

# 점용접된 두 사각평판의 형상비 및 용접점수가 압축좌굴하중에 미치는 영향의 유한요소해석에 의한 연구

한근조\*, 전형용\*\*, 이현철\*\*

## The Study on the Effect of the Aspect Ratio and Number of Spots on the Compressive Buckling Load of two Rectangular Plates Spot-Welded by FEM

Geun Jo Han\*, Hyung Yong Jeon\*\*, Hyoun Chul Lee\*\*

### ABSTRACT

This stability of a plate structure is very crucial problem which results in wrinkle and buckling. In this study, the effect of the pattern of spot-welding points of the two rectangular plates on the compressive buckling load is studied with respect to the thickness, aspect ratio of plates, number of welding spots. Buckling coefficient of the plate not welded was compared with that of two plates with various thickness to extract the effect of thickness. The effect of number of welding spots are studied in two directions, longitudinal and transverse directions. The conclusions obtained were that the reinforcement effect was maximized when the aspect ratio was close to 1.25 and that the effect of number of welding spots in transverse direction was larger than that in longitudinal direction.

**Key Words** : Spot-welding(점용접), Buckling(좌굴), Stability(안정성), Buckling analysis(좌굴해석), Rectangular plate(사각평판), Buckling coefficient(좌굴계수), Finite element analysis(유한요소해석)

### 기호설명

$r$  = aspect ratio  
 $a$  = length of plate  
 $b$  = width of plate  
 $\alpha$  = number of spot-welds in x-direction  
 $\beta$  = number of spot-welds in y-direction  
 $A$  = Spot-welding pitch in x-direction  
 $B$  = Spot-welding pitch in y-direction  
 $m$  = number of half-sine curve in x-direction  
 $n$  = number of half-sine curve in y-direction  
 $D$  = flexural rigidity  
 $t_e$  = equivalent thickness

### 1. 서론

최근에 산업이 대형화됨에 따라 평판을 이용한 구조물은 항공기, 자동차, 철도차량, 선박 등 산업 전반에 걸쳐 유용하게 사용되고 있으며, 특히 취급성과 성형성이 매우 우수하여 각종 형상으로 제작이 용이하므로 넓은 면적이나 큰 용적의 구조용, 미관용 외판이나 차체 및 골조로서 사용이 가능하고 구조물 설계시에 필수적인 요소이다. 따라서, 평판에 관한 연구가 국내외적으로 다양한 각도로 이루어져 왔다.

\* 동아대학교 기계공학과

\*\* 동아대학교 기계공학과 대학원

1800년대에 평판에 관한 연구가 최초로 시작되었고 Navier, Kirchoff, Levy 등은 평판의 굽힘문제에 대한 이론적인 연구를 수행하였으며 Galerkin, Wahl 등에 의해서 수치적인 접근방법이 연구되었다.<sup>(3)</sup> 1944년 Reissner의 1차 전단이론, 1951년 Mindlin의 평판이론 등 평판이론에 관한 연구가 여러 공학자들에 의해 이루어졌다. 설계에 있어 사용조건과 가장 유사한 파괴양식 평가 및 재료거동의 이해가 가장 먼저 이루어져야 하며 그 다음에 평판의 형상과 재질이 선택된다. 평판의 응력 및 변형 해석에 의해서 최종적으로 이상적인 설계가 이루어진다.

평판구조물에 있어 가장 큰 문제는 안정성에 대한 문제로서 주로 주름(wrinkle) 혹은 좌굴(buckling)이 그 원인이 되기 때문에 이런 좌굴에 대한 연구가 여러 각도로 이루어지고 있다. 그래서 평판의 좌굴강도에 대한 이론식 혹은 경험식들이 연구·개발되었지만, 용접평판에 대한 연구는 미흡한 실정이다. 평판에 압축하중이 작용하는 경우에 평판의 좌굴강도는 재료의 인장·압축강도에 비해 매우 작기 때문에 좌굴강도를 증가시키기 위해서 주로 보강재를 이용한 방법을 사용하지만, 보강재와 평판을 전체 면적에 대해 용접한다는 것은 불가능하므로 대부분 점용접(스폿용접)을 사용하여 접합하게 된다. 이때, 점용접부의 설계는 대부분 경험적인 판단에 의해서 이루어지므로 비효율적이다.

본 연구에서는 점용접된 두 사각평판의 점용접이 압축임계하중에 미치는 영향 및 두께증가효과를 연구하기 위해서 설계인자를 설정하고 압축하중 작용시 설계인자 즉, 형상비 $r$ (aspect ratio), 길이방향 및 폭방향 용접점수  $\alpha, \beta$ 가 등가두께(equivalent thickness) 및 임계하중(critical load)에 미치는 영향을 살펴본다. 따라서 점용접된 두 사각평판의 좌굴강도에 예측하여 점용접부의 설계에 응용할 수 있는 중요한 기초자료를 제공하고자 한다.

연구에 사용되는 사각평판은 재질은 STS 304로서 두께가 1mm인 평판을 직경 8mm인 점용접을 사용하여 결합한 겹판으로 기계적 특성은 Table 1에 나타내었고, Fig. 1과 Table 2에 나타낸 바와 같이 JIS E 4049의 최소점용접피치를 고려하면 최소용접피치 $P_{min}$ 는 17mm 이상이어야 하며 평판의 치수는 Table 3에 나타내었다.

Table 1 Mechanical properties of STS 304

Material	STS304
Elastic modulus	$2.13648 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
Tensile strength	$519.4 \text{ N/mm}^2$
Yield strength	$205.8 \text{ N/mm}^2$
Poisson's ratio	0.29

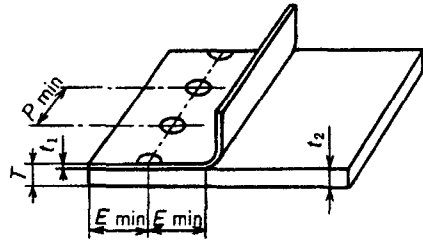


Fig. 1 Thickness and minimum welding pitch of spot-welding

Table 2 Minimum welding pitch of spot-weld(JIS E 4049)

Thickness of thin plate( $t_1$ )	Minimum welding pitch( $P_{min}$ )	
	$T < 2.5t_1$	$T \geq 2.5t_1$
0.8mm	14mm	18mm
1.0mm	17mm	21mm
1.2mm	19mm	24mm
1.5mm	22mm	28mm

Table 3 Dimensions of the rectangular plate

Length of plate( $a$ )	120 ~ 480mm
Width of plate( $b$ )	240mm
Thickness of plate( $t$ )	1mm
Spot-welding pitch of x-direction( $A$ )	31.2 ~ 238mm
Spot-welding pitch of y-direction( $B$ )	54 ~ 108mm

## 2. 이론해석

압축하중 작용시 평형상태에 있던 평판이 재료의 불균질, 축선의 비직선오차에 의해 편심을 가짐으로써 굽힘이 발생하고 파괴되는 현상을 좌굴(buckling)이라 하고, 이 때의 하중의 크기를 좌굴하중(buckling load) 혹은 임계하중(critical load)이라고

한다.

평판이 평면상에서 길이방향 및 폭방향으로 단위길이당 하중  $N_x$ ,  $N_y$ 를 받고 있을 때 평판의 지배방정식은

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left( N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (1)$$

과 같고, 식(1)에  $N_x = -\sigma_a t$ ,  $N_y = \nu N_x$ ,  $N_{xy} = 0$ 을 대입하여

$$\nabla^4 w = \frac{1}{D} \left( N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

을 구할 수 있다. 처짐식은

$$w = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3)$$

으로서 이 식은 경계조건을 만족시키는 주기함수식이다. 에너지법을 적용시키면

$$N_x \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + N_y \frac{n^2 \pi^2}{b^2} = D \left( \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 \quad (4)$$

가 구해지고<sup>(4,5)</sup> 두께로 나누어 정리하면

$$\sigma_x \left( \frac{m^2 b^2}{a^2} + \nu n^2 \right) = \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \left( \frac{m^2 b^2}{a^2} + n^2 \right)^2 \quad (5)$$

와 같이 된다. 결국 길이 방향 임계응력은

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \quad (6)$$

으로 표현된다. 식(6)의  $k$ 는 좌굴계수(buckling coefficient)이고  $D$ 는 휨강성(flexural rigidity)이며,  $n = 1$ 인 경우에  $k$  및  $D$ 는

$$k = \frac{\left( \frac{m^2 b^2}{a^2} + 1 \right)^2}{\left( \frac{m^2 b^2}{a^2} + \nu \right)} \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (7)$$

으로 표현된다.<sup>(1,3)</sup>  $n = 1$ 일 때,  $m$ 의 변화에 따른 형상비와 좌굴계수의 관계는 Fig. 2에 나타내었고, 점용접되지 않은 사각평판의 7가지 형상비에 대한 좌굴계수는 Table 4에 나타내었다.

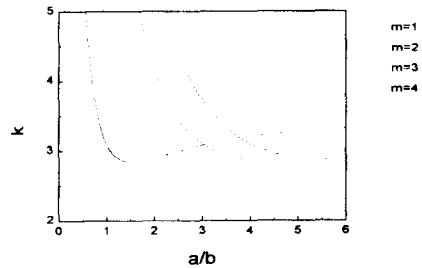


Fig. 2 The relation between aspect ratio and buckling coefficient

Table 4 The  $k$  values of unwelded plates in seven aspect ratios

r	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2
$k$	5.828	3.732	3.101	2.892	2.841	2.854	2.894

### 3. 유한요소해석

유한요소해석을 사용하여 점용접된 사각평판에 대한 점용접의 영향을 평가하는데 있어 형상비(r) 및 용접점수( $\alpha, \beta$ )의 변화가 두께증가효과 및 임계하중에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

#### 3.1 해석모델

형상비(r)는 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2의 6종류를 사용하며, 또한, 각 형상비에 대한 길이방향 및 폭방향의 용접점수( $\alpha, \beta$ )는 각각 3~6, 3~5를 조합하여 12종류를 사용하였으며,  $\alpha = 5$ 일 때  $r = 0.5, 1.5, 1.75, 2$ 인 경우에만 각각  $\beta = 3, 7, 8, 9$ 인 4종류의 평판을 추가하여 총 76종류의 평판을 사용한다.

해석은 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS

5.5를 사용하여 수행하였고, Fig. 3은 형상비 1,  $\alpha = \beta = 3$ 인 모델의 메쉬된 형상을 보여주는데 사용요소는 각 절점이 3개의 자유도를 갖고 있는 8절점 육면체요소(solid 45)와 5절점 contact요소(contact 49)를 사용하였으며 사용된 요소수 및 절점수는 각각 4720~11456개 및 9828~23532개이다.

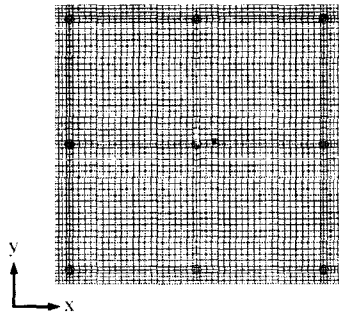


Fig. 3 Finite element meshes of a rectangular plate model

### 3.2 경계조건 및 해석방법

하중조건 및 경계조건은 Fig. 4에서 보여주듯이 좌측 모서리 부분의 모든 절점에 대해 x, y, z방향 변위를 구속하였고 나머지 모서리 부분의 모든 절점에 대해서는 y, z방향 변위를 구속하며 우측 모서리 부분에 대해서는 -x방향으로 압축하중을 가하였다.

유한요소해석은 첫 번째 단계로 임의의 정하중에 대한 선형좌굴해석(linear buckling analysis)을 수행하고, 두 번째 단계는 첫 번째 단계에서 구한 고유치(eigen value, bifurcation point)를 사용하여 비선형해석(geometric nonlinear analysis)을 수행함으로써 정확한 임계하중 및 응력분포상태를 구한다. 비선형해석시 5절점 contact요소를 두 사각평판의 접촉 부분에 생성시킨 후 해석을 수행한 후 contact요소의 gap을 조사하여 허용치 즉, 시편의 표면조도(두께의 약 1/100)이하인지를 판단하고 gap이 허용치 내일 경우 하중과 변위에 대한 그래프를 통해 정확한 좌굴점을 판단하게 되며, 선형해석과 비선형해석상의 좌굴하중 관계는 Fig. 5에서 표현하고 있으며, 형상비 1,  $\alpha = \beta = 3$ 인 경우에 대해서 비선형좌굴해석을 수행하여 Fig. 6과 같이 압축하중과 모델 중앙부 절점의 z방향(두께방향) 변위와의 관계를 통해 구한 임계하중 13152N보다 선형좌굴해석을 수행하여 구한 값 13182N이 대략 0.23%가 더

크다는 사실을 알 수 있다.

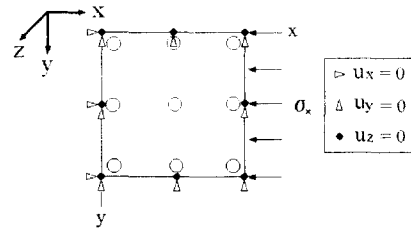


Fig. 4 The boundary condition under compressive load

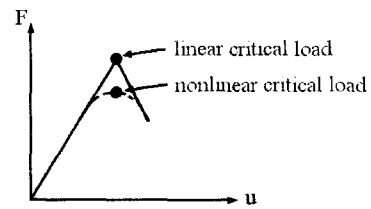


Fig. 5 The critical load by linear analysis and nonlinear analysis

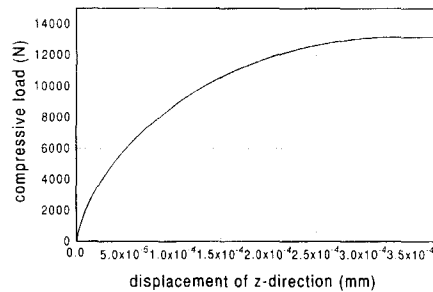


Fig. 6 The relation between displacement and compressive load by nonlinear analysis( $r = 1, \alpha = \beta = 3$ )

### 3.3 형상비의 변화(parameter r)

식(6)과 같이 사각평판의 임계응력  $\sigma_{cr}$ 은 좌굴계수(buckling coefficient)  $k$ 로 표현할 수 있고, 이는 경계조건에 의존하는 값으로 적용되지 않은 평판의 경우에는 여러 경계조건에 대해서 그 값은 이미 알려져 있다.<sup>(2, 4)</sup>

해석에 사용된 각 형상비에 대한 길이방향 및 폭방향 용접점수와 임계하중은 Table 5에 나타난 바와 같고 여기서 모든 용접피치는 54mm로 동일하며 동일한 경계조건하에서 용접된 평판에 대해 나타내었다. 두께 1mm의 두 사각평판이 단순접촉되

어 있을 경우 등가두께 $t_e$ 는 1.26mm이며, 일정한 접 용접피치(54mm)로 용접되었을 때 두께증가효과에 의한 등가두께 $t_e$ 는 식(8)에 의하여 구할 수 있고 Table 6과 Fig. 7에 나타내었다. 형상비 1.25에서  $t_e$ 는 1.668mm로 가장 크고 형상비 0.5의 1.497mm 보다 약 11.4% 더 크다는 사실을 알 수 있다.

$$t_e = 3\sqrt{\frac{12(1-\nu^2)F_{cr} \cdot b}{\pi^2 E k}} \quad (8)$$

Table 5 The number of spot-welds and critical load in seven aspect ratios

r	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2
$\alpha \times \beta$	3×5	4×5	5×5	6×5	7×5	8×5	9×5
$F_{cr}$ (kN)	31.24	23.69	22.33	21.47	20.70	20.47	20.23

Table 6 The equivalent thickness of welded plates in seven aspect ratios

r	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2
$t_e$ (mm)	1.497	1.583	1.651	1.668	1.658	1.649	1.635

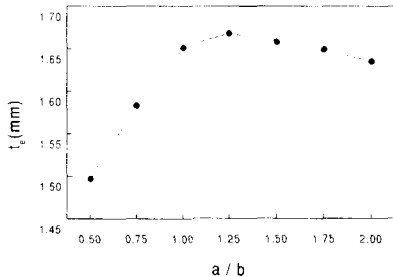


Fig. 7 The relation between aspect ratio and equivalent thickness( $A = B = 54$ mm)

### 3.4 용접점수의 변화(parameter $\alpha, \beta$ )

접용접된 두 사각평판은 형상비가 일정할 경우에 길이방향 및 폭방향 용접점수에 의해서 임계하중이 변화하고, Fig. 8~10의  $\alpha, \beta$ 는 변화하는 변수이며, 변하지 않을 경우는 3으로 고정하였다.

각 형상비에서  $\alpha$ 가 3~4, 4~5로 변할 때 임계하중의 증가율 및 평균증가율(N/number)은 Fig. 8에서 보여주듯이  $r = 0.75 : 1722.72, 1160.16 (1441.44), r = 1 : 1181.76, 969.12 (1075.44), r = 1.25 : 374.40, 948.96 (661.68), r = 1.5 : 69.60, 1026.24 (547.92), r$

$= 1.75 : 250.08, 861.60 (555.84), r = 2 : 552.48, 493.44 (522.96)$ 로 임계하중의 평균증가율은 r이 증가함에 따라 1441.44에서 522.96으로 감소하였다.

각 형상비에서  $\beta$ 가 3~4, 4~5로 변할 때 임계하중의 증가율 및 평균증가율(N/number)은 Fig. 9에서 보여주듯이  $r = 0.75 : 2264.64, 1752.48 (2008.56), r = 1 : 1978.08, 1413.60 (1695.84), r = 1.25 : 1715.04, 845.76 (1280.40), r = 1.5 : 620.16, 474.24 (547.20), r = 1.75 : 459.36, 319.68 (389.52), r = 2 : 444.96, 270.72 (357.84)$ 로 임계하중의 평균증가율은 r이 증가함에 따라 2008.56에서 357.84으로 감소하였다.

각 형상비에서 용접점수가 4, 5일 때  $\alpha$ 의 변화를 기준으로  $\beta$ 의 변화에 따른 임계응력의 변화율(%)은 Fig. 10에서 보여주듯이  $r = 0.75 : 3.19\%$  증가, 6.26% 증가,  $r = 1 : 5.54\%$  증가, 8.09% 증가,  $r = 1.25 : 10\%$  증가, 8.62% 증가,  $r = 1.5 : 4.50\%$  증가, 0.01% 감소,  $r = 1.75 : 1.80\%$  증가, 2.66% 감소,  $r = 2 : 0.94\%$  감소, 2.75% 감소하였다.

$\alpha$  혹은  $\beta$ 가 4이고 r이 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75일 경우 및  $\alpha$  혹은  $\beta$ 가 5이고 r이 0.75, 1, 1.25일 경우는  $\alpha$ 의 증가보다  $\beta$ 의 증가가 임계하중의 증가에 미치는 영향이 더 크고,  $\alpha$  혹은  $\beta$ 가 4이고 r이 2일 경우 및  $\alpha$  혹은  $\beta$ 가 5이고 r이 1.5, 1.75, 2일 경우는  $\beta$ 의 증가보다  $\alpha$ 의 증가가 임계하중의 증가에 미치는 영향이 더 크며, r이 1.25일 때  $\beta$ 의 증가가 임계하중의 증가에 미치는 영향이 가장 크고  $r = 1.25$ 에서 벌어질 수록 그 영향이 작아진다는 사실을 알 수 있다.

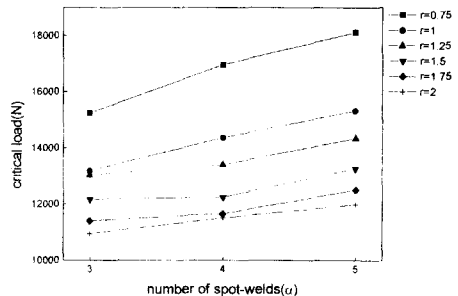


Fig. 8 The relation between number of spot-welds( $\alpha$ ) and critical load( $\beta = 3$ )

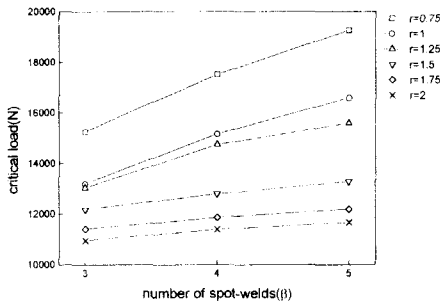


Fig. 9 The relation between number of spot-welds( $\beta$ ) and critical load( $\alpha = 3$ )

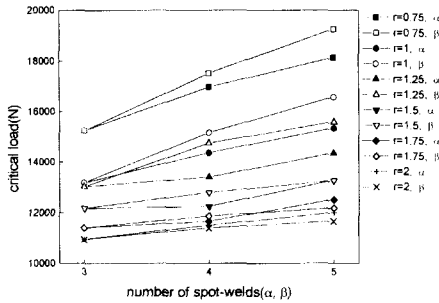


Fig. 10 The relation between number of spot-welds ( $\alpha, \beta$ ) and critical load

#### 4. 결론

점용접된 두 사각평판의 점용접이 압축좌굴하중에 미치는 영향을 평가하기 위해서 설계파라메타를 정의하고 유한요소해석을 이용하여 각각의 파라메타에 대한 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 용접되지 않은 평판에 x방향으로 하중이 가해질 때 하중이 가해지는 모서리는 단순지지되고 나머지 모서리는 힌지로 연결된 경계조건 하에서 이론적 해석을 통하여 임계응력  $\sigma_{cr}$ , 좌굴계수  $k$ 를 구하였다.

2. 두께가 동일한 두 사각평판이 단순접촉된 경우에 두께증가효과는 1.26배이다. 또한 이러한 두 사각평판이 점용접 되었을 때 두께증가 효과를 살펴보기 위해서 등가두께(equivalent thickness)를 정

의하였고, 점용접된 사각평판의 용접 피치가 54mm로 일정할 때  $r$ 이 1.25에서  $t_e$ 는 1.668mm로  $r$ 이 0.5일 때의 1.497mm 보다 약 11.6% 더 크다. 따라서, 길이 및 폭방향 용접거리가 동일한 경우 형상비 1.25를 사용하는 것이 가장 큰 보강효과를 얻을 수 있다.

3.  $\alpha, \beta$ 의 증가에 대한 임계하중의 평균증가율은  $r$ 이 증가함에 따라 각각 1441.44~522.96, 2008.56~357.84로 감소하였다. 그리고 전체적으로  $\alpha$ 의 증가보다  $\beta$ 의 증가가 임계하중의 증가에 미치는 영향이 더 크고  $r$ 이 증가하여 2에 접근하면  $\alpha, \beta$ 의 효과는 비슷해진다. 또한,  $r$ 이 1.25일 때  $\alpha$ 에 대한  $\beta$ 의 증가가 임계하중의 증가에 미치는 영향이 10%, 8.62%로 가장 크고  $r = 1.25$ 에서 멀어질수록 그 영향이 작아짐을 알 수 있다.

4. 두께가 동일한 두 사각평판을 점용접할 경우에 형상비 1.25 부근의 형상비를 선택하고, 길이방향보다 폭방향 용접점수를 더 증가시키면 가장 큰 보강효과를 얻을 수 있다.

#### 참고문헌

1. Z. P. Bazant and Luigi Cedolin, "Stability of Structures," Oxford Uni. Press, pp. 431-440, 1991.
2. Owen F. Hughes, "Ship Structural Design," John Wiley & Sons, pp. 404-439, 1983.
3. A. C. Ugural, "Stresses in Plates and Shells," McGraw-Hill, pp. 153-173, 1981.
4. S. P. Timoshenko and J. M. Gere, "Theory of Elastic Stability," McGraw-Hill, pp. 348-439, 1961.
5. S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, "Theory of Plates and Shell," McGraw-Hill, pp. 181-228, 1959.