

# 등뼈곡선을 이용한 2진 로봇 머니플레이터의 역기구학적 해석

류길하\*, 이인석\*

## A Study on the Inverse Kinematic Analysis of a Binary Robot Manipulator using Backbone Curve

Gilha Ryu\*, Ihnseok Rhee\*

### ABSTRACT

A binary parallel robot manipulator uses actuators which have only two stable states and its structure is variable geometry truss. As a result, it has a finite number of states and fault tolerant mechanism because of kinematic redundancy. This kind of robot manipulator has the following advantages compared to a traditional one. Feedback control is not required, task repeatability can be very high, and finite state actuators are generally inexpensive. Because the number of states of a binary robot manipulator grows exponentially with the number of actuators, it is very difficult to solve an inverse kinematic problem. The goal of this paper is to develop an efficient algorithm to solve an inverse kinematic problem when the number of actuators are too much or the target position is located outside of workspace. The backbone curve is generated optimally by considering the curvature of the robot manipulator configuration and length of link. Then, the robot manipulator is fitted along the backbone curve with some criteria.

**Key Words** : binary robot manipulator(2진 로봇 머니플레이터), inverse kinematic analysis(역기구학적 해석), backbone curve(등뼈곡선), variable geometry truss(가변트러스)

### 1. 서론

일반적으로 많이 사용되는 로봇 머니플레이터는 전기 모터나 유압실린더 등을 동력원으로 사용하고 있으며 이러한 동력원은 조인트의 변위를 연속적으로 변화시킬 수 있으므로 연속적인 위치변화에 유연하게 대응할 수 있다. 그러나 2진 로봇 머니플레이터는 기하학적 형상이 그림 1에 나타난 바와 같이 가변 트러스 구조로 되어 있으며 조인트의 구동원으로 사용되는 액츄에이터는 2가지의

변위, 즉 최대 및 최소 변위만으로 작동되기 때문에 말단 조작자(end effector)가 주어진 연속적인 경로를 따라 이동하는 것이 불가능하다. 그러므로 작업영역이 일반 로봇 머니플레이터와 달리 위치 백터의 집합 형태로 표현되며 액츄에이터의 개수가  $n$ 개인 경우 2진 로봇 머니플레이터의 말단 조작자는  $2^n$ 개의 위치에 도달할 수 있다. 이러한 단점으로 인하여 연속적인 경로를 따라 이동하는 작업이나 높은 정밀도를 요구하는 작업에는 적

\* 한국기술교육대학교 제어기계공학과

합하지 않지만 다른 장점을 가지고 있다. 액츄에이터가 연속적이지 않고 최대 변위값 및 최소 변위값 만으로 동작하기 때문에 액츄에이터에 대한 페루프 제어가 필요 없고 가변 트러스 구조의 수를 증가시키면 비교적 큰 작업영역을 가질 뿐 아니라 장애물이 있는 경우에도 쉽게 적용이 가능하며 액츄에이터의 값이 저렴하여 높은 경제성을 유지할 수 있다. 또한 잉여 로봇 머니플레이터 형태이므로 고장으로 인하여 몇 개의 액츄에이터가 구동하지 않는 상황에서도 로봇 시스템의 신뢰성을 확보할 수 있는 고장에 견디는(fault tolerant) 구조를 지니고 있으며 선형 액츄에이터 자체가 하나의 트러스 구조물 역할을 하기 때문에 별도의 로봇 본체가 필요 없어 전체적으로 로봇 머니플레이터의 무게가 가벼워진다. 따라서 로봇 머니플레이터가 사용되는 작업환경이 우주 공간이나 물 속 등이어서 로봇 머니플레이터에 고장이 발생하여도 쉽게 교체하거나 수리가 힘든 경우나 장애물이 존재하는 경우에 적용이 가능하다. 로봇 머니플레이터의 정밀 위치 제어는 말단 조작자에 부가적인 장치, 예를 들면 병렬형 로봇 머니플레이터등을 설치함으로써 극복할 수 있다.

Padmanabhan과 Subramaniam은 가변형 구조를 지닌 병렬형 3차원 형상 로봇 머니플레이터의 기구학적 해석에 관한 연구를 수행하였다<sup>(1,2)</sup>. Chirikjian은 가변형 트러스 구조를 지닌 2진 로봇에 대한 역기구학적 해석을 미분 기하학을 이용하여 창출한 등뼈곡선(backbone curve)을 이용하여 수행하였으며<sup>(3)</sup>, 기하학적 해석에 바탕을 둔 최적형상에 관한 연구<sup>(4)</sup>와 위치제어에 사용되는 2진 로봇 머니플레이터의 액츄에이터 변위 범위결정(최대 변위값 및 최소 변위값)에 관한 연구를 수행하였다<sup>(5)</sup>.

2진 로봇 머니플레이터의 역기구학적 해석은 액츄에이터 개수가 비교적 적은 경우에는 큰 문제가 되지 않지만 액츄에이터 개수가 큰 경우 역기구학적 문제를 해결하는 것은 어려운 일이다. 액츄에이터의 개수가 30개인 경우 로봇 머니플레이터는  $2^{30}$  개의 위치에, 90개인 경우에는  $2^{90}$  개의 위치에 도달 할 수 있으므로 이들 중 해를 구한다는 것은 거의 불가능하다. 본 논문에서는 로봇 머니플레이터의 기하학적 특성을 고려하여 등뼈곡선을 창출하고 등뼈곡선에 로봇 머니플레이터를 적용시켜 감으로써 역기구학적 해석을 수행하였다. 이

방법을 이용하면 액츄에이터의 개수가 많은 경우에도 역기구학적 해석을 빠른 시간내에 계산할 수 있을 뿐 아니라 목표위치가 작업영역 내에 있지 않는 경우에도 목표위치에 가장 근접할 수 있는 역기구학적 해를 구할 수 있다.

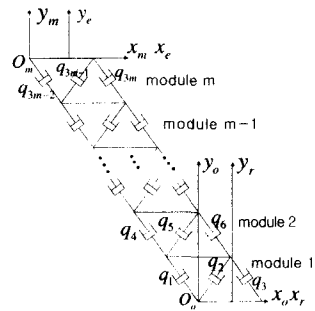


Fig. 1 A planar binary robot manipulator

## 2. 기구학적 해석

### 2.1 기구학적 모델링

2진 로봇 머니플레이터는 그림 2와 같은 기본 트러스 모듈을 적층하여 구성한다. 기본 트러스 모듈은 3개의 선형 액츄에이터로 구성되어 있으며 각 액츄에이터의 변위는 연속적이지 않고 최소 변위값과 최대 변위값으로만 동작한다.  $m$  개의 모듈로 구성된 2진 로봇 머니플레이터의 경우  $3m$  개의 선형 구동 조인트를 가지게 되므로 로봇 머니플레이터의 말단 조작자는  $2^{3m}$  개의 위치에 도달 할 수 있다. 기구학적 해석을 위하여 각 모듈에 이동좌표계를 부여하며 기준좌표계는 첫 번째 모듈의 베이스에 위치한다.

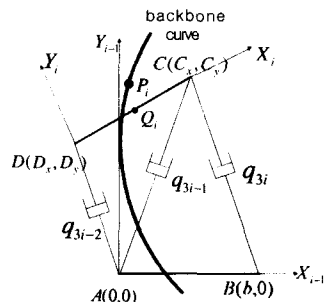


Fig. 2 Kinematic modelling of a binary robot manipulator for i-th module

그림 2는  $i$  번째 모듈에 부여된 좌표계를 나타내며 각 모듈에 부여된 이동좌표계( $i$ )의 원점은 상판에 위치( $D$ 점)하며  $x$  방향은 평판에 평행하고  $y$  방향은 평판에 수직으로 향한다. 초기위치(home position)인 경우 각 모듈에 부여된 모든 이동좌표계와 기준좌표계의 좌표축 방향은 서로 일치한다. 두 좌표계 사이의 좌표변환은 ( $i$ )좌표계 원점의 위치와 좌표축의 단위벡터를 ( $i-1$ )좌표계로 표현함으로써 구할 수 있다.

### 2.2 등뺨곡선의 창출

2진 병렬형 로봇 머니플레이터의 작업영역은 연속적인 영역으로 이루어지지 않고  $2^{3m}$  개의 점집합으로 이루어지므로 대부분 영역의 목표위치에 대해 역기구학적 해가 존재하지 않는다. 따라서 2진 병렬형 로봇 머니플레이터의 역기구학적 해석은 다음 식을 만족하는 조인트 변수를 찾는 것으로 대체함이 합당하다.

$$\min_{q_1 q_2 \dots q_{3m}} \{ (\bar{x}_f - x_f)^2 + (\bar{y}_f - y_f)^2 \} \quad (1)$$

여기서  $(\bar{x}_f, \bar{y}_f)$ 와  $(x_f, y_f)$ 는 각각 머니플레이터의 말단 조작자의 위치와 목표위치를 나타낸다. 2진 병렬형 로봇 머니플레이터의 액츄에이터는 On-Off의 2가지 상태(최대 변위값 및 최소 변위값)만을 가지므로 비선형 프로그래밍과 같은 기존의 최적화 수치해석기법으로는 식(1)의 해를 직접적으로 구할 수 없을 뿐 아니라 액츄에이터의 개수가 많은 경우에는 순기구학적 해석을 이용하여 작업영역을 구한다음 이를 테이블화 시켜 해를 구하는 것은 현실적으로 거의 불가능하다. 식(1)을 간접적으로 해결하는 방법은 로봇 머니플레이터의 기하학적 특성을 고려하여 가상의 등뺨곡선을 만들고 로봇 머니플레이터가 이 곡선을 따라가도록 계산하는 것이다. 2진 로봇 머니플레이터의 특성을 살펴보면 첫째, 각 모듈은 8가지의 형상만을 갖는다. 둘째, 로봇 머니플레이터는 구조상 될 수 있는 최소 반경이 제한되어 있다. 이와 같은 특성으로 그림 3의 등뺨곡선의 초기 접선각  $\gamma_0$ 는 8가지로 한정되어 있고, 최대곡률은 제한되는 것으로 가정할 수 있다. 그림 3은 이와 같은

등뺨곡선을 나타내며 다음 식들로 표현된다.

$$\dot{x} = \cos \gamma, \quad x(0) = 0 \quad (2)$$

$$\dot{y} = \sin \gamma, \quad y(0) = 0 \quad (3)$$

$$\dot{\gamma} = \sigma u, \quad \gamma(0) = \gamma_0 \quad (4)$$

$$|u| \leq 1 \quad (5)$$

여기서 곡선의 길이  $t_f$ 는 고정이며,  $t$ 는 곡선의 길이를 나타내는 좌표이다. 또한  $(\dot{\phantom{x}})$ 은  $d/dt$ ,  $\sigma$ 는 곡선이 가지는 최대곡률,  $u$ 는 제어입력을 나타낸다.

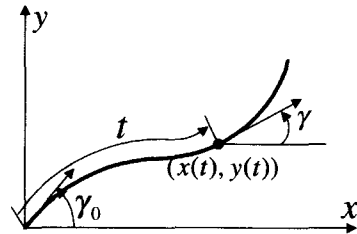


Fig. 3 Generation of a backbone curve

첫 번째로 고려할 수 있는 등뺨곡선은 곡선의 끝점이 목표위치와 일치하도록 다음 식(6)을 만족하며

$$x(t_f) = x_f, \quad y(t_f) = y_f \quad (6)$$

다음 식(7)의 가격함수를 최소화하는 곡선이다.

$$J = \int_0^{t_f} u^2 dt \quad (7)$$

식(7)은 등뺨곡선의 변화를 최소화하는 것을 의미한다. 그러나 여기서는 원거리에 있는 목표위치와 같이 목표위치에 따라 식(6)을 만족하면서 식(7)을 최소화하는 곡선을 구하지 못하는 문제점이 있다. 따라서 등뺨곡선을 해석적으로 구하지 못하고 수치적으로 계산할 때는 상당한 어려움을 초래하게 되므로 본 논문에서는 다음 가격함수를 최소화하는 곡선을 등뺨곡선으로 구하였다.

$$J = (x(t_f) - x_f)^2 + (y(t_f) - y_f)^2 + a \int_0^{t_f} u^2 dt \quad (8)$$

여기서  $\alpha$ 는 가중치를 나타내는 파라미터이다. 이 경우는 식(6)과 같은 구속조건을 갖지 않으므로 항상 식(8)을 최소화하는 곡선을 구할 수 있으며 이때 곡선의 끝점이 목표위치와 정확하게 일치하지는 않으나 가중치  $\alpha$ 를 조절함으로써 끝점에서의 오차를 줄일 수 있다.

### 2.3 기구학적 해석

2진 로봇 머니플레이터의 기구학적 해석은 액츄에이터의 On-Off상태가 주어졌을 때 말단 조작자의 위치(position and orientation)를 결정하는 순 기구학적 해석과 말단 조작자의 위치가 주어지는 경우 액츄에이터의 On-Off상태를 구하는 역기구학적 해석으로 나눌 수 있다. 각 모듈에 부여된 두 좌표계 사이의 좌표변환은 두 좌표계의 원점에 대한 상대 위치 벡터와 좌표축 사이의 회전각의 함수로 표현할 수 있으며 다음 식으로 나타난다.

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & x_0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서,  $x_0, y_0$ 는  $\{i\}$ 좌표계의 원점을  $\{i-1\}$ 좌표계로 나타낸 값이며  $\phi$ 는  $\{i-1\}$ 좌표계에 대한  $\{i\}$ 좌표계의 회전량을 나타낸다. 그림 2에 나타난 기본 모듈에서 트러스의 베이스 폭은  $b$ 이며  $\{i-1\}$ 좌표계에 대한  $C$ 점의 위치를  $(C_x, C_y)$ ,  $D$ 점의 위치를  $(D_x, D_y)$ 라 하면 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$D_x^2 + D_y^2 = q_{3i-2}^2 \quad (10)$$

$$C_x^2 + C_y^2 = q_{3i-1}^2 \quad (11)$$

$$(C_x - b)^2 + C_y^2 = q_{3i}^2 \quad (12)$$

$$(C_x - D_x)^2 + (C_y - D_y)^2 = b^2 \quad (13)$$

식(10)-(13)에 나타난 액츄에이터의 변위( $q_j$ )는 액츄에이터 상태에 따라 결정되며 On인 경우에는  $q_j = q_{\max}$ 가 되고 Off인 경우에는  $q_j = q_{\min}$ 이 된다.  $\{i-1\}$ 좌표계에 대한  $C$ 점의 위치는  $C_y$ 가 항상 양수이어야 하므로 식(11)과 식(12)

를 이용하면 다음 식으로 나타난다.

$$C_x = \frac{b^2 - q_{3i}^2 + q_{3i-1}^2}{2b}, C_y = \sqrt{q_{3i-1}^2 - C_x^2} \quad (14)$$

식(10),(11) 그리고(14)를 식(13)에 대입하면  $2C_x D_x + 2C_y D_y = q_{3i-1}^2 + q_{3i-2}^2 - b^2$ 이 되며  $D$ 점의 위치( $D_x, D_y$ )를 구하면 다음 식과 같다.

$$D_x = \frac{D_y - k_1}{k_2}, \quad D_y = \frac{l_2 \pm \sqrt{l_2^2 - 4l_1 l_3}}{2l_1} \quad (15)$$

$$\text{여기서, } k_1 = \frac{q_{3i-1}^2 + q_{3i-2}^2 - b^2}{2C_y}$$

$$k_2 = -\frac{C_x}{C_y}, \quad l_1 = \frac{1}{k_2^2} + 1$$

$$l_2 = \frac{2k_1}{k_2^2}, \quad l_3 = \frac{k_1^2}{k_2^2} - q_{3i-2}^2$$

식(15)를 살펴보면  $D$ 점에 대하여 2개의 해가 존재하는데 기하학적 형상을 고려하면  $C$ 점의 위벡터( $\bar{C}$ )와  $D$ 점의 위치 벡터( $\bar{D}$ )가  $\bar{C} \times \bar{D} > 0$ 을 만족하는 점만이 실제 해가 됨을 알 수 있다.

각 모듈에 부여된 좌표계  $\{i\}$ 와 좌표계  $\{i-1\}$  사이의 좌표변환행렬을 구하면 다음과 같다.

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & x_0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\text{여기서, } \phi = \tan^{-1}\left(\frac{C_y - D_y}{C_x - D_x}\right)$$

$$x_0 = D_x \quad y_0 = D_y$$

식(16)을 이용하면 각 모듈에 부착된 액츄에이터의 변위상태를 알고 있을 때 말단 조작자에 위치한 좌표계의 위치를 기준좌표계에 대하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_e^r = T_0^r T_1^0 T_2^1 T_3^2 \dots T_i^{i-1} \dots T_m^{m-1} T_e^m \quad (17)$$

여기서,  $m$ : 모듈의갯수

2진 로봇 머니플레이터의 역기구학적 해석은 앞에서 언급한 바와 같이 기준 좌표계{ $r$ }에 대하여 말단 조작자의 위치{ $e$ }가 주어질때 각 조인트의 조인트 변위 상태(On-Off)를 구하는 것이다. 본 논문에서는 순기구학적 해석을 통하여 로봇 머니플레이터가 미리 만들어진 등뼈곡선을 따라가도록 적용시켜 역기구학적 해석을 수행한다. 그림 2에 나타난 바와 같이 먼저 등뼈곡선을 모듈의 개수만큼 등간격으로 나누어 중간 목표위치( $P_i$ )를 결정하고 각 모듈의 위치( $Q_i$ )가 이 위치에 가장 근접할 수 있는 경우를 취한다. 이때 하나의 모듈형상을 구하기 위하여 다음 모듈의 형상을 동시에 고려하여 결정하며  $i$  번째 모듈에 대하여 다음 식을 이용하여 역기구학적 해를 구한다.

$$\min_{q_{3i-2}, q_{3i-1}, q_{3i}, q_{3i+1}, q_{3i+2}, q_{3i+3}} (|P_i Q_i| + \beta |P_{i+1} Q_{i+1}|) \quad : i < m \quad (18)$$

$$\min_{q_{3i-2}, q_{3i-1}, q_{3i}} (|P_i Q_i|) \quad : i = m$$

여기서  $\beta$  는 가중치를 나타낸다. 등뼈곡선의 초기 접선각  $\gamma_0$ 는 첫 번째 모듈에서  $Q_0$ 와  $Q_1$ 이 이루는 각으로 선정한다. 첫 번째 모듈은 8개의 형상을 가지고 있으므로 8개의 초기 접선각에 대하여 등뼈곡선을 구할 수 있다. 여기서는 8개의 등뼈곡선에 대해 역기구학적 해석을 전 모듈에 대해 식(18)를 수행하여 오차가 가장 작은 형상을 역기구학적 해로 선정하였다. 식(18)로 주어지는 역기구학적 해석을 위한 계산 량은 연이은 두 개의 모듈을 동시에 고려하므로 각 모듈에 대해 64가지 형상만 고려하면 된다. 등뼈곡선의 창출 계산 량은 로봇 머니플레이터의 모듈 개수와 무관하므로, 역기구학적 해석을 위한 계산 량은 모듈의 개수에 1차 함수로 비례하여 증가한다. 따라서 모듈의 개수가 많은 경우에 비교적 빠른 시간 내에 계산이 가능하다.

### 3. 예제

로봇 머니플레이터의 모듈 베이스 크기가 5이고 조인트의 최소 변위( $q_{min}$ )와 최대 변위( $q_{max}$ )가 각각 5와 7인 경우에 대하여 역기구학적 해석을

수행하였다. 이 때 각 모듈은 5~7사이의 길이를 갖고, 등뼈곡선의 최소반경은 13.14이다. 등뼈곡선의 길이는 머니플레이터의 최소길이와 최대길이의 평균값을 취하여 10개 모듈일 때는 60, 30개 모듈일 때는 180으로 하였으며 가중치  $\beta$ 는 0.1로 하였다. 식(8)의 최적화는 DIRCOL 프로그램<sup>(6)</sup>을 사용하여 수행하였다. 해석 결과는 표 1에 나타나 있으며 2진수는 각 액츄에이터의 On-Off상태를 나타내고 1인 경우는 On, 0인 경우는 Off를 의미한다. 각 경우에 대한 로봇 머니플레이터의 형상은 그림 4~그림7에 각각 나타나 있다. 그림에서 점선은 등뼈곡선, “\*”는 말단 조작자의 위치, “○”는 각 모듈이 따라가야 할 등뼈곡선에 위치한 중간목표위치를 “△”는 목표위치를 나타낸다.

Table 1 Result of inverse kinematic analysis

case	a	b	c	d
no. of modules	10	10	10	30
target position	(20,30)	(15,10)	(50,50)	(15,10)
distance error	0.43713	7.05641	11.86142	0.68120
state vector of actuators	110 001 100 101 110 110 100 110 100 100	011 110 100 110 110 110 110 110 110 110	110 110 110 101 101 101 100 100 000 101	100 110 011 001 110 110 001 110 110 000 110 000 101 110 111 001 110 100 100 111 000 101 110 101 000 100 011 011 111 100

그림 4의 경우는 목표위치가 작업영역 내에 있을 경우이며 그림 5와 그림6은 목표위치가 작업영역 밖에 위치하는 경우 그리고 그림 7은 모듈의 개수가 30인 경우에 대한 해석 결과이다. 목표위치가 작업영역 내에 있는 경우에는 비교적 작은 오차범위 내에서 역기구학적 해석을 수행할 수 있었으며 작업영역 밖에 위치하는 경우에도 오차를 최소화 할 수 있는 로봇 머니플레이터의 형상을 구할 수 있었다. 또한 모듈의 개수가 상당히 큰 경우에도 역기구학적 해석을 안정적으로 구할 수 있었다.

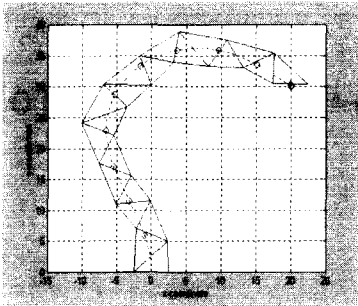


Fig. 4 Configuration of case(a)

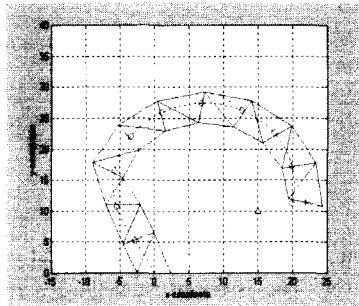


Fig. 5 Configuration of case(b)

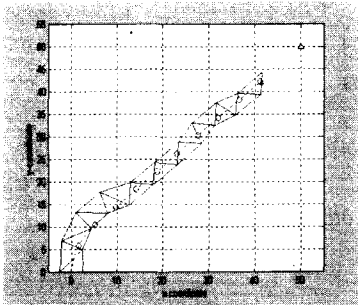


Fig. 6 Configuration of case(c)

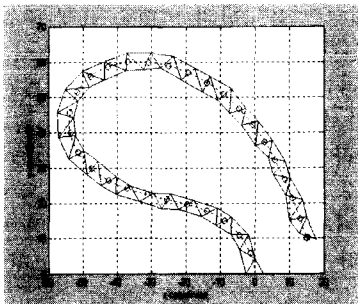


Fig. 7 Configuration of case(d)

#### 4. 결론

2진 로봇 매니플레이터는 구동원의 가격이 저렴하고 페루프 제어가 필요 없으며 잉여 로봇 매니플레이터의 형태이므로 고장에 견디는 성능이 우수하고 장애물 회피 능력이 뛰어난 등 여러 장점을 지니고 있어 그 활용도가 높다. 본 논문에서는 2진 로봇 매니플레이터의 기하학적 특성과 최적화에 근거하여 등뼈곡선을 창출하였으며 이를 이용하여 역기구학적 해석을 수행하였다. 2진 로봇 매니플레이터의 자유도가 큰 경우뿐 아니라 목표위치가 작업영역 밖에 위치하고 있는 경우에도 목표위치에 가장 근접하는 역기구학적 해를 안정적으로 구할 수 있었다.

#### 참고문헌

1. B. Padmanabhan, V. Arun, C. F. Reinholtz, "Closed-Form Inverse Kinematic Analysis of Variable-Geometry Truss Manipulators," Trans. of the ASME, J. of Mechanical Design, Vol. 114, Sep., pp. 438-443, 1992.
2. M.Subramaniam, S.N.Kramer, "The Inverse Kinematic Solution of the Tetrahedron Based Variable-Geometry Truss Manipulator," Trans. of the ASME, J. of Mech. Design, Vol. 114, Sep. pp. 433-437, 1992.
3. G.S.Chirikjian, "Inverse Kinematics of Binary Manipulators Using a Continuum Model," J. of Intelligent and Robotic Sys., Vol. 19, pp. 5-22, 1997.
4. G. S. Chirikjian, Joel W. Burdick, "Kinematically Optimal Hyper-Redundant Manipulator Configurations," IEEE Trans. on Robotics and Automation., Vol. 11, No. 6, pp.794-806, 1995.
5. G. S. Chirikjian, "Kinematic Synthesis of Mechanism and Robotic Manipulators with Binary Actuators," Trans. of the ASME, J. of Mech. Design, Vol. 117, Dec., pp. 573-580, 1995.
6. Oskar von Stryk, "User's Guide for DIRCOL ver 1.2," Technische Univ. Munchen, 1997.