

전자기력에 의한 자성유체의 구동에 관한 연구

남 성 원^{*1}

A Study on the Magnetic Fluid driven by Electromagnetic Force

Seong-won Nam

Key Words: Magnetic Fluid(자성유체), Numerical Analysis(수치해석), Viscous Flow(점성유동), Stability(안정성), Electromagnetic Force(전자기력)

Numerical analysis is conducted on the deformation of free surface of magnetic fluid. Steady magnetic fields are induced by a circular current loop. Governing equations of magnetic fields are solved by using the concept of vector potential. The free surface of magnetic fluid is formed by the balance of surface force, gravity, pressure difference, magnetic normal pressure and magnetic body force. The deformations of free surface of magnetic fluid are qualitatively clarified. And, the patterns of steady non-uniform magnetic fields induced by a circular current loop are quantitatively presented. The shape of free surface attained by the polar fluid approach is rougher and higher than that attained by the quasi-steady approach.

기 호 설 명

A : 벡터포텐셜(Wb/m)

B : 자속밀도(Wb/m²)

g : 중력가속도(m/s²)

H : 자장(A/m)

I : 전류(A)

M : 자화(A/m)

p : 압력(Pa)

U : 속도(m/s)

ν : 동점성계수(m²/s)

μ_0 : 투자율(H/m)

Γ : 관성모멘트(kg/m²)

Ω : 입자각속도(rad/s)

ω : 유체각속도(rad/s)

τ_b : 회전브라운운동의 완화시간(s)

τ_s : 각속도의 완화시간(s)

ρ : 밀도(kg/m³)

σ : 표면장력(N/m)

1. 서 론

신소재 개발 및 우주 개발 기술의 부산물로서, 전자기장에 강한 반응을 나타내는 자성유체가 개발되어, 그 특성을 이용한 새로운 응용면의 개발, 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 외부로부터 인가되는 전자기장에 의하여 표면의 형상이 변화하는 성질은 자성유체가 가지고 있는 독특한 특성으로서, 자성유체의 다양한 응용 문제와도 연관된 현상이다. 특히, 자성유체의 자기 광학적 이방성, 자기력 등을 이

^{*1} 정희원, 한국철도기술연구원

용한 응용분야는 계측분야에서부터 기계부품 및 시스템에 이르기까지 다양하다[1].

Table 1. Applications of Magnetic Fluid

이용되는 성질	응용 분야
자성, 자기이방성	온도계측, 수위계, 전류계, 자기센서, 광셔터
자기력, 자기점도	액츄에이터, 댐퍼, 축실링, 비중선별, 연마, 관이음, 축수
자기력, 유동성	경계층제어, 에너지변환장치, 히트펌프, MHD, 의료기

한편, 전자기장에 반응하여 표면 형상이 변화하는 자성유체의 특성을 규명하기 위하여, 지배 방정식에 전자기항을 고려한 새로운 방정식 구성에 대한 연구가 진행되어 왔으며, 그 중에서도, Rosensweig[2]에 의하여 확립된 준정상적(quasi-steady) 해석과 Shliomis[3]에 의하여 확립된 극성유체(polar fluid)로서의 해석 방법이 주류를 이루고 있다. 준정상적 해석에 기초한 방법은 비교적 간단한 지배방정식으로 구성되어 있어서, 수치 계산의 적용이 용이하다는 장점이 있으나, 유체 중에 분산되어 있는 미립자의 거동에 끼치는 전자기장의 영향이 적절하게 평가되지 못하는 데에 비하여, Shliomis에 의하여 제안된 극성 유체로서의 해석 방법에서는, 준정상적 해석에서 평가되지 못하는 분산 미립자의 거동을 지배방정식에도입하기 위하여 입자의 내부 각운동량을 고려하여 지배방정식을 재구성하였으나 풀어야 하는 방정식이 추가되어 간단한 유동에 대하여도 수치해석에 의존하여야 하는 점이 있다.

그 외에도, 자성유체에 분산되어 있는 미립자의 응집현상을 고려하여, 그 유동 특성 및 응집 기구를 해석한 연구도 찾아볼 수 있다 [4]. 그러나, 이와 같은 해석법에서는, 전체적인 유동장에 끼치는 미립자의 응집의 영향을 고려하는데 있어서, 입자 개개의 간섭 및 클러스터간의 간섭도 파악하여야 하는 어려움이 따르며, 현재까지의 연구 결과, 정립된 이론식

도 거의 찾아볼 수 없는 상태이다.

한편, 외부로부터 인가되는 전자기장에 의하여 야기되는 자성유체의 자유표면의 안정성 문제는 자성유체의 응용분야를 넓히는 데에 있어서 규명하지 않으면 안되는 문제로서, 지금까지는, 자유표면의 상승 높이를 근사적 이론 해석으로 구한 예를 찾아 볼 수 있는 정도이다[5]. 외부로부터 인가되는 전자기장에 대하여 표면의 형상이 변화되는 문제를 해석한 예는 거의 찾아볼 수 없는데 이는 시각에 따라 변화하는 자유표면의 처리 뿐만 아니라 외부의 비균일한 전자기장 및 자성유체의 자화 변화를 병렬로 계산하여, 자유표면의 형상 결정에 적용하여야 하는 어려움이 있기 때문이다.

본 연구에서는, 원형 코일에 흐르는 전류에 의하여 유기되는 외부 인가 비균일 전자기장을 이론적으로 구하였으며, Shliomis가 제안한 극성유체 방정식을 사용하여 외부 전자기장에 대하여 정지 상태에서부터 변화하는 자성유체의 자유표면의 변화를 수치 계산하였다. 또한 그 결과를 Rosensweig가 제안한 준정상적 해석법을 이용한 결과[6]와 비교하였다.

2. 지배방정식

Fig. 1.은 본 계산 모델 개략도이다. 사용된 자성유체는 물을 모액으로 하며, 직경 10nm의 마그네 타이트(Fe_3O_4) 입자를 질량 농도 기준으로 34%의 분산시킨 것으로 가정하였다. 상온(15°C)에서의 자성유체의 밀도, 동점성계수, 표면장력은 $\rho=1385 \text{ kg/m}^3$, $\nu=0.014 \text{ m}^2/\text{s}$, $\sigma=0.0294 \text{ N/m}$ 이다. 외부로부터 인가되는 정상 비균일 전자기장은 수평으로 놓여있는 자성유체를 담은 유리용기 밑에 위치한 원형 코일 전류에 의하여 생성된다. 축 대칭 2차원의 계산영역은 대표 길이인 유리용기의 반경 R_0 에 대한 무차원 길이로, 반경 방향의 $r^*=1$, 축 방향의 $z^*=0.5$ 로 정하였다. 또한, 전류 I 가 흐르는 코일의 반경 방향과 축 방향의 위치는

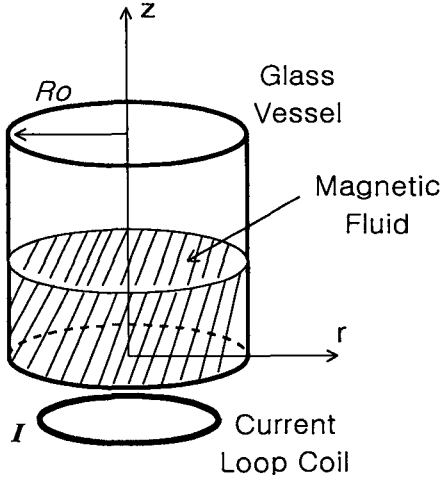


Fig. 1. Schematic Model

각각 $r_c = 0.3R_0$, $z_c = -0.1R_0$ 이다.

모액에 분산되어 있는 개개의 미립자의 회전각속도와 주위유체의 각속도와와의 차이에 의하여 발생하는 회전 점도항을 고려한 극성유체 해석법의 지배방정식은 운동방정식에 자기력항의에 회전 점도항이 부가되어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \rho \mathbf{g} + \mu_0 M \nabla H + \frac{\Gamma}{2\tau_s} \nabla \times (\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega}) \quad (2)$$

회전점도를 고려하는 경우는, 미립자의 각속도에 대한 방정식과 자화에 대한 방정식이 추가되며 각각 다음과 같다.

$$\Gamma \frac{D\boldsymbol{\Omega}}{Dt} = \mu_0 (\mathbf{M} \times \mathbf{H}) - \frac{\Gamma}{\tau_s} (\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega}) \quad (3)$$

$$\frac{D\mathbf{M}}{Dt} = (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{M}) - \frac{1}{\tau_b} (\mathbf{M} - M_0 \frac{\mathbf{H}}{H}) \quad (4)$$

식(4)에서 자화 M_0 는 정지 유체중의 정상자기장에서 취하는 평형 자화로서, 자성유체의 자화는 초상자성을 나타내는 입자의 집합체로 볼 수 있으며, Langevin 함수로부터 결정된다.

$$M_0 = \phi M_d \left(\coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \right) \quad \because \alpha = \frac{\mu_0 m H}{k T} \quad (5)$$

위의 식에서, 미립자의 직경이 10nm 인 경우, 완화시간 및 입자의 관성모멘트는 각각 $\tau_s = 10^{-11}$, $\tau_b = 10^{-6}$, $\Gamma = 10^{-14}$ 으로 주어진다.

여기서 m 은 미립자의 자기모멘트, T 는 모액온도, ϕ 는 입자농도, k 는 볼츠만상수, M_d 는 모액에 분산된 자성 입자의 포화 자화를 각각 나타낸다.

한편, 자성유체를 비도전성 유체로 간주하면, 맥스웰 방정식과 벡터 포텐셜은 다음과 같이 나타낼 수 있다[7].

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (7)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (9)$$

원형 코일전류에 의하여 생성되는 벡터 포텐셜은 원주방향의 전류에 대하여 원주방향의 성분만이 있게되며, 이것은 식(9)로부터 반경방향과 축 방향의 자속 밀도만을 유기시킨다. 자기장의 계산에 이용하는 벡터 포텐셜은 계산영역내의 전류밀도의 존재에 관계없이 비정상계에도 적용할 수 있는 장점이 있다. 축 방향의 위치 z_c , 반경 r_c 인 코일에 흐르는 전류를 I_0 라 하면, 계산영역내의 임의의 위치에서의 벡터 포텐셜은 다음식으로 구할 수 있다.

$$A_\theta = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \sqrt{\frac{r_c}{r}} \left(\left(\frac{2}{s} - s \right) K(s) - \frac{2}{s} E(s) \right) \quad (10)$$

여기서, $K(s), E(s)$ 는 각각 제1종 및 제2종 완전타원적분율, s 는 거리의 함수로 나타내는 변수로서 다음과 같다.

$$K(s) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-s^2 \sin^2 \theta}} \quad (11)$$

$$E(s) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-s^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

$$s = \sqrt{\frac{4r_c r}{(z-z_c)^2 + (r_c+r)^2}} \quad (12)$$

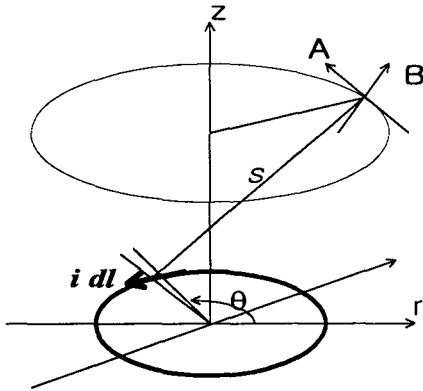


Fig. 2. Magnetic Field

한편, 자성유체의 자유표면은 자기장이 작용하지 않는 경우는 통상의 계면조건과 마찬가지로 계면간의 압력차이와 표면장력간의 균형으로 이루어지나 자기장이 작용하게 되면 자기용력이 부가되어 계면 사이의 압력차, 표면장력 및 자기압력의 균형으로 이루어지며, 다음식에 의하여 지배된다.

$$p_1 - p_2 - \sigma\zeta + \frac{\mu_0 M_n^2}{2} = 0 \quad (13)$$

여기서, p_1, p_2 는 각각 계면에서의 자성유체와 비자성체의 압력, ζ 는 계면의 곡률반경을 나타내며, M_n 은 표면에서의 자화의 법선 성분으로 $H_{2n} - H_{1n}$ 으로 결정된다. 또한, 계산 시간 간격 Δt 의 결정에는 대류-확산 항을 고려한 것 외에도 자유표면의 효과 및 자화와 자기장의 시간차이를 줄이기 위한 완화계수를 사용하여 다음과 같이 정하였다.

$$\Delta t = \alpha \min(\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3) \quad (14)$$

$$0 < \alpha < 1$$

$$\therefore \Delta t_1 = \sqrt{\frac{\rho dx_{\min}^3}{4\sigma}}$$

$$\Delta t_2 = \min\left(\frac{dx}{u}, \frac{dy}{v}\right)$$

$$\Delta t_3 = \frac{1}{2\nu} \left(\frac{dx^2 dy^2}{dx^2 + dy^2}\right)$$

3. 수치해법

계산 영역은 60×30 의 등간격 격자로 구성하였으며 자유표면의 처리는 VOF법[8]으로 계산하였다. 극성유체 해석법의 지배방정식에 추가된 전자기장에 관련된 항들은 변수들간에서 서로 영향을 끼치며 자성체의 자화와 자기장간의 관계를 해소하기 위하여 벡터포텐셜을 도입하였다. 즉, 인가된 전류에 의하여 형성되는 벡터포텐셜은 계산영역내에 자성체의 유무에 관계없이 식(10)으로 나타내어지며, 이로부터 계산 시작점에 해당하는 자화가 없는 경우를 가정한 자기장을 구하고, 이값을 이용하여 다시 식(4)로부터 자화를 구할 수 있다. Δt 가 경과한 다음 시간에서는 앞에서 구한 자화값을 대입하여 식(8)로부터 자기장을 구할 수 있으며 이러한 과정을 계산종료 시점까지 반복하게 된다. 이와 같이 자화와 자기장간에 Δt 의 시간차를 둘 수 있는 것은 계산 영역내에 형성되는 자기장에 비하여 자성유체의 자화가 포화자화에 이르기까지 걸리는 시간이 존재한다는 점, 계산시간 Δt 를 courant조건으로 구한 값보다 훨씬 작은 값을 사용한다는 점, 계산 영역내에 있는 자성체의 자화가 새로운 생성항으로 작용하여 외부에서 인가된 자기장을 방해하는 효과가 작다는 가정이 성립함으로써 Δt 로 인한 오차는 무시할 수 있다.

이러한 점들을 고려하여 수치계산에서는 이들 항을 양적(explicit)으로 처리하였으며 그 순서는 다음과 같다.

- (1) 시각 t 에서 구한 H^n, Ω^n 으로부터 시각 $t + \Delta t$ 의 M^{n+1} 을 구한다.
- (2) M^{n+1} 으로부터 H^{n+1} 을 구한다.
- (3) M^{n+1}, H^{n+1} 및 U^n 으로부터 Ω^{n+1} 을 계산한다.
- (4) 반복하여 (1)(2)(3)의 값들을 갱신한다.
- (5) 전자기항이 없는 상태에서 구한 U^{n+1} 에 (4)에서 구한 전자기항들을 더한다.

위와 같은 방법을 통하여 식(8)에서 보는 바와 같이 계산 영역내의 자장과 자화의 시간차를 두고 해석하므로써 인공적으로 미립자의 회전에 기인하는 회전점도를 부여하였으며, 운동방정식의 자기장항의 계산에 Δt 전에 연속방정식을 만족한 속도값 U 를 사용하여 수렴성을 향상시켰다. 또한, 표면곡률 및 자기표면압력을 구할 때에 표면의 경사에 따라 주위의 4개의 격자 중에서 참조 격자를 선택하고, 이 격자를 기준으로 표면에 수직인 자화 성분을 계산하였으며, $r^*=0$ 에는 대칭조건, 벽면에서는 $U=0$ 을 적용하였다.

4. 결과 및 고찰

Fig.3은 20A의 전류가 코일에 흐를 경우, 유가되는 자속밀도 벡터선도로서 축대칭의 2차원 계산영역의 r - z 평면에 대하여 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 유가된 자력선은 전류코일을 경계로 방향이 반전되어 있으며, 자기장의 크기 또한 코일위치로 부터의 거리 s 의 자승에 반비례하여 감소하고 있다. 축대칭선을 기준으로 $r^* \leq 0.3$ 영역에서는 축대칭영역의 전류와의 합에 의하여 비교적 큰 자기장이 분포됨을 알 수 있다. 대부분의 선행 연구에서 자기장을 등방향 균일장으로 가정하였던 것과는 달리 본 연구는 원형 루프 전류에 의하여 유도되는 계산영역내의 벡터포텐셜을 해석적으로 구하여 자기장의 비균일성을 정성적 특징 뿐만아니라 정량적으로도 파악이 가능하게 되었으며, 이러한 비균일 자기장이 자성유체의 거동에 끼치는 영향을 실질적으로 조사할 수 있게 되었다.

Fig.4와 Fig.5는 각각 코일에 흐르는 전류의 크기를 변화시킨 경우와 코일에 흐르는 전류의 방향에 대한 효과 및 코일 전류의 개수에 대한 결과를 나타낸 것이다.

코일에 흐르는 전류의 크기가 각각 10A,

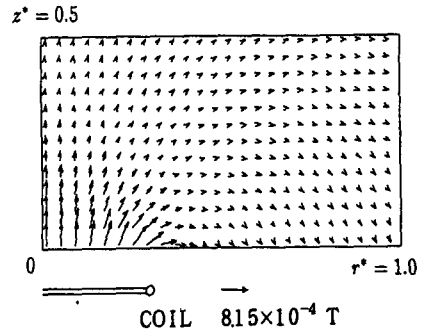


Fig. 3. Vector Plot of Magnetic Flux (I=20A)

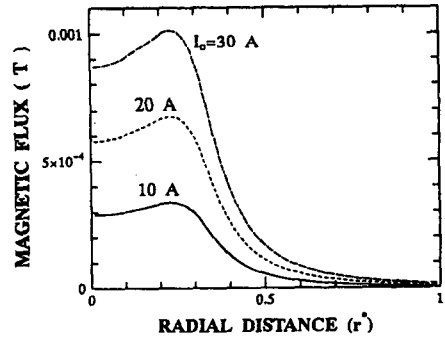


Fig. 4. Magnetic Flux for Various Current ($z^*=0$ Plane)

20A 및 30A일 경우, $z^*=0$ 면에서 반경방향에 대하여 자속밀도의 크기를 비교한 것으로 전류의 크기에 비례하여 자속밀도가 증대됨을 알 수 있으며 자속밀도의 최대값은 코일이 위치한 $r^*=0.3$ 에서 나타난다.

Fig. 5는 계산영역의 상부에 ($z^*=0.6$) 코일전류를 추가하였을 때의 자기장의 분포변화를 나타낸 것으로 상하 코일의 전류방향을 반전시킨 경우(a)와 동일한 방향으로 한 경우(b)를 비교한 것이다. 전류의 방향을 상호간에 반대로 한 경우, 계산영역의 중앙면($z^*=0.25$)

을 기준으로 분포가 대칭인 카스프형 자속 밀도 분포가 형성되며, 전류 방향을 동일하게 한 경우에는 각각의 코일 전류에 의하여 형성되는 1차 자속과 2개의 코일 전류의 합성으로 형성된 2차 자속이 동시에 분포되는 복잡한 자기장 분포를 나타낸다. 그림에 나타난 것처럼 대칭면 부근인 $r^* < 0.1$ 영역과 1차자속이 약해지는 $r^* > 0.5$ 에서는 2차 자속의 영향이 지배적임을 알 수 있다.

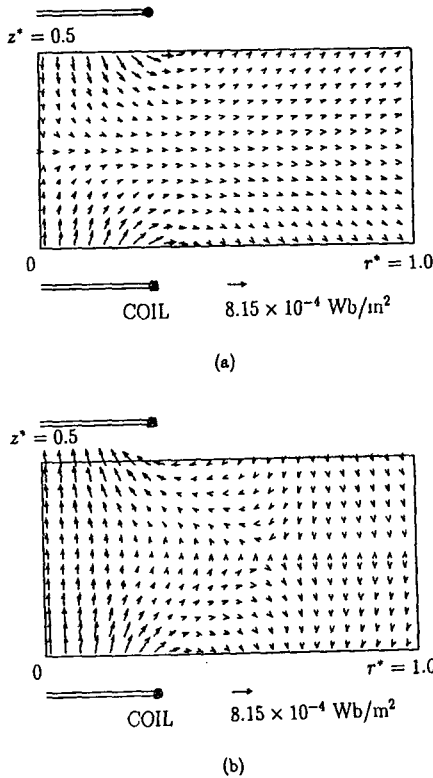


Fig. 5. Magnetic Flux for Current Direction
(a : ⊗, b : ⊙)

Fig.6과 Fig.7은 Fig.3과 같이 형성되는 자기장에서의 ($I=20A$) 자성유체의 계면의 변화를 시뮬레이션한 것으로 각각 준 정상적 해법과 극성유체 해법의 방정식을 적용하여 구하였다.

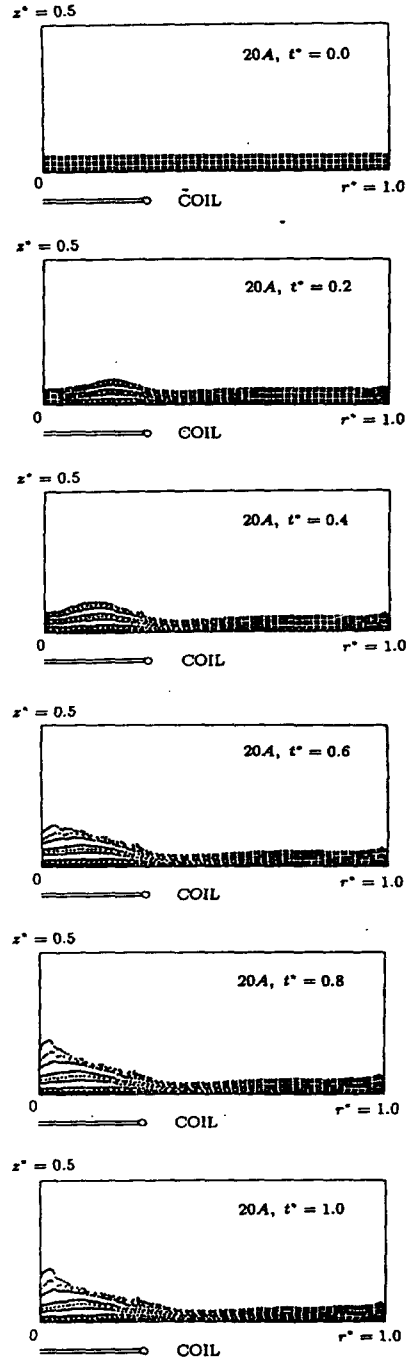


Fig. 6. Deformation of Free surface
(Quasi steady Approach, $I=20A$)

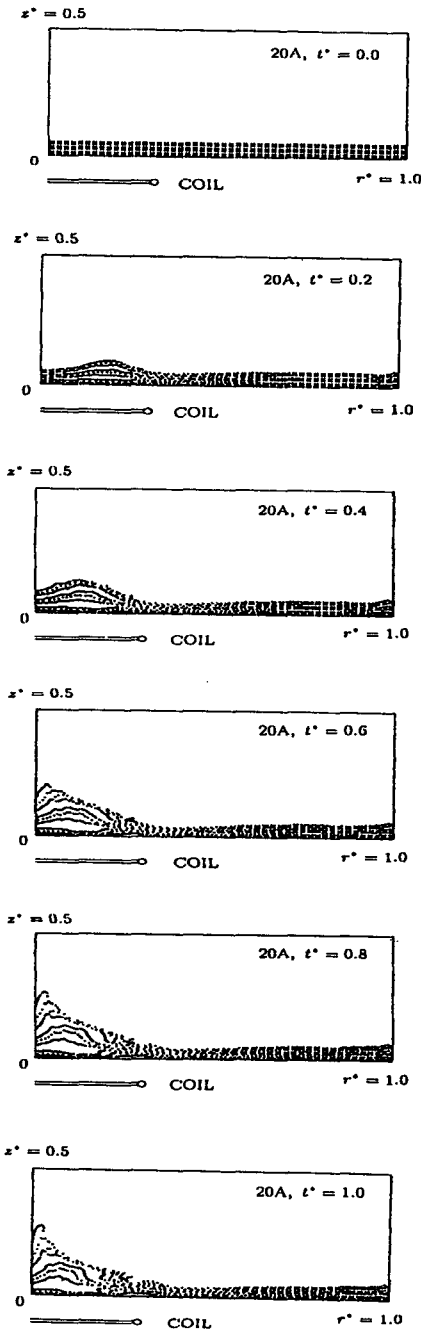


Fig. 7. Deformation of Free surface (Polar Fluid Approach, $I=20A$)

용기 내에 담긴 유체 표면의 상승은 계산시간 0.2에서부터 변화가 일어나며, 최초의 발생 지점은 자기장의 변화가 최대인 곳에서 상승함을 알 수 있다. 이러한 현상은 운동방정식에서도 알 수 있듯이 정지상태로부터 변화를 일으키는 원동력인 자기력항, 자기압에 자기장의 구배와 자유표면에서의 자기장의 수직성분의 차이에 관계되는 것으로 사료된다. 즉, 코일이 위치하는 점에서는 자기벡터의 방향이 반전되는 곳으로 자기장의 변화가 가장 심한 부분이다. 극성유체 방정식을 이용한 표면의 변화가 준정상적 해석으로 구한 표면보다 한층 요철이 심하며 여러개의 돌기가 형성되어 있음을 알 수 있다. 이는 분산된 입자의 각운동량을 고려하고 있기 때문에 회전점도가 증가한데 따른 것으로 사료된다. 즉, 자기장이 작용한 상태에서 모액에 분산된 자성체 미립자의 회전운동을 고려하게 되면 미립자의 자기 모멘트의 방향은 자기장의 자력선 방향으로 정렬하려고 하는 자기 토크가 작용하므로 미립자의 회전각속도와 유체의 각속도간에는 차이가 지속되며 그 결과 회전 마찰저항이 유체중에 발생하여 미립자 주위의 유체의 회전운동을 억제 또는 가속하려고 하게 된다. 또한, 표면상승이 일어나는 반경은 거의 일정함을 알 수 있는데 이는 표면형상 변화를 일으키는 데에는 전자기력의 절대적 크기보다는 구배가 작용하는 데에 따른 것으로 사료된다.

Fig.8은 코일 전류의 크기가 각각 10A, 20A 일 경우, 두 해법간의 중심점 ($r^*=0$)에서의 표면 상승의 차이를 비교한 것이다. 두 해석법 간에는 표면이 변화하는 정성적인 형태는 유사함을 나타내고 있다. 또한, 표면의 상승은 일정한 비율로 상승하지 않으며, 두 해석법 모두 계산 시간 t 가 0.2 이후 변화가 심하게 일어난 후, 점진적으로 완만하게 변화하여 평형상태로 됨을 알 수 있다. 표면의 상승 높이는 극성유체 해법의 경우가 준정상적 해법의 경우보다 전반적으로 높게 나타났는데, 이러한

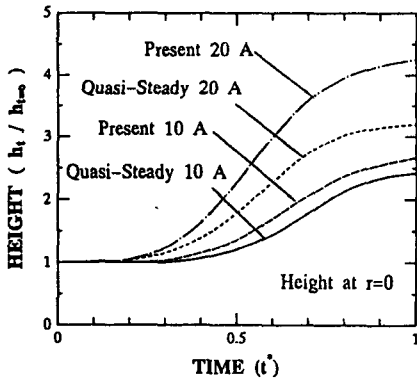


Fig. 8. Height Variation of Free Surface
(at $r^* = 0$)

현상은 극성유체 지배방정식에 추가된 작은 동량 항의 반경 방향 성분은 내측으로, 축 방향 성분은 증가하는 쪽으로 작용하는 데에 기인한다고 판단된다. 또한, 두 해석법간의 자유 표면 상승 높이의 차이는 코일에 흐르는 전류의 크기가 증가함에 따라 그 격차도 커짐을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 비균일 자기장에 놓인 자성 유체의 표면의 변화 및 구동현상을 준정상적 해석법과 극성유체 해석법의 방정식을 각각 적용하여 유체거동의 정량적 및 정성적 특성을 파악하였다. 또한, 외부로부터 인가되는 코일 전류에 의하여 유도되어지는 계산 영역내의 자기장을 해석적으로 구하여 다양한 형태의 전자기장을 구현할 수 있었다. 자성유체의 구동현상을 기술하는 두 주류 해석법인 준정상적 해법과 극성유체 해법을 이용하여 수치 해석하였으며, 얻어진 주요 결과를 정리하면 다음과 같다.

(1) 원형코일 전류에 의하여 유도되는 다양한 형태의 전자기장을 구현할 수 있었다.

(2) 자성유체의 자유표면의 상승높이는 전류에 비례하여 증가하나, 표면상승이 일어나는 환경은 거의 일정하다.

(3) 극성유체 해법의 경우가 준정상적 해법으로 구한 자성유체 표면보다 요철이 심하였으며, 표면 상승 높이도 증가하였다.

(4) 자유표면의 변화는 두 해석법이 모두 초기에는 급격한 변화를 보이며 후기에는 완만한 변화를 나타내었다.

참고문헌

- [1] 神山新一, 磁性流體入門, 産業圖書(1995), p96
- [2] Rosensweig, R.E., Ferrohydrodynamics, Cambridge Univ.Press(1985), p.119
- [3] Shliomis, M.I. and Shaposhnikov, I.G., Hydrodynamics of Magnetizable Media, Sov. Phys.JEPT, 34-6 (1972), p.1291
- [4] Chantrell, R.W. et.al., Agglomerate formation in a magnetic fluid, J.Appl.Phys., 53-3(1982), p.2742
- [5] Boudouvis, A.G. and Scriven, L.E., Sensitivity analysis of hysteresis in deformation of ferrofluid drops, J.Mag.Mag.Mat 122(1993), p.254
- [6] 南聖源, 渡邊喬, 磁性流體の自由界面の變形に關する數値解析, 日本機械學會論文集(B), 62-593(1996), p.44
- [7] Jackson, J.D., Classical Electrodynamics, John Wiley & Sons(1975), p.168
- [8] Hirt, C.W. and Nichols, B.D., Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundaries, J.Comp.Phys., 39(1981), p.201