

# Reference-Pulse 방식 3 축 동시제어 PC-NC 밀링 시스템 개발에 관한 연구

양민양\*, 홍원표\*

## Development of a Reference-Pulse Type 3-Axis Simultaneously Controlled PC-NC Milling System

Min-Yang Yang\*, Won-Pyo Hong\*

### ABSTRACT

Increasing demands on precision machining have necessitated the tool to move not only position error as small as possible, but also with smoothly varying feedrates. Because of the lack of accurate and efficient algorithms for generation of 3-dimensional lines and circles, a full accomplishment for available machine tool resolution is generally unavailable. In this paper, a reference-pulse type 3-axis PC-NC milling system is developed for the precision machining of complex shapes in 3-dimensional space. Three AC servomotors are used as the actuator instead of the hand wheel to operate a 3-axis milling machine under the same mechanical structure. A PC is used to handle the control signal calculation for various types of motion command. To achieve the synchronous 3-axis motion, a real-time reference-pulse 3-dimensional linear and circular interpolator based on the intersection criteria is developed in software. The performance test via computer simulation and actual machining have shown that the PC-NC milling system is useful for the machining of arbitrary lines and circles in 3-dimensional space.

**Key Words** : Linear Interpolation(직선 보간), Circular Interpolation(원호 보간), Interpolator(보간기), BLU(Basic Length Unit)

### 1. 서론

과학과 기술이 끊임없이 진보하고 있는 가운데 생산기술 역시 비약적으로 발전하고 있다. 이에 따른 요구 사항은 일반적으로 고정도화, 고속도화 그리고 지능화라 할 수 있다. 즉, 더욱 좋은 품질을 저렴한 가격으로 더 빨리 사용자에게 공급할 수 있고, 다양한 제품을 만들 수 있는 가공 기술 및 공작기계가 요구되는 것이다. 이에 따라

CNC 공작기계를 이용한 정밀가공기술의 필요성이 증가하게 되었다.

CNC 공작기계가 생산 현장에서 생산성을 결정하는 중추적인 역할을 담당하게 됨에 따라 이전에 사용하던 공작기계의 효용성을 격하시켜 새로운 공작기계의 교체가 필요하게 되었다. 그러나 기존의 공작기계를 최신의 CNC 공작기계로 대체하는 것은 많은 비용이 요구되고, 교체한 공작기계 또한 곧 구식이 되어 버린다. 이러한 경제적

\* 한국과학기술원 기계공학과

어려움을 극복하고 필요로 하는 CNC 공작기계의 성능을 지니게 하는 방안으로 기존의 공작기계에서 효율 가치가 떨어진 부분만을 교체하는 방법이 있다.<sup>(1-5)</sup>

이는 공작기계가 동일한 기본 구조하에서 주로 이송 구동부 및 컨트롤러(controller)부에서 성능 향상이 이루어지고 있기 때문이다. 이 방법에서 컨트롤러는 공작기계의 성능을 좌우하는 가장 중요한 요소이다. 공작기계의 컨트롤러부에 보편화된 PC를 사용함으로써 공작기계의 성능을 향상시키는 방안이 많이 연구되고 있다.<sup>(2-5)</sup> 기존의 폐쇄된 CNC 공작기계 컨트롤러에 비해 PC를 공작기계의 컨트롤러로 사용함으로써 여러 종류의 공작기계에 적용이 가능하고, 새로운 기능의 소프트웨어 개발 및 이의 적용이 용이하며, PC 사용자가 쉽고 간단하게 조작할 수 있다는 점 등의 효과를 얻을 수 있다.

CNC 공작기계를 이용한 가공시 NC 프로그램에 의한 가공 공구 경로(tool path)는 공작기계 축의 매우 작은 단계별 이동으로 실현된다. 이러한 단계별 이동의 크기는 일반적으로 수  $\mu\text{m}$ 이며, 이 수치는 기계의 분해능(resolution)을 뜻한다. 공작기계의 CNC 시스템은 NC 프로그램과 같은 입력된 이동 지령으로부터 공작기계를 구동하는데 요구되는 단계별 이동을 계산한다. CNC 시스템 내에서 이러한 단계별 이동을 계산하고 생성하는 부분을 보간기라 한다.

Koren<sup>(6)</sup>은 이러한 보간기의 종류를 크게 Reference-Pulse 보간기와 Reference-Word 보간기로 구분하였다. Reference-Pulse 보간기는 인터럽트 클럭(interrupt clock)에 의해 연속적으로 펄스 열을 발생시켜 공작기계의 BLU 단위로 축을 구동한다. Reference-Word 보간기는 가공하고자 하는 곡선을 미소 직선 열로 근사하여 직선들의 연속적인 이동으로 원하는 축의 구동을 얻는다. Reference-Pulse 보간기는 구현이 용이하지만 계산시간에 의해 최대 이송속도에 제한이 있고, Reference-Word 보간기는 이송속도에 제한은 없지만 구현이 복잡하고 상대적으로 큰 오차를 발생한다. 최근 PC의 지속적인 성능 향상은 CNC 공작기계를 이용한 정밀 가공에 Reference-Pulse 보간기의 적용을 충분히 가능하게 하였다.

일반적으로 3축 CNC 공작기계는 정확하게는 2.5축상에서 직선과 원호 형상에 대한 가공만을

지원하고 있다. 즉, 2축의 동시 이동과 나머지 한축의 이동만이 가능하였다. 그러나, 2차원 직선과 원호 이외의 복잡한 형상에 대한 정밀 가공이 요구되고 있고, 이를 위해 직선 열로 근사한 후 NC 코드를 생성하여 가공하여 왔다.<sup>(7-10)</sup> 이러한 기존의 CNC 장치는 결국 원하는 곡선 자체가 아닌 근사화 된 직선들의 가공만을 얻을 수 있을 뿐이었다. 따라서 부정확한 가공이 이루어질 수 밖에 없었고, 원하는 정밀도를 얻기 위해서는 CNC 공작기계를 이용한 가공 이외에 추후의 다른 처리를 수반해야만 하였으며, 이로 인해 최종의 요구되는 정밀도의 생산물(product)을 얻기 위해서는 상당히 많은 시간이 소요되었다.

이에 CNC 공작기계를 사용하여 여러 복잡한 형상에 대하여 효율적으로 공작기계 BLU 이내의 고정밀 가공을 얻을 수 있도록 함으로써 최근의 생산시스템에 효과적인 공작기계의 성능 향상에 관한 연구가 요구된다.

본 연구에서는 기존의 수동식 3축 밀링 기계에서 이송 구동부의 교체와 컨트롤러부에서의 PC 사용을 통하여 Reference-Pulse 방식 PC-NC 시스템을 구현하였다. 또한, 다른 복잡한 형상의 기본이 되지만 현재 제작되고 있는 CNC 공작기계에서는 지원하지 않는 3차원 상에서 직선 및 원호 형상의 고정밀 가공을 위한 보간 알고리즘을 개발하였다. 본 연구에서 구현한 PC-NC 시스템에 개발한 3차원 직선 및 원호 보간 알고리즘을 적용함으로써 3축 고정밀 가공을 추구하고자 하였다.

## 2. Reference-Pulse 방식 PC-NC 시스템

수동식 3축 밀링 기계로부터 3축 PC-NC로의 구성은 유효한 기존의 기계 요소들은 가능한 그대로 사용하고 동일한 기계 구조하에서 크게 이송 구동부와 컨트롤러부에서 수행하였다.

이송 구동부에서는 밀링 기계의 테이블 이동 수단으로 모터를 장착하고, 테이블의 정확한 이송을 위해 볼 나사(ball screw)를 선정하여 수동식 공작기계의 모나사(리드 스크루:lead screw)와 교체하였다. 실제 절삭 가공의 수행시 예상되는 부하(load)들을 고려하여 이송에 필요한 모터의 용량을 결정하였는데 X축과 Y축은 500Watt, Z축은 50Watt 급의 AC 서보 모터(servo motor)로 선정하였다. 이송 모터의 동력을 축에 전달하기 위해 커플

링(coupling)을 선정하여 X 축과 Y 축은 모터와 불  
나사 사이에, Z 축은 감속기(20:1)와 연결하였다. 그  
리고, 이송 모터를 기계에 장착하기 위한 마운팅  
(mounting)을 설계하고 제작하였다. 이를 통해 모  
터에 의한 3 축의 구동이 가능하게 하였다.

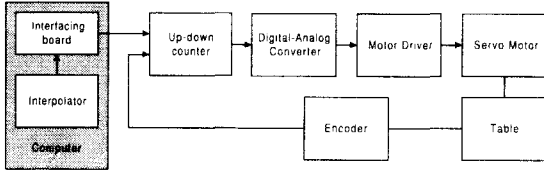


Fig. 1 Block diagram of a single-axis closed loop system

컨트롤러부에서는 PC 로부터의 이동 지령을 모  
터에 전달함으로써 3 축 밀링 기계의 테이블이 이  
동하도록 하였다.(Fig. 1) Reference-Pulse 방식의 적  
용을 용이하게 하기 위하여 직렬식 지령 펄스 방  
식을 사용하였다. 지령 펄스와 엔코더(encoder) 펄  
스를 업다운 카운터(up-down counter)에서 비교함으  
로써 이송 모터의 위치를 제어하고, 엔코더에서  
발생하는 펄스의 주파수 성분을 F/V 컨버터  
(frequency to voltage converter)를 통과시킴으로써 이  
송 속도를 제어하도록 하였다. 그리고, PC 에서 수  
행한 결과를 전달하기 위해 PC 내의 슬롯(slot)에  
삽입하는 인터페이스 보드(interfacing board)를 설  
계하여 제작하였다. PPI 칩(programmable peripheral  
interface chip:i82C55)을 사용해서 모터의 회전 방향  
및 펄스 등을 전기적인 신호로 변환하도록 하였다.

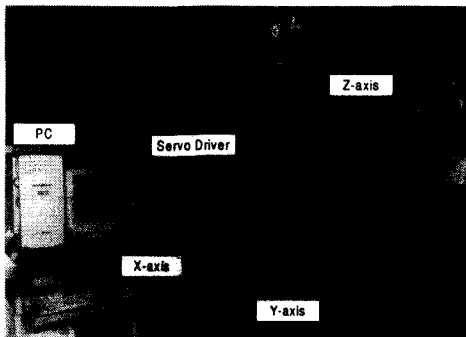


Fig. 2 3-axis PC-NC milling system

이와 같이 기계 요소들을 선정 및 제작한 후  
조립하여 PC 와 연결함으로써 Fig. 2 와 같이 3 축  
밀링 가공이 가능한 PC-NC 시스템을 구성하였다.

새로 구성된 시스템의 사양은 Table 1 과 같다.

Table 1 Hardware specs of the PC-NC system

| Items         | Hardware spec.           |
|---------------|--------------------------|
| Machine Tool  | Wells-Index 847          |
| Spindle motor | not changed              |
| Axis motor    | AC servo motor           |
| Screw         | Ballscrew                |
| Control axis  | 3                        |
| Steps/rev     | X & Y : 5000<br>Z : 4240 |
| BLU(μm)       | 1                        |

### 3.3 차원 보간

3 차원상에서 직선과 원호는 2 개의 면(surface)  
의 교차에 의해서만 정의된다. 이에 기존의 2 차원  
직선 및 원호 보간<sup>(11-16)</sup>과 다르게 두 면을 동시에  
만족시키도록 Reference-Pulse 방식 알고리즘을 설  
계하고, 보간기를 구현하여 PC-NC 시스템에 적용  
하였다.

#### 3.1 직선 보간

3 차원상에서 직선은 2 개의 평면(plane)이 교차  
함에 의해 정의된다. 이때 하나의 직선을 정의하  
는 평면의 쌍은 무한히 많이 존재한다. 본 연구에  
서는 X 축으로의 이동이 가장 많은 경우에는  $Y_c \cdot X - X_c \cdot Y = 0$  과  $Z_c \cdot X - X_c \cdot Z = 0$ , Y 축으로의 이동이 가  
장 많은 경우에는  $X_c \cdot Y - Y_c \cdot X = 0$  과  $Z_c \cdot Y - Y_c \cdot Z = 0$ , Z  
축으로의 이동이 가장 많은 경우에는  $X_c \cdot Z - Z_c \cdot X = 0$   
과  $Y_c \cdot Z - Z_c \cdot Y = 0$  이라는 평면을 이용하였다.  $X_c$ ,  $Y_c$   
및  $Z_c$  는 각 축으로의 이동변위를 나타낸다.

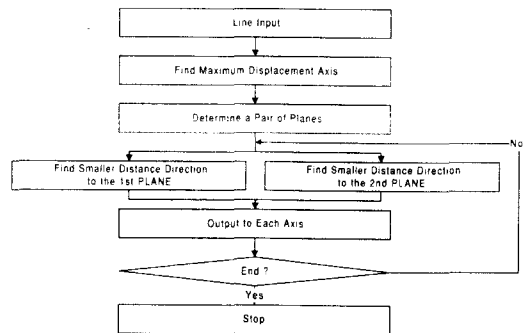


Fig. 3 Flowchart of the 3D linear interpolation

3 차원상에서 보간시 가능한 X, Y, Z, XY, YZ, ZX, XYZ 의 7 가지 이동 중 평면의 선택시 4 가지로 압축하고, 이 4 가지 이동 중 각 평면의 근접 정도로부터 2 가지로 제한하며, 이 2 가지를 합하여 동시에 이동하도록 하였다.(Fig. 3)

X 축으로의 이동이 가장 많은 경우, 각 평면의 식을 식(1)과 같이 변형하여 초기값이 0 인 D1 과 D2, 2 개의 판별값을 얻도록 하였다. i, j 및 k 는 각 축으로의 단계별 이동을 나타낸다. 각 축으로 한 단계 이동시 D1 과 D2 는 식(2)와 같이 된다.

$$D1_{i,j} = Y_e \cdot X_i - X_e \cdot Y_j \quad (1)$$

$$D2_{i,k} = Z_e \cdot X_i - X_e \cdot Z_k$$

$$D1_{i+1,j} = Y_e(X_i + 1) - X_e \cdot Y_j = D1_{i,j} + Y_e$$

$$D2_{i+1,k} = Z_e(X_i + 1) - X_e \cdot Z_k = D2_{i,j} + Z_e$$

$$D1_{i,j+1} = Y_e \cdot X_i - X_e(Y_j + 1) = D1_{i,j} - X_e$$

$$D2_{i,k+1} = Z_e \cdot X_i - X_e(Z_k + 1) = D2_{i,j} - X_e \quad (2)$$

Y 또는 Z 축의 이동 변위가 큰 경우에는 식(1) 과 (2)에서 축만 수정함으로써 쉽게 얻을 수 있다. 단계 이동에 따라 D1 과 D2 는 이전의 값과 증분 값에 의해 변경되며, 각 평면과의 거리에 비례하는 값이다. Fig. 4 는 3 차원 직선 보간의 결과로 쉽게 확인할 수 있도록 단위 이동량을 크게 하였다. 3 축의 변위 중 가장 큰 이동 변위인 축(X)은 계속적으로 단계별 이동이 생성되고, 나머지 두 축(Y, Z)은 이에 동기되어 단계별 이동이 생성됨을 볼 수 있다.

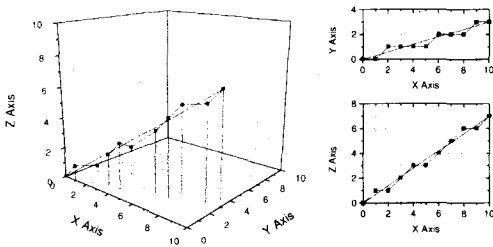


Fig. 4 Example of the 3D linear interpolation

### 3.2 원호 보간

3 차원상에서의 원호는 구(sphere)와 구의 중심 점을 지나는 평면이 만나는 단면의 외곽 형상으로 정의된다. 이때 하나의 원호를 표현하는 구와 평면은 오직 한 쌍만 존재한다. 이에 본 연구에서는 이 한 쌍의 구와 평면을 동시에 만족시키도록 보간 알고리즘을 설계하였다.

3 차원 공간상에서 보간시 가능한 7 가지 이동 중 평면의 근접 정도로부터 4 가지로 압축하고, 이 4 가지 이동 중에서 지령 원호 반경에 가장 근접한 경우를 선택하도록 하였다.(Fig. 5)

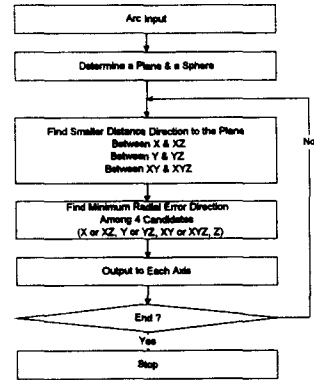


Fig. 5 Flowchart of the 3D circular interpolation

구와 평면의 식인  $X^2+Y^2+Z^2=R^2$  과  $ZX \cdot X + ZY \cdot Y - Z = 0$  을 식(3)과 같이 변형하여 초기값이 0 인 DR 과 DZ, 2 개의 판별값을 얻도록 하였다. 이때 R 은 원호의 반경을 나타내고, ZX 와 ZY 는 평면식의 상수를 나타낸다. 각 축으로 한 단계 이동시 DR 과 DZ 는 식(4)와 같이 된다.

$$DR_{i,j,k} = X_i^2 + Y_j^2 + Z_k^2 - R^2 \quad (3)$$

$$DZ_{i,j,k} = ZX \cdot X_i + ZY \cdot Y_j - Z_k$$

$$DR_{i+1,j,k} = (X_i + 1)^2 + Y_j^2 + Z_k^2 - R^2 = DR_{i,j,k} + 2X_i + 1$$

$$DZ_{i+1,j,k} = ZX(X_i + 1) + ZY \cdot Y_j - Z_k = DZ_{i,j,k} + ZX$$

$$DR_{i,j+1,k} = DR_{i,j,k} + 2Y_j + 1$$

$$DZ_{i,j+1,k} = DZ_{i,j,k} + ZY$$

$$DR_{i,j,k+1} = DR_{i,j,k} + 2Z_k + 1$$

$$DZ_{i,j,k+1} = DZ_{i,j,k} - 1 \quad (4)$$

DR 과 DZ 는 단계이동에 따라 이전의 값 및 증분값에 의해 변경되며, 각각 반경 방향으로의 오차 및 평면과의 거리에 비례하는 값이다. Fig. 6 은 반경 10BLU 인 3차원 원호 보간의 결과이다. 보간 결과를 쉽게 확인할 수 있도록 단위 이동량을 크게 하였으며, XY 평면으로의 투영선을 같이 도시하였다. 임의의 3 차원 평면상에서 원호 형상의 단계별 이동이 생성됨을 볼 수 있다.

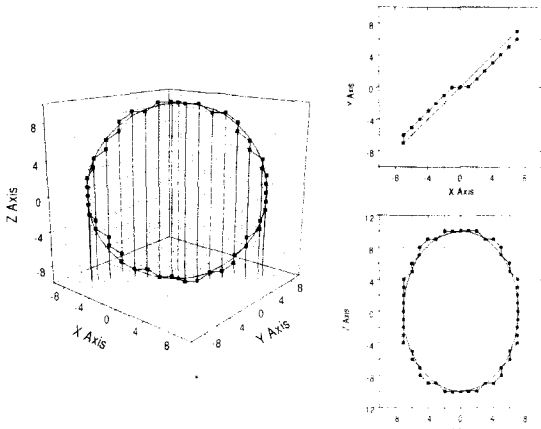


Fig. 6 Example of the 3D circular interpolation

### 3.3 Reference-Pulse 방식 3 차원 보간기

제안한 3 차원 직선 및 원호 보간 알고리즘을 새로 구성된 PC-NC 시스템에 적용하기 위해 PC 를 사용하여 C 언어로 소프트웨어 기반 실시간 Reference-Pulse 방식 보간기를 구현하였다. 보간기의 흐름도는 Fig. 7 과 같고, 입력은 일반적인 CNC 공작기계에서의 NC 코드(G01, G02, G03)로 하였다. 각각의 NC 코드 양식은 입력부에 나타난 바와 같다.

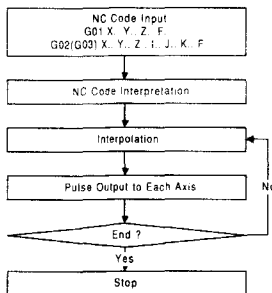


Fig. 7 Flowchart of the software interpolator

## 4. 시스템 평가

본 연구에서 구현한 Reference-Pulse 방식 3축 PC-NC 시스템의 효과를 확인하기 위해 성능을 평가하였다. 평가는 오차, 속도, 프로그램 크기와 실제 공작물의 가공으로 하였다.

첫째로, 오차는 입력된 이동 지령과 이동 지령에 따라 보간기에서 얻어지는 경로와의 차이로 하였다. 3 차원 직선 보간시의 오차는 보간점 (interpolating point)과 직선과의 최단 거리로 하였고, 3 차원 원호 보간시의 오차는 보간점과 이에 해당하는 원호 위의 점과의 거리로 하였다. Fig. 8 은 이동 지령이 X 축의 변위가 10BLU 이고 Y 와 Z 의 변위는 0 부터 10BLU 일 때 직선 보간시 발생하는 최대 오차이다. 또한, Fig. 9 는 원호 이동 지령에 의한 원호 보간시 반경에 따라 발생하는 최대 오차이다. 모든 경우에 있어 보간 최대 오차는 공작기계의 기본 이동 단위인 1BLU 이하임을 확인할 수 있다.

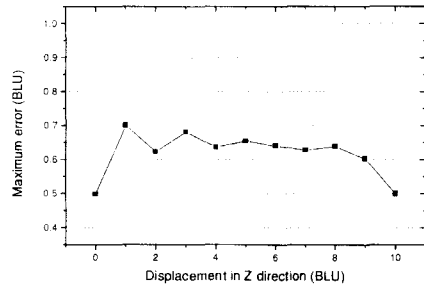


Fig. 8 Maximum error for 3D linear interpolation (displacement in X=10, Y=1~10 BLU)

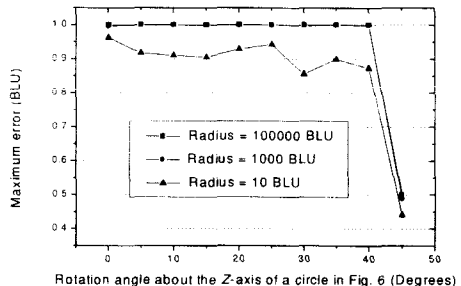


Fig. 9 Maximum error for 3D circular interpolation

둘째로, 속도는 각 지령을 수행하는데 소요되는 총 시간을 이용하여 한 단계 이동의 계산시 요구되는 시간( $\mu\text{sec}/\text{step}$ )으로 평가하였다. 그리고, 이를 본 연구에서 구현한 PC-NC 시스템의 사양(1BLU=1 $\mu\text{m}$ )을 고려하여 공작기계 상에서의 절삭 이송 속도인 m/min 으로 환산하였다.(Table 2) 최근 공작기계의 이송 속도와 비교할 때 타당함을 확인할 수 있다.

Table 2 Maximum feed rate of the PC-NC system

| Linear interpolation             | Circular interpolation           |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 2.28 $\mu\text{sec}/\text{step}$ | 2.98 $\mu\text{sec}/\text{step}$ |
| 26.32 m/min                      | 20.13 m/min                      |

셋째로, 프로그램 크기는 3 차원 공간상의 원호를 가공할 경우 요구되는 NC 블록(NC block) 수를, 상용의 NC 장치에 입력하기 위해 직선 열로의 근사에 사용하는 5 가지 방법들(Euler Method, Improved Euler Method, Taylor Method, Tustin Method, Improved Tustin Method)과 비교함으로써 평가하였다.(Table 3) 직선 열로의 근사시에는 본 연구의 PC-NC 시스템 정밀도인 1 $\mu\text{m}$ 를 허용 오차로 하였고, 반경이 10000, 100000 BLU 인 1/4 원을 대상으로 하였다. 본 연구의 PC-NC 시스템에서는 반경에 상관 없이 1 줄의 NC 프로그램으로 처리할 수 있음에 반해 다른 방법들은 상당히 많은 NC 블록이 요구됨을 확인할 수 있다.

Table 3 Comparison of the number of move commands

|                 | R=100,000 BLU | R=10,000 BLU |
|-----------------|---------------|--------------|
| Proposed system | 1             | 1            |
| ITM             | 125           | 40           |
| Tustin / Taylor | 176           | 56           |
| IEM             | 39270         | 3927         |
| Euler           | 123371        | 12338        |

본 연구의 PC-NC 시스템을 이용하여 실제 공작물의 가공을 수행함으로써 최종 평가를 하였다.(Fig. 10) 가공 결과를 쉽게 확인할 수 있도록 대칭의 형상에서 황삭(rough cut)과 정삭(finish cut) 결과를 동시에 나타내었다. 가공물은 50×50×100mm의 두랄루민(duralumin) 소재로 하였다. 황삭시에는 직경 6mm, 정삭시에는 직경 3mm 인 고속도강(high-speed steel) 엔드 밀(end mill)을 사용하였다. Fig. 10

의 가공물은 형상 특성상 원호를 따라가면서 가공하는 것이 가장 좋은 표면 특성을 얻을 수 있다. 이에 공구 경로는 직선부의 가공을 거쳐 원호를 따라 +Z 축으로 이동하면서 가공하도록 생성하였다. 보다 적은 입력 데이터로 지령한 이송속도대로 공작기계의 성능을 충분히 발휘할 수 있는 고정밀 가공이 가능함을 확인하였다.



Fig. 10 3D-shaped machined surfaces

## 5. 결론

본 연구에서는 기존의 CNC 공작기계에서 3 차원 형상의 절삭 가공시 공작기계의 정밀도를 최대한 발휘하도록 하는 것에 문제점이 있다는 사실에 기초하여 고정밀 가공을 위한 3 차원 직선 및 원호 보간 알고리즘을 제안하였다. 3 차원 공간상에서의 직선은 두 평면의 교차에 의해서, 원호는 평면과 구의 교차에 의해서 정의된다는 점을 이용하여 알고리즘을 설계하였다. 그리고, 이를 기존의 수동식 3 축 밀링 기계로부터 이송 구동부의 교체와 컨트롤러부의 PC 사용으로 새로 구성된 PC-NC 시스템에 적용하였다.

새로 구성된 Reference-Pulse 방식 3 축 PC-NC 시스템에서 시뮬레이션을 통해 공작기계의 기본 이동 단위인 1BLU의 허용 공차 이내에서 타당한 속도로 구현됨을 확인하였고, 기존의 CNC 공작기계를 이용한 가공시 문제점이었던 프로그램 크기에 있어서도 유용함을 확인하였다. 또한, 실제 형상 가공을 통해서도 본 연구의 시스템이 효과적임을 확인하였다.

본 연구를 통해 3 차원 직선 및 원호의 가공이 가능한 새로운 CNC 장치의 개발 및 이의 복잡한 형상 가공에의 적용이 기대된다.

## 참고문헌

1. Huang, S. J., and Lee, C. F., "Servo-Drive Systems for Milling Machine Retrofit Application," *Int. J. Machine Tools & Manufacture*, Vol. 33, No. 3, pp. 449-463, 1993.
2. Gadsby, C., Balakrishnan, S., and Popplewell, N., "A Micro-Computer based Controller for Milling Machines," *Int. J. Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 4, pp. 168-181, 1989.
3. Hafsi, M. and Yeralan, S., "Computer Control System for a Metal Cutting Machine," *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 23, pp. 345-348, 1992.
4. Suh, S. H., Noh, S. K., and Choi, Y. J., "A PC-Based Retrofitting Toward CAD/CAM/CNC Integration," *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 28, No. 1, pp. 133-146, 1995.
5. Luscombe, A. M., Toncich, D. J., Thomson, W. and Druzniak, R., "A New Type of Machine Control System to Replace Traditional CNC," *Int. J. Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 9, pp. 369-374, 1994.
6. Koren, Y., "Computer Control of Manufacturing Systems," McGraw-Hill, 1983.
7. Shpitalni, M., Koren, Y., and Lo, C. C., "Realtime Curve Interpolators," *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No. 11, pp. 832-838, 1994.
8. Huang, J. T., and Yang, D. C. H., "A Generalized Interpolator for Cammand Generation of Parametric Curves in Computer Controlled Machines," *Proc. 92 Japan-USA Symp. on Flexible Automation*, New York, NY, Vol. 1, pp. 393-399, 1992.
9. Chou, J. J. and Yang, D. C. H., "Command Generation for Three-Axis CNC Machining," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 113, August, pp. 305-310, 1991.
10. Yang, D. C. H., and Kong, T., "Parametric Interpolator versus Linear Interpolator for Precision CNC Machining," *Computer-Aided Design*, Vol. 26, No. 3, pp. 225-233, 1994.
11. Danielsson, P. E., "Incremental Curve Generation," *IEEE Transactions on Computers*, Vol. C-19, No. 9, pp. 783-793, 1970.
12. Jordan, B. W., Lenon W. J., and Holm, B. D., "An Improved Algorithm for Generation of Nonparametric Curves," *IEEE Transactions on Computers*, Vol. C-22, No. 12, pp. 1052-1060, 1973.
13. Suenaga, Y., Kamae, T., and Kobayashi, T., "A High-Speed Algorithm for the Generation of Straight Lines and Circular Arcs," *IEEE Transactions on Computers*, Vol. C-28, No. 10, pp. 728-736, 1979.
14. Koren, Y., and Masory, O., "Reference-Pulse Circular Interpolators for CNC Systems," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 103, February, pp. 131-136, 1981.
15. Yuan, C., "The Optimal Method of Interpolation Operation in NC-Feeding According to the Closet Distance," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 27, No. 2, pp. 155-165, 1987.
16. Yang, M. Y., Hong, W. P., and Choi, J. Y., "New Interpolation Algorithm for Retrofitted NC," *3rd International Conference on Manufacturing Technology*, Hong Kong, pp. 362-367, 1995.