

---

# 매크로요소를 이용한 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량의 비선형 해석

Nonlinear Analysis of Prestressed Concrete Box Girder Bridges  
Using Macro Element



오병환\*

Oh, Byung-Hwan



이명규\*\*

Lee, Myung-Kue

---

## ABSTRACT

The conventional design of prestressed concrete box girder bridges has been based on the linear elastic analyses using simplified geometric models. To overcome the restriction involved in the simplifications, a macro element for the rational analysis of prestressed concrete box girder bridges with variable cross sections is incorporated in the present analysis. Through the adoption of nonlinear material models, the behaviour of prestressed box girder bridges up to ultimate loading stage can be examined. The time dependent material models included in the present macro element code enable to predict the long term behaviour of prestressed concrete box girder bridges.

The proposed macro element code with the nonlinear material models and time dependent routines can be efficiently used for the realistic analysis of prestressed concrete box girder bridges with arbitrary shapes.

keywords : prestressed concrete, box girder bridge, macro element, nonlinear analysis

---

\* 정희원, 서울대학교 토목공학과 교수

\*\* 정희원, 전주대학교 토목환경공학과 전임강사

• 본 논문에 대한 토의를 1999년 6월 30일까지 학회로 보내  
주시면 1999년 8월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

## 1. 서론

최근 10여년전부터 국내에서는 경제성과 유지관리 편의성을 고려하여 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량의 시공이 급증하고 있는 추세이다. 이러한 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량을 해석하기 위한 여러 가지 방법이 1970년대 초반부터 제시되어 왔다<sup>(1)</sup>. 교량구조물의 해석방법은 대상 구조물의 복잡성이나 요구되는 설계내용에 따라 선정되어 왔다.

박스구조물의 경우 그 단면형상의 특성상 종방향의 판이 단면내의 절점에서 만나는 절판(folded plate)으로 모델링 하거나 대판(strip)으로 모델링 할 수 있다<sup>(2,3,4,5)</sup>. 이러한 해석방법의 단점은 단면의 모양이 일정하고 구조물이 직선형태이거나 원호상의 판형태인 경우에만 적용할 수 있다는 것이다. 또 다른 방법으로는 보와 비틀림요소를 적절히 배치한 2차원이나 3차원 격자모델을 사용하는 것이다. 유한요소법은 현재까지 사용되는 것중 가장 다양한 해석도구로서 중장지간의 박스거더 교량에 대하여 횡방향의 거동은 종방향의 거동에 비하여 더 적은 매개변수를 이용하여 해석을 수행할 수 있다. 이러한 개념에 입각한 박벽보이론(thin-walled beam theory)에 근거하여 보형태의 요소를 박스구조물 해석에 적용하면 주요한 구조물의 거동을 합리적으로 예측할 수 있다<sup>(8,9)</sup>. 그러나 이 요소는 단일박스(single cell) 구조물에만 적용이 가능하다. 또 다른 형태의 유한요소로는 Jirousek<sup>(10)</sup> 등이 제안한 두꺼운 셸을 이용한 선형 매크로요소가 있다. 그 밖에, 구조물의 경계조건과 단면내의 응력분포를 합리적으로 해석하기 위해서 본 연구진에 의해 제안된 층상화셸을 이용한 매크로요소가 있다<sup>(23)</sup>.

본 논문에서는 매크로요소를 이용하여 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량의 시간의존적 거동과 극한하중에서의 비선형 거동에 대하여 집중적으로 검토하였다. 구조물의 시간의존적 거동을 검토하기 위하여, 콘크리트의 크리프와 건조수축, 프리스트레싱 강선의 릴랙세이션을 고려하였다. 또한, 콘크리트의 압축 및 인장하에서의 소성거동과 균열에 대해 정식화하고 철근의 항복, 프리스트레싱 강선의 비선형 거동 등을 모델링하여 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 구조물의 극한하중상태에서의 거동 해석방

법에 대하여 기술하고 실제 해석 예를 통하여 제시된 방법론의 적절성을 검토하였다. 본 연구에서 제시한 시간의존적 거동에 대한 해석절차와 비선형 거동에 대한 해석절차는 매크로요소를 이용한 해석 프로그램인 PCMAC (Prestressed Concrete Macro element Analysis Code)의 확장개발에 반영하였으며, 프로그램의 타당성을 평가하기 위하여 기존 해석프로그램들(MUPDI, CELL, SPC-BOX, SPCFRAME)과 비교하였다<sup>(3,13,11)</sup>.

## 2. 매크로요소의 정식화

박스거더 교량을 Fig. 1에서와 같이 횡방향으로 절단하여 종방향으로 경계면을 갖는 선형배열을 가진 구조물로 볼 때, 횡방향으로 절단된 부분을 하나의 매크로요소로 볼 수 있다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 각 매크로요소는 종방향으로 일렬로 연결된 부분구조물(substructure)로 볼 수 있으며, 각 부분구조물은 셸요소와 연결보요소를 조합한 곡선요소로 이루어진다<sup>(23,10)</sup>.

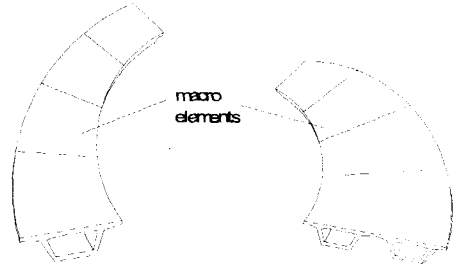


Fig. 1 Typical macro element arrangement for curved box girder bridges

입의 형상 단면의 박스거더 교량을 해석하기 위해서는 슬래브나 플랜지부분은 Fig. 2와 같은 셸요소를 이용하는 경우 요소내 입의 위치에서 좌표는 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^n N_k \begin{Bmatrix} x_k \\ y_k \\ z_k \end{Bmatrix}_{mid} + \sum_{k=1}^n N_k(\xi, \eta) \frac{h_k}{2} \zeta \begin{Bmatrix} -v_x \\ v_{3k} \\ v_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서, n 은 요소당 절점수

$N_k = N_k(\xi, \eta)$  ( $k=1, n$ )는 주어진

$\zeta$ 값에 대응하는 요소의 형상함수

$h_k$ 는 절점 k에서의 셸의 두께

$\xi, \eta, \zeta$  는 고려하는 점의 좌표

$\bar{u}_{3k}$ 는 절점 k에서 쉘의 하부절점 좌표에서 상부절점 좌표로 향하는 단위벡터

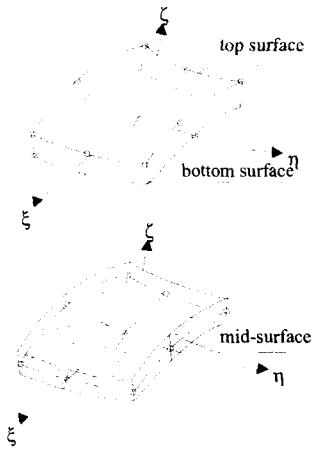


Fig. 2 Shell element

쉘요소에서의 절점 변위 자유도는 세 축방향으로의 변위 ( $u, v, w$ )와 쉘의 하부절점과 상부절점으로 향하는 벡터에 직교하는 두축에 대한 회전각 ( $\alpha, \beta$ )으로 정의 된다. 각 층의 중심에서 응력-변형도 행렬 ( $B$ )을 계산하고 요소 강도행렬 ( $K^e$ )과 하중벡터 ( $f^e$ )는 다음과 같이 구해진다.

$$K^e = \int \int_{-1}^{+1} B^T D B J d\xi dA \quad (2)$$

$$f^e = \int \int_{-1}^{+1} B^T q J d\xi dA \quad (3)$$

여기서,

$$\int \dots dA = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \dots d\xi d\eta \text{ (각층에서의적분)}$$

J는 Jacobian 행렬

비선형거동을 해석하기 위해서는 두께방향으로 6개내지 8개의 층으로 분할하면 충분할 것으로 알려져 있다. 그러나 플랜지와 복부의 교차점에서는 몇 개의 곡선형의 판들이 서로 다른 각도로 한 점에서 만나게되므로 쉘이론을 매크로요소에 바로 적용할 수 없으므로 교차점에서는 부재축의 직각방향거동에 대한 단면의 강성이 충분히 크다고 가정한 연결보요소를 사용하였다. 사용한 보요소는 형상은 Fig. 3과

같으며 요소내 임의의 위치에서 좌표는 다음 식 (4)로 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^M M_i(\xi) \times \sum_{j=1}^L N_j(\eta, \zeta) \begin{Bmatrix} x_{L_j} \\ y_{L_j} \\ z_{L_j} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서,

$$M_i(\xi) = \frac{(\xi - \xi_1) \dots (\xi - \xi_{L-1}) \dots (\xi - \xi_M)}{(\xi_L - \xi_1) \dots (\xi_L - \xi_{L-1}) \dots (\xi_L - \xi_M)} \quad (5)$$

$$N_i(\eta, \zeta) = \frac{1}{4} (1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)$$

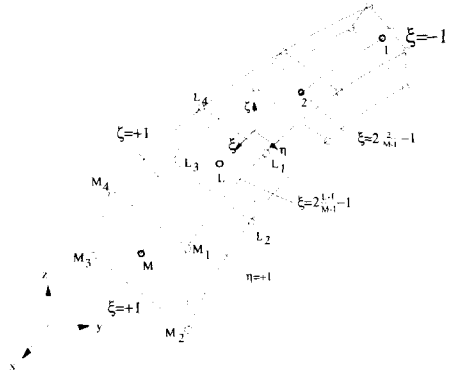


Fig. 3 Typical assembly element

연결보 부분은 복부와 플랜지가 교차하여 부재축의 직각방향거동을 구속하게 되므로 연결보요소의 절점 변위 자유도는 세 축방향으로의 변위, 회전과 단면내의 전단변형 자유도를 고려하여 7개의 자유도 ( $u, v, w, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ )로 모델링하였다.

연결보와 접하는 쉘절점에서는 보와 쉘의 자유도가 다르므로 쉘-보의 변위관계를 고려하여 구한 변환행렬 ( $T_{KL}$ )을 이용하여 쉘의 자유도를 연결보에 대한 자유도로 변환하였다.

$$\ddot{\mathbf{d}}_K = \mathbf{T}_{KL} \mathbf{d}_L \quad (6)$$

여기서, 쉘의절점자유도

$$\ddot{\mathbf{d}}_K = [ \mathbf{u}_K \ \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_K ]^T = [ u_K \ v_K \ w_K \ \tilde{\alpha}_K \ \tilde{\beta}_K ]^T$$

연결보의 절점자유도

$$\mathbf{d}_L = [ \mathbf{u}_L \ \boldsymbol{\alpha}_L \ \boldsymbol{\delta}_L ]^T = [ u_L \ v_L \ w_L \ \alpha_L \ \beta_L \ \gamma_L \ \delta_L ]^T$$

$T_{KL}$ 은  $5 \times 7$ 의 변환행렬로 변위의 기하학적인 관계로부터 구해진다.

매크로요소는 부분구조물을 구성하는 각 요소

(셀과 연결보요소)의 강성을 각 부분구조물(매크로요소)별로 취합한 후, 정력학적 응축과정(static condensation)을 통해 다른 매크로요소와 연결되지 않는 내부 절점 자유도는 소거한 후, 전체 구조물의 거동을 해석하기 위한 계산과정에서는 횡방향으로 절단된 부분을 단일요소로 취급하여 경계면상에 있는 절점과 관련된 자유도만을 고려하여 계산하게 된다.<sup>(23,10,21)</sup>

### 3. 재료모델링

#### 3.1 콘크리트

철근콘크리트 또는 프리스트레스트 콘크리트 구조물은 다양한 응력상태에 따라 균열, 인장경화(tension stiffening), 다축응력상태하에서의 거동, 크리프현상 등의 복잡한 거동을 보이거나 설계에서는 실험식에 근거한 간단한 형태의 식을 사용하고 있다. 실제 구조물의 정확한 거동을 예측하기 위해서는 이와 같은 거동에 대한 모델링이 필수적이다.<sup>(11,15)</sup>

본 연구에서는 박스거더 교량의 단면을 셀과 보의 조합으로 보고 모델링하였다. 이 경우 콘크리트는 주로 이축응력(biaxial stress) 상태에 있게 되며 응력상태에 따라 콘크리트의 거동이 변하게 된다. 콘크리트의 압축거동은 소성이론(strain-hardening plasticity)에 따르는 재료로 모델링하였다. 소성이론에 의한 콘크리트의 비선형 응력-변형관계를 기술하기 위해서는 (1)항복기준, (2) 경화법칙, (3) 압축파괴기준 등이 필요하다.<sup>(11)</sup>

해석프로그램에서는 Kupfer 등의 실험에 근거하여 Hinton이 제안한 다음 식(7)에서 결정되는 유효응력의 값에 따라서 재료의 항복여부를 판단한다.

$$f(\sigma) = \{1.355[(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)] + 0.355\sigma_0(\sigma_x + \sigma_y)\}^{\frac{1}{2}} = \sigma_0 \quad (7)$$

이식에서  $\sigma_0$ 는 유효응력(effective stress)으로 이 값이 콘크리트의 압축강도  $f'_c$ 에 도달하면 압축 파괴가 발생한 것으로,  $0.3f'_c$ 에 도달하면 콘크리트

의 응력-변형관계가 비선형이 되는 것으로 가정한다. 이 경우에 대한 콘크리트의 이축응력상태는 Fig. 4와 같으며, Fig. 5는 일축상태에서의 응력 변형곡선이다. 변형경화모델에서는 초기항복면에 도달한 후 하중이 증가하면 하중면의 유효응력에 의해 결정되는 소성변형이 발생한다. 하중이 감소하는 경우에는 초기탄성계수에 따르며 다시 하중이 증가하여 항복면에 이르기전에는 탄성거동을 보이는 것으로 모델링 하였다.

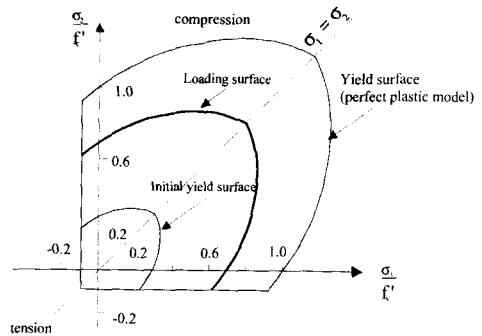


Fig. 4 Two-dimensional stress space representation of the concrete constitutive model

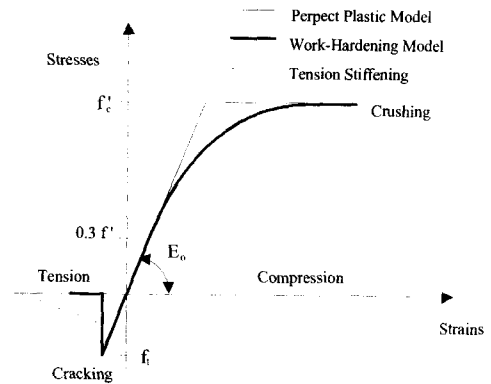


Fig. 5 One-dimensional representation of concrete

항복한 콘크리트의 거동은 소성변형을 벡터가 항복면에 직각이라고 가정하는 소성 흐름법칙(flow rule)에 따른다. 이 경우 전체변형 증분( $d\epsilon$ )은 탄성 변형( $d\epsilon^e$ )과 소성 변형( $d\epsilon^p$ )의 합으로 볼 수 있다.

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p \quad (8)$$

여기서, 소성변형  $\epsilon^p$ 는 항복면에 직각인 방향으로의 발생하는 변형량 경화법칙(hardening rule)은 유효응력과 소성변형의 관계가 포물선이

라고 가정한 다음 식에 근거하여 구해진다.

$$\sigma = \frac{-E_o \epsilon_p + \sqrt{2 E_o^2 \epsilon_o \epsilon_p}}{0.3 f_c'} \quad (9)$$

여기서,  $\sigma$ 는 유효응력(effective stress)

$f_c'$ 는 콘크리트의 압축강도

$E_o$ 는 콘크리트의 탄성계수

$\epsilon_p$ 는 소성변형

$\epsilon_o$ 는 압축강도에서의 변형으로

보통 콘크리트의 경우  $2f_c'/E_o$

이식을 이용하면 소성변형으로부터 현재 하중면의 위치를 정의하는 유효응력을 구할 수 있다.

압축과파 조건은 변형지배현상으로 보는 것이 일반적이다. 이축응력하에서의 파괴변형에 관한 실험자료가 부족하여 유효응력의 계산식에 응력항을 변형항으로 바꾸어서 계산된 변형값이 일축압축실험에서의 극한변형에 도달하면 파괴가 발생한 것으로 본다<sup>(15)</sup>.

$$1.355[(\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 - \epsilon_x \epsilon_y) + 0.75(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2)] + 0.355\epsilon_o(\epsilon_x + \epsilon_y) \Big)^{\frac{1}{2}} = \epsilon_o \quad (10)$$

콘크리트의 인장거동은 파괴면에 도달할 때까지 탄성거동을 보인다고 가정한다. 인장과파는 응력지배현상으로 균열은 최대주응력의 직각방향으로 발생한다고 가정한다. 균열이 주응력방향중 한 방향(1축방향)으로 발생한 경우의 응력변형도 관계는 다음 식으로 구할 수 있다<sup>(15)</sup>.

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{13}^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5G/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{pmatrix} \quad (11)$$

여기서,  $G$ 는 전단탄성계수이며,  $G_{12}^c$ 와  $G_{13}^c$ 은 균열면의 전단탄성계수

균열이 두 개의 주응력방향으로 발생한 경우에는 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12/2}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{13}^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23}^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{pmatrix} \quad (12)$$

여기서,  $G_{12/2}^c$ 는 양방향으로 균열이 발생한 경우의 전단탄성계수

균열은 요소의 적분점에 균등히 분포되는 분포균열(smearred crack model)에 근거하여 모델링 하였다.

균열면에서의 콘크리트면의 거칠기나 철근의 영향으로 인장경화현상이 발생한다. 이현상에 의해서 균열이 발생하더라도 균열면을 통하여 응력이 어느 정도 전달된다. 이러한 현상을 프로그램에서 모델링한 것이 Fig. 6에 나타나 있다. 그림에서 균열이 발생한 콘크리트의 하중의 제거시(unloading)와 재하시(loading)의 탄성계수는 다음 식으로 구한다<sup>(15)</sup>.

$$E_i = \alpha f_c' \frac{(1 - \epsilon_i/\epsilon_m)}{\epsilon_i} \quad (13)$$

$$\epsilon_i \leq \epsilon_i \leq \epsilon_m$$

여기서,  $\alpha$ 는 단면내 철근에 의한 인장경화를 나타내는 계수로 보통 0.6을 사용

$\epsilon_m$ 은 최대인장 변형으로 보통 0.002로 가정

$f_c'$ 는 콘크리트의 인장강도

$\epsilon_i$ 는 인장강도에서의 변형

각 매개변수는 Fig. 6에 나타낸 바와 같다.

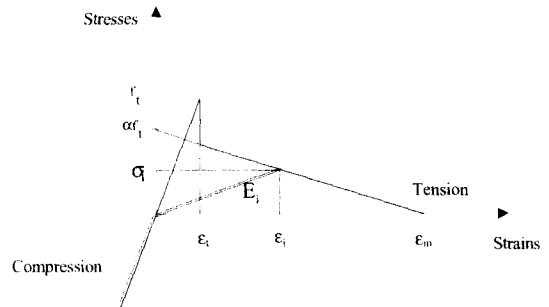


Fig. 6 Loading and unloading behaviour of cracked concrete illustrating tension stiffening behaviour

콘크리트의 시간의존적 거동을 나타내기 위해서 콘크리트의 크리프와 건조수축에 의한 변형증가 현상을 프로그램에서 고려하였다. 크리프 변형량은 압축강도, 재령, 하중재하기간, 골재, 주변습도, 시편의 크기, 응력이력 등에 영향을 받게 되는 복잡한 현상이다. 프로그램에서는 시간에 따라 변하는 응력이력에 대하여 발생하는 변형량은 중첩에 의해 구할 수 있다는 McHenry의 방법에 의해 고려한다<sup>(11.9.12)</sup>. 이 경우의 크리프변형은 Fig. 7과 같다. 다축응력하에서의 크리프변형은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$D(t) \delta \epsilon_{ij}^c = \sum_{i=1}^m g_{i,j} [1 - e^{-\lambda_i \phi(T_{i-1}) \delta t_i}] \quad (14)$$

$$\delta \underline{\varepsilon}_n^c = \{ \delta \varepsilon_{11} \quad \delta \varepsilon_{22} \quad \delta \varepsilon_{12} \quad \delta \varepsilon_{13} \quad \delta \varepsilon_{23} \}^T$$

$$D^{-1}(t) = \begin{bmatrix} 1 & \nu_c & 0 & 0 & 0 \\ \nu_c & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu_c) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu_c) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu_c) \end{bmatrix}$$

$$g_{i,n} = \begin{bmatrix} g_{11} \\ g_{22} \\ g_{12} \\ g_{13} \\ g_{23} \end{bmatrix}_{i,n-1} = \begin{bmatrix} g_{11} \\ g_{22} \\ g_{12} \\ g_{13} \\ g_{23} \end{bmatrix}_{i,n-1} [e^{-\lambda_i \phi \delta t_n}] + \begin{bmatrix} \delta \sigma_{11} \\ \delta \sigma_{22} \\ \delta \sigma_{12} \\ \delta \sigma_{13} \\ \delta \sigma_{23} \end{bmatrix}_{n-1} a_{i(n-1)}$$

여기서,  $g_{i,n}$ 는 상태변수  
 $\delta t_n$ 은 시간증분량  
 $\lambda_i$ 는 실험에서 구해지는 계수  
 $\phi(T_{n-1})$ 는 온도에 따른 영향 함수  
 (temperature shift function)  
 $a_i$ 는 크리프 함수 (creep compliance function)의 계수

콘크리트의 재료특성인 건조수축에 의하여 발생하는 구조물의 변형은 다음 식으로 주어진다.

$$\underline{\varepsilon}^s(t) = \varepsilon_{so} f(t, t_s) \quad (15)$$

여기서,  $\varepsilon_{so}$ 는 건조수축계수이다.

이와 같이 시간경과에 따라 발생하는 콘크리트의 변형을 고려하기 위한 여러 가지 모델중에 개발된 프로그램에 포함된 모델은 ACI 모델, CEB-FIP 모델, BP모델이며, 예제에서의 시간 의존 거동해석에서는 ACI모델을 고려하였다.

재령이 증가함에 따라 강도가 증가되고 이에 따라 탄성계수도 증가하게 된다. 이를 고려하기 위하여 재령 변화에 따른 콘크리트의 압축강도와 탄성계수를 ACI모델에 따라 다음 식을 사용하였다.

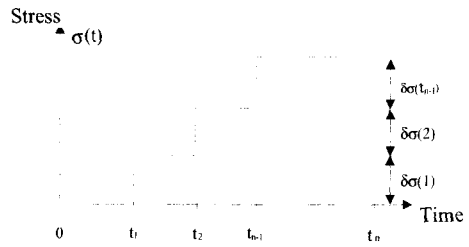
$$f'_c(t) = \frac{t}{a + bt} f'_c(28) \quad (16)$$

여기서,  $f'_c(28)$ 는 28일강도  
 $t$ 는 재령  
 $a, b$ 는 상수

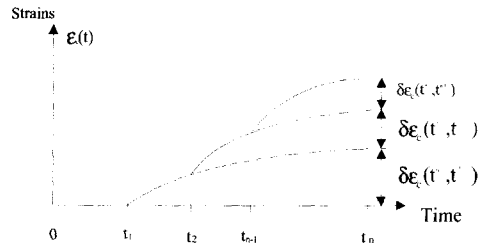
$$E_c(t) = 4,270 w^{1.5} \sqrt{f'_c(t)} \quad (17)$$

여기서,  $w$ 는 콘크리트의 단위하중(kg)

$f'_c(t)$ 는 콘크리트 압축강도(kg/cm<sup>2</sup>)



a) Stress history



b) Total creep strain

Fig. 7 Linear superposition of creep strains

### 3.2 철근과 프리스트레싱 강선

철근은 철근에 대한 일반적인 인장시험결과 (Fig. 8)의 응력변형곡선을 기울기가 다른 2개의 직선으로 Fig. 9과 같이 이상화시켜 모델링하였다.

프리스트레싱 강선의 경우에는 응력변형곡선이 철근과는 달리 뚜렷한 항복점이나 항복고원이 나타나지 않는 특징을 가진다. 응력이 증가함에 따라 변형이 증가하며 접선의 기울기는 점차 감소하다가 인장강도에 도달하여 파괴된다. 따라서 해석에서는 응력변형곡선을 Fig. 10과 같이 비선형으로 모델링하였다. 구조물의 시간의존적 거동을 해석하기 위해서 프리스트레싱 강선의 릴라세이션을 Magura 등에 의해 제안된 다음 식으로 고려하였다. (22.23.11.13.19)

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_{si}} = 1 - \frac{\log t}{c} \left( \frac{\sigma_{si}}{\sigma_{sy}} - 0.55 \right) \quad (18)$$

$$\frac{\sigma_{si}}{\sigma_{sy}} \geq 0.55$$

여기서,  $\sigma_s$ 는 시간  $t$ 에서 강선의 응력  
 $\sigma_{sj}$ 는 초기 강선응력  
 $\sigma_{sy}$ 는 변형률 0.001에서의 응력  
 $c$ 는 상수로 보통 10을 사용한다.  
 $t$ 는 긴장후 경과시간

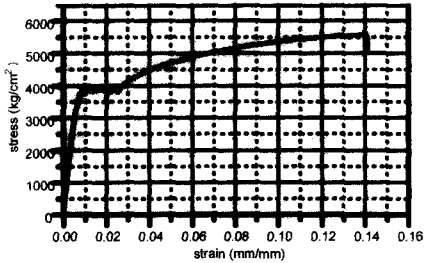


Fig. 8 Experimental stress strain curve for mild steel  
( $\sigma_y = 4000(\text{kg}/\text{cm}^2)$ )

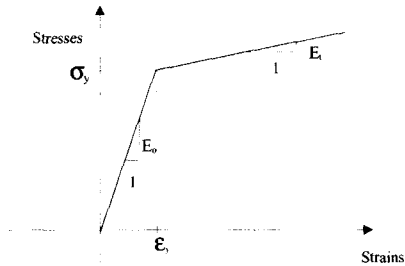


Fig. 9 Bilinear stress strain curve of reinforcing steel

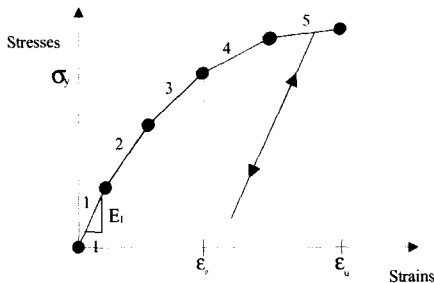


Fig. 10 Nonlinear stress strain model of prestressing steel

## 4. 해석에

본 절에서는 앞에서 기술한 재료 비선형 모델과 시간의존적 거동해석방법을 적용하여 확장 개발된 PCMAC프로그램을 이용하여 구조물의 시간의존적 거동과 극한하중에서의 거동에 대하여 해석을 수행하였다.

### 4.1 외팔 박스거더보의 시간의존해석

본 예제에서는 해석프로그램 PCMAC 과 기존의 SFRAME<sup>(12)</sup>, SPCFRAME<sup>(13)</sup> 프로그램의 해석에서 사용된 프리스트레스트 콘크리트의 시간의존 모델을 비교하기 위하여 박스형상을 가지는 외팔보에 대하여 비교해석을 수행하였다.

해석에서 고려한 구조물은 Fig. 11에 나타낸 바와 같이 길이 3m인 한쪽 끝이 고정된 외팔보로 단면은 폭 0.5m, 높이 0.5m, 두께 0.05m인 박스형 단면이다. 해석에서는 3개의 매크로요소로 분할 하였으며 단면을 구성하는 셸과 보의 연결상태는 그림과 같다. 각 셸은 4개의 같은 두께의 층으로 되어있다. 하중은 재령 30일에 재하시켜서 600일에 하중을 제거하여 1260일 경과시까지 외팔보 자유단에서의 변위를 해석하였다. 28일 강도는  $400\text{kg}/\text{cm}^2$  이고 포아송비는 0.2로 가정하여 해석을 수행하였다.

해석에서 고려한 구조물의 상태는 Fig. 12과 같다. 먼저 외팔보의 자유단에 1.0ton하중을 상방으로 재령30일에 작용시킨 경우로 응력이 일정하고 변형은 시간에 따라 변하는 상태이고, 두 번째는 자유단에 1.0ton하중을 가한후에 자유단의 회전을 구속한 경우로 응력과 변형이 시간에 따라 동시에 변하는 경우이다. 세 번째 경우는 프리스트레싱이 작용하는 외팔보에 하중을 재하시킨 후 자유단의 회전을 구속하는 경우로 시간에 따라 응력과 변형이 동시에 변하며 크리프에 의해서 프리스트레싱의 손실이 발생하게 된다.

순수크리프가 발생하는 첫 번째 경우의 해석결과(Fig. 13)에 의하면 하중재하중의 변위증가 경향은 거의 비슷한 결과를 보이거나 하중제거후의 변위는 약간의 차이를 보이고 있다. 두 번째 경우에 대한 해석결과(Fig. 14)에 의하면 PCMAC의 변위가 크게 발생하였다. 이는 매크로요소를 사용한 모델의 변위 구속효과가 크기 때문인 것으로 사료된다. 세 번째경우에 대한 해석결과(Fig. 15) 프리스트레싱에 의한 초기변위는 비슷한 결과를 보이거나 하중분배이후 발생하는 크리프 변형량은 차이를 보이고 있다. 이는 Fig. 16에 나타낸 바와 같이 단순한 2차원 거동의 보를 사용한 모델과 본 연구의 3차원 모델에 의한 보 높 이 방향의 응력분포가 차이가 있기 때문에 크리프 변형의 차가 발생하는 것으로 사료된다.

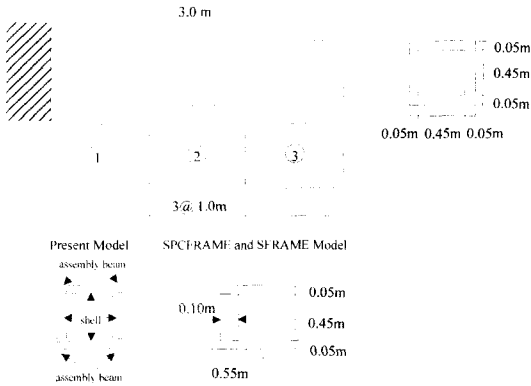


Fig. 11 Cantilever box beam

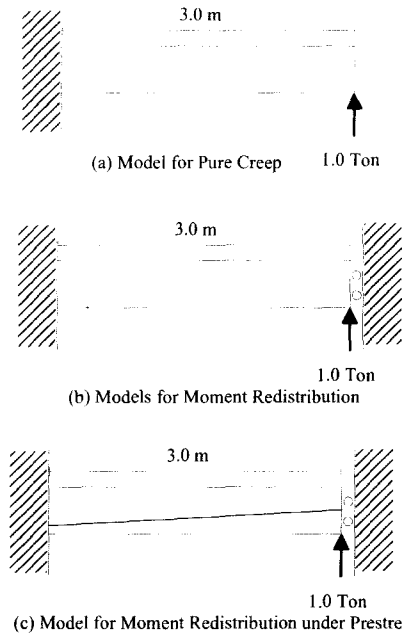


Fig. 12 Load and boundary condition of cantilever bending model

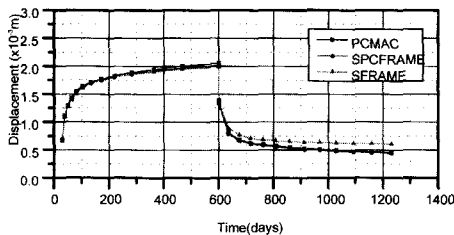


Fig. 13 Comparison of tip displacement (load case (a))

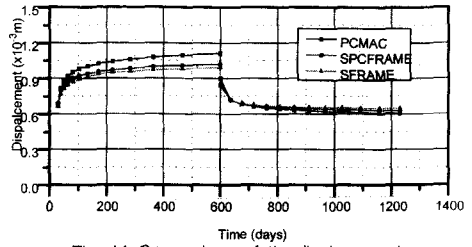


Fig. 14 Comparison of tip displacement (load case (b))

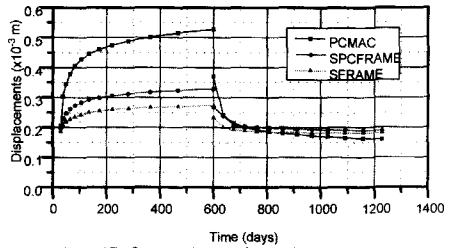


Fig. 15 Comparison of tip displacement (load case (c))

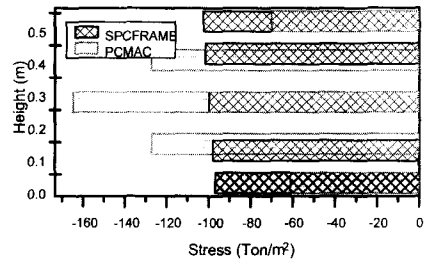


Fig. 16 Stress distribution in the web at cantilever tip under prestressing

## 4.2 2경간연속 4중박스교량의 해석

본 예제에서는 다중박스구조물에 대한 해석을 수행하여 기존에 개발되어 사용되는 해석방법과의 비교를 통해 새로 개발된 PCMAC 프로그램의 적용성을 평가하였다. 해석대상구조물의 단면 형상과 프리스트레싱 강선의 배치형상은 Fig. 17 와 같다<sup>(3)</sup>. 강선은 다중박스구조물의 복부에 하나씩 유효 긴장력 716.688ton(1580kips)로 긴장된 것으로 본다. 해석에서 고려하는 하중은 자중에 의한 사하중, 프리스트레스 하중이며, 프로그램의 극한상태 해석절차에 대한 적용성을 평가하기 위하여 집중하중에 대한 극한 해석을 수행하였다.

해석모델과 집중하중의 위치는 Fig. 18에 나타난 바와 같으며 PCMAC에서는 단면을 15개의



총상철과 10개의 연결보요소로 종방향으로 12개의 매크로요소로 모델링하였다. MUPDI<sup>(3)</sup>에서는 단면내에서 15개 요소가 12절점에서 연결되어 있는 것으로 모델링하였으며 해석에서는 100개의 푸리에 급수를 사용하였다. CELL 해석모델은 231개의 절점과 460개의 요소로 모델링하였다. 콘크리트의 탄성계수는  $253,000\text{kg/cm}^2$  ( $3600\text{ksi}$ )로, 포아송비는 0.17, 단위중량은  $2483\text{kg/m}^3$  ( $0.155\text{kcf}$ )로 보고 사하중에 대한 해석을 수행하였다.

해석결과 분석에 의하면 사하중과 프리스트레싱 긴장력에 의한 수직변위의 분포는 Fig. 19과 Fig. 20과 같으며 MUPDI와 PCMAC의 해석결과가 거의 일치한다는 것을 알 수 있다.

극한 해석에 대한 절차의 적절성을 평가하기 위하여 집중하중에 의한 구조물의 극한 해석을 수행하였다. 다중 격실 박스거더교량에 대한 비선형 해석프로그램이 개발되어 있지 않은 이유로 2차원 해석프로그램인 SPCFRAME을 이용하여 극한 해석을 수행하였다. 해석결과는 Fig. 21과 같으며 본 연구에서 제안된 PCMAC의 해석모델에서 초기균열이 발생할 때 기존의 2차원 해석프로그램은 수렴에 실패하였다. 이는 해석모델에서 철근에 대한 모델이 없었기 때문이라 사료된다. 한편 PCMAC해석모델에서는 철근을 고려하지 않은 경우에도 하중재분배에 따라 균열이 전단면으로 전파되면서 파괴가 서서히 진행되는 결과를 나타내고 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 임의의 형상의 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량을 해석하기 위한 효율적인 해석도구인 매크로요소를 사용하여 재료비선형형성과 재료의 시간의존적 거동에 대한 해석을 수행하였다. 해석 프로그램에서는 콘크리트의 크리프, 건조수축에 대한 수치 모델을 적용하였으며, 프리스트레싱 강선의 릴락세이션 등을 모델링하여 구조물의 시간의존적 거동을 모델링하여 예측할 수 있게 하였다.

또한, 콘크리트의 압축 및 인장하에서의 균열과 소성거동에 대해 정식화하고 철근의 항복, 프

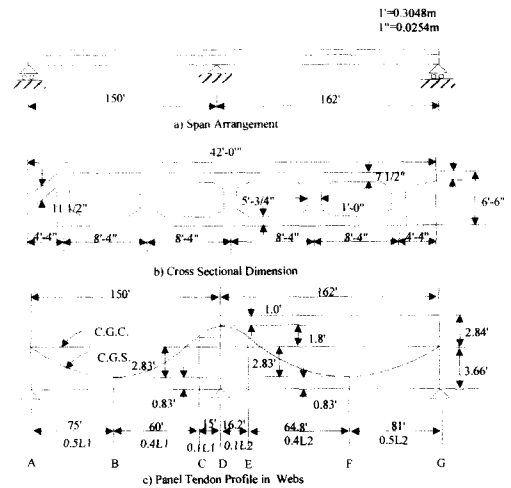


Fig. 17 Four cell box girder bridge

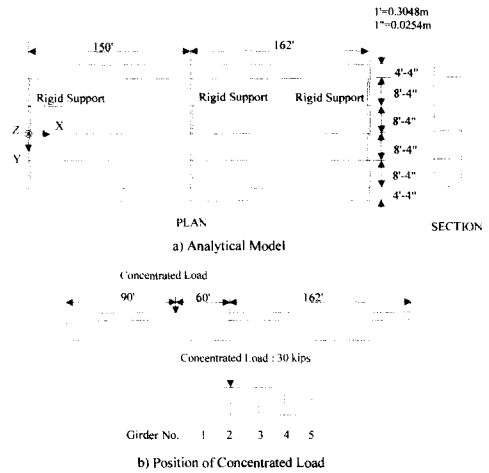


Fig. 18 Analytical model of four cell box girder bridge

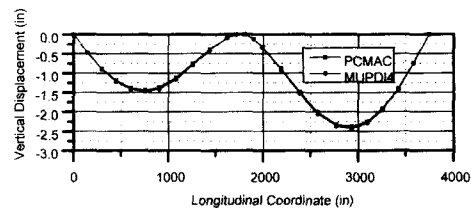


Fig. 19 Longitudinal variation of vertical displacements under dead load

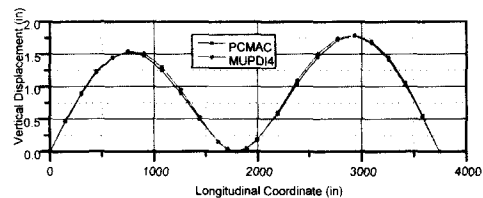


Fig. 20 Longitudinal variation of vertical displacements under prestressing

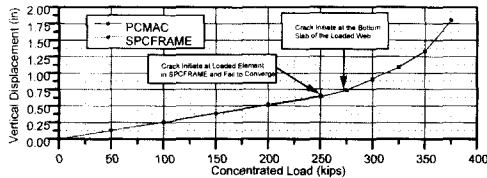


Fig. 21 Load incremental analysis up to failure  
(vertical displacement of bottom slab at the loaded section)

리스트레싱강선의 비선형 거동 등을 모델링하여 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 구조물의 극한하중상태에서의 거동 해석을 수행할 수 있도록 하였다. 재료비선형 거동과 시간의존적 거동을 포함하는 새로 확장 개발된 해석프로그램의 적절성을 평가하기 위하여 예제를 통하여 기존의 프로그램과의 결과를 비교하였다. 비교에 의하면 기존의 프로그램과 전반적으로 유사한 거동을 보이면서도 구조물내에 발생하는 응력 분포양상의 차에 의해 부분적으로 다른 거동을 보이고 있다. 이는 국부적으로 거동을 모델링할 수 있는 매크로요소의 특성상 구조물내의 응력분포가 기존의 해석방법과는 다른 양상을 보이기 때문인 것으로 사료된다.

본 연구에서의 해석결과에 의하면 비선형 매크로요소를 이용하는 경우에는 박스거더 교량의 시간의존적 거동이나 비선형거동을 기존의 프로그램과 유사하게 예측할 수 있는 것으로 나타났으며 구조물의 국부적인 극한 거동을 모델링할 수 있는 것으로 나타났다. 따라서, 비선형 매크로요소를 이용한 해석기법은 앞으로 임의의 형상을 가지는 프리스트레스트 콘크리트 다중 박스거더 교량의 실제적인 해석에 유용하게 적용될 수 있을 것으로 사료된다.

### 참고문헌

1. Scordelis, A.C., "Berkeley Computer Programs for the Analysis of Concrete Box Girder Bridges," Proceedings, NATO-Advanced Study Institute on Analysis and Design of Bridges, Cesme, Turkey, July 1982, pp.1-71
2. Defries-Skene, A., and Scordelis, A.C., "Direct Stiffness Solution for Folded Plates," ASCE, Vol. 90, No. ST3, pp.15-47
3. Scordelis, A.C., Chan, E.C., Ketchum, M.A.,

and P.P.Van Der Walt, "Computer Programs for Prestressed Concrete Box Girder Bridges," University of California at Berkely, Report No. UCB/SESM-85/02a, Mar. 1985

4. Cheung, Y.K., "Finite Strip Method Analysis of Elastic Slabs," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 94, No. EM6, Dec. 1968, pp.1365-1378
5. Van Der Walt, P. P., "Finite Strip Analysis of Structures with Arbitrary Boundary Conditions," University of California at Berkely, Report No. UCB/SESM-85/02a, Aug. 1989
6. Seible, F., "Nonlinear Analysis and Ultimate Strength of Multi-Cell Reinforced Concrete Box Girder Bridges," University of California at Berkely, Report No. UCB/SECM-82/ 02, 1982
7. Vlasov, V.Z., Thin-Walled Elastic Beams, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israel, 1961
8. Bazant, Z. and Elnimeiri, M., "Stiffness Methods for Curved Box Girders at Initial Stress," ASCE, Vol. 100, No. ST10, Oct. 1974 ,pp.2071-2089
9. Choudhury D., "Analysis of Curved Non-prismatic Reinforced and Pre-stressed Concrete Box Girder Bridges," University of California at Berkely, Report No. UCB/SECM-86/ 13, 1986
10. Jirousek, J., Bouberguig, A., and Saygun, A., "A Macro-element Analysis of Prestressed Curved Box- Girder Bridges," Computer & Structures, Vol.10, 1979, pp.467-482
11. Kang, Y. J., "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frames," University of California at Berkely, Report No. UCB/SESM 77-1, Jan. 1977
12. Ketchum, M. A., "Redistribution of Stresses in Segmentally Erected Prestressed Concrete Bridges," University of California at Berkely, Report No. UCB/SESM 86/07, May, 1986
13. Kang, Y. J., "SPCFRAME-Computer Program for Nonlinear Segmental Analysis of Planar Concrete Frames," University of

- California at Berkely. Report No. UCB/SEMM 89/07, 1989
14. Park, C. M., "Segmental Analysis of Curved Nonprismatic Prestressed Concrete Box Girder Bridges," Ph. D Thesis, Seoul National University, 1993
  15. Owen, D.R.J., and Figueiras, J.A., "Ultimate Load Analysis of Reinforced Concrete Plates and Shells including Geometric Nonlinear Effects," Finite Element Software for Plates and Shells, Pineridge Press, Swansea, U.K., 1984
  16. Desai, C.S., and Abel, J.F, Introduction to the Finite Element Method, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972
  17. Dhatt, G., and Touzot, G., The Finite Element Method Displayed, John Wiley and Sons, New York, 1984
  18. Hinton, E., and Owen, D.R.J, Finite Element Programing, Academic Press Inc., London, 1977
  19. Hoffstetter, G., and Mang, H.A., "Work-Equivalent Node Forces from Prestress of Concrete Shells," Finite Element Methods for Plates and Shell Structures, Vol. 2., Pineridge Press, Swansea, U.K., 1986
  20. Walter Podolny, Jr. and Jean M. Muller, "Construction and Design of Prestressed Concrete Segmental Bridges," John Wiley and Sons, Inc., 1982.
  21. 오병환, 이명규, "프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량 해석을 위한 매크로요소의 개발 및 유한요소정식화(1)", 한국콘크리트 학회 1997년 봄 학술 발표회 논문집, 한국콘크리트 학회, 1997, pp.436-441
  22. 오병환, 이명규, 채성태, 진남희, "프리스트레스트 콘크리트 셸구조물의 등가절점력 자동생성에 관한 연구", 대한토목학회 논문집 제18권 제I-3호 pp. 277-288
  23. 오병환, 이명규, "프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량의 새로운 해석기법 개발", 대한 토목학회 논문집 제18권 제I-6호 pp.749-760

## 요 약

일반적으로 프리스트레스트 콘크리트 박스거더교량의 설계에서는 단순화된 단면에 대하여 탄성이론에 근거하여 설계를 수행하고 있다. 이러한 단순화에 따른 제약조건을 개선하기 위해서 본 연구에서는 변단면의 프리스트레스트 콘크리트 박스거더교량을 해석하기 위한 매크로요소를 사용하였다. 해석프로그램에서 재료 비선형모델을 사용하여 극한하중 해석이 가능하도록 하였다. 또한, 교량의 장기거동을 예측하기 위해서 재료의 시간의존적 해석모델을 프로그램에 적용하여 교량의 장기 거동해석을 수행할 수 있게 하였다. 따라서, 재료비선형 모델과 시간의존 해석을 포함하는 비선형 매크로요소는 임의의 형상을 가진 프리스트레스트 박스거더 교량의 실제적인 거동해석에 유용하게 사용할 수 있을 것으로 사료된다.

(접수일자 : 1997. 12.29)