

본 연구는 1997년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 : ME - E - 01)에 의하여 연구되었음

# 실시간 오차 보정을 위한 열변형 오차 모델의 최적 변수 선택

황석현\*, 이진현\*\*, 양승한\*\*\*

## Optimal Variable Selection in a Thermal Error Model for Real Time Error Compensation

Seok-Hyun Hwang\*, Jin-Hyeon Lee\*\*, Seung-Han Yang\*\*\*

### ABSTRACT

The object of the thermal error compensation system in machine tools is improving the accuracy of a machine tool through real time error compensation. The accuracy of the machine tool totally depends on the accuracy of thermal error model. A thermal error model can be obtained by appropriate combination of temperature variables. The proposed method for optimal variable selection in the thermal error model is based on correlation grouping and successive regression analysis. Collinearity matter is improved with the correlation grouping and the judgment function which minimizes residual mean square is used. The linear model is more robust against measurement noises than an engineering judgement model that includes the higher order terms of variables. The proposed method is more effective for the applications in real time error compensation because of the reduction in computational time, sufficient model accuracy, and the robustness.

**Key Words** : Optimal Variable Selection(최적 변수 선택), Thermal Error Model(열변형 오차 모델), Regression analysis(회귀분석), Collinearity(공선성), Correlation(상관), Judgment Function(판단 함수)

### 1. 서론

공작물 가공오차의 원인 중에서 공작기계 자체에 의한 요인이 공작물 가공오차에 가장 큰 비중을 차지한다. 그리고 공작기계 자체의 오차원인 중에서 열적 요인이 약 40~70%를 차지하고 기하학적 오차도 공작기계 오차의 상당부분을 차지한다. 이러한 공작기계 자체 오차의 주요 원인이 되는 열

적, 기하학적 오차를 보정하기 위해서 오차 합성 모델 등을 통한 다양한 방법의 오차 보정 시스템이 개발되었다.<sup>(1)~(2)</sup> 최근에는 주축 및 이송축 등 공작기계 가동부의 고속화가 산업현장에서의 생산성 향상을 위한 필수적 조건이 됨으로써 공작물 가공오차의 원인중 공작기계 자체의 열적인 부분에 의한 요인이 증대되는 결과를 낳았다. 따라서 열변형 오차에 대한 보다 적극적인 보정시스템의

\* 경북대학교 기계공학부 대학원  
\*\* 안동정보대학 기계과  
\*\*\* 경북대학교 기계공학부

개발이 중요한 과제로 대두되었다.

기계 가동중 발생하는 열변형의 문제점을 개선하기 위한 열변형 오차 보정 시스템은 열변형 오차 모델에 전적으로 의지하므로 이에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다. 열전달과 열탄성이론에 기초한 FEM모델은 부재의 변형거동을 예측할 수 있지만 해석을 위한 경계조건과 열전달 특성을 명확하게 정의하지 못하는 관계로 인하여 해석결과에 신뢰성에 문제가 있다.<sup>(3)~(4)</sup> 선형가변모델, 지수함수모델, 회귀분석모델, 뉴럴-네트워크모델 등 실험치에 근거한 경험 모델은 많은 경우에 있어 그 정확도가 인정되었다.<sup>(5)~(9)</sup> 그러나 경험적인 모델들은 온도변수에 대한 고차항과, 상호작용항 등을 포함하고 있어 측정오차나 외란 등이 포함될 경우 모델의 강건성(robustness)이 떨어지는 단점을 보인다.<sup>(10)</sup>

공작기계를 구성하는 개별 구조물들의 온도 상승은 제한된 몇 개의 열원으로부터 시작하여 전달되므로 온도변수들은 매우 강한 의존성을 갖는다. 일반적으로 최소제곱법에 기초한 회귀분석을 통하여 구한 모델에 있어서 의존성이 강한 입력변수들이 포함되면 다중공선성(multi-collinearity) 문제가 발생한다. 따라서 중요 온도변수의 선형조합에 기초한 간단한 모델의 필요성이 제기 되었다.

본 논문에서는 열변형 오차 모델을 구성하는 온도변수를 효율적으로 결정하기 위한 방법과 다중공선성의 문제점 개선을 위한 방법을 제시한다. 최적 온도변수 결정은 선형회귀분석의 연속적인 적용과 잔차평균제곱(mean square error, MSE)을 최소화하는 판단함수(judgement function)가 사용되며 공선성 문제를 해결하기 위하여 온도변수간의 상관관계수에 기초한 그룹핑(grouping)을 행하였다. 본 논문에서 제시한 최적 변수 선택법에 의하여 개발된 모델은 측정오차에 대한 강건성과 모델의 정확도가 우수하며, 모델 개발을 위한 계산 시간 단축 등의 장점이 있으므로 열변형 오차의 실시간 보정 시스템 개발시 보다 효과적으로 적용할 수 있다.

## 2. 모델링 이론

열변형 오차 모델을 구성하는 주요 변수가 알려지지 않은 상태에서는 가능한 모든 변수 조합에 대해 조사영역을 확대하는 것이 바람직하다. 모델 개발을 위해 모든 변수 조합을 탐색할 경우 2<sup>m</sup>-1 회의 탐색이 필요하며 이를 위하여 소요되는 시간은 막대하다. 따라서 모델의 정확도를 보장하면서 보다 빠른 방법으로 최적의 변수 조합을 찾을 수 있는 방법의 필요성이 대두되었으며 Fig.1에는 최적 변수 선택을 위한 방법을 순서도로 나타내었다.

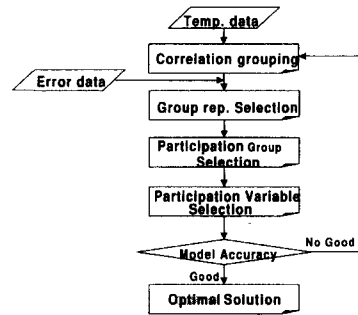


Fig. 1 Optimization search flow

### 2.1 상관 그룹핑

먼저 그룹 상호간의 경계를 결정하기 위하여 온도변수간의 상관관계수를 정의한다. 상관관계수를 구하는 식은 다음과 같다.

$$C_{ij} = Z_i^t Z_j \quad (1)$$

여기서  $Z_i$ 와  $Z_j$ 는  $i$  및  $j$  번째 온도 열벡터  $X_i$ 와  $X_j$ 를 표준화(normalize)시킨 벡터이다.

그룹핑 과정의 첫 단계는 가장 작은 상관계수를 가지는 두 개의 온도변수로부터 시작한다. 기계 구조적으로 가장 약한 열적 상관관계를 표현하는 이 두개의 온도변수들은 열적 거리에서도 가장 먼 곳에 위치하게 된다. 따라서 열적 거리가 가장 먼 두개의 온도변수가 첫 번째 그룹핑 시작 변수가

된다. 나머지 변수들은 상관계수가 그룹핑 경계값보다 클 경우 이 두 개의 시작 온도변수로 모아져 그룹이 형성된다. 이어서 모든 온도변수들이 그룹핑될 때 까지 연속적으로 그룹핑한다.

### 2.2 그룹 대표값 선택

같은 그룹내의 온도변수들은 서로 비슷한 열적 거동을 가지는 특성으로 인해 비독립적으로 취급된다. 따라서 각 그룹의 온도변수들 중 그룹의 열적 거동을 대표하는 하나의 온도변수를 결정한다. 이러한 대표값은 다음과 같은 연속적인 회귀식의 적용을 통하여 구한다.

$$\begin{aligned}
 E &= \beta_0 + \beta_1 T_1 + \epsilon_1 \\
 \epsilon_1 &= \beta_2 T_2 + \epsilon_2 \\
 \epsilon_2 &= \beta_3 T_3 + \epsilon_3 \\
 &\vdots \\
 \epsilon_{g-1} &= \beta_g T_g + \epsilon_g
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

식 (2)에서 E는 측정된 열변형 오차이고 g는 전체 온도변수를 그룹핑한 그룹의 수이다. 그리고  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_g$  는 오차  $E, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_{g-1}$  에 대하여 최소 제곱 선형 회귀법을 적용했을 때 g개의 각각 다른 그룹으로부터 구한 최적의 예측 온도변수이다.

### 2.3 참여그룹 선택

앞서 결정된 g개의 그룹 대표값 중 어떤 온도변수들을 오차 모델에 포함시키는 것이 열변형 오차를 설명하는데 가장 적합할 것인가를 판정하는 기준으로 잔차평균제곱을 이용한다.

먼저 다음과 같은 선형 회귀 모델을 고려할 때,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} \quad \boldsymbol{\epsilon} \sim (0, \mathbf{I}\sigma^2) \tag{3}$$

잔차제곱합  $SSE = \hat{\boldsymbol{\epsilon}}^t \hat{\boldsymbol{\epsilon}} = (\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y})^t (\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y})$  이며  $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{Y}$  이다. 따라서 g개의 독립변수중 p개를 선택하여 회귀 모형을 구성할 때 잔차평균제곱은 다음과 같다.

$$MSE_p = \frac{SSE_p}{n-p-1} \tag{4}$$

여기서 n은 총 관찰횟수이다. 식 (4)를 기초로 하여 모델에 이용될 변수의 수 p를 결정하기 위한 판단함수를 다음과 같이 쓴다.

$$JUD = \text{minimize} \{MSE_p\} \tag{5}$$

따라서 g개의 그룹 대표값으로 만들어지는 변수 조합중  $MSE_p$  값을 최소로 하는 조합을 결정함으로써 오차 모델을 구성하는 변수의 수와 참여그룹이 결정된다.

### 2.4 최적 변수의 선택

Fig.2는 참여그룹에 속한 변수들의 조합을 이용하여 최적변수를 결정하는 과정의 개념도를 나타낸다. 참여그룹의 수가 g개이고 각 그룹에 포함된 변수의 수가  $k, l, \dots, m$  인 경우 가능한 모든 변수 조합의 수는  $k \times l \times \dots \times m$  개가 된다. 이러한 변수 조합 중에서 판단함수 식 (5)를 만족하는 조합이 모델의 최적 변수로 선택된다.

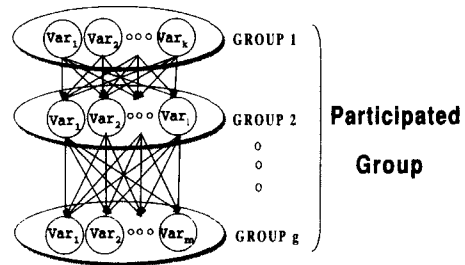


Fig. 2 Conceptual diagram of optimal variable selection

## 3. 실험 및 모델링

### 3.1 실험 장치 및 방법

본 연구에서는 머시닝센터(Cincinnati Milacron

T-10)의 열변형 오차 모델을 개발하기 위하여 Fig.3과 같이 실험장치를 구성하였다. 실험장치는 크게 기계의 각 부위로부터 온도변화를 검출하는 온도 센서부와 Z축 방향의 스핀들 드리프트 오차를 검출하는 변위 센서부로 구성된다. 온도센서 T1과 T2는 X축의 베어링과 너트, 센서 T3과 T4는

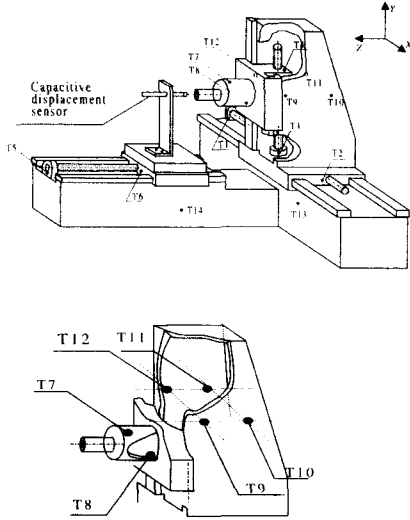


Fig. 3 The sensor locations of the thermal sensing system

Y축의 베어링과 너트, 센서 T5와 T6는 Z축의 베어링과 너트, 센서 T7과 T8은 스핀들, 센서T9, T10, T11, T12는 칼럼, 센서 T13과 T14는 각각 X축과 Z축 베드에 부착하였다. 그리고 Z축 방향으로의 스핀들 드리프트 오차를 측정하기 위해서 정전용량 변위센서를 사용하였다.

머시닝 센터의 열적 거동을 조사하기 위하여 다음과 같은 조건으로 실험을 수행하였다.

- 산업현장에서의 실제 기계가동상태를 고려하기 위해 스핀들 및 테이블의 이송속도를 정지상태 (spindle: 0 rpm, feedrate: 0mm/min), 저속 운전상태(spindle: 600 rpm, feedrate: 508 mm/min), 고속 운전상태(spindle: 3000 rpm, feed-rate: 2006mm/min)의 3가지로 분류하였다.
- 6시간 동안 3가지 운전상태를 임의로 설정하여 X, Y, Z축을 체대각선(body diagonal)방향

으로 이송하면서 30분마다 온도변화와 변위오차를 측정하였다.

### 3.2 모델링 및 고찰

#### 3.2.1 열변형 오차 모델

Table 1은 머시닝 센터에 부착된 각 온도 센서로부터의 측정값과 식 (1)로부터 구한 상관계수를 이용한 그룹핑 결과이다. 온도 센서 T14의 측정값은 상관그룹핑후의 과정에서 기준온도로 사용하기 위하여 그룹핑에서 제외하였다.

Table 1 Result of correlation grouping

Group No.	1	2	3	4	5	6	7	8
Temp. Variable	7	9 10 11 12	13	8 4	5	2	1 6	3
Number of Variables	1	4	1	2	1	1	2	1

각 그룹의 대표값은 식(2)의 연속적인 회귀식을 적용하여 구하였으며 Table 2에서 밑줄이 표시된 온도변수가 각 그룹의 대표값이다.

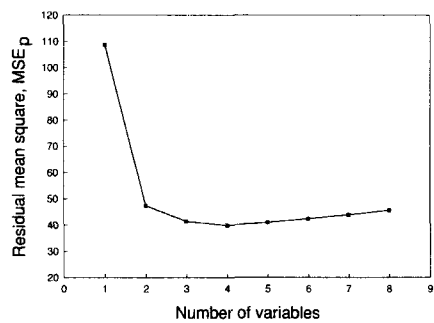


Fig. 4 Variation of  $MSE_p$  with the number of variables

다음 단계로써 각 그룹의 대표값으로 구성되는 변수 조합에 대하여 식 (4)와 식 (5)를 사용하여 모델에 이용될 변수의 수와 참여그룹을 결정하였을 때 잔차평균제곱  $MSE_p$ 를 최소로 하는 변수의

수는 4개였으며 온도변수  $\Delta T_7, \Delta T_8, \Delta T_2, \Delta T_1$ 이 소속된 그룹 1, 4, 6, 7이 참여그룹으로 결정되었다. 잔차평균제곱  $MSE_p$ 의 변화는 Fig.4와 같다.

다시 식 (4)와 식 (5)를 적용하여 최적변수를 선택한 결과  $\Delta T_7, \Delta T_8, \Delta T_2, \Delta T_6$ 이 최적변수로 선택되었으며 이들 변수를 사용한 선형회귀모델은 다음과 같다.

$$\delta = -46.2 + 6.5 * \Delta T_7 + 1.3 * \Delta T_8 - 10.4 * \Delta T_2 + 6.7 * \Delta T_6 \quad (6)$$

### 3.2.2 오차 예측 수준 분석

최적 변수 선택법에 의하여 개발된 모델, 식 (6)의 오차예측 수준을 검증하기 위하여 새로운 실험치에 대하여 식 (6)의 모델을 적용하였다. 기존의 공학적 경험모델<sup>(2)</sup>도 비교를 위하여 적용하였다. Fig.5와 Table 2는 실험치와 예측치와의 비교 및 사용된 모델의 통계학적 계산 결과를 나타낸다.

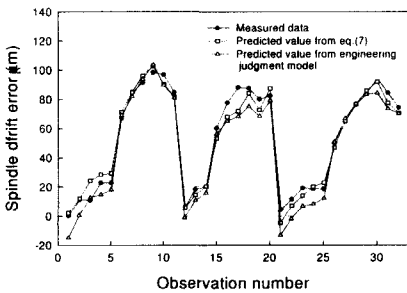


Fig. 5 Comparison between measured data and predicted values of spindle drift error.

Table 2의 표준오차와 결정계수값에서 보듯이 두 개의 모델이 거의 동등한 수준으로 스핀들 드리프트 오차를 잘 예측할 수 있음을 알 수 있다. 그러나 공학적 경험모델에서는 변수의 2차항이 포함되어 있다. 이러한 고차항의 포함 유무 및 차수의 결정은 전적으로 경험에 의존하므로 비전문가가 모델을 개발하기가 어려우며 추후에 검토되듯이 고차항이 포함된 모델은 온도 측정시 오차가

존재하면 변수를 선형 조합한 모델보다 강건성이 약한 문제가 있다.

Table 2 Summary of statistical results of two error models

Model Term	Optimal selection model	Engineering judgment model
Candidated Variables	$\Delta T_7, \Delta T_8, \Delta T_2, \Delta T_6$	$\Delta T_6, \Delta T_7, \Delta T_{13}, \Delta T_6^2, \Delta T_7^2, \Delta T_{13}^2$
R <sup>2</sup>	0.9704	0.9697
Standard error(μm)	6.39	6.72

### 3.2.3 다중공선성 및 기여도 분석

선형회귀모델에서 다중공선성이 존재하면 추정된 회귀계수  $\hat{\beta}_i$ 의 분산은 매우 크게 되어 신뢰할 수 없는 결과를 가져온다.

식 (3)과 같은 선형회귀 모델이 절편과 p개의 독립변수를 가지고 있는 경우  $X'X$ 는  $n \times (p+1)$  행렬이 되며 추정된 회귀계수  $\hat{\beta}_i$ 의 분산은 다음의 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\beta}_i) &= \sigma^2 \text{tr}[(X'X)^{-1}] = \sigma^2 \sum_{i=0}^p \lambda_i^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $\lambda_i$ 는  $X'X$ 의 고유치(eigenvalue)이며, 만약 변수들간에 다중공선성이 존재하면 행렬  $X'X$ 는 거의 비정칙성(near singularity)을 갖게 되어 고유치 중에서 제일 작은 값은 거의 0에 가까워진다. 따라서 식 (7)의  $\sum_{i=0}^p \text{Var}(\hat{\beta}_i)$ 의 값이 매우 커지게 되므로  $\hat{\beta}_i$ 는  $\beta_i$ 의 추정량으로 신뢰할 수 없게 된다.

본 연구에서 상관 그룹핑은 고려대상 변수를 줄임으로써 반복계산 횟수를 줄일 수 있을 뿐만 아니라 이를 통하여 다중 공선성 문제를 개선할 수 있다. 만약 상관 그룹핑의 과정 없이 13개 변수 전부를 대상으로 식 (4)와 (5)를 적용하여 모델을

구하면 다음의 식 (8)와 같다.

$$\begin{aligned} \delta = & -50.7 + 22.6 \cdot \Delta T_1 \\ & - 16.5 \cdot \Delta T_2 + 7.9 \cdot \Delta T_7 \\ & - 25.8 \cdot \Delta T_9 + 45.4 \cdot \Delta T_{10} \\ & - 36.1 \cdot \Delta T_{11} + 13.0 \cdot \Delta T_{12} \end{aligned} \quad (8)$$

그러나 Table 4에서 보듯이 식 (8)의 7개 변수를 사용하였을 때  $X^t X$  행렬의 고유치는 최소  $10^{-2}$  차수의 값이 구해지는 반면 식 (6)의 변수를 사용한 경우 고유치는  $10^0$  차수 이상의 값이었다. 따라서 식 (8)의 모델은 계산시간 뿐 아니라 다중공선성으로 인하여 추정된 회귀계수의 신뢰성에서도 문제가 있음을 알 수 있다.

Table 3 Eigenvalues of  $X^t X$  matrix for eqns. (6) and (8)

Eigenvalues of $X^t X$	
Model of eqn.(7)	Model of eqn.(9)
$\lambda_1 = 18.6$	$\lambda_1 = 0.019 \quad \lambda_2 = 0.114$
$\lambda_2 = 3.3$	$\lambda_3 = 1.129 \quad \lambda_4 = 2.359$
$\lambda_3 = 155.8$	$\lambda_5 = 19.835 \quad \lambda_6 = 76.397$
$\lambda_4 = 1.1 \times 10^4$	$\lambda_7 = 8861.812$

식 (6)으로부터 구해지는 행렬  $X$ 에서 변수  $\Delta T_7, \Delta T_8, \Delta T_2, \Delta T_6$ 에 대응하는 열벡터와 스핀들 드리프트 오차벡터를 표준화 시켰을 때 각각  $\Delta Z_7, \Delta Z_8, \Delta Z_2, \Delta Z_6$  및  $Y^*$ 라고 하면 변수들과 스핀들 드리프트 오차간의 상관계수는  $\Delta Z_i^t Y^*$  ( $i=7, 8, 2, 6$ )가 되며, 이로부터 각 변수들이 오차를 설명하는데 기여하는 정도를 알 수 있다. 식 (6)의 변수들과 스핀들 드리프트 오차간의 상관계수를 계산하면 다음과 같다.

$$\Delta Z_i^t Y^* = \begin{aligned} & 0.9599 \quad (i=7) \\ & 0.9526 \quad (i=8) \\ & 0.8064 \quad (i=2) \\ & 0.8066 \quad (i=6) \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)로부터 온도변수  $\Delta T_7, \Delta T_8$ 이 스핀들 드리프트 오차의 변동을 설명하는데 밀접한 연관이 있음을 알 수 있다. 또한 온도변수  $\Delta T_2, \Delta T_6$ 도 상관계수값이 0.8이상으로 식 (6)의 모델이 주요 온도변수들로 적절히 구성되었음을 알 수 있다.

### 3.2.4 민감도 분석

실시간 오차 보정을 위한 어려움 중의 하나는 온도 센서 자체의 불완전성, 기계내부에서의 잡음 (noise) 발생 등으로 인해 센서 출력값이 영향을 받을 수 있다는 점이다. 열변형 오차의 보정 시스템은 온도 정보에 전적으로 의존하므로 이러한 잡음이 포함된 측정치가 모델에 미치는 영향을 파악하는 일은 중요하다.

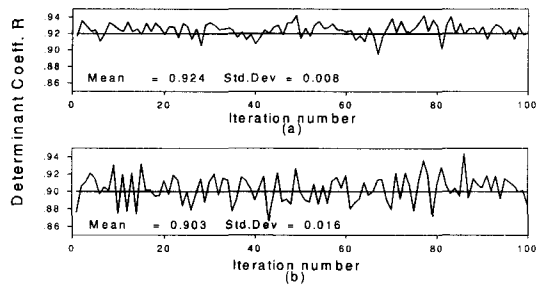


Fig. 6 Comparison of prediction accuracy between (a) linear model by the method of optimal variable selection and (b) engineering judgment model with higher order terms of variables.

Fig. 6은 센서 자체의 불확실성을 고려한 난수가 포함된 온도 데이터를 모델에 적용하는 과정을 100회 실시하였을 때, 최적 변수 선택법에 의한 선형모델과 공학적 경험모델의 예측 정확도 변화를 결정계수를 축도로 사용하여 비교한 결과이다. 최적 변수 선택법에 의한 선형모델이 공학적 경험모델보다 결정계수 변동의 표준편차가 낮게 나타났다. 즉, 예측정확도 변동이 작은 선형 모델이 변수의 고차항이 포함된 경험모델보다 온도측정 오차에 대하여 더 강건함을 알 수 있다. 이상

은 온도센서 자체의 불완전성만 고려한 결과이나 만일 외부 잡음이 유입되어 온도 측정값의 불확실성이 커질 경우 모델의 강건성은 보다 중요성을 가지게 된다.

#### 4. 결론

CNC 공작기계의 열변형 오차 모델을 효율적으로 개발하기 위한 본 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 상관 그룹핑과 연속적인 선형회귀 분석의 적용을 통하여 예측 정확도가 우수하며, 주요 온도 변수의 간단한 선형조합으로 구성된 열변형 오차 모델을 구할 수 있었다.
- (2) 상관계수에 기초한 그룹핑은 검색 대상 변수 조합을 줄여 계산시간을 단축할 수 있을 뿐 아니라 선형회귀 모델에서 일반적으로 나타날 수 있는 다중공선성 문제를 개선할 수 있다.
- (3) 온도변수의 선형 일차 조합으로 구성된 최적 모델은 온도변수의 고차항이 포함된 모델보다 온도 측정시 발생할 수 있는 오차에 대하여 강건성이 더 우수함을 알 수 있었다.
- (4) 본 연구에서의 최적 변수 선택법은 기계에 대한 정보나 모델 개발 경험이 부족한 비전문가 이더라도 용이하게 활용할 수 있다. 또한 모델 개발 시간 단축, 온도 측정 오차에 대한 강건성과 우수한 정확도 등의 장점은 열변형 오차의 실시간 보정 시스템 개발시 효율성을 높일 수 있다.

#### 참고문헌

1. Bryan, J. B., "International Status of Thermal Error Research," *Annals of CIRP*, Vol. 39, NO. 2, pp.645-656, 1990.
2. S. Yang, J. Yuan, J. Ni, "Accuracy Enhancement of a Horizontal Machining Center by Real-Time Error Compensation," *Journals of Manufacturing Systems*, Vol. 15, No. 2, pp. 113-118, 1996.
3. R. Venugopal and M. Barash, "Thermal Effect

on the Accuracy of Numerically Controlled Machine Tool," *Annals of CIRP* Vol. 35, No. 1, pp. 255-285, 1986.

4. M. Weck and L. Zangs, "Computing the Thermal Behavior of Machine Tools Using the Finite Element Method-possibilities and Limitations," 16th MATADOR Conf., Vol. 16, pp. 185-194, 1975.
5. K. Okushima, and Y. Kakino, "Compensation of Thermal Displacement by Coordinate System Correction," *Annals of CIRP*, Vol. 24, No. 1, pp. 327-331, 1975.
6. J. Janeczco, "Machine Tool Thermal Distortion Compensation," *Proceedings of 4th Biennial International Machine Tool Technology Conference*, 1988.
7. K. C. Fan, J. F. Lin and S. S. Lu, "Measurement and Compensation of Thermal Error on a Machining Center," 29th MATADOR Conf., England, April, pp. 261-268, 1992.
8. M.A. Donmez et al., "A General Methodology for Machine Tool Accuracy Enhancement by Error on a Machining Center," *Precision Engineering*, Vol. 4, No. 4, pp. 187-195, 1986.
9. Y. Hatamura, "Development of an Intelligent Machining Center Incorporating Active Compensation for Thermal Distortion," *Annals of CIRP* Vol. 42, No. 1, pp. 549-552, 1993.
10. J. A. Soons, H. A. Spaan and P. H. Schellekens, "Thermal Error Models for Software Compensation of Machine Tools," *Proc. 9th Ann. Meet. American Society for Precision Engineering*, October, pp. 69-75, 1994.