

병렬형 공작기계의 조작성 해석: 기구부 최적설계에 적용

김접구*, 홍금식**, 박종우***, 김종원***

Manipulability Analysis of a Parallel Machine Tool: Application to Optimal Link Parameters Design

Jeom-Goo Kim*, Keum-Shik Hong**, Frank C. Park***, Jongwon Kim***

ABSTRACT

In this paper, input-output transmission characteristics of the Eclipse, which is a parallel machine tool capable of 5 face rapid machining, are investigated. By splitting the weighted Jacobian matrix into two parts, the force and moment transmission characteristics together with the velocity and angular velocity transmission characteristics are analyzed. A new manipulability measure, which combines the volume of the manipulability ellipsoid and the condition number of the splitted Jacobian matrix, is proposed. Two link parameters, the ratio of upper and lower platforms' radii and the length of a supporting link of the Eclipse, are designed by applying the new manipulability measure derived. Computer simulations are provided.

Key Words : parallel machine tool(병렬형 공작기계), manipulability(조작성), singular value decomposition(특이값 분해), Jacobian matrix(자코비안 행렬).

1. 서론

산업현장에서 사용되는 대부분의 공작기계는 직렬형 기구이다. 직렬구조인 공작기계는 각 축이 직렬로 연결된 구조이기 때문에 넓은 작업공간을 확보할 수 있고 제어알고리즘이 간단하다는 장점이 있다. 반면에 각 관절에서 발생하는 오차의 누적으로 인하여 말단효과장치(end-effector)의 정밀도가 저하되는 단점이 있다. 또한 선삭, 밀링, 연삭 등의 서로 다른 공정이 연속적으로 수행되어야 하는 부품을 가공할 때는 공정간의 이동이 필요하게 되므로 제조소요시간이 상당히 길어지게 된다. 이

러한 직렬기구의 단점들을 보완하여 어떠한 방향에서도 고정밀도로 공작물을 가공하기 위한 병렬형 공작기계에 대한 연구들이 진행되고 있다^[1, 2, 3].

지금까지 소개된 병렬형 공작기계는 미국 Gidding & Lewis 사의 VARIAX, Ingersoll 과 NIST 사의 HEXAPOD, 영국의 Geodetic Technology International Holdings N.V.사의 GDM1000-04X 등이 있으며, 이외에도 다수의 병렬형 공작기계들이 개발되고 있다. 이들은 모두 스텔트 플랫폼을 기본구조로 채택하고 있다. 그러나 스텔트 플랫폼의 경우 주축이 부착된 상판을 경사시킬 수 있는 각도가 최대 약 30°정도로 제한되어 있기 때문에 작업공

* 부산대학교 대학원 지능기계공학과

** 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소 (RIMT)

*** 서울대학교 기계항공공학부

간에 제한을 받는다. 반면에, 본 논문에서 소개되는 이클립스(Eclipse™)는 주축이 수직위치에서 수평위치로 이동할 수 있고, Z축을 중심으로 360° 회전할 수 있기 때문에 5면 동시가공이 가능한 병렬형 공작기계이다. 현재 이클립스에 관련된 연구는 CNC 가공제적 생성알고리즘에 대한 연구^[4], 기구학적 특이점해결을 목적으로 한 초과구동방식의 연구^[3] 등을 통하여 2 번째 시제품이 제작된 상태이다.

본 논문은 이클립스의 입출력 힘전달특성 연구를 통하여 구동관절에서 공급하는 입력힘이 말단효과장치에서 최대의 효과를 얻을 수 있도록 하는 기구부를 설계하는데 있다^[5]. 기구부의 설계 파라미터는 하판대 상판의 반경비, 지지링크의 길이 등이다. 이와 같은 기구의 입·출력 전달특성은 기구의 조작성(manipulability)과 밀접한 관계가 있으며, 조작성에 대한 다양한 해석기법들을 종합하여 분석할 수 있다.

병렬기구의 기구학적 조작성에 대한 지금까지의 연구들을 간략히 살펴보면 다음과 같다. Salisbury와 Craig^[6]는 처음으로 로봇손의 최적설계를 위하여 조작성의 개념을 사용하였으며, Yoshikawa^[7]는 조작성 타원체를 도입하여 조작성의 정도를 정의하였다. Gosselin과 Angeles^[8], Zanganeh과 Angeles^[9] 등은 Yoshikawa의 조작성의 개념을 병렬형 머니플레이터의 기구학적 최적설계에 적용하였으며, Kosuge와 3인^[10]은 병렬형 머니플레이터의 힘과 모멘트 부분을 분리하여 조작성을 해석함으로써 힘과 모멘트 전달특성에 차별화를 시도하였다. Ahn과 Hong^[5]은 힘과 모멘트를 분리하되 Kosuge 등이 사용한 고유치해석 대신에 특이값 분해를 통하여 얻어진 타원체의 체적을 조작성에 대한 척도로서 사용할 것을 제안하였다. 또한, Kokkinis와 Paden^[11]은 로봇의 조작성에 관한 타원체 방법의 대안으로 다면체 방법을 제시하였으며, Park과 Kim^[12]은 사용되는 좌표계에 독립적인 조작성의 미분기하학적인 해석을 제시하였다.

본 논문에서는 힘/모멘트 혹은 속도/각속도를 분리하여 전달특성을 해석하는 방법을 사용하기로 한다. Kosuge와 3인^[10]은 힘과 모멘트를 분리하여 구동력 범위가 주어졌을 때 상판에서 발생하는 힘과 모멘트의 범위를 고유치 해석을 이용하여 구하였다. 그러나 이러한 해석결과는 모멘트를 영공간(null space)으로 보내는 구동력에 대해서 힘의 범

위를 구하고 힘을 영공간으로 보내는 구동력에 대해서 모멘트의 범위를 구하므로 상판에서 발생하는 일반적인 힘과 모멘트의 범위라고 볼 수 없다. 따라서 본 논문에서는 Kosuge와 3인^[10]이 적용한 해석방법상의 단점을 보완하여 속도/각속도와 힘/모멘트의 출력범위를 분리된 자코비안행렬의 의사역행렬(pseudoinverse matrix)과 특이값분해로부터 해석한다. 또한 특이값 분해에 바탕을 둔 새로운 조작성의 척도를 제안하고 출력특성을 최대화 할 수 있는 기구부 설계방법이 제시된다.

2. 이클립스의 구조 및 좌표계 설정

그림 1은 이클립스의 1차 시제품의 사진이며, 그림 2는 시제품의 기구학 해석을 위한 단순화된 모델을 나타낸다. 이클립스가 병렬구조인 것은 하판과 상판의 연결이 하판 위에서 미끄럼운동을 하는 3개의 수직칼럼과 3개의 지지링크(supporting link)를 통하여 병렬로 연결되어 있기 때문이다. 상판은 반경이 r 인 원판이며 하판은 반경이 R 인 원형링이다. 또한, 수직칼럼을 따라 상하방향으로 움직이는 슬라이더와 지지링크 사이는 1자유도의 회전관절(revolute joint) C_i ($i=1, 2, 3$)로 연결되며, 지지링크와 상판은 3자유도의 볼관절(ball joint) B_i ($i=1, 2, 3$)로 연결된다. 상판의 6자유도 운동은 화살표로 표시된 6개의 능동 미끄럼관절(active prismatic joint)에 의해서 얻어진다. 그러나, 이클립스는 기구학적으로 발생하는 특이점 문제를 해결하기 위하여 2개의 회전관절에도 추가적으로 작

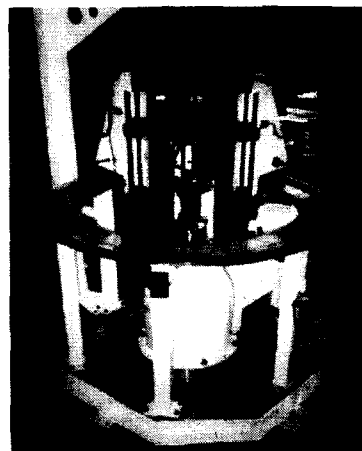


Fig. 1 The first prototype of the Eclipse

동기가 부착된 초과구동시스템(overactuated system)이다^[12-14]. 3 개의 슬라이더중에서 하나를 상판보다 아래쪽에 위치하게 설계된 것은 상판이 90°로 회전하였을 때 상판에 부착하게 될 스프링들 모터와 지지링크 사이에 발생할 수 있는 간섭을 피하기 위해서이다.

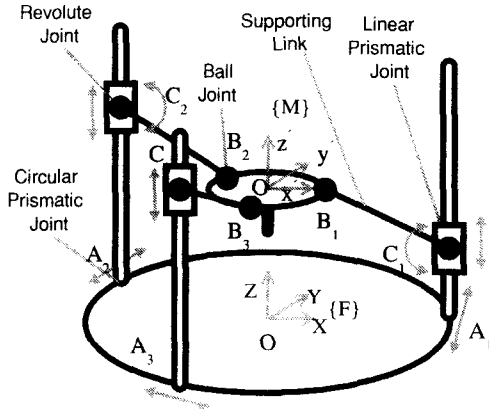


Fig. 2 A kinematic model of the Eclipse

이클립스의 기구학해석을 위해서 그림 2 와 같이 좌표계가 설정된다. X-Y-Z로 표시된 하판의 중심에 원점을 둔 {F}좌표계는 고정된 기준좌표계이고, x'-y'-z'으로 표시된 상판의 중심에 원점을 둔 {M}좌표계는 이동좌표계로서 상판과 함께 운동한다. 편의상 이동좌표계에서 표시된 벡터는 '을 붙이도록 한다. 상판의 하판에 대한 운동을 완전히 기술하기 위해서는 상판좌표계의 원점을 나타내는 3 개의 병진변위와 상판좌표계의 회전량을 나타내는 3 개의 회전각변위, 즉 총 6 개의 독립된 변수들이 필요하다. 상판중심의 위치벡터는 (X_c, Y_c, Z_c)로 표시한다. 상판의 회전운동은 ZYZ 고정각(fixed angle)을 사용하여 아래와 같은 회전행렬로 표시한다.

$$R = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x \\ n_y & s_y & a_y \\ n_z & s_z & a_z \end{bmatrix} = Rot_x(\alpha)Rot_y(\beta)Rot_z(\gamma) \quad (1)$$

여기서 γ , β , α 는 각각 고정좌표계의 Z(rotating), Y(tilting), Z(turning)에 대한 회전각도를 표시한다. $\{\bar{n} \ \bar{s} \ \bar{a}\}$ 은 {M}좌표계의 정규직교기저를 나타낸다. 또한, 회전행렬과 위치벡터를 종합하여 다음과 같은 동차변환행렬(homogenous

transformation matrix) T를 정의한다^[16].

$$T = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & X_c \\ n_y & s_y & a_y & Y_c \\ n_z & s_z & a_z & Z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

이제, 말단효과장치의 위치와 방향은 동차변환행렬 (2)로써 명기된다. 끝으로, 직교공간(cartesian space)과 관절공간(joint space)의 기구학적 해석을 위해서 다음의 관절변수들이 정의된다.

- O, O' : 하판좌표계와 상판좌표계의 원점
- $\theta_i, i=1,2,3$: {F}좌표계의 X 축으로부터 A_i 관절까지의 각변위.
- $d_i, i=1,2,3$: 수직칼럼 위의 미끄럼관절의 병진 변위.
- $\phi_i, i=1,2,3$: C_i 관절에서 지지링크와 수평면이 이루는 각변위

3. 기구학 해석

기구학 해석은 상판의 운동을 나타내는 동차변환행렬 T와 각 링크의 운동을 나타내는 관절변수 사이의 관계를 유도하는 것으로 실시간 제어를 수행하기 위해서는 가능하면 닫힌 형태로 구해지는 것이 바람직하다. 이클립스의 자유도는 공간운동을 하는 기구의 자유도 판별식에 의해 다음과 같이 구할 수 있다^[14].

$$F = \lambda(l - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i = 6(11 - 12 - 1) + 18 = 6 \quad (3)$$

여기서, F는 기구의 자유도, λ는 기구부가 작동하는 공간의 자유도, l은 하판을 포함한 링크들의 수, j는 관절들의 수, f_i는 i번째 관절의 자유도이다. 이클립스의 경우에 λ=6, l=11, j=12이다.

3.1 역기구학 해석

역기구학 문제는 주어진 동차변환행렬 (2)로부터 수직칼럼의 각변위 $\theta_i (i=1, 2, 3)$ 와 수직칼럼위를 움직이는 슬라이더의 미끄럼변위 $d_i (i=1, 2, 3)$ 를 구하는 문제이다. 먼저 수직칼럼의 각변위 θ_i 를 구하여 보자. 그림 2에서 {M}좌표계에 대한 볼관절의 위치벡터 B_i (i=1, 2, 3)는 고정된 값이므로 동차변환행렬 T를 사용하면 {F}좌표계에 대한 볼관절의 위치벡터 B_i (i=1, 2, 3)을 결정할 수 있다.

이로부터 아래와 같이 θ_i 를 결정할 수 있다.

$$\theta_i = \arctan 2(B_{ix}, B_{iy}), \quad i=1, 2, 3 \quad (4)$$

여기서 $\arctan 2$ 는 xy 평면상의 4분원 arctangent 값을 구하는 함수이다. 이제, 슬라이더의 미끄럼 변위 d_i 를 구하여 보자. 지지링크의 길이를 l 로 표시하면 다음의 구속방정식이 성립한다.

$$l = \|\overline{OC}_i - \overline{OO'} - \overline{O'B}_i\|^2, \quad i=1, 2, 3 \quad (5)$$

(5)에서 아래와 같은 3개의 스칼라방정식이 유도된다.

$$d_i^2 - 2a_1d_i + a_1^2 - a_2 = 0, \quad i=1, 2, 3 \quad (6)$$

여기서, $a_1 = n_x b'_{ix} + a_x b'_{ix} + s_x b'_{iy}$,

$$a_2 = l^2 - (R \sin \theta_i - n_y b'_{ix} - a_y b'_{ix} - s_y b'_{iy} - Y_c)^2 - (R \cos \theta_i - n_x b'_{ix} - a_x b'_{ix} - s_x b'_{iy} - X_c)^2$$

이다. (6)의 근은 $a_1 + \sqrt{a_2}$ 와 $a_1 - \sqrt{a_2}$ 로 주어지는데, 이것은 상판의 주어진 위치와 방향에 대해서 두개의 d_i 가 존재한다는 것을 나타낸다. 그러나 설계시에 스프링 축과의 간섭을 고려하여 이미 3개중 하나의 슬라이더 방향을 결정하였기 때문에 역기구학의 해는 유일하다고 할 수 있다. 즉, 3개중 하나가 두개의 값 중 작은 것을 택하게 되면 나머지 두개는 큰값을 택하면 된다. 또한, 역기구학 해가 실수영역에서 존재하기 위해서는 설계시에 a_2 가 항상 양의 값이 되도록 설계되어야 한다. 이것은 설계파라미터 선정의 구속조건식이다.

3.2 순기구학 해석

순기구학 문제는 주어진 6개의 능동관절값 θ_i , d_i ($i=1, 2, 3$)로부터 상판의 위치와 방향을 결정하는 문제이다. 그림 2에서 3개의 불관절 B_i ($i=1, 2, 3$)의 위치벡터가 결정된다면 상판의 위치와 방향이 유일하게 결정됨을 알 수 있다. 따라서 위치벡터 B_i 를 주어진 관절변수 θ_i 및 d_i 로 표현하기 위해서 수직칼럼 및 지지링크를 각각 $R(\theta_i)$ - $P(d_i)$ - $R(\phi_i)$ 로 이루어진 직렬기구로 취급한다. 여기서 R 은 회전관절, P 는 미끄럼관절을 의미한다.

Table 1 D-H parameters [16] of three subchains ($i=1,2,3$)

Joint	θ	d	a	α
1	θ_i	0	R	0°
2	180°	d_i	0	90°
3	ϕ_i	0	l	0°

표 1에 정리된 Denavit-Hartenberg 파라미터를 사용하여 B_i 점을 구하면 다음과 같다.

$$B_i = \begin{bmatrix} b_{ix} \\ b_{iy} \\ b_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cos \theta_i - l \cos \theta_i \cos \phi_i \\ R \sin \theta_i - l \cos \theta_i \sin \phi_i \\ l \sin \phi_i + d_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 ϕ_i 는 지지링크가 수평면과 이루는 각도인데 다음과 같은 관계식에서 구할 수 있다.

$$\|B_i B_j\|^2 = \|OB_j - OB_i\|^2, \quad i=1, 2, 3; \quad j=2, 3, 1 \quad (8)$$

(8)은 아래와 같은 3개의 스칼라식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} f_1(\phi_1, \phi_2) &= C_{11} \sin \phi_1 \sin \phi_2 + C_{12} \cos \phi_1 \cos \phi_2 + C_{13} \sin \phi_1 \\ &\quad + C_{14} \sin \phi_2 + C_{15} \cos \phi_1 + C_{16} \cos \phi_2 + C_{17} = 0 \\ f_2(\phi_2, \phi_3) &= C_{21} \sin \phi_2 \sin \phi_3 + C_{22} \cos \phi_2 \cos \phi_3 + C_{23} \sin \phi_2 \\ &\quad + C_{24} \sin \phi_3 + C_{25} \cos \phi_2 + C_{26} \cos \phi_3 + C_{27} = 0 \\ f_3(\phi_3, \phi_1) &= C_{31} \sin \phi_3 \sin \phi_1 + C_{32} \cos \phi_3 \cos \phi_1 + C_{33} \sin \phi_3 \\ &\quad + C_{34} \sin \phi_1 + C_{35} \cos \phi_3 + C_{36} \cos \phi_1 + C_{37} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 계수 C_{ij} ($i=1,2,3, j=1,2,3,4,5,6,7$)는 주어진 θ_i 와 d_i 로부터 결정되는 값들이다. (9)로부터 ϕ_i ($i=1, 2, 3$)가 결정되면 (7)에서 B_i 가 결정된다. B_i 가 결정되었을 때 상판의 위치는 다음과 같이 결정된다.

$$B_c = [X_c, Y_c, Z_c]^T = \frac{B_1 + B_2 + B_3}{3} \quad (10)$$

또한, 상판의 방향은 다음과 같이 결정된다^[2].

$$\bar{n} = \frac{B_1 - B_2}{\|B_1 - B_2\|} \quad (11)$$

$$\bar{s} = \frac{(B_1 + B_2)/2 - B_3}{\|(B_1 + B_2)/2 - B_3\|} \quad (12)$$

$$\bar{a} = \bar{n} \times \bar{s} \quad (13)$$

3.3 작업공간 해석

일반적으로 작업공간은 도달가능 작업공간 (reachable workspace)와 자유자재 작업공간 (dexterous workspace)으로 분류된다. 도달가능 작업공간은 기구가 도달할 수 있는 모든 점의 집합이다. 반면에 자유자재 작업공간은 기구의 말단효과장치가 임의의 방향을 가지면서 도달할 수 있는 점들의 집합이다. 그러나 이러한 정의를 이클립스에 적용하는 것은 부적합하다. 왜냐하면, 이클립스는 공작기계이므로 소재표면에 수직으로 위치하기만 하면 항상 절삭작업이 가능하기 때문이다. 따라서, 이클립스의 작업공간을 해석하기 위해 새로운 작업공간에 대한 척도를 정의하는 것이 필요하다. 본 논문은

서는 작업공간에 대한 다음의 척도를 사용한다²³⁾.

작업공간: 이클립스의 작업공간은 스핀들 틱이 다음과 같은 각도로서 도달할 수 있는 모든 점들의 집합이다.
 $\{(\alpha, \beta, \gamma) | -90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ, 0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ\}$.

작업공간에 대한 척도에서 γ (rotating angle)의 값에 상관없이 가공면에 닿을 수 있으므로 γ 에 대한 구속조건은 없다. 실제 직교공간의 작업영역을 계산하기 위해서는 다음과 같은 물리적인 제약조건들을 고려하여야 한다: i) 수직칼럼위에서 직선이송관절의 이송한계, ii) 수직칼럼 간의 간섭, iii) 수직칼럼과 고정링크 간의 간섭, iv) 볼관절의 회전각 한계. 이클립스에 대해서 실제적인 물리적 구속조건에 대한 값들이 표 2에 요약되어 있다.

Table 2. Kinematic constraints of the Eclipse

Stroke limits [cm]	$-44.25 \leq d_1 \leq 0$
	$9.75 \leq d_2 \leq 45.75$
	$9.75 \leq d_3 \leq 45.75$
Minimum angle between Two vertical columns	30°
Revolute joint limit angle	$-90^\circ \leq \phi_i \leq 90^\circ$
Spherical joint limit angle	60°

4. 자코비안 행렬: 특이점 및 힘전달 특성

본 절에서는 이클립스의 6 개의 작동기에서 발생하는 속도입력에 대한 상판의 선속도/각속도를 나타내는 자코비안행렬의 유도과 자코비안행렬의 특이점 및 힘전달관계가 해석된다. 자코비안행렬은 순기구학식을 시간에 대해 미분함으로서 구할 수 있다. (10)을 시간미분하면 상판의 병진속도는 아래와 같다.

$$\dot{B}_c = V_c = \frac{\dot{B}_1 + \dot{B}_2 + \dot{B}_3}{3} \quad (14)$$

(14)에서 미분의 연쇄법칙을 사용하면 아래와 같은 관계식이 유도된다

$$V_c = \frac{\partial B_c}{\partial L} \dot{L} + \frac{\partial B_c}{\partial \phi} \dot{\phi} = J_{rL} \dot{L} + J_{r\phi} \dot{\phi} \quad (15)$$

여기서 $\dot{L} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{d}_1, \dot{d}_2, \dot{d}_3]^T$, $\dot{\phi} = [\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3]^T$ 를 나타내며, J 의 아래첨자 t 는 병진운동(translat

ional motion)을 나타낸다. 또한, 상판의 회전각속도 $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ 는 $R = [n, s, a]$ 와 RR^T 의 skew-symmetry를 이용하여 아래와 같이 유도된다^{16) p163}.

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_y \frac{\partial n_z}{\partial L} + s_y \frac{\partial s_z}{\partial L} + a_y \frac{\partial a_z}{\partial L} \\ n_z \frac{\partial n_x}{\partial L} + s_z \frac{\partial s_x}{\partial L} + a_z \frac{\partial a_x}{\partial L} \\ n_x \frac{\partial n_y}{\partial L} + s_x \frac{\partial s_y}{\partial L} + a_x \frac{\partial a_y}{\partial L} \end{bmatrix} \dot{L} + \begin{bmatrix} n_y \frac{\partial n_z}{\partial \phi} + s_y \frac{\partial s_z}{\partial \phi} + a_y \frac{\partial a_z}{\partial \phi} \\ n_z \frac{\partial n_x}{\partial \phi} + s_z \frac{\partial s_x}{\partial \phi} + a_z \frac{\partial a_x}{\partial \phi} \\ n_x \frac{\partial n_y}{\partial \phi} + s_x \frac{\partial s_y}{\partial \phi} + a_x \frac{\partial a_y}{\partial \phi} \end{bmatrix} \dot{\phi} \quad (16)$$

$$\overset{\Delta}{=} J_{rL} \dot{L} + J_{r\phi} \dot{\phi}$$

여기서 $J_{rL} \in R^{3 \times 6}$, $J_{r\phi} \in R^{3 \times 3}$ 이고 아래첨자 r 은 회전각속도 성분임을 나타낸다. (15)와 (16)에서 $\dot{\phi}$ 은 부속직렬기구의 구속조건식인 (9)를 아래와 같이 시간미분함으로서 구할 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial L} \dot{L} + \frac{\partial F}{\partial \phi} \dot{\phi} \overset{\Delta}{=} F_L \dot{L} + F_\phi \dot{\phi} = 0 \quad (17)$$

여기서 $F = [f_1, f_2, f_3]^T$ 이며, $F_L = \frac{\partial F}{\partial L}$, $F_\phi = \frac{\partial F}{\partial \phi}$ 를 나타낸다. 따라서 이클립스의 속도자코비안행렬 J_v 는 (15)-(17)에서 아래와 같이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} V_c \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{rL} - J_{r\phi} F_\phi^{-1} F_L \\ J_{rL} - J_{r\phi} F_\phi^{-1} F_L \end{bmatrix} \dot{L} \overset{\Delta}{=} J_v \dot{L} \quad (18)$$

여기서 $J_v \in R^{6 \times 6}$ 는 상판의 선속도(V_c) 및 각속도(ω)와 작동기의 선속도(\dot{L})를 관계시키는 선형연산자가 된다.

4.1 특이점 분석

특이점은 이클립스의 설계와 제어에 있어서 가장 중요한 문제이다. 직렬기구와 달리 특이점 근처에서의 구동은 병렬기구의 심각한 파괴를 초래할 수 있다. 이클립스의 경우 특이점은 크게 두 가지 형태로 발생하게 된다. 첫번째는 F_ϕ 의 역행렬이 존재하지 않는 경우로 이는 말단효과장치의 자유도를 감소시키는 작용을 하며 미분특이점(differential singularity)이라 부른다. 또 다른 하나는 J_v 의 계수(rank)가 감소하는 경우로 말단효과장치

의 자유도를 증가시키는 작용을 하며 작동기특이점(actuator singularity)이라 부른다^[13]. 작동기특이점에서는 말단효과장치가 외력에 저항하지 못하게 되며 공구가 약 30°와 60° 기울어졌을 때 발생하게 된다. 이러한 특이점을 제거하기 위해서는 3개의 회전관절중 2개를 초과구동함으로서 특이점이 제거되어진다^[12,3]. 그러나 이러한 회전관절의 초과구동 때문에 제어과정에서 관절오차가 커지면 기구가 파손될 수 있다.

4.2 힘전달 관계

작동기에서 공급하는 힘과 상판에서 출력되는 힘/모멘트의 관계는 가상일의 원리를 이용하여 유도된다. 6개의 작동기에서 발생하는 힘을 각각 f_1, f_2, \dots, f_6 이라 하고 다음과 같이 표시한다.

$$f = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6]^T \quad (19)$$

또한 상판에서 출력되는 힘과 모우멘트를 각각 $F = [F_x \ F_y \ F_z]^T$, $M = [M_x \ M_y \ M_z]^T$ 라 하고 다음과 같이 표시한다.

$$\tau = [F^T \ M^T]^T \quad (20)$$

그리고 기준좌표계에 대한 상판의 위치와 방향을 나타내는 일반화된 좌표계를 $u = [X_c \ Y_c \ Z_c \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$ 로 표시한다. (18)에 가상변위를 적용하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\delta u = J_v \delta L \quad (21)$$

또한, 가상일의 원리를 적용하면 아래와 같은 관계가 성립한다.

$$f^T \delta L = \tau^T \delta u \quad (22)$$

(21)를 (22)에 대입하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$(\tau^T J_v - f^T) \delta L = 0 \quad (23)$$

(23)에서 일반화된 좌표계는 서로 독립이므로 힘 자코비안행렬은 아래와 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \tau &= (J_v^T)^{-1} f \\ &= J_f f \end{aligned} \quad (24)$$

즉, J_f 는 작동기에서 공급하는 힘과 상판의 힘/모멘트를 관계시키는 선형연산자가 된다. (18)과 (24)에서 유도된 J_v 와 J_f 는 입력속도와 힘에 대한 상판의 출력특성을 결정하기 때문에 입출력의 범위와 조작성을 분석하는데 사용된다.

5. 상판출력 및 작동기입력 해석

5.1 상판출력 해석

일반적으로 상판의 출력범위를 해석할 때 작동기의 입력으로 단위노옴의 입력이 많이 사용되어진다. 그러나 단위노옴은 작동기의 작동영역 전체를 포함하지 않는다. 따라서 작동기의 입력을 가중행렬을 사용하여 정규화(normalization)하도록 한다. 이러한 정규화된 작동기 입력은 아래와 같이 표현된다^[17].

$$\hat{L} = W_1^{-1} \dot{L} \quad (25)$$

$$\hat{f} = W_2^{-1} f \quad (26)$$

여기서

$$W_1 = \text{diag}(\hat{\theta}_{1\max}, \hat{\theta}_{2\max}, \hat{\theta}_{3\max}, \hat{d}_{1\max}, \hat{d}_{2\max}, \hat{d}_{3\max}),$$

$$W_2 = \text{diag}(f_{1\max}, f_{2\max}, f_{3\max}, f_{4\max}, f_{5\max}, f_{6\max})$$

를 나타내며, $\hat{\cdot}$ 은 정규화된 벡터량임을 나타낸다. 따라서 (25)와 (26)을 (18) 및 (24)에 대입하면 아래와 같은 가중치자코비안이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} V_c \\ \omega \end{bmatrix} = (J_v W_1) \hat{L} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = (J_f W_2) \hat{f} \quad (28)$$

또한 (27)과 (28)을 속도/각속도와 힘/모멘트 부분으로 나누면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} V_c \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{vo} \\ \hat{J}_{\omega o} \end{bmatrix} \hat{L} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{Fo} \\ \hat{J}_{Mo} \end{bmatrix} \hat{f} \quad (30)$$

여기서 $\hat{J}_{vo}, \hat{J}_{\omega o}, \hat{J}_{Fo}, \hat{J}_{Mo} \in R^{3 \times 6}$ 이며, 아래첨자 o 는 상판출력 분석을 위한 자코비안행렬이라는 의미이다. (29)와 (30)의 4개의 가중치자코비안에 대한 해석절차는 모두 동일함으로 4개를 대표하여 $\hat{J}_o \in R^{3 \times 6}$ 으로 표시하기로 한다. 또한, 입력과 출력벡터도 각각 \hat{p} 과 q 로 표시한다. 즉, $\hat{J}_o \in \{\hat{J}_{vo}, \hat{J}_{\omega o}, \hat{J}_{Fo}, \hat{J}_{Mo}\}$, $q \in \{V_c, \omega, F, M\}$ 이며 (29)와 (30)을 대표하여 $q = \hat{J}_o \hat{p}$ 로 표기한다.

가중치자코비안인 \hat{J}_o 는 $R^{3 \times 6}$ 행렬이므로 얻고자하는 출력 q 에 대해서 가능한 입력 \hat{p} 이 다수개 존재한다. 따라서, 다수개의 해중에서 가장 작은 크기의 입력 즉, 최소노옴해를 얻고자하면 입력벡터 \hat{p}^+ 은 의사역행렬(pseudo-inverse)를 사용하

여 아래와 같이 유도된다^[18].

$$\hat{p}' = \hat{J}_o^+ q \quad (31)$$

여기서 \hat{J}_o^+ 는 \hat{J}_o 의 의사역행렬을 나타낸다. 의사역행렬은 특이값 분해를 사용하면 다음과 같이 구해진다^[18].

$$\hat{J}_o^+ = H_o \Sigma_o^+ U_o^T \quad (32)$$

여기서 $U_o = [u_1, u_2, u_3]$ 는 $\hat{J}_o \hat{J}_o^T \in R^{3 \times 3}$ 의 고유벡터행렬이고 $H_o = [h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6]$ 는 $\hat{J}_o^T \hat{J}_o \in R^{6 \times 6}$ 의 고유벡터행렬이며 U_o 와 H_o 는 각각 직교행렬이다. 또한, $\Sigma_o^+ \in R^{6 \times 3}$ 는 \hat{J}_o 의 특이값의 역수들로 이루어진 대각선행렬의 전치행렬이다. 작동기 입력벡터 \hat{p} 가 정규화되었기 때문에 \hat{p} 의 유클리드노름은 항상 아래의 구속조건을 만족한다.

$$\|\hat{p}\|^2 = \hat{p}^T \hat{p} \leq 1 \quad (33)$$

또한, (31)의 \hat{p}' 는 최소노름해이므로 (33)을 항상 만족한다. 따라서 (31)을 (33)에 대입하면 아래와 같다.

$$(\hat{p}^+)^T \hat{p}^+ = q^T (\hat{J}_o^+)^T \hat{J}_o^+ q \leq 1 \quad (34)$$

(34)에 (32)의 결과를 대입하면 아래와 같다.

$$(U_o^T q)^T (\Sigma_o^+)^T \Sigma_o^+ (U_o^T q) \leq 1 \quad (35)$$

(35)에서 $\bar{q} = U_o^T q = [\bar{q}_x, \bar{q}_y, \bar{q}_z]^T$ 로 두고 \hat{J}_o 의 특이값을 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)로 두면 (35)를 다음과 같은 타원체로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\bar{q}_x^2}{\sigma_1^2} + \frac{\bar{q}_y^2}{\sigma_2^2} + \frac{\bar{q}_z^2}{\sigma_3^2} \leq 1 \quad (36)$$

(36)을 가중치자코비안에 따른 출력조작성타원체로 정의한다.

위의 결과를 요약하면 다음과 같다. $\|\hat{p}^+\| \leq 1$

을 만족하는 정규화된 작동기 입력에 대하여, 최대출력은 최대특이값 σ_1 에 대응하는 특이벡터행렬 U_o 의 첫번째열 u_1 과 일치하는 방향으로 발생하고 이때의 출력크기는 σ_1 이며, 이러한 출력을 얻기위한 입력은 특이벡터행렬 H_o 의 첫번째열 $h_1 = \hat{J}_o^+ (\sigma_1 u_1)$ 방향으로 입력이 가해질 때이다. 마찬가지로 최소출력은 최소특이값 σ_3 에 대응하는 특이벡터행렬 U_o 의 세번째열 u_3 와 일치하는 방향으로 발생하고 이때의 출력크기는 σ_3 이며, 이러한 출력을 얻기위한 입력은 H_o 의 세번째열

$h_3 = \hat{J}_o^+ (\sigma_3 u_3)$ 방향으로 입력이 가해질 때이다. 따라서 $\|\hat{p}^+\| \leq 1$ 을 만족하는 작동기 입력에 대한 상판의 출력범위는 다음과 같다.

$$\sigma_3 \leq \|q\| \leq \sigma_1 \quad (37)$$

또한, 입력과 출력의 최대전달비를 μ 라 하고 출력 방향단위벡터를 u_d 라 하면 $\bar{q} = \mu U_o^T u_d$ 로 표현되고 이를 (36)에 대입하면 특정한 방향에 대한 최대출력전달비가 다음과 같이 유도된다.

$$\mu = \left(\frac{\bar{u}_{dx}^2}{\sigma_1^2} + \frac{\bar{u}_{dy}^2}{\sigma_2^2} + \frac{\bar{u}_{dz}^2}{\sigma_3^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (38)$$

여기서 \bar{u}_d 는 $U_o^T u_d$ 를 나타낸다.

5.2 작동기의 입력범위 해석

작동기의 입력범위를 해석하기 위해서 상판의 출력범위가 아래와 같이 설정된다.

$$\|V_c\| \leq V_{c \max}, \quad \|\dot{u}\| \leq \dot{u}_{\max} \quad (39)$$

$$\|F\| \leq F_{\max}, \quad \|M\| \leq M_{\max} \quad (40)$$

상판의 출력범위 해석때와 마찬가지로 정규화된 상판의 출력벡터는 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{V}_c = R_1^{-1} V_c, \quad \hat{u} = R_2^{-1} \dot{u} \quad (41)$$

$$\hat{F} = R_3^{-1} F, \quad \hat{M} = R_4^{-1} M \quad (42)$$

여기서 $R_1 = \text{diag}(V_{c \max}, V_{c \max}, V_{c \max})$, $R_2 = \text{diag}(\omega_{\max}, \omega_{\max}, \omega_{\max})$, $R_3 = \text{diag}(F_{\max}, F_{\max}, F_{\max})$, $R_4 = \text{diag}(M_{\max}, M_{\max}, M_{\max})$ 를 나타낸다. 따라서 (41)과 (42)를 (18) 및 (24)에 대입하여 속도/각속도 및 힘/모멘트 부분으로 나누면 아래와 같은 가중치 자코비안이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_c \\ \hat{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{vi} \\ \hat{J}_{\omega i} \end{bmatrix} \dot{I} \quad (43)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{F} \\ \hat{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{J}_{Fi} \\ \hat{J}_{Mi} \end{bmatrix} f \quad (44)$$

여기서 $\hat{J}_{vi}, \hat{J}_{\omega i}, \hat{J}_{Fi}, \hat{J}_{Mi} \in R^{3 \times 6}$ 이며, 아래첨자 i 는 작동기의 입력분석을 위한 자코비안이라는 의미이다. (43)과 (44)의 4 개의 방정식을 대표하여 다음과 같이 표현한다.

$$\hat{q} = \hat{J}_i p \quad (45)$$

상판의 출력벡터 \hat{q} 이 정규화 되었기 때문에 \hat{q} 의 유클리드 노름이 항상 아래의 구속조건을 만족한다.

$$\|\hat{q}\| = \hat{q}^T \hat{q} \leq 1 \quad (46)$$

먼저, (45)의 행렬에 특이값 분해를 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{J}_i = U_i \Sigma_i H_i^T \quad (47)$$

여기서 Σ_i 는 특이값들의 대각선행렬이다. (45)를 (46)에 대입하여 \hat{J}_i 에 (47)을 대입하면 다음과 같다.

$$(\hat{J}_i p)^T (\hat{J}_i p) = (H_i^T p)^T (\Sigma_i^T \Sigma_i) (H_i^T p) \leq 1 \quad (48)$$

(48)에서 $\bar{p} = H_i^T p$ 두고 \hat{J}_i 의 특이값을 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$)로 두면 (48)을 다음과 같은 타원체로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\bar{p}_1^2}{\sigma_1^{-2}} + \frac{\bar{p}_2^2}{\sigma_2^{-2}} + \frac{\bar{p}_3^2}{\sigma_3^{-2}} \leq 1 \quad (49)$$

(49)를 가중치차코비안에 따른 입력조작성타원체로 정의한다. 따라서 $\|\hat{q}\| \leq 1$ 을 만족하는 주어진 상판의 출력에 대해서 작동기의 입력범위는 다음과 같다.

$$\sigma_1^{-1} \leq \|p\| \leq \sigma_3^{-1} \quad (50)$$

이러한 작동기의 입력범위는 작동기의 설계시에 적용된다.

6. 새로운 조작성의 정의

Yoshikawa^[7]는 기구의 조작성에 대한 척도를 아래와 같이 정의하고 있다.

$$M = \sqrt{\det(JJ^T)} = \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n \quad (51)$$

그러나 (51)에서 정의된 조작성은 관절속도의 제약조건을 포함하고 있지 않으며, 서로 다른 물리량을 나타내는 방향과 위치에 대한 정보를 동시에 가지고 있다. 이것은 서로 다른 차원의 물리량을 나타내므로 기구의 조작성을 파악하는데 직관적이지 못하다^[10]. 따라서 이러한 단점을 보완하는 새로운 조작성을 정의하여 이클립스의 기구부 설계에 적용한다. 먼저 출력공간에서의 조작성타원체의 체적과 조건수를 아래와 같이 정의한다^[5].

$$MEV = \frac{\pi^{\frac{m}{2}}}{\Gamma(1 + \frac{m}{2})} \prod_{i=1}^m \sigma_i : \text{Ellipsoid Volume} \quad (52)$$

$$CN = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} : \text{Condition Number} \quad (53)$$

여기서 m 은 조작성타원체 출력공간의 차원을 나

타내며, $\Gamma(\cdot)$ 은 Gamma 함수이다. 이와 같은 체적과 조건수의 전달특성상의 의미를 살펴보면 다음과 같다. 체적은 입·출력사이의 크기와 관련되는 무차원량으로서 체적이 클수록 작은 입력에 대하여 출력이 크다. 반면 조건수는 입·출력사이의 방향성을 나타내는 무차원량으로서 조건수가 클수록 입력에 대한 출력의 방향성이 크다. 따라서 출력의 크기를 나타내는 체적이 크다고 하더라도 방향성이 균일하지 못하면 기구를 작동시키는데 상당한 어려움이 생긴다. 그러므로 기구의 설계 시에 이러한 입출력의 크기와 방향성이 동시에 고려되어야 하며 체적은 되도록이면 크게 하고 조건수는 되도록이면 1에 가깝게 하는 것이 기구의 조작성을 높인다. 따라서 다음과 같은 새로운 조작성이 정의된다.

$$m = \frac{MEV(J)}{CN(J)} : \text{A new manipulability defined} \quad (54)$$

(54)는 작업공간 상의 주어진 한점과 방향에서의 조작성을 나타낸다. (54)를 사용하여 일반적인 6자유도 운동기구의 조작성을 아래와 같이 4가지로 세분화하여 나타내어 보자.

- $m_1 = \frac{MEV(\hat{J}_v)}{CN(\hat{J}_v)} : \text{Translational Velocity M. (TVM)}$
- $m_2 = \frac{MEV(\hat{J}_\omega)}{CN(\hat{J}_\omega)} : \text{Rotational Velocity M. (RVM)}$
- $m_3 = \frac{MEV(\hat{J}_F)}{CN(\hat{J}_F)} : \text{Force Manipulability (FM)}$
- $m_4 = \frac{MEV(\hat{J}_M)}{CN(\hat{J}_M)} : \text{Moment Manipulability (MM)}$

여기서 아래첨자는 각각 속도, 각속도, 힘, 모멘트를 나타내며, \wedge 는 가중되었다는 것을 나타낸다. 또한, 특정위치에서의 조작성을 전체 작업공간에 대해서 적분한다면 다음과 같은 작업공간 전체에 대한 조작성이 정의될 수 있다.

$$M_i = \frac{\int_w m_i(r, l, R) dw}{\int_w dw}, \quad i=1, 2, 3, 4 \quad (55)$$

여기서 w 는 기구의 전체 작업공간을 나타내며, m_i 는 지역(local) 조작성, M_i 는 광역(global) 조작성을 나타낸다.

이러한 조작성들의 의미를 살펴보면, 병진/회전속도 조작성은 기구의 속도출력의 크기와 방향성을 나타낸다. 이 지수가 크면 기구가 상당히 빠

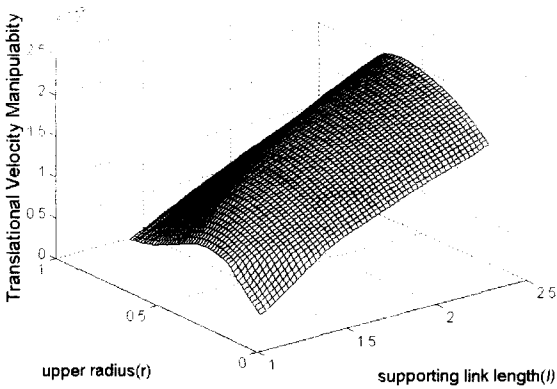


Fig. 3 3D plot of the translational velocity manipulability measure in r and l

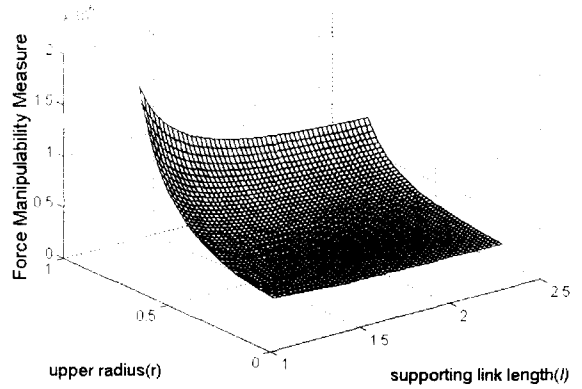


Fig. 5 3D plot of the force manipulability measure in r and l

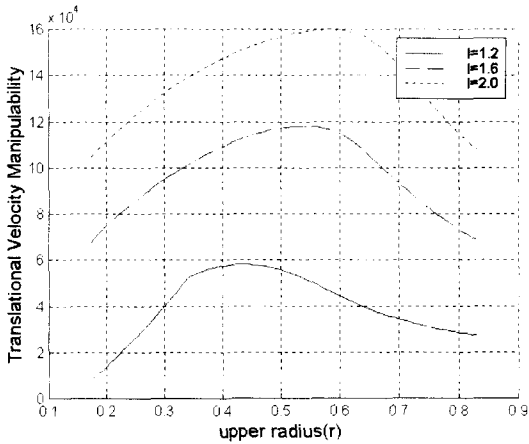


Fig. 4 2D cross-section of the translational velocity manipulability measure of Fig. 3

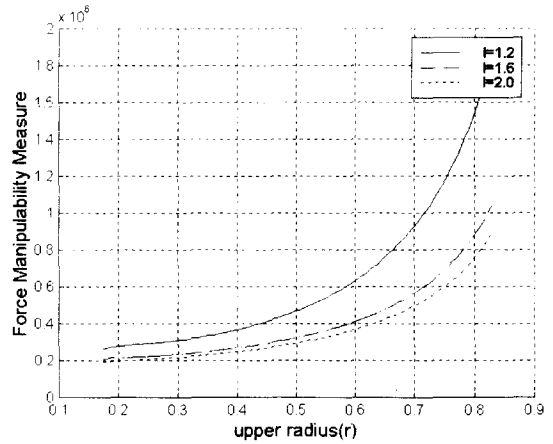


Fig. 6 2D cross-section of the force manipulability measure of Fig. 5

르게 운동하고 속도입력에 대해 등방성의 특징을 나타낸다. 반면, 힘/모멘트 조작성은 기구의 힘/모멘트 출력의 크기와 방향성을 나타낸다. 이 지수가 크면 외력에 대한 지지능력이 크고 힘 입력에 대해 등방성의 특징을 나타낸다. 이와 같이 기구와 관련된 조작성을 분리하여 독립적으로 해석함으로써 기구가 요구되는 특징에 따라서 설계되어 질 수 있다.

조작성을 가시적으로 보이기 위해서 r 과 l 의에 대한 TVM 과 FM 을 2 차원과 3 차원 그래프로 나타내었다. 조작성이 계산되는 이클립스의 자세는 상판이 중립위치에서 수직으로 서있는 자세인

데, 이러한 자세는 선삭이나 소재의 측면을 가공할 때 취하게 된다. 이러한 상태의 상판의 위치와 방향은 $O'=[001]$, $\alpha=0$, $\beta=90^\circ$, $\gamma=0$ 를 나타낸다. 하판의 반경은 편의상 1로 고정한다. 그림 3과 그림 4는 병진속도조작성(TVM)에 대한 3차원과 2차원 그래프를 나타낸다. 그래프가 나타내는 바와 같이 상판의 반경(r)이 0.4-0.6 사이에서 조작성이 최대가 된다는 것을 확인할 수 있다. 기구부의 설계시 상판이 빠른 병진속도를 요구한다면 이 지수가 중요해진다. 그림 5와 그림 6은 힘조작성(FM)에 대한 3차원과 2차원 그래프를 나타내는데, 상판의 반경(r)에 비례하여 커지고, 지지링크의

길이에 반비례하여 작아진다

7. 이클립스의 기구부 최적설계

본 절에서는 앞에서 제시한 새로운 조작성을 사용하여 이클립스의 기구부를 최적설계한다. 이클립스에 대한 최적설계의 목적은 5면 패속가공을 위해 설정된 공작물을 최대한 빠르게 가공하고, 절삭작업을 위한 고강성을 얻기위해 힘전달을 최대화하는 링크 파라미터를 구하는 것이다. 만약, R이 상수로 고정된다면 이러한 최적화 문제는 수학적으로 다음과 같이 정의된다.

최적화 예제: 패속가공, 고강성의 구현

$$\text{Maximize } [M_1(r, l), M_3(r, l)]^T \quad (56)$$

$$\text{Subject to: } 5\text{cm} \leq r \leq 25\text{cm}, \\ 15\text{cm} \leq l \leq 60\text{cm}, \\ V(r, l) - V_r > 0$$

여기서 V는 작업공간의 체적, V_r은 규정된 공작물의 체적이다. 이러한 문제는 제한된 다중 최적화 문제이다. 또한 해석적으로 M₁과 M₃에 대한 미분값을 구하는 것이 불가능하다.

유전자알고리즘을 통한 최적화: 앞에서 제시된 최적화 문제는 수학적으로 최적해를 구하는 것이 매우 어렵다. 따라서, 유전자알고리즘을 사용한 최적화 방법을 사용한다. 유전자알고리즘¹⁹⁾은 목적함수의 미분값이 필요없는 확률적인 최적화 방법으로 복잡한 다중 최적화문제를 푸는데 적합하다. 이클립스의 링크 파라미터를 최적으로 설계하기 위해서 다음과 같은 설계변수와 적합도 함수를 정의한다.

$$\begin{aligned} \text{상판의 반경 } (r): & 5\text{cm} \leq r \leq 25\text{cm} \\ \text{지지링크의 길이 } (l): & 15\text{cm} \leq l \leq 60\text{cm} \quad (57) \\ \text{적합도 함수:} & \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 0 & (V(r, l) < V_r) \\ \varepsilon_1 \frac{M_1(t, l)}{M_{1\max}} + \varepsilon_2 \frac{M_3(t, l)}{M_{3\max}} & (V(r, l) > V_r) \end{array} \right\}$$

여기서 ε₁과 ε₂는 가중인자이고, ε₁+ε₂=1이다. V_r은 반경 10cm, 높이 10cm의 실린더로 가정한

다. 또한 M_{1max}와 M_{3max}는 전체 병진속도 및 힘조작성의 최대값이다. 이러한 최대값들은 적합도함수로 M₁과 M₃를 선정하고 각각 최적화함으로서 획득할 수 있다.

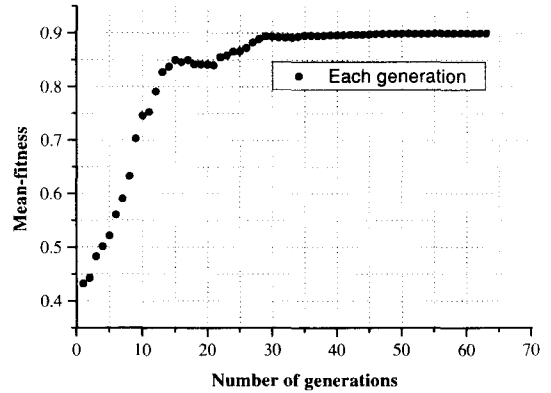


Fig. 7 Mean fitness values in each generation

그림 7은 각 세대에서 평균 적합도를 나타내고 있다. 그래프로부터 30세대 이후에는 일정한 값에 수렴함을 볼 수 있다. GA 최적화 방법으로부터 이클립스의 최적의 파라미터는 다음과 같다:

$$\begin{aligned} r &= 14.355\text{cm} \\ l &= 39.169\text{cm} \\ \text{최대 평균적합도: } & 0.8991. \end{aligned}$$

8. 결론

본 논문에서는 병렬형 공작기계인 이클립스의 속도와 힘 전달특성을 해석하여 상판의 출력범위와 작동기의 입력범위를 제시하였다. 또한, 새로운 조작성을 정의하고 이클립스의 조작성을 4가지로 세분함으로서 기구에 요구되는 특징들을 반영하는 기구부 설계방법이 제시되었으며, 유전자알고리즘을 사용함으로서 이클립스의 최적 링크파라미터를 구하였다. 본 논문은 병렬기구의 조직적인 해석과 설계에 공헌하였으며, 일반적인 6자유도 운동기구의 설계시에도 같은 방법으로 적용될 수 있다.

참고문헌

1. Kim, J. W., Park, C. B., Kim, J. W. and Park, F. C.,

- "Performance analysis of parallel manipulator architectures for CNC machining," *ASME IMECE Symposium on Machine Tools*, Dallas U.S.A., Vol. 6.2, pp. 341-348, 1997.
2. Ryu, S. J., Park, C. B., Kim, J. W., Hwang, J. C., Park, F. C. and Kim, J. W., "Eclipse: A parallel mechanism for rapid machining," *Transactions of the KSME (in Korean)*, Vol. 23, No. 3, pp. 425-433, 1999.
 3. Ryu, S. J., Kim, J. W., Hwang, J. H., Park, C. B., Cho, H. S., Lee, K. H., Lee, Y. H., Park, F. C. and Kim, J. W., "Eclipse: An overactuated parallel mechanism for rapid machining," *Proc. Manufacturing Science and Engineering, ASME*, Vol. 8, pp. 681-689, 1998.
 4. Hwang, J. C., *Development of Path Generator for Parallel Mechanism Machine Tool*, MS Thesis, Dept. of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National Univ., 1998.
 5. Ahn, B. J. and Hong, K. S., "Force/moment transmissionability analysis of a parallel manipulator," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 109-121, April 1996.
 6. Salisbury, J. K. and Craig, J. J., "Articulated hands: Force control and kinematic issues," *Int. J. Robotics Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 4-17, 1982.
 7. Yoshikawa, T., "Manipulability of robotic mechanisms," *Int. J. Robotics Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 3-9, 1985.
 8. Gosselin, C. and Angeles, J., "The optimum kinematic design of a planar three-degree-of-freedom parallel manipulator," *Journal of Mechanical Design, Transaction of the ASME*, Vol. 110, pp. 35-41, 1988.
 9. Zanganeh, K. E. and Angeles, J., "Kinematic isotropy and the optimum design of parallel manipulators," *Int. J. Robotics Reseach*, Vol. 16, No. 2, pp. 185-197, 1997.
 10. Kosuge, K., Okuda, M., Kawamat, H. and Fukuda, T., "Input/output force analysis of parallel link manipulators," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 714-719, 1993.
 11. Kokkinis, T. and Paden, B., "Kinetostatic performance limits of cooperating manipulators using force-velocity polytopes," *Proc. ASME Winter Annual Meeting-Robotics Research*, pp. 151-156, 1989.
 12. Park, F. C. and Kim, J. W., "Manipulability of closed kinematic chains," *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, Vol. 120, No. 4, pp. 542-548, 1998.
 13. Park, F. C. and Kim, J. W., "Singularity analysis of closed kinematic chains," *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, Vol. 121, No. 1, 1999.
 14. Sandor, G. and Erdman, A., *Advanced Mechanism Design: Analysis and Synthesis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, pp. 550, 1984.
 15. Anton, H. and Rorres, C., *Elementary Linear Algebra*, John Wiley & Sons, Inc., 1994.
 16. Craig, J. J., *Introduction to Robotics*, 2nd edition, Addison Wesley, 1989.
 17. Lee, Y. I. and Lee, J. H., "A study on the manipulability measures of robot manipulators," *Journal of Control, Automation and Systems Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp. 105-112, 1998.
 18. Strang, G., *Linear Algebra and Its Applications*, 3rd edition, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1988.
 19. Goldberg, D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley Longman, Inc., 1989.