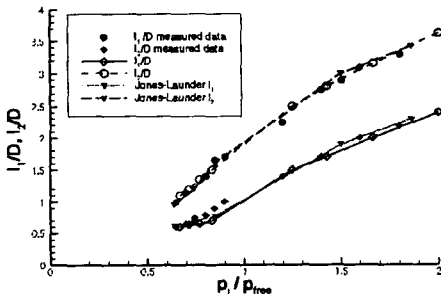


Fig.10(b) Size of shock cell due to the pressure ratio.

팽창파가 한점이 아닌 일정영역에 분산되어 반사됨으로, 반사된 압축파도 일정영역에 분산되어 나타나고, 압력비가 클수록 분산된 압축파가 충격파 형상으로 근접해 가는 것을 볼 수 있다. 압축과정은 전체적으로 2단계를 거쳐서 압축이

일어나고, 압력비에 관계없이 압축주기는 비슷하여, 압력비가 낮아지면서 압축과정이 급격히 완만해지는 것을 볼 수 있다. 따라서 전체주기는 압력비가 상승할수록 길어진다.

과대팽창에 대해 마하수 2.0이고 $p_{jet}/p_{free} = 0.8$ 인 유동에 대한 계산을 수행하였다. 중심축을 따른 마하수, 밀도 및 압력분포를 Fig.8에 그렸다. 그림으로부터 노즐출구에서 충격파가 발생하여 혼합층과 중심축에서 반복적인 반사가 이루어 지는 것을 볼 수 있고, 몇 주기의 반사과정을 거쳐 충격파셀의 강도가 급격히 약화되고, 난류혼합층이 주 구조를 이루면서 마하수가 급격히 떨어지는 것을 볼 수 있다. Fig.9에는 압력비의 변화에 대한 중심축의 압력변화를 그렸다. 그림으로부터 압력비가 낮아지면서, 즉 출구에서 팽창파가 강해지면서 압축과 팽창과정이 전반적으로 짧아져서 전체의 주기가 짧아지는 것을 볼 수 있다. 불완전 팽창에 의한 압력비와 충격파셀의 크기간의 관계를 보기 위하여 Fig.10(a) 과 같이 중심축에서 반사점과 난류혼합층에서 반사 위치를 l_1 및 l_2 라 정의하고 압력비에 따른 결과를 실험치 및 타 계산치와 Fig.10(b) 에 비교하였다. 그림으로부터 압력비가 증가하면서 l_1 및 l_2 가 증가하는 것을 볼 수 있고, 서로 매우 일치하는 것을 볼 수 있다.

5. 결론

초음속 불완전 팽창 제트유동을 $k-\epsilon$ 난류 모델과 함께 축대칭 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 계산하였다. 아음속 제트유동에서는 난류 혼합층의 발달과정이 주된 유동특성을 이루나, 초음속 제트유동에서는 비점성적 특성인 충격파 셀과 이 셀과 난류혼합층간의 간섭이 주된 유동특성을 이룬다. 따라서, 난류 혼합층에 대한 계산이 전체 유동특성 분석에 중요한 영향을 미친다. 본 연구에서는 난류유동분석에서

압축효과에 대한 보정과 난류점성 감쇄함수를 난류혼합층에 사용하여 제트유동의 과도한 소산을 억제하였다. 수치방법은 아음속과 초음속 유동이 혼재된 유동에 적합하도록 변형된 고유치 분리과정을 커친 유량벡터분리법에 기반을 둔 TVD 방법을 사용하였다. 과소팽창유동에 대해 계산 결과를 타계산치 및 실험치와 비교하였는데, 중심축과 혼합층 사이의 충격파 및 팽창파의 반사에 의해 충격파셀등 전체적 특성이 일치하는 것을 보여준다. 자유유동과 제트출구의 압력차가 큰 경우에는 유동 내에 마하디스크가 발생하는 것을 볼 수 있고, 마하디스크 이후의 유동특성을 볼 수 있었다. 노즐 출구와 주위 압력과의 차에 따른 충격파셀의 주기를 보면, 압축과정은 압력비에 무관하게 거의 일정하나 팽창과정은 압력비가 클수록 길어짐으로써, 압력비가 증가하면 충격파셀의 주기도 길어진다.

참고문헌

1. Deiwert, G. S., "Supersonic Axisymmetric Flow over Boattails Containing a Centered Propulsive Jet," AIAA Journal, Vol. 22, No. 10, 1984, pp. 1358-1365.
2. Sahu, J., "Computations of Supersonic Flow over a Missile Afterbody Containing an Exhaust Jet," Journal of Spacecraft, vol. 24, no. 5, 1987, pp. 403-410.
3. Tam, C. K. W., and Chen, P., "Turbulent Mixing Noise from Supersonic Jets," AIAA Journal, vol. 32, No. 9, 1994, pp. 1774-1780.
4. Khavaran, A., Kresja, E. A., and Kim, C. M., "Computation of Supersonic Jet Mixing Noise from an Axisymmetric CD Nozzle Using $k-\epsilon$ Turbulence Model," AIAA Paper 92-0500, Jan. 1992.
5. Bailly, C., Bechara, W., Lafon, P., and Candel, S., "Jet Noise Predictions Using a $k-\epsilon$ Turbulence Model," AIAA Paper 93-4412, Oct. 1993.
6. Thies, A. T. and Tam, C. K. W., "Computation of Turbulent Axisymmetric and Nonaxisymmetric Jet Flows Using the $k-\epsilon$ Models," AIAA Journal, Vol. 34, No. 2, 1996, pp. 309-315.
7. Speziale, C. G., "Analytical Methods for the Development of Reynolds Stress Closures in Turbulences," Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 23, 1991, pp. 107-157.
8. Pope, S. B., "An Explanation of the Turbulence Round-Jet/Plane-Jet Anomaly," AIAA Journal, Vol. 16, No. 3, 1978, pp. 279-281.
9. Sarkar, S., and Lakshmanan, B., "Application of a Reynolds Stress Turbulence Model to the Compressible Shear Layer," AIAA Journal, Vol. 29, No. 5, 1991, pp. 743-749.
10. Abdol-Hamid, K. S., Wilmoth, R. G., "Multiscale Turbulence Effects in Underexpanded Supersonic Jets," AIAA Journal, Vol. 27, No. 3, 1989, pp. 315-322.
11. Seiner, J. M., "Advances in High Speed Jet Aeroacoustics," AIAA-84-2275, Oct. 1984.
12. Abdol-Hamid, K. S., Uenish, K., Tuner, W., "Three Dimensional Upwinding Navier-Stokes Code with $k-\epsilon$ Model for Supersonic Flows," AIAA-91-1669, June, 1991.
13. Tam, C. K. W., Jackson, J. A., and Seiner, J. M., "A Multiplescales Model of the Shock-Cell Structure of Imperfectly Expanded Supersonic Jets," Journal of Fluid mechanics, Vol. 153, April 1985, pp. 123-149.
14. Pao, S. P., and Abdol-Hamid, K. S., "Numerical Simulation of Jet Aerodynamics Using the three Dimensional Navier-Stokes Code PAB3D," NASA Technical Paper 3596, September 1996.
15. Abdol-Hamid, K. S., Lakshmanan, B. and Carlson, J. R., "Application of Navier-Stokes Code PAB3D with $k-\epsilon$

- Turbulence Model to Attached and Separated Flows," NASA Technical Paper 3480, January 1995.
16. Kim, J. S., "Unsteady Supersonic Flow over an Oscillatory Aerofoil using a Second-order TVD Scheme," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 17, No. 7, 1993, pp. 567-588.
 17. Hoffmann, K. C. and Chiang S. T., *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, Engineering Education System USA, 1993.
 18. Jones, W. P. and Launder, B. E., "The Prediction of Laminarization with a Two Equation Model of Turbulence," *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 15, no.2 1972, pp.301-314.
 19. Seiner, J. M., Dash, S. M., and Wolf, D. E., "Analysis of Turbulent Underexpanded Jets, Part II : Shock Noise Features Using SCIPVIS," *AIAA Journal*, Vol. 23, No. 5, 1985, pp. 669-677.